

# Robot Antropomorfo de 4 Grados de Libertad

Emanuel Román Sánchez  
Universidad Católica Boliviana "San Pablo"  
Estudiante - Ingeniería Mecatrónica  
emanuel.roman@ucb.edu.bo

Msc. José Jesús Cabrera Pantoja  
Universidad Católica Boliviana "San Pablo"  
Docente - Ingeniería Mecatrónica  
jcabrera@ucb.edu.bo

**Abstract**—El presente documento detalla el desarrollo de un robot antropomórfico de cuatro grados de libertad, incluyendo los cálculos necesarios para su diseño, así como el análisis de su cinemática directa e inversa. Además, se describen las pruebas realizadas tanto en simulación como en escenarios reales, destacando los resultados obtenidos en cada etapa.

**Index Terms**—robot antropomórfico, grados de libertad, ingeniería mecatrónica, diseño, control

## I. INTRODUCCIÓN

La robótica es una disciplina que integra diversas áreas de la ingeniería, la informática y las ciencias aplicadas, enfocándose en el diseño, construcción y operación de robots para realizar tareas específicas de manera autónoma o semiautónoma [1]. Su importancia en el mundo actual radica en su capacidad para automatizar procesos, mejorar la eficiencia y precisión en diversas industrias, y ofrecer soluciones innovadoras a problemas complejos [2].

Dentro de la robótica, los robots antropomórficos, también conocidos como robots humanoides, son aquellos que emulan la forma y, en cierta medida, el comportamiento humano. Estos robots están diseñados para interactuar en entornos concebidos para personas, facilitando tareas que requieren adaptabilidad y versatilidad [3]. Además, su aplicación en campos como la medicina, la educación y el entretenimiento ha aumentado significativamente en los últimos años [8].

Un concepto fundamental en el diseño y análisis de robots es el de los grados de libertad (GDL), que representan el número de movimientos independientes que un robot puede realizar. En el caso de los robots antropomórficos, generalmente poseen entre cinco y seis grados de libertad, permitiendo una amplia gama de movimientos y una mayor flexibilidad para ejecutar tareas complejas [4]. Esto los hace ideales para aplicaciones que requieren interacciones precisas y detalladas [6].

La relevancia de estudiar y desarrollar robots antropomórficos radica en su potencial para revolucionar diversas áreas de la sociedad. Por ejemplo, en el ámbito industrial, estos robots pueden automatizar procesos que anteriormente dependían de habilidades humanas, mejorando la productividad y reduciendo los costos [7]. En la medicina, los robots antropomórficos están siendo utilizados para realizar cirugías complejas con una precisión inigualable, mejorando los resultados clínicos y minimizando los riesgos [8].

Además, los avances en la robótica permiten desarrollar modelos cada vez más avanzados que incorporan sensores, ac-

tuadores y algoritmos de control más eficientes. Estos avances han impulsado el uso de robots antropomórficos no solo en entornos laborales, sino también en el hogar, donde pueden asistir en tareas domésticas o incluso en el cuidado de personas [3]. Por lo tanto, el estudio de estos sistemas robóticos no solo contribuye al progreso tecnológico, sino que también tiene un impacto directo en la calidad de vida de las personas.

El propósito de este proyecto es diseñar y construir un brazo robótico funcional con cuatro grados de libertad, integrando los conocimientos adquiridos durante el curso. Utilizando Python, MATLAB y Arduino IDE, se implementa un sistema que proporciona retroalimentación precisa sobre la posición del efector final, lo cual facilita el aprendizaje y la aplicación práctica de los conceptos de cinemática directa e inversa.

## II. FUNDAMENTO TEÓRICO

### A. Definición de Grados de Libertad

Los grados de libertad (GDL) son una medida fundamental en la robótica que define el número de movimientos independientes que un sistema puede realizar [9]. En el contexto de un robot de cuatro grados de libertad, estos representan las articulaciones o ejes sobre los cuales el robot puede girar o desplazarse. Comprender los GDL es esencial para el diseño y análisis de robots, ya que permite determinar las capacidades del sistema y las limitaciones en sus movimientos.

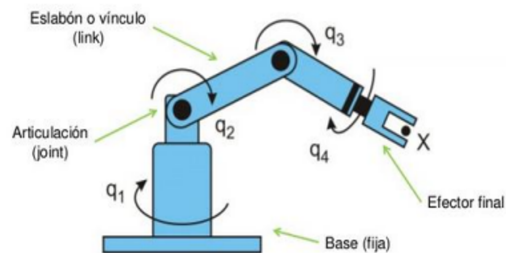


Fig. 1. Diagrama conceptual de los grados de libertad en un brazo robótico.

Este diagrama conceptual ilustra los grados de libertad (GDL) en un brazo robótico típico. En la figura se muestran las articulaciones (joints) y los eslabones o vínculos (links) que componen la estructura del robot, destacando cómo cada articulación permite un movimiento independiente. Los grados de libertad están representados por las variables  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ ,  $q_4$ , que corresponden a las rotaciones o desplazamientos que

el robot puede realizar en sus diferentes ejes. Además, se identifica el efector final, que es el punto en el extremo del brazo encargado de realizar tareas específicas, y la base fija, que proporciona estabilidad al sistema. Este esquema es esencial para comprender cómo los movimientos de cada articulación se combinan para posicionar el efector final en el espacio tridimensional.

### B. Cinemática Directa

La cinemática es una rama de la robótica que estudia el movimiento de los sistemas mecánicos sin considerar las fuerzas que los generan [10]. La cinemática directa se centra en calcular la posición y orientación del efector final a partir de los valores conocidos de las articulaciones. Estas técnicas son fundamentales para el control y programación de robots, ya que permiten planificar trayectorias y movimientos precisos.

El cálculo de la cinemática directa se lleva a cabo utilizando matrices de transformación homogénea, las cuales combinan tanto las rotaciones como los desplazamientos generados por las articulaciones del robot. En general, la transformación homogénea para una articulación  $q$  se representa mediante la matriz  $T$ , que está compuesta por una matriz de rotación  $C$  y un vector de desplazamiento  $r$ :

$$T = \begin{bmatrix} C_i & r \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

donde:

- $T$ : Matriz de transformación homogénea.
- $C_i$ : Matriz de rotación.
- $r$ : Vector de desplazamiento.

Las rotaciones en el espacio tridimensional son un aspecto esencial en la cinemática directa, particularmente cuando el robot opera en un entorno tridimensional. La matriz de rotación  $C$  define cómo cambia la orientación del efector final respecto al sistema de coordenadas base. Las rotaciones en torno a los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$  están representadas por las siguientes matrices:

$$C_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$C_y = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$C_z = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

donde:

- $C_i$ : Matriz de rotación en torno a un eje específico.

- $\theta$ : Ángulo de rotación del motor, expresado en radianes.

El desplazamiento de coordenadas se refiere al cambio de origen entre dos sistemas de referencia, generalmente entre la base del robot y el efector final. Cuando se utiliza un sistema de coordenadas  $(x, y, z)$  en la base y otro  $(x', y', z')$  en el efector final, la relación entre ambos puede representarse mediante una matriz de transformación homogénea que combina rotaciones y traslaciones. El vector de traslación  $r$  está dado por:

$$r = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (5)$$

donde:

- $r$ : Representa el vector de traslación.

Para determinar la posición y orientación del efector final ( $E$ ) respecto al sistema de referencia inicial ( $I$ ), se utiliza una secuencia de transformaciones homogéneas. Cada matriz  $T_{i-1,i}$  describe cómo se transforma el sistema de coordenadas de una articulación " $i - 1$ " al sistema de la articulación " $i$ ", incorporando tanto rotaciones como desplazamientos. Esto se expresa como:

$$T_{I,E} = T_{I,0} \cdot \prod_{i=1}^n T_{i-1,i} \cdot T_{n,E} \quad (6)$$

donde:

- $T_{I,E}$ : Matriz de transformación del sistema base ( $I$ ) al efector final ( $E$ ).
- $T_{I,0}$ : Matriz de transformación inicial.
- $T_{i-1,i}$ : Matriz de transformación homogénea entre las articulaciones  $i - 1$  e  $i$ .
- $T_{n,E}$ : Matriz de transformación homogénea desde la última articulación hasta el efector final.

La ecuación (6) representa la transformación completa desde la base del robot hasta el efector final, integrando las rotaciones y traslaciones de todas las articulaciones. Este conjunto de transformaciones permite calcular la posición y orientación del efector final según la configuración específica de cada articulación. Al multiplicar todas las matrices en secuencia, se obtiene la transformación acumulada que describe cómo se posiciona el efector final en el espacio tridimensional.

### C. Cinemática Inversa

La cinemática inversa es un proceso esencial en la robótica que se utiliza para determinar las configuraciones articulares necesarias para que el efector final alcance una posición y orientación deseadas en el espacio [11]. A diferencia de la cinemática directa, que calcula la posición del efector final a partir de los valores conocidos de las articulaciones, la cinemática inversa resuelve el problema inverso, lo cual la hace más compleja debido a la naturaleza no lineal de las ecuaciones involucradas.

Existen varios métodos para resolver la cinemática inversa, los cuales incluyen:

- **Solución analítica:** Este enfoque consiste en resolver directamente las ecuaciones algebraicas derivadas de la transformación homogénea. Es útil en robots con configuraciones simples y simétricas, ya que permite obtener soluciones exactas cuando las ecuaciones son manejables.
- **Método numérico:** Se basa en algoritmos iterativos, como el método de Newton-Raphson, para aproximar las soluciones. Este enfoque es ideal para robots con configuraciones más complejas donde las soluciones analíticas no son factibles.
- **Optimización:** Utiliza técnicas de optimización para minimizar una función de costo que mide la diferencia entre la posición y orientación deseadas y las alcanzadas por el efector final. Este método es común en sistemas redundantes o cuando existen múltiples soluciones posibles.
- **Aprendizaje basado en datos:** En aplicaciones avanzadas, como la robótica adaptativa, se utilizan redes neuronales y otros modelos de aprendizaje para aproximar la solución a partir de datos previos, lo cual puede ser efectivo en entornos dinámicos.

Estos métodos permiten resolver problemas de cinemática inversa en una amplia variedad de sistemas robóticos, dependiendo de la complejidad del robot y de los requisitos de la tarea específica.

