

# ANÁLISIS DE MODOS PROPIOS DE RECINTOS PARALELEPIPÉDICOS CON DIFERENTES PROPORCIONES

MARIO D. FLORES<sup>1</sup> y MAXIMO S. MARTINEZ<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Estudiante de Ingeniería Electrónica, Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Córdoba (UTN. FRC), Maestro López Esq. Cruz Roja Argentina. CP X5016ZAA. Córdoba, Argentina.  
danisl81@hotmail.com, máximo.martinez@byddit.com

**Resumen** – *Los modos propios de recintos frecuentemente conducen a que el sonido tenga respuestas desiguales de frecuencia, produciendo realces y atenuaciones indeseadas. Por este motivo, resulta importante saber aplicar los distintos criterios basados en la teoría ondulatoria para, en función de las dimensiones del recinto, determinar la distribución modal óptima. En este trabajo se repasan de manera resumida algunos métodos de diseño y mediante una evaluación analítica se los aplica en recintos paralelepípicos con diferentes proporciones.*

## 1. INTRODUCCIÓN

La combinación de ondas incidentes y reflejadas en un recinto da lugar a interferencias constructivas y destructivas o, lo que es lo mismo, a la aparición de ondas estacionarias o modos propios del recinto. Los valores de las frecuencias propias dependen de la geometría y de las dimensiones del recinto y, en general, su determinación resulta muy compleja. El número de modos propios es ilimitado, y la presencia de todos ellos provoca en cada punto una concentración de energía alrededor de las diversas frecuencias propias, lo cual confiere un sonido característico a cada sala, que recibe el nombre de *coloración*. La densidad modal relativa, como se demostrara posteriormente, puede perjudicar la calidad del sonido principalmente a bajas frecuencias. Muchos diseñadores tratan de superar el problema de los modos propios mediante la elección de un recinto con las proporciones adecuadas o el uso de absorbentes de bajas frecuencias [1].

El objetivo del trabajo es analizar las dimensiones de un recinto en función de la distribución modal. En primer lugar, se presentan los antecedentes detallando proporciones óptimas y métodos de diseño. En segundo lugar, se analizan tres recintos paralelepípicos con diferentes proporciones, se muestran las distribuciones modales axiales en 3 ejes, y finalmente se aplican diferentes criterios de evaluación.

## 2. RECINTOS PARALELEPIPÉDICOS

La popularidad de los recintos rectangulares, se debe en parte a su economía de diseño y construcción, pero también a sus ventajas acústicas, dado que los modos propios se calculan fácilmente [1]. En una primera aproximación, será suficiente calcular solamente los modos axiales dominantes, con abstracción del resto. Lo más importante para un recinto de este tipo, será la relación entre sus tres dimensiones principales. La dimensión mayor de la sala determinará el modo dominante.

## 3. DIVISION DEL ESPECTRO AUDIBLE

En acústica de recintos, es conveniente dividir el espectro de frecuencias audibles en cuatro segmentos: A, B, C y D. Estas cuatro regiones están divididas por las frecuencias  $F_1$ ,  $F_2$  y  $F_3$ . El límite inferior está constituido por la menor frecuencia audible por el ser humano (20 Hz). Para determinar las frecuencias que dividen los segmentos debemos introducir la ecuación de Lord Rayleigh que se utilizara luego para determinar los modos propios.

$$F_{k,m,n} = 172,5 \sqrt{\left(\frac{k}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{m}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_z}\right)^2} \quad (1)$$

donde: 172,5 corresponde a la velocidad del sonido en el aire sobre 2, para una temperatura de 20 °C.  $L_x$ ,  $L_y$  y  $L_z$  representan las dimensiones del recinto en metros.  $k$ ,  $m$ ,  $n$  pueden tomar cualquier valor entero. (0, 1, 2, 3,...). La mayor dimensión del recinto, generalmente el largo  $L_x$ , nos dará  $F_1$ , es decir la frecuencia del primer modo ( $k=1, m=0, n=0$  en (1)). Entre el límite inferior de percepción y  $F_1$ , se configura la zona A, cuya característica principal es la de contener un grupo de frecuencias de las que es muy difícil predecir su comportamiento. Entre  $F_1$  y  $F_2$ , se delimita una zona de bajas frecuencias que se denomina la zona B, con frecuencias de gran longitud de onda, vinculadas al volumen del recinto y al tiempo de reverberación. Es aquí donde se aplican los criterios que se mencionan posteriormente. La frecuencia  $F_2$  o frecuencia de Schroeder [2], se expresa por:

