Análisis Numérico
Taller Interpolación
Eddy Herrera Daza

Pautas del taller

- Todo ejercicio debe tener un desarrollo, implementación en R y o Python que lo sustente
- El taller debe ser explicado en la proxima clase por un integrante seleccionado por la profesora.
- En cada ejercicio debe incluir una grafica que permita visualizar la aproximación, también debe incluir tablas de los calculos realizados y el error cometido
- Se pueden utilizar librerias pero deben estar debidamente documentada el uso

1. Interpolación

En general, el problema de la interpolación consiste en determinar una aproximación $f(x)$ en un punto x_i del dominio de $f(x)$, a partir del conjunto (x_i, y_i) de valores conocidos o en sus vecindades Particularmente, la interpolación polinómica consiste en determinar $f(x_i)$ a partir de un polinomio $P(x)$ de interpolación de grado menor o igual que n que pasa por los $n+1$ puntos

1. Demuestre que dados los $n+1$ puntos distintos (x_i, y_i) de una función definida y continua en $[a, b]$ el polinomio interpolante que incluye a todos los puntos es único

2. Construya un polinomio de grado tres que pase por:
   $(0, 10), (1, 15), (2, 5)$ y que la tangente sea igual a 1 en x_0.Verifique las condiciones dadas

3. Construya un polinomio del menor grado que interpole una función $f(x)$ en los siguientes datos:
   $f(1) = 2; f(2) = 6; f^{'}(1) = 3; f^{'}(2) = 7; f^{''}(2) = 8$

4. Con la función $f(x) = lnx$ construya la interpolación de diferencias divididas en $x_0 = 1; x_1 = 2$, que le permita incluir la información de$f(1); f^{'}(1); f^{'}(2); f(2)$ trabajando con dos digitos decimales y estime el error en $[1, 2]$

5. Utilice la interpolación de splines cúbicos para el problema del contorno del perrito que esta en el libro: Numerical Analysis,Ninth Edition.Richard L. Burden and J. Douglas Faires (Chapter 3 pg 164,exercise 32), este debe incluir la parte inferior del perrito.

6. Sea $f(x) = tanx$ utilice la partición de la forma $x_i = \delta k$ para implementar una interpolación para n=10 puntos y encuentre el valor δ que minimice el error

7. Sea $f(x) = e^x$ en el intervalo de $[0, 1]$ utilice el método de lagrange y determine el tamaño del paso que me produzca un error por debajo de 10^{-5}. Utilizar el polinomio de Taylor para interpolar en este caso Verifique su respuesta

8. Sea $f(x) = e^x$ en el intervalo de $[0, 3]$ utilice el método de splines cubicos para aproximar el área bajo la curva $f(x)$ utilice 10^{-9} cifras significativas.La solución encontrada comparala con el resultado si se aproxima la función con taylor de cuanto es la diferencia? Verifique su respuesta.

9. Sea $f(x) = (cosx + senx)/2$ con $x_i = i\pi/2$estimar el error al aproximar por un polinomio de grado 3 utilizando polinomios de Lagrange como también la interpolación de Newton para aproximar los valores de $x = \pi/4; \pi/2; 3\pi/4; \pi$, utilice 9 cifras significativas.

10. Considere el comportamiento de gases no ideales se describe a menudo con la ecuación virial de estado. los siguientes datos para el nitrógeno N_2

T(K)	100	200	300	400	450	500	600
$B(cm^3)/mol$	-160	-35	-4.2	9.0		16.9	21.3

Donde T es la temperatura $[K]$ y B es el segundo coeficiente virial.
El comportamiento de gases no ideales se describe a menudo con la ecuación virial de estado

$$\frac{PV}{RT} = 1 + \frac{B}{V} + \frac{C}{V^2} + ..., \tag{1}$$

Donde P es la presión, V el volumen molar del gas, T es la temperatura Kelvin y R es la constante de gas ideal.Los coeficientes $B = B(T)$, $C = C(T)$, son el segundo y tercer coeficiente virial, respectivamente. En la práctica se usa la serie truncada para aproximar

$$\frac{PV}{RT} = 1 + \frac{B}{V} \tag{2}$$

a) Determine un polinomio interpolante para este caso

b) Utilizando el resultado anterior calcule el segundo y tercer coeficiente virial a 450K.

c) Grafique los puntos y el polinomio que ajusta

d) Utilice la interpolación de Lagrange y escriba el polinomio interpolante

e) Compare su resultado con la serie truncada (modelo teórico), cuál aproximacion es mejor por qué?

11. Todos deben solucionar el ejercicio 13(resumen de interpolación):Escala de gravamen del Impuesto a la renta