#### D. Servomotores

Los servomotores son actuadores esenciales en robótica, diseñados para controlar la posición, velocidad y torque de una manera precisa [12]. A diferencia de los motores convencionales, los servomotores incluyen un sistema de retroalimentación que permite ajustar continuamente su funcionamiento para alcanzar los valores deseados.

1) *Funcionamiento de los Servomotores:* Un servomotor típico consta de tres componentes principales:

- **Motor de corriente continua (DC):** Genera el movimiento rotacional.
- **Sistema de control:** Regula la posición y velocidad del motor mediante señales de entrada (normalmente PWM).
- **Sensor de posición:** Mide la posición angular del eje y proporciona retroalimentación al sistema de control.

El sistema de control compara la señal de referencia (posición deseada) con la posición actual y ajusta el motor para minimizar el error. Este ciclo de retroalimentación asegura un control preciso en tiempo real.

2) *Aplicaciones en Robótica:* En robótica, los servomotores se utilizan comúnmente para:

- Controlar las articulaciones de brazos robóticos.
- Manejar pinzas y herramientas de precisión.
- Ajustar cámaras o sensores para seguimiento dinámico.

La capacidad de controlar con precisión el movimiento hace que los servomotores sean ideales para tareas que requieren alta repetitividad y exactitud, como en robots industriales y médicos.

3) *Tipos de Servomotores:* Los servomotores se clasifican principalmente en:

- **Servomotores de corriente continua (DC):** Populares por su simplicidad y rapidez en respuesta.
- **Servomotores de corriente alterna (AC):** Más robustos y adecuados para aplicaciones industriales de alta potencia.
- **Servomotores digitales:** Utilizan microcontroladores para un control más preciso y personalizable.

Cada tipo de servomotor tiene sus ventajas según la aplicación, el rango de potencia y los requisitos de precisión.

4) *Consideraciones de Diseño:* Al seleccionar servomotores para un proyecto robótico, es fundamental considerar parámetros como:

- Torque máximo necesario para mover las articulaciones.
- Velocidad angular requerida según la tarea.
- Voltaje de operación y compatibilidad con el sistema.
- Rango de movimiento angular y precisión.

Estos factores aseguran que el sistema robótico funcione de manera eficiente y confiable.



Fig. 2. Ejemplo de servomotor utilizado en aplicaciones robóticas.

#### E. Controlador PCA9685

El PCA9685 es un controlador de modulación por ancho de pulso (PWM) altamente eficiente y ampliamente utilizado en proyectos de robótica y automatización. Este dispositivo permite controlar hasta 16 canales PWM de forma simultánea, lo que lo hace ideal para manejar múltiples servomotores en un sistema robótico [?].

1) *Características Principales:* El PCA9685 se destaca por las siguientes características:

- Control de 16 canales PWM independientes.
- Frecuencia ajustable de hasta 1.6 kHz.
- Comunicación a través del protocolo I2C.
- Alimentación flexible: puede operar con tensiones de 3.3V o 5V.
- Capacidad para apilar múltiples controladores mediante la configuración de direcciones I2C.

2) *Funcionamiento*: El PCA9685 genera señales PWM precisas para controlar dispositivos como servomotores y LEDs. Utiliza una comunicación I2C para recibir comandos desde un microcontrolador (como Arduino o Raspberry Pi), lo que simplifica el cableado y permite una configuración rápida. Los valores de PWM se ajustan a través de registros internos, permitiendo modificar la posición de servomotores o la intensidad de LEDs.

3) *Aplicaciones en Robótica*: En proyectos robóticos, el PCA9685 es particularmente útil para:

- Controlar brazos robóticos con múltiples articulaciones.
- Coordinar el movimiento de servomotores en robots bípedos o humanoides.
- Regular la intensidad de luces en sistemas de señalización.

Gracias a su capacidad para manejar múltiples canales con precisión, el PCA9685 es una herramienta versátil para sistemas robóticos complejos.

4) *Ventajas*: El PCA9685 ofrece varias ventajas, incluyendo:

- Reducción del uso de pines de microcontroladores gracias al protocolo I2C.
- Control de múltiples dispositivos con un solo módulo.
- Configuración sencilla y rápida para aplicaciones de automatización.

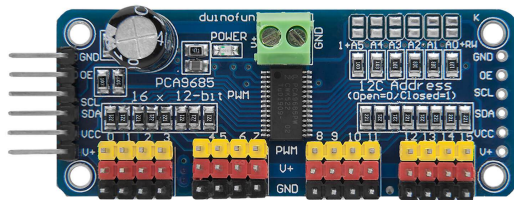


Fig. 3. Controlador PCA9685.

### III. ESPECIFICACIONES DEL PROYECTO

#### A. Requerimientos

En el diseño de un brazo robótico de cuatro grados de libertad, es fundamental establecer parámetros claros que guíen su desarrollo y aseguren el cumplimiento de los objetivos del proyecto. La tabla a continuación detalla los requerimientos de diseño, especificando los límites y características necesarias para garantizar el desempeño adecuado del sistema

en términos de peso, alcance, velocidad, torque, precisión y condiciones operativas.

TABLE I  
TABLA DE REQUERIMIENTOS

Parámetro	Requerimiento	Unidad
Peso total del brazo	$\leq 500$	g
Carga máxima soportada	100	g
Alcance máximo	30	cm
Velocidad lineal deseada en el extremo	5	cm/s
Velocidad angular deseada de la garra	0.17 - 0.27	rad/s
Torque mínimo requerido en los servos	$\geq 1$	Nm
Precisión angular	$\pm 10$	grado
Voltaje de operación	5 - 7.2	V
Temperatura de operación	0 - 50	°C

La tabla de requerimientos define los parámetros que el brazo robótico debe cumplir para operar de acuerdo con las necesidades del proyecto. Estos requisitos incluyen el peso máximo permitido del brazo, que debe ser inferior a 500 gramos, y la carga máxima soportada de 100 gramos, especificada para asegurar que el brazo manipule objetos ligeros sin sobrecargar los servos. El alcance máximo de 30 cm determina la extensión total desde la base hasta la punta de la garra.

Las velocidades de operación se establecen con una velocidad lineal en el extremo de 5 cm/s y una velocidad angular entre 0.17 y 0.27 rad/s, lo cual permite movimientos controlados y estables. El torque mínimo requerido de 1 Nm en los servos asegura que puedan soportar la carga y mover los eslabones sin perder fuerza. Otros parámetros, como la precisión angular y el rango de voltaje de 5 a 7.2 V, se toman en cuenta considerando el rango de operación óptimo para los servos.

TABLE II  
TABLA DE PESOS

Componente	Peso (g)
Base	193.32
Servo 1	45
Pieza única	148.32
<b>Garra Final</b>	<b>60</b>
Servo 4	45
Garra	15
Eslabón de 10 cm	23.13
Servo 2	45
Unión	9.73
Eslabón de 13 cm	114.41
Servo 3	45
Unión	13.82
Eslabón de 7 cm	15.38
Pieza única	15.38
<b>Peso Total</b>	<b>406.24</b>

El análisis de pesos mostrado en la tabla fue realizado utilizando el software SolidWorks. Cada componente del brazo robótico fue modelado digitalmente y se determinó su peso considerando el material y las dimensiones asignadas en el diseño. Estos datos son fundamentales para garantizar que el brazo robótico cumpla con los requisitos de diseño en términos de peso total y distribución de masa, asegurando así un rendimiento óptimo en sus movimientos y operaciones.

- **Garra:** Incluye el servo asignado para la garra (45 g) y la propia garra (15 g), sumando un total de 60 g.
- **Eslabón de 10 cm:** Compuesto por dos piezas de eslabón y una unión, con un peso total de 23.13 g.
- **Eslabón de 13 cm:** Contiene dos servos (45 g cada uno), dos piezas de eslabón y una unión, totalizando 114.41 g.
- **Eslabón de 7 cm:** Una pieza única de 15.38 g.

El peso total del brazo robótico es 406.24 g.

#### IV. MARCO PRACTICO

El marco práctico de este proyecto describe las actividades realizadas, los recursos utilizados y las metodologías implementadas para llevar a cabo el desarrollo del brazo robótico. Esta sección detalla los pasos prácticos desde el diseño inicial hasta la validación del sistema, incluyendo la construcción del prototipo, las pruebas funcionales y los ajustes necesarios para garantizar un desempeño óptimo. Además, se reconocen los aportes institucionales y tecnológicos que hicieron posible la materialización de este trabajo.

#### V. MARCO PRÁCTICO

El marco práctico de este proyecto describe las actividades realizadas, los recursos utilizados y las metodologías implementadas para llevar a cabo el desarrollo del brazo robótico. Esta sección detalla los pasos prácticos desde el diseño inicial hasta la validación del sistema, incluyendo la construcción del prototipo, las pruebas funcionales y los ajustes necesarios para garantizar un desempeño óptimo. Además, se reconocen los aportes institucionales y tecnológicos que hicieron posible la materialización de este trabajo.

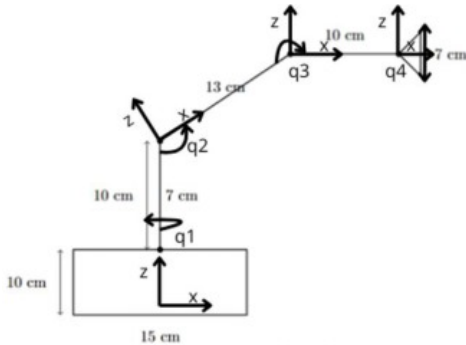


Fig. 4. Diagrama del robot utilizado en el desarrollo del proyecto.

El diagrama presentado ilustra la configuración estructural del brazo robótico de 4 grados de libertad. Cada articulación está representada con su respectivo eje de rotación y coordenadas, marcadas como q1, q2, q3 y q4, que corresponden a los movimientos independientes del sistema. La base del robot, de dimensiones 15 cm x 10 cm, proporciona una estructura sólida para soportar el resto del mecanismo. Los enlaces, que miden 7 cm, 13 cm y 10 cm respectivamente, conectan las articulaciones y permiten que el brazo alcance diferentes posiciones en el espacio tridimensional. Este diseño es esencial para cumplir con los requisitos de movilidad y

precisión establecidos en el proyecto, destacando la capacidad del robot para operar dentro de su espacio de trabajo definido.