$$F_2 = 2000 \sqrt{\frac{TR}{V}} \quad (2)$$

donde: la constante 2000 (que contiene a la velocidad del sonido) asegura que por lo menos tres resonancias caen dentro del ancho de banda de potencia media de una resonancia en frecuencias por encima de  $F_2$ .  $T$  es el tiempo de reverberación y  $V$  el volumen de la sala

en metros cúbicos. La frecuencia límite  $F_3$ , viene dada por:

$$F_3 = 4 \times F_2 \quad (3)$$

Entre  $F_2$  y  $F_3$ , se conforma una zona de transición que se denomina zona C. Las frecuencias dentro de ella tienen comportamiento mixto, es decir, en parte como rayos, aplicando principios de acústica geométrica y en parte como ondas. Entre  $F_3$  y el límite superior de percepción (20 kHz), se halla la zona D, donde el campo sonoro puede ser modelado por los conceptos de la acústica geométrica. En esta zona es donde existen mayores reflexiones, si se desean controlar los modos que se presentan en esta zona debe trabajarse con absorbedores y difusores sonoros [1].

Considerando dichas regiones acústicas, se puede calcular la totalidad de modos propios del recinto y analizar su distribución en cada una de ellas.

La respuesta de baja frecuencia del recinto es pobre en la región A, debido a la baja densidad modal. Es potenciada por las resonancias en la región B y está sujeta a fenómenos de absorción y difracción en las zonas C y D [2].

#### 4. CRITERIOS DE DISTRIBUCION MODAL

Existen variados métodos para minimizar la coloración. Esencialmente, estos métodos tratan de evitar que se degeneren los modos, o sea donde múltiples frecuencias modales caen dentro de un ancho de banda pequeño. La hipótesis es que a medida que el sonido se reproduce en el recinto, la ausencia o potenciación de ciertos elementos tonales altera la calidad del sonido [3].

Son varios los criterios para predecir la distribución óptima de modos propios en función de las proporciones que presentan las dimensiones de un recinto rectangular. Los principales son el criterio de Bolt y el criterio de Bonello. Ambos, no exigen una relación fija entre las proporciones de un recinto, sino permitir una amplia gama de combinaciones entre ellos. El criterio de Bolt es independiente del recinto y del tiempo de reverberación. El criterio de Bonello tiene una mejora respecto al de Bolt, debido a que es sensible al cambio de volumen, pero no está directamente relacionado con el tiempo de reverberación [4].

##### 4.1 Criterio de Bolt (1946)

Richard H. Bolt otorga a la sala un amplio rango de proporciones, de tal forma de producir las características más suaves en baja frecuencia. Esto es aplicable en recintos rectangulares de pequeñas dimensiones [5]. En la Figura 1 se presenta el ábaco de Bolt, en el cual a partir de una altura unitaria  $H = 1$ , podemos obtener distintas relaciones dimensionales del largo y el ancho, dentro del área punteada, con valores razonables de diseño.

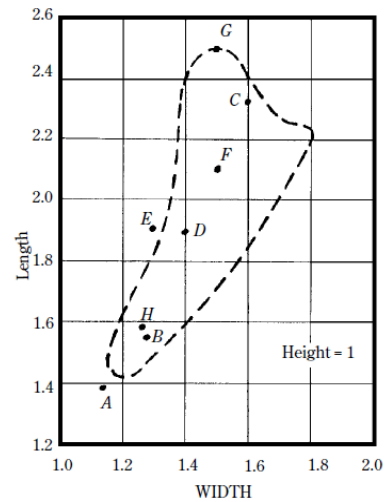


Figura 1: Gráfico de proporciones favorables para salas rectangulares para lograr una distribución modal de frecuencias uniforme. La línea de puntos encierra la llamada área de Bolt [5].

Esto verificaría que, cualquier relación que se halle dentro del área de Bolt, producirá una buena calidad en bajas frecuencias en la sala, tanto como sea posible en relación con la distribución de los modos axiales [1].