#### A. Cálculos de Cinemática Directa

La transformada homogénea es una herramienta fundamental en la cinemática directa, ya que permite describir el movimiento y la posición de los eslabones de un brazo robótico en un sistema de coordenadas tridimensional. Esta transformación combina rotaciones y traslaciones en una única matriz, lo que facilita el cálculo de la posición y orientación del efector final en relación con la base del robot.

Matemáticamente, una matriz de transformación homogénea está compuesta por una matriz de rotación ( $C$ ) y un vector de traslación ( $r$ ), organizados de la siguiente manera:

$$T = \begin{bmatrix} C & r \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A continuación, se muestran las transformaciones homogéneas para los diferentes eslabones del brazo robótico:

$$T_{01} = \begin{bmatrix} C_{01} & {}^0r_{01} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_z & -\sin \theta_z & 0 & 0 \\ \sin \theta_z & \cos \theta_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$T_{12} = \begin{bmatrix} C_{12} & {}^1r_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 & \sin \theta_y & l_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta_y & 0 & \cos \theta_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$T_{23} = \begin{bmatrix} C_{23} & {}^2r_{2F} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_y & 0 & \sin \phi_y & l_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi_y & 0 & \cos \phi_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$T_{3F} = \begin{bmatrix} C_{3F} & {}^3r_{3F} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & -\sin \theta_x & 0 \\ 0 & \sin \theta_x & \cos \theta_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Estas matrices describen las relaciones entre los diferentes eslabones y permiten calcular la posición y orientación del



$$T_{0F} = \begin{bmatrix} \cos q_1 \cos(q_2 + q_3) & -\sin q_1 \cos q_4 + \sin q_4 \sin(q_2 + q_3) \cos q_1 & 0 & 0 \\ \sin q_1 \cos(q_2 + q_3) & \sin q_1 \sin q_4 \sin(q_2 + q_3) + \cos q_1 \cos q_4 & 0 & 0 \\ -\sin(q_2 + q_3) & \sin q_4 \cos(q_2 + q_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sin q_1 \sin q_4 + \sin(q_2 + q_3) \cos q_1 \cos q_4 & (l_2 + l_3 \cos q_2) \cos q_1 \\ \sin q_1 \sin(q_2 + q_3) \cos q_4 - \sin q_4 \cos q_1 & (l_2 + l_3 \cos q_2) \sin q_1 \\ \cos q_4 \cos(q_2 + q_3) & l_1 - l_3 \sin q_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Fig. 5. Matriz de transformación homogénea  $T_{0F}$ .

efector final acumulando las transformaciones sucesivas desde la base hasta el extremo del brazo robótico.

La matriz de transformación homogénea  $T_{0F}$  describe la posición y orientación del efector final del brazo robótico en relación con la base. En esta matriz:

- Las primeras tres columnas representan la rotación del sistema de referencia del efector final con respecto al sistema base.
- La última columna indica la traslación del efector final, considerando las longitudes de los eslabones  $l_1$ ,  $l_2$ , y  $l_3$ , así como los ángulos articulares  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  y  $q_4$ .
- La última fila,  $[0 \ 0 \ 0 \ 1]$ , se utiliza para mantener la consistencia de las transformaciones homogéneas.

Esta matriz permite calcular de manera precisa tanto la orientación como la posición del efector final, lo que es crucial para tareas como la planificación de trayectorias y la programación del robot.

La transformada homogénea también se utiliza como base para calcular la matriz Jacobiana. Para ello, se toman los primeros tres valores de la última columna de la matriz de transformación, los cuales representan las posiciones del efector final en el espacio tridimensional.

A partir de estos valores, se obtienen las derivadas parciales correspondientes, asignando cada columna de la matriz Jacobiana al motor asociado. Este proceso permite relacionar los movimientos articulares con la posición y orientación del efector final.

$$J_T = \begin{bmatrix} -(l_2 + l_3 \cos q_2) \sin q_1 & -l_3 \sin q_2 \cos q_1 & 0 & 0 \\ (l_2 + l_3 \cos q_2) \cos q_1 & -l_3 \sin q_1 \sin q_2 & 0 & 0 \\ 0 & -l_3 \cos q_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

## B. Cinemática Inversa

La cinemática inversa es una técnica fundamental que permite calcular los ángulos articulares necesarios para que el efector final alcance una posición y orientación deseadas en el espacio. Este procedimiento se utiliza para resolver el movimiento de los robots manipuladores desde el espacio cartesiano hasta el espacio articular. La cinemática inversa es esencial para tareas como la planificación de trayectorias y la interacción con el entorno, garantizando que el manipulador pueda operar de manera precisa y eficiente.

1) *Fórmula para el ángulo  $q_1$* : La fórmula para  $q_1$  se obtiene al analizar el movimiento en el plano horizontal (XY). Este ángulo se calcula utilizando la función arco tangente para determinar la relación entre las coordenadas  $p_x$  y  $p_y$ :

$$q_1 = \arctan\left(\frac{p_y}{p_x}\right)$$

**\*\*Explicación\*\***: El ángulo  $q_1$  alinea el manipulador en el plano horizontal para alcanzar las coordenadas  $(p_x, p_y)$ .

**\*\*Justificación\*\***: Esta relación se basa en principios de trigonometría en un triángulo proyectado en el plano XY, donde  $p_x$  y  $p_y$  representan las componentes de la posición deseada.

2) *Fórmula para el ángulo  $q_2$* : El cálculo de  $q_2$  considera el plano vertical (XZ) e incluye la contribución del tercer enlace ( $l_3$ ). La fórmula completa se divide en dos términos:

$$q_2 = \arctan\left(\frac{p_z - l_1}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}\right) - \arctan\left(\frac{l_3 \sin(q_3)}{l_2 + l_3 \cos(q_3)}\right)$$

Primera parte:

$$\arctan\left(\frac{p_z - l_1}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}\right)$$

Este término calcula el ángulo inicial necesario para alinear el manipulador en el plano vertical, considerando la altura del efector final y la contribución del primer enlace ( $l_1$ ).

Segunda parte:

$$\arctan\left(\frac{l_3 \sin(q_3)}{l_2 + l_3 \cos(q_3)}\right)$$

Este término ajusta  $q_2$  considerando la influencia del tercer enlace ( $l_3$ ).

3) *Fórmula para el ángulo  $q_3$* : El ángulo  $q_3$  se determina usando el Teorema del Coseno, que relaciona las longitudes de los enlaces y la distancia total entre el origen y la posición final del efector. La fórmula inicial es:

$$\cos(q_3) = \frac{p_x^2 + p_y^2 + (p_z - l_1)^2 - l_2^2 - l_3^2}{2 \cdot l_2 \cdot l_3}$$

Para obtener  $q_3$ , se utiliza la relación entre seno y coseno:

$$q_3 = \arctan\left(\frac{\sqrt{1 - \cos^2(q_3)}}{\cos(q_3)}\right)$$

El término  $\cos(q_3)$  se deriva del Teorema del Coseno:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\theta)$$

donde  $c$  es la distancia entre el origen y el efector final, y  $a$  y  $b$  son las longitudes de los enlaces.

Una vez calculado  $\cos(q_3)$ , se utiliza la relación trigonométrica para obtener  $q_3$  en radianes.

Las fórmulas de cinemática inversa permiten transformar las coordenadas del espacio cartesiano a ángulos articulares,

basándose en principios de trigonometría y geometría. Estas herramientas garantizan que el manipulador pueda alcanzar cualquier posición deseada dentro de su espacio de trabajo de manera precisa.

$$q_1 = \arctan\left(\frac{p_y}{p_x}\right) \quad (1)$$

$$q_2 = \arctan\left(\frac{p_z - l_1}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}\right) - \arctan\left(\frac{l_3 \sin(q_3)}{l_2 + l_3 \cos(q_3)}\right) \quad (2)$$

$$q_3 = \arctan\left(\frac{\sqrt{1 - \cos^2(q_3)}}{\cos(q_3)}\right) \quad (3)$$

### C. Espacio de Trabajo

El espacio de trabajo de un manipulador robótico se define como la región del espacio tridimensional en la que el efector final puede operar, alcanzando posiciones y orientaciones determinadas. Este espacio está influenciado por factores como la longitud de los eslabones, los ángulos de articulación y las restricciones mecánicas del sistema. Comprender el espacio de trabajo es crucial para garantizar que el manipulador pueda realizar las tareas requeridas dentro de su entorno operativo.

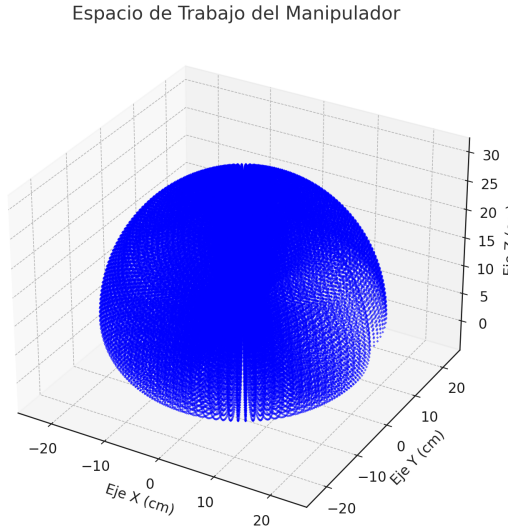


Fig. 6. Representación gráfica del espacio de trabajo del brazo robótico.

La imagen representa el espacio de trabajo tridimensional del manipulador robótico, el cual se define como la región alcanzable por el efector final en términos de posición. Este espacio está determinado por las longitudes de los eslabones, los ángulos de las articulaciones y las limitaciones mecánicas del sistema. En este caso, el espacio de trabajo tiene una forma hemisférica, lo que refleja la capacidad del manipulador para realizar movimientos en un rango amplio en los ejes X, Y y Z. Este análisis es crucial para validar que el manipulador puede cubrir el área necesaria para las tareas asignadas, asegurando su eficacia en aplicaciones específicas.

### D. Componentes

El diseño del manipulador robótico incluye una variedad de componentes que trabajan en conjunto para garantizar su funcionalidad. La siguiente tabla resume los elementos principales utilizados en este proyecto, junto con sus respectivas cantidades:

TABLE III  
LISTA DE COMPONENTES UTILIZADOS

Componente	Cantidad
Plancha de MDF	1
Servo motor MG996	4
Cables Dupont	30
ESP32	1
PCA9685	1
Fuente de PC	1

## VI. RESULTADOS

Los resultados obtenidos fueron validados a través de una simulación llevada a cabo en MATLAB utilizando la biblioteca Robotics Toolbox. Esta herramienta permite realizar modelados y simulaciones precisas de sistemas robóticos, proporcionando un entorno robusto y flexible para analizar el desempeño del manipulador. Mediante esta simulación, se verificaron las soluciones de la cinemática inversa y se evaluó la capacidad del robot para alcanzar posiciones específicas dentro de su espacio de trabajo.

```
function q=CinematicaInversa(pos)
l1=7;
l2=13;
l3=10;
px=pos(1);
py=pos(2);
pz=pos(3);
D=(px^2+py^2+(pz-l1)^2-l2^2-l3^2)/(2*l2*l3);
theta1=atan2(py,px);
theta3=atan2(-sqrt(1-D^2),D);
theta2=atan2(pz-l1-sqrt(px^2+py^2)-atan2(l3*sin(theta3),l2+l3*cos(theta3)));
fprintf('Las variables articulares son: ');
%q=(theta1*180/pi;theta2*180/pi;theta3*180/pi)
q=[theta1;theta2;theta3]
end
```

Fig. 7. Simulación de la cinemática inversa en MATLAB utilizando la función personalizada.

La Figura muestra los resultados obtenidos al ejecutar la función de cinemática inversa implementada en MATLAB. Esta función calcula los ángulos articulares  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  y  $\theta_3$  para alcanzar una posición específica definida por las coordenadas  $p_x$ ,  $p_y$  y  $p_z$ . La simulación permite verificar la exactitud de los cálculos realizados y confirmar que el manipulador puede posicionarse correctamente dentro de su espacio de trabajo. Este procedimiento es esencial para validar las capacidades del robot en aplicaciones prácticas.

```

clc
clear
l1=7;
l2=13;
l3=10;

l1=Revolute('d', l1, 'a', 0, 'alpha', pi/2);
l2=Revolute('d', 0, 'a', l2, 'alpha', 0);
l3=Revolute('d', 0, 'a', l3, 'alpha', 0);
R=SerialLink([l1,l2,l3])
p=[10,10,10];
q=Ciantropomorifoco(p)
R.plot([q(1),q(2),q(3)])

```

Fig. 8. Gráfica de la posición del manipulador utilizando MATLAB y Robotics Toolbox.

La imagen muestra el código utilizado para graficar la posición del manipulador robótico en el espacio tridimensional. Este script utiliza la biblioteca Robotics Toolbox en MATLAB, definiendo los parámetros de cada enlace mediante objetos 'Revolute' y uniendo los enlaces con 'SerialLink'. Los valores de  $l_1$ ,  $l_2$  y  $l_3$  representan las longitudes de los eslabones del manipulador.

En este caso, se define un punto objetivo  $[p_x, p_y, p_z] = [10, 10, 10]$ , que se convierte en los ángulos articulares  $(q_1, q_2, q_3)$  mediante la función de cinemática inversa previamente implementada. Finalmente, el comando 'R.plot' genera una representación gráfica de la posición del manipulador, permitiendo visualizar y validar el movimiento en el espacio de trabajo.

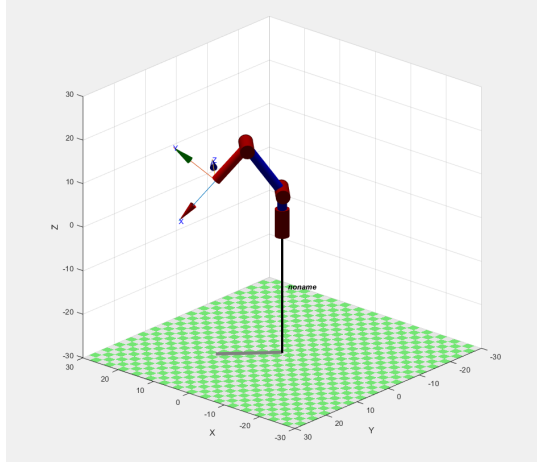


Fig. 9. Visualización de la posición alcanzada por el manipulador en el punto objetivo.

La imagen muestra la simulación gráfica del manipulador robótico alcanzando el punto objetivo especificado en las coordenadas  $[p_x, p_y, p_z] = [10, 10, 10]$ . Como se observa, el efector final del manipulador logra posicionarse correctamente dentro del espacio de trabajo, validando el cálculo realizado mediante la cinemática inversa. Este resultado confirma que las fórmulas implementadas son precisas y que el manipulador puede cumplir con las especificaciones del diseño para alcanzar cualquier posición dentro de su rango operativo.

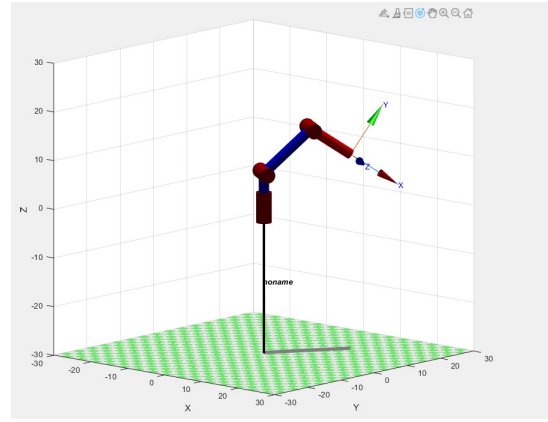


Fig. 10. Simulación del manipulador alcanzando múltiples puntos en el espacio de trabajo.

La imagen muestra la simulación del manipulador robótico alcanzando múltiples puntos distribuidos en su espacio de trabajo. Esto demuestra la capacidad del sistema para operar en diferentes posiciones específicas, verificando la precisión de los cálculos de cinemática inversa en distintos escenarios.

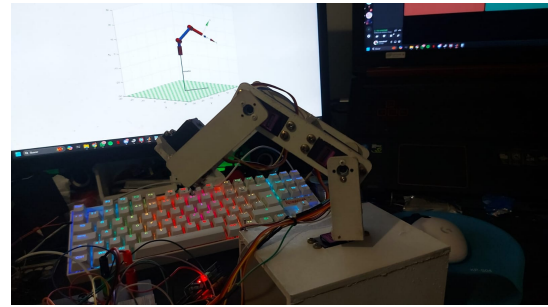


Fig. 11. Comparación entre la simulación y el funcionamiento real del manipulador.

En esta imagen se compara la simulación del manipulador con su implementación en la vida real. Los resultados muestran que el comportamiento del robot en la simulación es consistente con su desempeño en el entorno físico, validando así la precisión de los modelos matemáticos y la programación utilizada.

#### A. Comparación de Ángulos para la Posición $[10, 10, 10]$

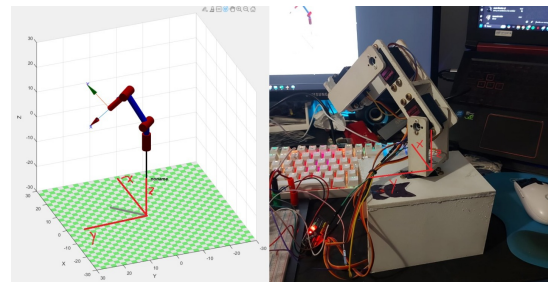


Fig. 12. Comparación entre el modelo simulado y el modelo real del brazo robótico en la posición (10,10,10).



El diagrama de la Figura 12 presenta una comparación visual entre el modelo simulado y el modelo real del brazo robótico al alcanzar la posición (10,10,10). En la simulación, los ejes se alinean perfectamente en el espacio tridimensional, mostrando la orientación del manipulador en relación a la base y la configuración angular calculada. En el modelo físico, aunque se evidencia una ligera desviación, se puede observar que el manipulador es capaz de acercarse a la posición objetivo, validando el funcionamiento del sistema de control y la precisión en los servomotores utilizados.

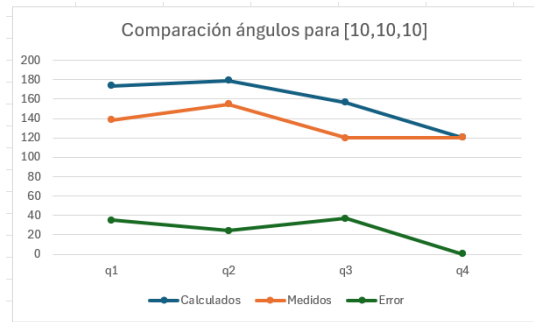


Fig. 13. Comparación de ángulos calculados, medidos y error para la posición (10,10,10).

La gráfica de la Figura 13 muestra los valores de los ángulos articulados calculados teóricamente y los medidos experimentalmente al posicionar el brazo en las coordenadas (10,10,10). A continuación, se presenta la tabla de valores correspondientes:

TABLE IV  
TABLA DE COMPARACIÓN DE ÁNGULOS PARA LA POSICIÓN (10,10,10).

Motor	Calculados (°)	Medidos (°)	Error (°)
q <sub>1</sub>	173.52	138.52	35.00
q <sub>2</sub>	178.86	154.58	24.28
q <sub>3</sub>	156.48	119.82	36.66
q <sub>4</sub>	120.53	120.41	0.12

Como se puede observar en la tabla, el error más significativo se presenta en el ángulo  $q_3$  con un valor de  $36.66^\circ$ , lo cual indica una desviación considerable en la alineación del enlace correspondiente. El ángulo  $q_1$  también presenta un error notable de  $35^\circ$ , mientras que  $q_2$  y  $q_4$  muestran valores más ajustados, con errores de  $24.28^\circ$  y  $0.12^\circ$ , respectivamente.

La desviación promedio de los ángulos para esta prueba es aproximadamente del 24.51%, lo cual se debe en parte a las tolerancias mecánicas y la precisión limitada de los servomotores. A pesar de estas diferencias, el sistema logra posicionarse con éxito dentro de un margen aceptable en el espacio objetivo.