##### 4.2 Criterio de Gilford (1979)

C. L. S. Gilford se basa en el análisis del comportamiento de los modos axiales, despreciando los tangenciales y oblicuos. Propone que la separación de estos modos no debería ser superior a los 20 Hz, argumentando que si ésta fuera mayor, el modo se “escucharía” [6]. Es evidente que el objetivo de Gilford era lograr una uniformidad de distribución de los modos axiales, evitando cambios bruscos en la percepción. El concepto de 20 Hz de diferencia entre modos, es un valor importante en frecuencias bajas, por ejemplo entre 20 y 40 Hz, no siendo significativo entre 260 y 280 Hz.

$$AF < 20 \text{ Hz} \quad (4)$$

Siendo  $AF$  la separación entre un modo y su antecesor en Hz.

##### 4.3 Criterio de Bonello (1981)

Oscar J. Bonello contempla todos los modos presentes, fijando el análisis sobre la base de porcentajes de la frecuencia modal y no a distancias fijas [7]. Este criterio, llamado criterio de densidad de modos, parte de considerar que el número total de modos posibles ( $N_t$ ), para valores de  $k$ ,  $m$ ,  $n$  enteros y positivos desde 0 hasta *el n-esimo valor*, será:

$$N_t = (n+1)^3 \quad (5)$$

Resolviendo (5) en conjunto con (3) se llega a la expresión de la densidad de modos en función del

volumen de la sala, es decir, el número de modos de resonancia por ciclo de ancho de banda.

$$D = \frac{4 \times \pi \times V \times f}{C^2} \quad (6)$$

Siendo  $V$  el volumen de la sala en metros,  $f$  la frecuencia en Hz y  $C$  la velocidad del sonido en m/s.

$$N_{\text{total de Modos}} = \frac{4 \times \pi \times V \times f^3}{C^3} \quad (7)$$

En la ecuación (7), se observa que la densidad de modos crece con el cubo de la frecuencia. En recintos pequeños generalmente, a partir de los 200 Hz la densidad es tan grande, que el oído no alcanza a percibir diferencias, es decir, no posee habilidad para discriminarlos. Por debajo de los 200 Hz, cada modo puede llegar a ser escuchado en forma individual, produciendo coloración del espectro [1].

#### 4.3.1 Aplicación básica del criterio

La curva de la Figura 2 deberá ser monótonamente creciente o tener la misma cantidad de modos, en dos tercios sucesivos. No deberán existir modos dobles (dos frecuencias iguales).

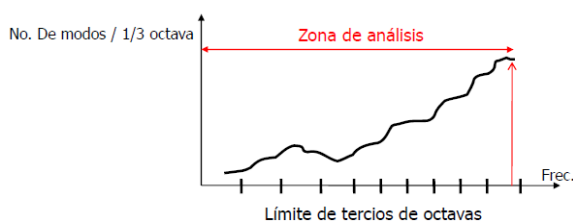


Figura 2: Zona de análisis para criterio de Bonello

## 5. ANALISIS DE TRES RECINTOS PARALELEPIPÉDICOS CON DIFERNETES PROPORCIONES

Para tres recintos paralelepípedos con proporciones de dimensiones diferentes se aplicó la ecuación (3), formula de Rayleigh, determinándose los modos axiales. Luego, se ingresaron los datos en una planilla de cálculo y se aplican los criterios antes expuestos.

	Largo [m]	Ancho [m]	Profundidad [m]
Recinto 1	2,82	4,13	2,00
Recinto 2	2,50	10,00	3,00
Recinto 3	20,0	15,00	10,0

Tabla 1: Dimensiones de tres recintos pequeños con diferentes valores.