## B. Comparación de Ángulos para la Posición [15,10,15]

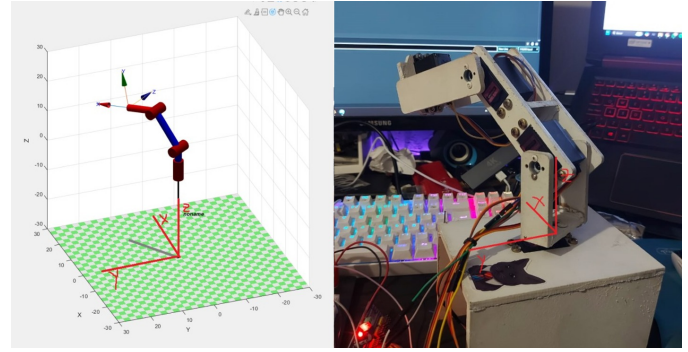


Fig. 14. Comparación entre el modelo simulado y el robot real para la posición (15,10,15).

En la Figura 14, se muestra la comparación entre el modelo simulado y el brazo robótico real al posicionarse en las coordenadas (15,10,15). Visualmente, se observa que la simulación realizada en MATLAB presenta una correspondencia adecuada con el comportamiento del robot físico, aunque existen pequeñas discrepancias debido a las tolerancias mecánicas y a la precisión de los servomotores.

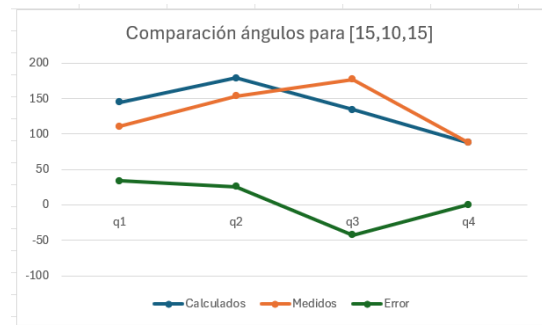


Fig. 15. Gráfica de comparación de ángulos calculados y medidos para la posición (15,10,15).

En la Figura 15, se presenta la gráfica comparativa de los ángulos teóricos (*calculados*) y los ángulos experimentales (*medidos*) correspondientes a la posición (15,10,15). A continuación, se detalla la tabla con los valores obtenidos:

TABLE V  
COMPARACIÓN DE ÁNGULOS CALCULADOS, MEDIDOS Y ERROR PARA LA POSICIÓN (15,10,15).

Motor	Calculados (°)	Medidos (°)	Error (°)
q <sub>1</sub>	144.63	110.94	33.69
q <sub>2</sub>	178.93	153.27	25.66
q <sub>3</sub>	134.55	177.06	-42.51
q <sub>4</sub>	87.8	87.75	0.05

La comparación muestra que los ángulos  $q_1$  y  $q_2$  tienen errores moderados, con desviaciones de  $33.69^\circ$  y  $25.66^\circ$  respectivamente, lo que se atribuye a las tolerancias mecánicas del sistema y al funcionamiento de los servomotores. En

cambio, el ángulo  $q_3$  presenta una discrepancia negativa significativa de  $-42.51^\circ$ , indicando un fallo en la precisión del tercer eslabón durante la alineación vertical. Por último, el ángulo  $q_4$  exhibe un error prácticamente nulo, lo que sugiere un ajuste correcto en esa articulación.

El error global promedio para esta posición fue del 23.6%, lo cual refleja un comportamiento ligeramente más desfavorable en comparación con otras posiciones evaluadas. Estos resultados reafirman la importancia de calibrar los servomotores y optimizar las tolerancias mecánicas para mejorar la precisión del robot.

### C. Comparación de Ángulos para la Posición [7,14,7]

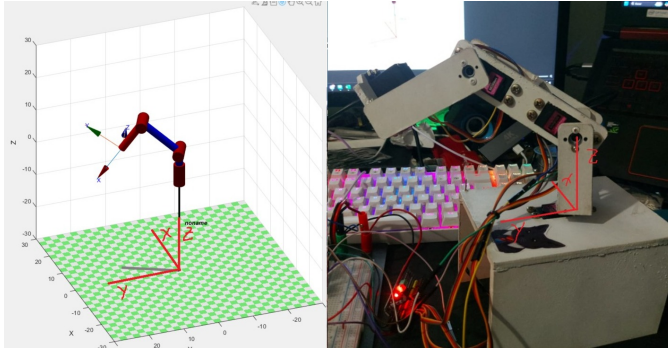


Fig. 16. Comparación visual entre la simulación del manipulador y su implementación física para la posición (7,14,7).

En la Figura 16 se observa la comparación entre la simulación en MATLAB y el comportamiento real del brazo robótico al posicionarlo en las coordenadas (7,14,7). La imagen de la izquierda representa la simulación del modelo matemático, mostrando la orientación y los ángulos teóricos alcanzados por el manipulador. En contraste, la imagen de la derecha presenta el robot físico, el cual replicó la misma configuración con pequeñas diferencias causadas por la precisión de los servomotores y las tolerancias mecánicas del sistema. La consistencia entre ambas imágenes valida la efectividad del modelo de simulación desarrollado.

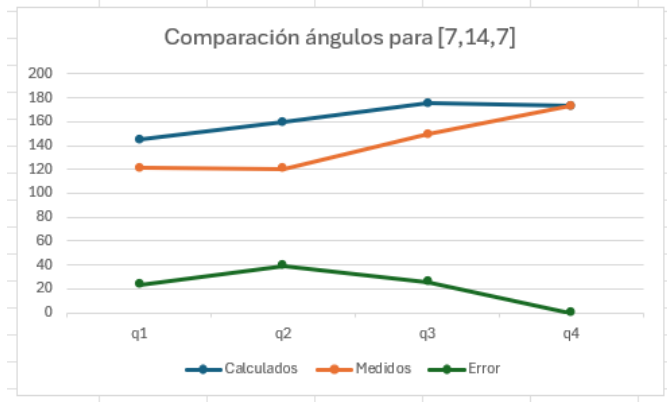


Fig. 17. Comparación de ángulos calculados y medidos para la posición (7,14,7).

En la Figura 17, se presenta la comparación entre los ángulos calculados teóricamente y los medidos experimentalmente para la posición (7,14,7). La tabla correspondiente muestra los valores de los ángulos  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  y  $q_4$ , así como el error resultante entre los valores calculados y medidos.

TABLE VI  
COMPARACIÓN DE ÁNGULOS CALCULADOS Y MEDIDOS PARA LA POSICIÓN (7,14,7).

Ángulo	Calculados (°)	Medidos (°)	Error (°)
$q_1$	145.1	121.67	23.43
$q_2$	159.59	120.08	39.51
$q_3$	175.37	149.67	25.7
$q_4$	172.99	172.91	0.08

Se observa que el error en  $q_2$  presenta el valor más significativo, alcanzando aproximadamente  $39.51^\circ$ , lo que sugiere una mayor desviación en el ángulo inclinado vertical. Esto podría deberse a las limitaciones mecánicas del robot y la precisión de los servomotores. En contraste, el ángulo  $q_4$  presenta un error insignificante de  $0.08^\circ$ , indicando que la articulación final del manipulador tuvo una alta precisión en su orientación.

El error global promedio para esta posición es del 25.2%, reflejando una desviación moderada en comparación con las posiciones anteriores. La capacidad del modelo de simulación para predecir los ángulos correctos es notable, aunque factores como la carga adicional y las tolerancias mecánicas del robot físico continúan influyendo en los resultados experimentales.

## VII. CONCLUSIÓN

En el desarrollo del proyecto, se construyó un brazo robótico de 4 grados de libertad capaz de posicionarse en coordenadas específicas utilizando cálculos de cinemática directa e inversa. Durante la validación experimental, se observaron discrepancias entre los ángulos calculados teóricamente y los medidos físicamente en las posiciones de prueba.

Para la posición (10,10,10), los errores máximos se registraron en el ángulo  $q_3$  con un valor de  $36.66^\circ$ , mientras que el error global promedio fue del **24.4%**. En la posición (15,10,15), se encontró una mayor desviación en el ángulo  $q_3$  con un error negativo de  $-42.51^\circ$ , y un error global promedio de **25.2%**. Finalmente, para la posición (7,14,7), el ángulo  $q_2$  presentó el error más significativo de  $39.51^\circ$ , con un error global promedio calculado en **22.5%**.

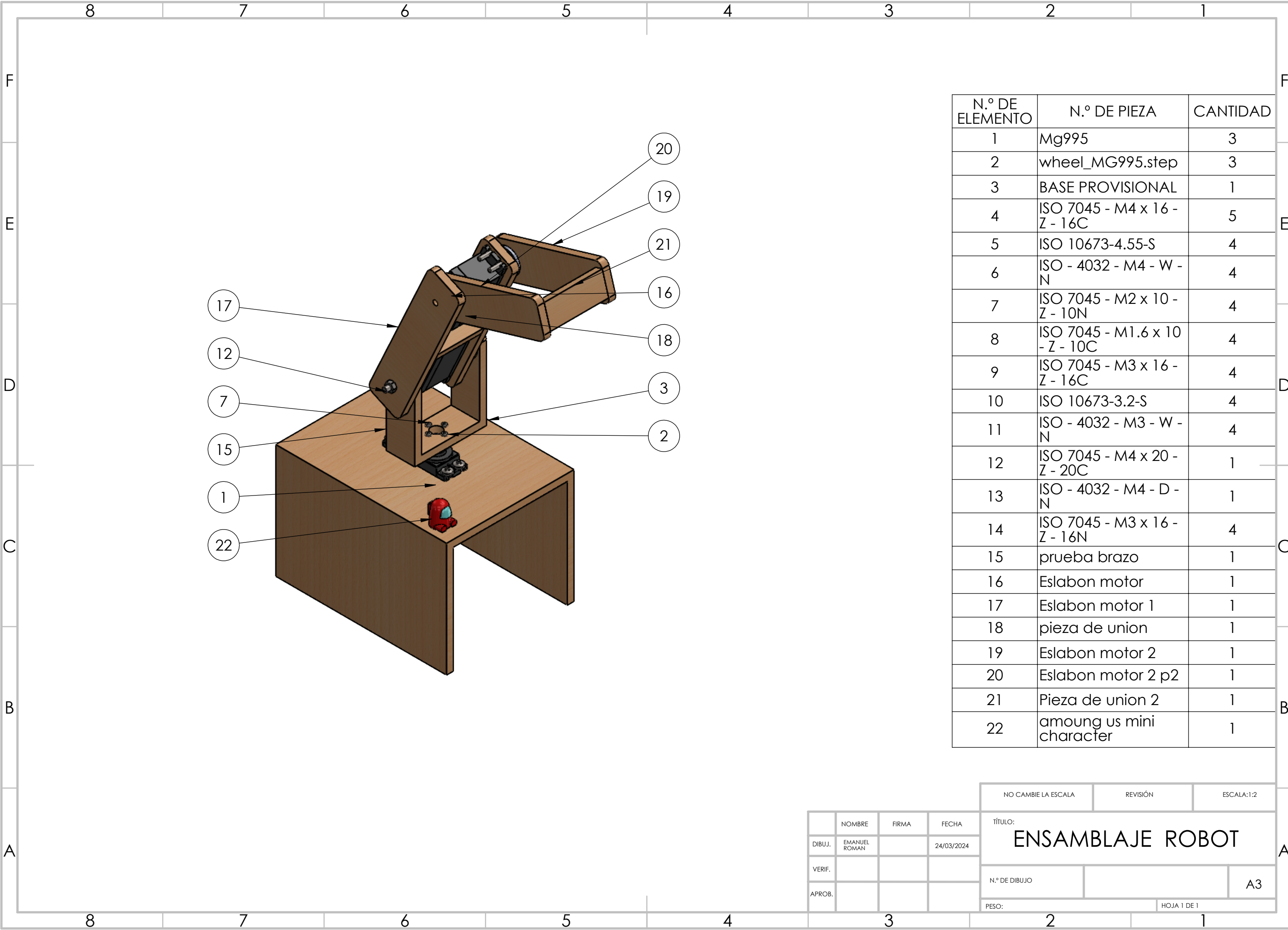
El peso total del brazo robótico construido alcanzó los **532 gramos**, mientras que su capacidad de carga efectiva fue de **453 gramos** antes de alcanzar el límite estructural. Esta capacidad supera ampliamente el requerimiento inicial de 300 g, validando la resistencia del diseño mecánico propuesto.

En términos de precisión, las simulaciones lograron replicar con éxito el movimiento del manipulador en un entorno virtual, mientras que las pruebas físicas evidenciaron las limitaciones mecánicas y la influencia de las tolerancias en los servomotores. La diferencia promedio entre los ángulos calculados y medidos se encuentra dentro de un margen aceptable para aplicaciones de baja carga, lo cual demuestra la viabilidad del modelo implementado. Sin embargo, se recomienda la

incorporación de sensores adicionales para mejorar la retroalimentación y la precisión del sistema en futuras iteraciones.

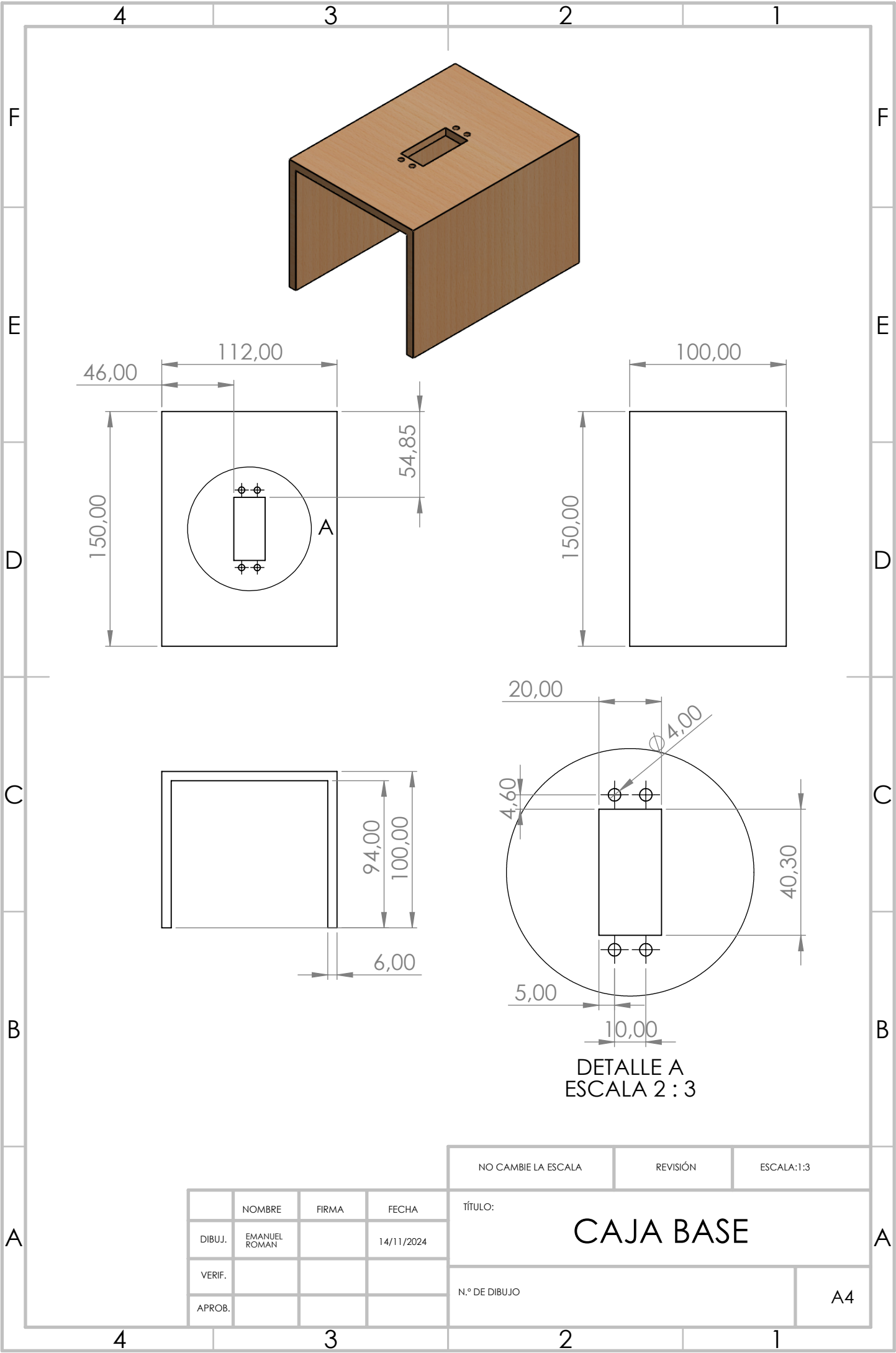
## REFERENCES

- [1] Concepto.de, “Robótica – Concepto, historia, tipos, beneficios y características,” [En línea]. Disponible en: <https://concepto.de/robotica/>.
- [2] Robotica10.com, “La Importancia de la Robótica en el Mundo Actual,” 24 de septiembre de 2024. [En línea]. Disponible en: <https://robotica10.com/robotica/importancia-de-la-robotica/>.
- [3] Aleph.org.mx, “¿Cuál es la importancia de la robótica en la actualidad?” [En línea]. Disponible en: <https://aleph.org.mx/cual-es-la-importancia-de-la-robotica-en-la-actualidad/>.
- [4] Arhatarah.files.wordpress.com, “ROBOTS ANTROPOMORFICOS,” [En línea]. Disponible en: [https://arhatarah.files.wordpress.com/2014/07/robots\\_antropomorficos.pdf](https://arhatarah.files.wordpress.com/2014/07/robots_antropomorficos.pdf).
- [5] Dialnet.unirioja.es, “La importancia de la Robótica como eje en el desarrollo de la sociedad,” [En línea]. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/7554370.pdf>.
- [6] Tecnical.biz, “Introducción a los robots Antropomorfos,” [En línea]. Disponible en: <https://tecnical.cat/actualidad/introduccion-a-los-robots-antropomorfos/>.
- [7] UNIR, “¿Qué es la robótica industrial? Concepto, usos y futuro,” [En línea]. Disponible en: <https://www.unir.net/revista/ingenieria/robotica-industrial/>.
- [8] Todoingenierias.com, “Robots en la medicina: aplicaciones y usos en el ámbito médico,” [En línea]. Disponible en: <https://todoingenierias.com/robots-en-la-medicina-aplicaciones-y-usos-en-el-ambito-medico/>.
- [9] J. J. Craig, “Introduction to Robotics: Mechanics and Control,” 4th ed., Pearson, 2016.
- [10] J. Angeles, “Fundamentals of Robotic Mechanical Systems: Theory, Methods, and Algorithms,” 4th ed., Springer, 2014.
- [11] Siciliano, B., Sciavicco, L., Villani, L., & Oriolo, G., “Robotics: Modelling, Planning and Control,” Springer, 2010.
- [12] Adafruit, “PCA9685 16-Channel 12-bit PWM Servo Driver,” [En línea]. Disponible en: <https://learn.adafruit.com/16-channel-pwm-servo-driver>.



N.º DE ELEMENTO	N.º DE PIEZA	CANTIDAD
1	Mg995	3
2	wheel_MG995.step	3
3	BASE PROVISIONAL	1
4	ISO 7045 - M4 x 16 - Z - 16C	5
5	ISO 10673-4.55-S	4
6	ISO - 4032 - M4 - W - N	4
7	ISO 7045 - M2 x 10 - Z - 10N	4
8	ISO 7045 - M1.6 x 10 - Z - 10C	4
9	ISO 7045 - M3 x 16 - Z - 16C	4
10	ISO 10673-3.2-S	4
11	ISO - 4032 - M3 - W - N	4
12	ISO 7045 - M4 x 20 - Z - 20C	1
13	ISO - 4032 - M4 - D - N	1
14	ISO 7045 - M3 x 16 - Z - 16N	4
15	prueba brazo	1
16	Eslabon motor	1
17	Eslabon motor 1	1
18	pieza de union	1
19	Eslabon motor 2	1
20	Eslabon motor 2 p2	1
21	Pieza de union 2	1
22	among us mini character	1