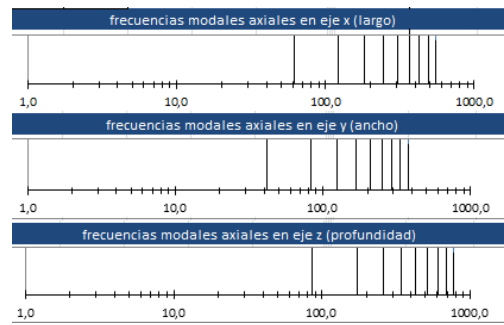


Figura 3: Modos axiales recinto 1

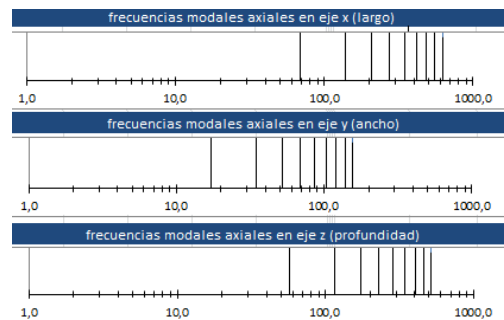


Figura 4: Modos axiales recinto 2

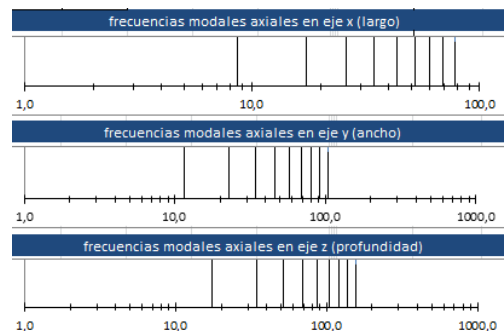


Figura 5: Modos axiales recinto 3

En los recintos 1 y 2 la densidad de modos es muy similar, esto se debe a que son relativamente pequeñas. Por el contrario, se observa una menor densidad de modos en el recinto 3, debido a que sus dimensiones son mayores.

#### 5.1 Aplicación del criterio de Bolt

En la figura 6 se observa que el recinto 1 presenta dimensiones óptimas según el criterio de Bolt [1]. Mientras que el recinto 2 está situado fuera de la grilla del gráfico, esto se debe a la desproporcionalidad de su profundidad. El recinto 3 está alejado del área de Bolt, pero dentro de la grilla. Reduciendo levemente su largo y ancho se logra entrar en el área de Bolt.

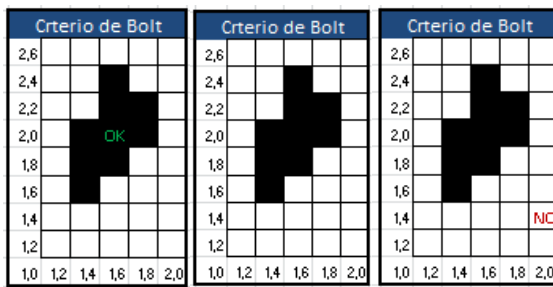


Figura 6: De izquierda a derecha recintos 1, 2 y 3

## 5.2 Aplicación del criterio de Gilford

Recinto 1	Recinto 2	Recinto 3
9	5	1

Tabla 2: Numero de modos separados por más de 20 Hz

Esto se corresponde con la densidad de modos en cada eje mostrada anteriormente (Figuras 3, 4 y 5). A medida que la sala es más grande existen menos modos audibles, según Gilford.

## 5.3 Aplicación del criterio de Bonello

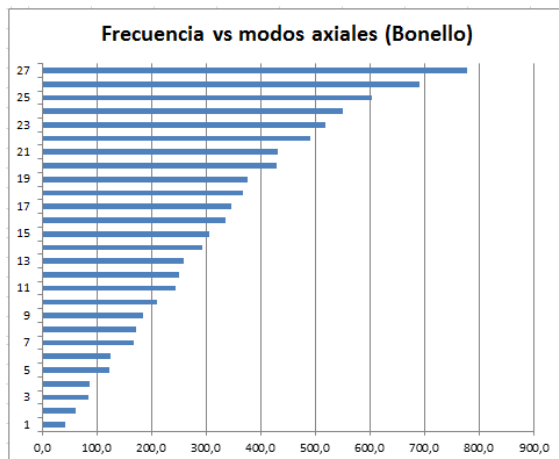


Figura 7: Frecuencia (eje horizontal) vs numero de modos (eje vertical) Recinto 1

Como se observa, en cada grafica las curvas son crecientes. En el recinto 1 no existen modos iguales y todos ellos están bien distribuidos. El recinto 2 presenta al menos tres pares de modos dobles y el crecimiento de frecuencias modales en los últimos 2/3 de la grafica es gradual. El recinto 3 presenta modos triples, lo cual hace que el crecimiento de la frecuencia de los modos asociados no sea tan gradual como en el recinto 1.