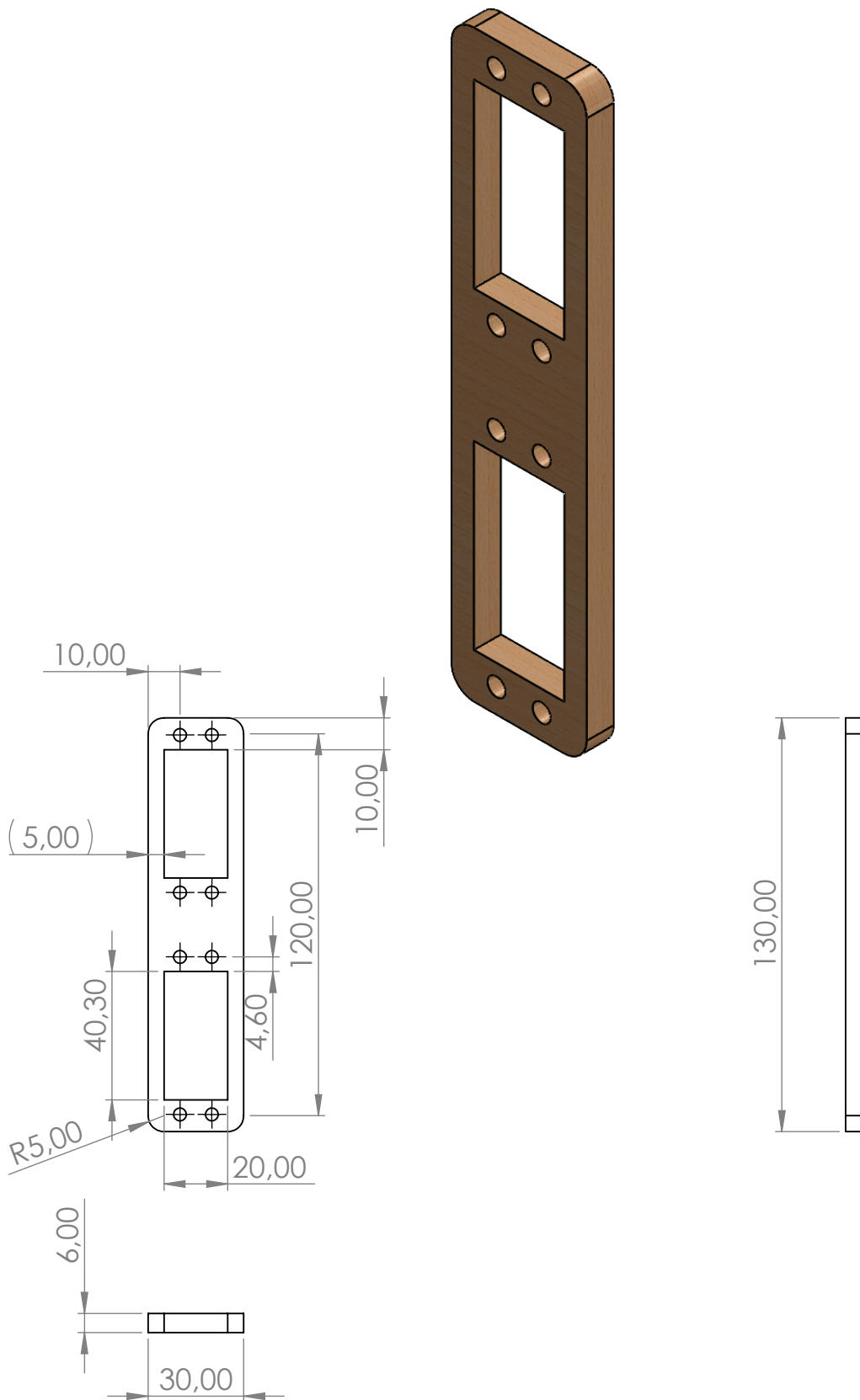
NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN		ESCALA:1:2	
DIBUJ.		NOMBRE		FIRMA	
VERIF.		EMANUEL ROMAN		FECHA	
APROB.				24/03/2024	
TÍTULO:					
ENSAMBLAJE ROBOT					
N.º DE DIBUJO					A3
PESO:				HOJA 1 DE 1	



NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN	ESCALA:1:3
TÍTULO:		CAJA BASE	
N.º DE DIBUJO		A4	

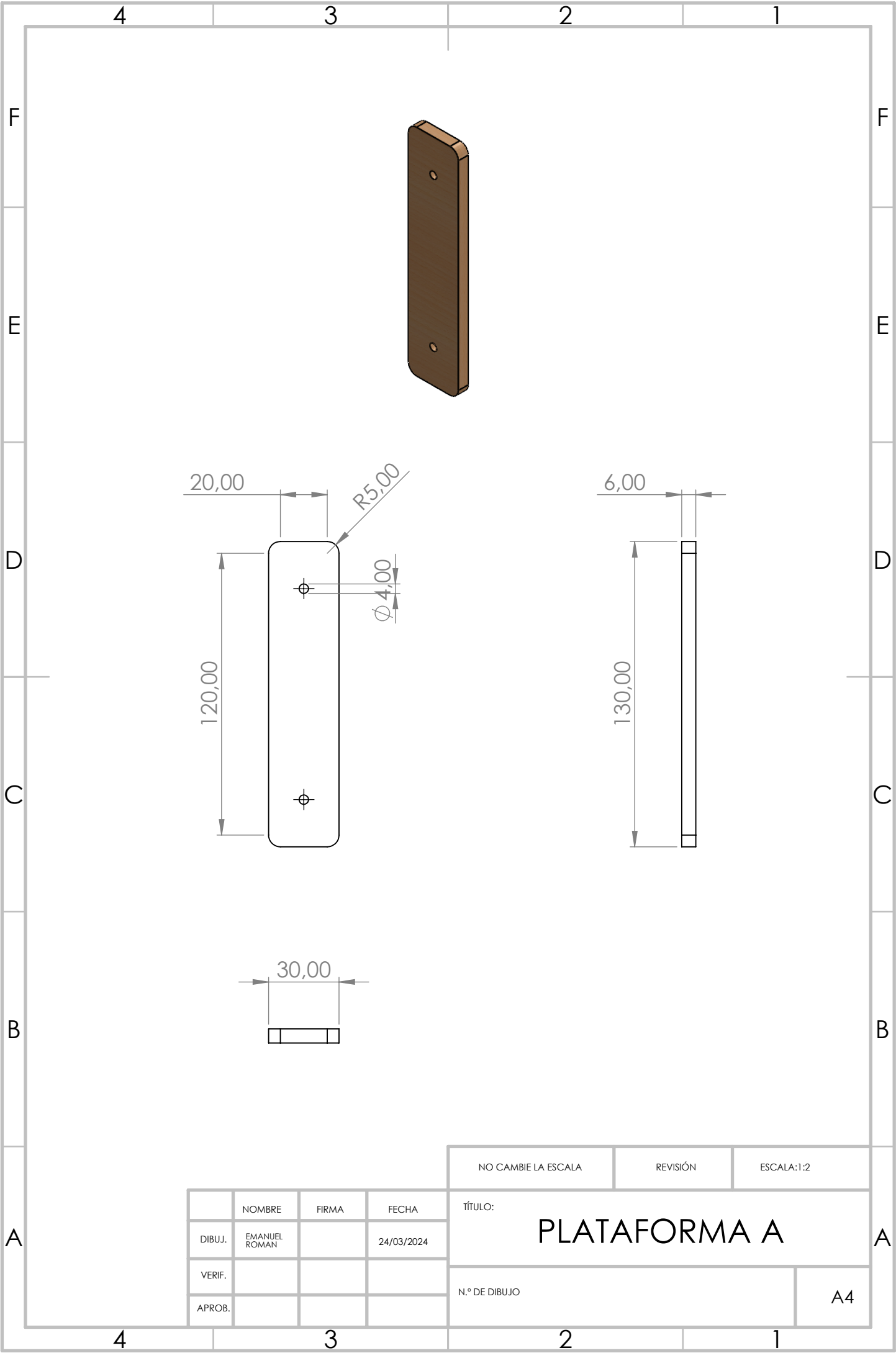
	NOMBRE	FIRMA	FECHA
DIBUJ.	EMANUEL ROMAN		14/11/2024
VERIF.			
APROB.			





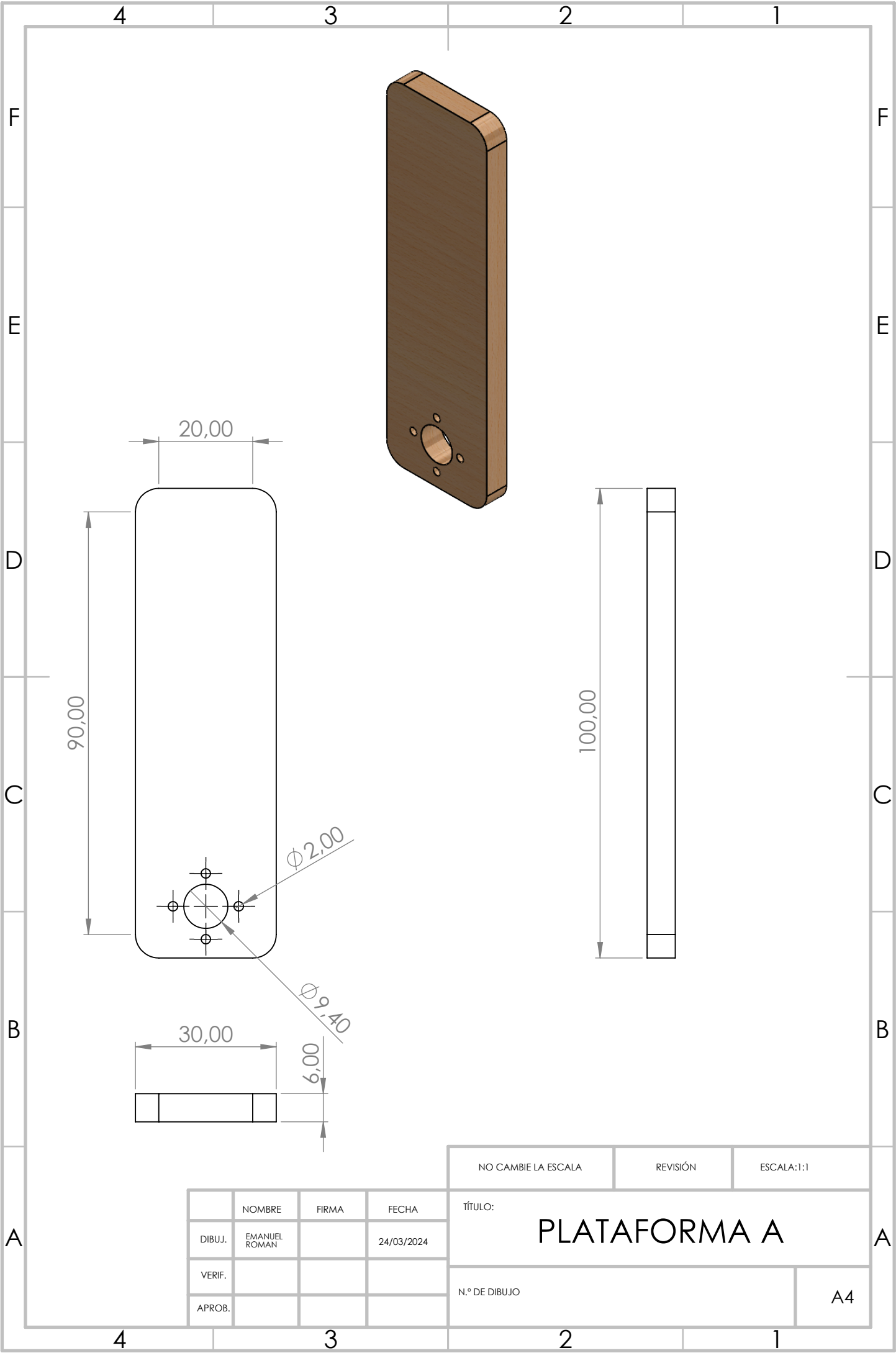
NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN	ESCALA:1:2
TÍTULO:		PLATAFORMA A	
N.º DE DIBUJO		A4	

	NOMBRE	FIRMA	FECHA
DIBUJ.	EMANUEL ROMAN		24/03/2024
VERIF.			
APROB.			



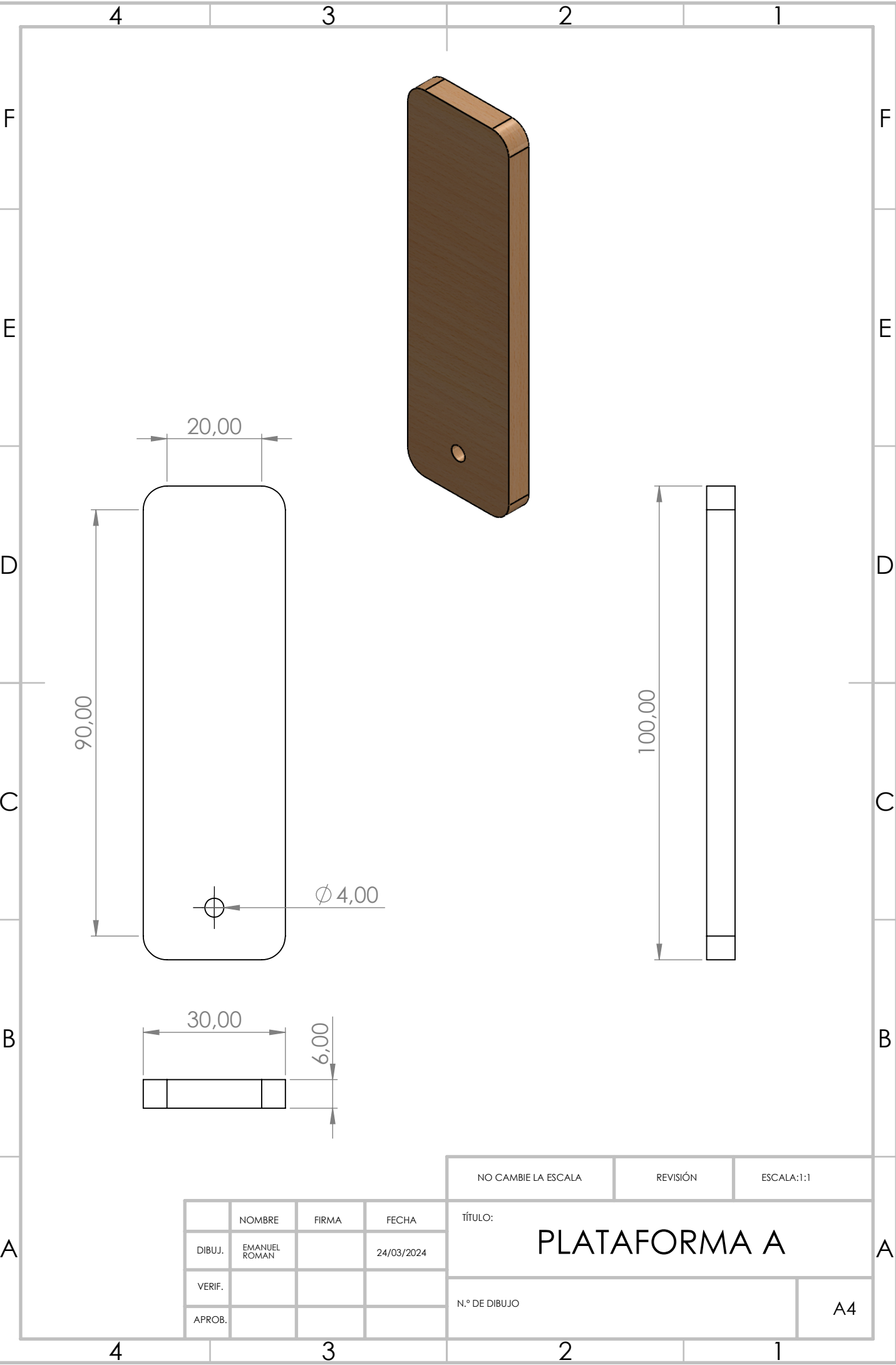
	NOMBRE	FIRMA	FECHA
DIBUJ.	EMANUEL ROMAN		24/03/2024
VERIF.			
APROB.			

NO CAMBIA LA ESCALA	REVISIÓN	ESCALA:1:2
TÍTULO: PLATAFORMA A		
N.º DE DIBUJO		A4

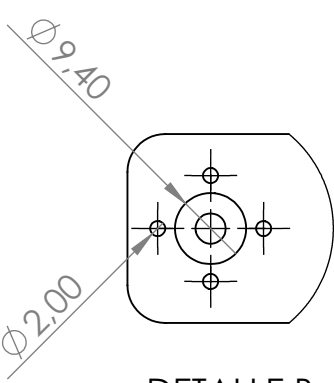
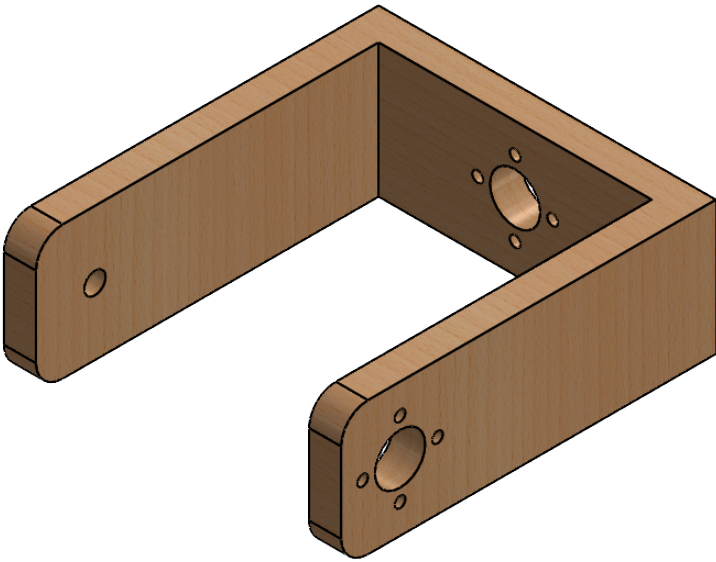


	NOMBRE	FIRMA	FECHA
DIBUJ.	EMANUEL ROMAN		24/03/2024
VERIF.			
APROB.			

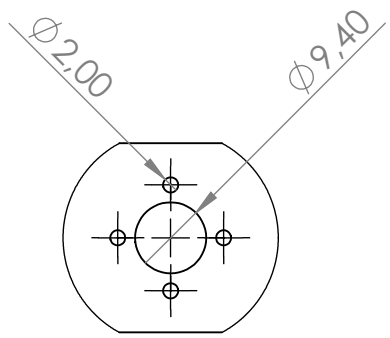
NO CAMBIE LA ESCALA	REVISIÓN	ESCALA:1:1
TÍTULO: <b>PLATAFORMA A</b>		
N.º DE DIBUJO		A4



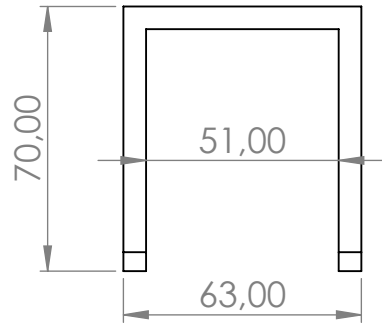
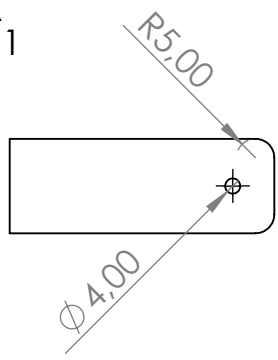
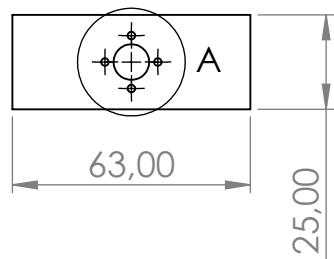
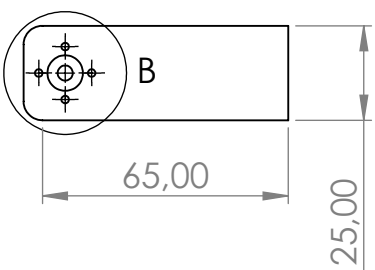
				NO CAMBIE LA ESCALA	REVISIÓN	ESCALA:1:1
	NOMBRE	FIRMA	FECHA	TÍTULO:		
DIBUJ.	EMANUEL ROMAN		24/03/2024	PLATAFORMA A		
VERIF.						
APROB.						
				N.º DE DIBUJO		A4



DETALLE B  
ESCALA 1 : 1



DETALLE A  
ESCALA 1 : 1



				NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN		ESCALA:1:2	
	NOMBRE	FIRMA	FECHA	TÍTULO:  ESLABON L1					
DIBUJ.	EMANUEL ROMAN		14/11/2024						
VERIF.				N.º DE DIBUJO					
APROB.									
				A4					