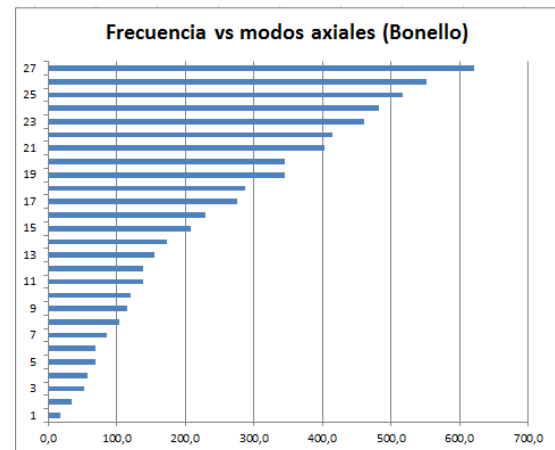


Figura 8: Frecuencia (eje horizontal) vs numero de modos (eje vertical) Recinto 2

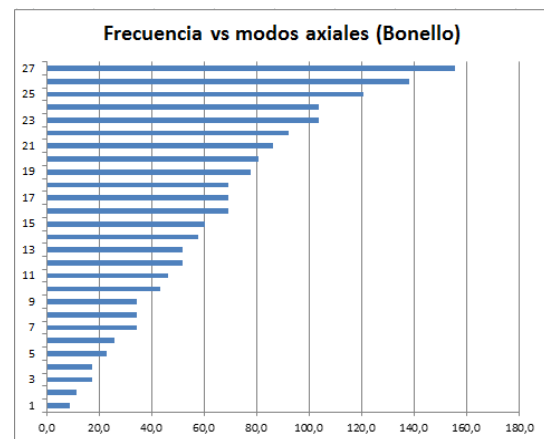


Figura 9: Frecuencia (eje horizontal) vs numero de modos (eje vertical) Sala 3

## 6. CONCLUSIONES

Los tres criterios utilizan enfoques diferentes, sin embargo el resultado al que arriban es similar.

Bolt y Bonello, con más de 50 años de diferencia entre sus postulaciones coinciden en que el recinto 1 es la más apta para evitar las coloraciones. Sin embargo Gilford asegura que el recinto 3 es la más apta, por tener tan solo 1 modo separado más de 20 Hz y ser audible [1]. Como ya se planteo, el problema del criterio de Gilford es que esta separación de 20 Hz no es relativa a la frecuencia del modo, cosa que si es tomada en cuenta en el criterio de Bonello y es totalmente ignorada por Bolt.

## 7. REFERENCIAS

- [1] Cox and D'Antonio, "Room dimensions for critical listening environments?". AES Convention: 110, pp. 5353 May 2001.
- [2] Carrión Isbert A. "Diseño acústico de espacios arquitectónicos". Edición UPC. España. 1998.
- [3] Everest Alton F, "The master handbook of acoustics". 4th Edition. McGraw-Hill, United States of America. 2001.

- [4] Richard A. Moscoso and Caleb Vasquez, "A revision of the accepted criteria for the distribution of the resonance frequencies of rectangular". Journal of the Acoustical Society of America. Volume 110, Issue 5, pp. 2621-2621, 2001.
- [5] Richard H. Bolt, "Note on normal frequency Statistics for rectangular rooms". Journal of the Acoustical Society of America. Volume 19, July 1946.
- [6] C. L. S. Gilford, "The Acoustic Design of Talk Studios and Listening Rooms, 1959, reprinted in J. Audio. Eng. Soc., vol. 27, pp. 17-31 (1979 Jan./Feb.).
- [7] O. J. Bonello, "A New Criterion for the Distribution of Normal Room Modes", J. Audio. Eng. Soc., vol. 29, pp. 597-606 (1981 Sept.); Erratum, ibid., p. 905 (1981 Dec.).

## 8. DATOS BIOGRAFICOS

**Mario Daniel Flores**, nacido en San Luis el 07/05/1981. Estudiante de ingeniería en electrónica, Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Córdoba. Argentina. Sus intereses son: fisiología de la audición, bioelectrónica y electroacústica. E-mail: danisl81@hotmail.com

**Máximo Sergio Martínez**, nacido en Córdoba el 06/06/1986. Estudiante de ingeniería en electrónica, Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Córdoba. Argentina. Del 2005 al 2010 fue parte del dto. de Ingeniería de Geding, desarrollando sistemas SCADA. En 2009 junto a dos socios funda Byddit, empresa dedicada al entretenimiento tecnológico para eventos sociales. Sus intereses son: automatización, realidad acústica virtual y electroacústica.  
E-mail: máximo.martinez@byddit.com