# IMT1001 Introducción a la Ingeniería Matemática

## Tarea: Análisis Numérico

Prof. Manuel A. Sánchez
manuel.sanchez@uc.cl

---

### Problemas:

1. **Test de convergencia**
   Considere el problema de valores iniciales

$$\frac{dy}{dt} = \sin(t) + y, \quad t \in [0,1], \tag{1a}$$

$$y(0) = 0. \tag{1b}$$

   1.1 Programe los métodos de Euler explícito y Euler implícito. Verifique numéricamente que estos convergen con orden 1.
   1.2 Escriba el método de Crank-Nicolson para el problema de Cauchy y deduzca una cota para el error de truncación del método. Verifique experimentalmente su orden de convergencia aplicándolo al problema (1).
   1.3 Programe los métodos explícitos de Runge-Kutta RK2, RK3, RK4 definidos en clases. Verifique experimentalmente sus órdenes convergencia.

2. **Modelo SEQIJR (Susceptible-Exposed-Quarantined-Infected-Isolated-Recovered).**
   Considere el modelo SEQIJR ver (Gumel et al., 2004) para epidemias incluyendo casos asintomáticos, en cuarentena, sintomáticos y en aislamiento,

$$\begin{aligned}
\frac{dS(t)}{dt} &= \Pi - \beta\frac{S(t)}{N}\left(\epsilon_E E(t) + \epsilon_Q Q(t) + I(t) + \epsilon_J(t)J(t)\right) - \mu S(t)\\
\frac{dE(t)}{dt} &= p + \beta\frac{S(t)}{N}\left(\epsilon_E E(t) + \epsilon_Q Q(t) + I(t) + \epsilon_J(t)J(t)\right) - (\kappa_1 + \gamma_1(t))E(t) - \mu E(t)\\
\frac{dQ(t)}{dt} &= \gamma_1(t)E(t) - \kappa_2 Q(t) - \mu Q(t)\\
\frac{dI(t)}{dt} &= \kappa_1 E(t) - (\gamma_2(t) + d_1 + \sigma_1)I(t) - \mu I(t)\\
\frac{dJ(t)}{dt} &= \kappa_2 Q(t) + \gamma_2(t)I(t) - (\sigma_2 + d_2)J(t) - \mu J(t)\\
\frac{dR(t)}{dt} &= \sigma_1 I(t) + \sigma_2 J(t) - \mu R(t)
\end{aligned}$$

   Con condiciones iniciales dadas por (comienza en Marzo 1)

$$S(0) = 6.5\times 10^6, \quad E(0) = 124, \quad Q(0) = 0, \quad I(0) = 1, \quad J(0) = 0, \quad R(0) = 0,$$

unidad de tiempo $t$ en días y parámetros

$$\beta = 0.15$$

$$\epsilon_E = 0, \quad \epsilon_Q = 0, \quad \epsilon_J = \begin{cases} 0.84, & \text{antes del 30 de marzo} \\ 0, & \text{después del 30 de marzo} \end{cases}$$

$$\kappa_1 = 0.1, \quad \kappa_2 = 0.125$$

$$\gamma_1 = \begin{cases} 0, & \text{antes del 30 de marzo} \\ 0.1, & \text{después del 30 de marzo} \end{cases} \gamma_2 = \begin{cases} 0, & \text{antes del 30 de marzo} \\ 0.5, & \text{después del 30 de marzo} \end{cases}$$

$$\sigma_1 = 0.0337, \quad \sigma_2 = 0.0386$$

$$d_1 = 0.0079, \quad d_2 = 0.0068$$

$$\mu = 0.000034$$

$$\Pi = 221$$

$$p = 0$$

2.1 Simule el modelo hasta un tiempo final de 6 meses utilizando alguno de los métodos programados en la parte 1. Entregue gráficos de la evolución de cada una de las variables.

2.2 Grafique la evolución del número total de casos predecida por el modelo (considere acá casos asintomáticos, sintomáticos, recuperados y decesos. )

2.3 Experimente con el modelo y argumente que parámetro,$\epsilon_E, \epsilon_Q, \epsilon_J$, tiene el mayor impacto en la disminución del número de casos.

3.

## References

Gumel, A. B., S. Ruan, T. Day, J. Watmough, F. Brauer, P. van den Driessche, D. Gabrielson, C. Bowman, M. E. Alexander, S. Ardal, J. Wu, and B. M. Sahai. 2004. *Modelling strategies for controlling sars outbreaks*, Proceedings of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences **271**, no. 1554, 2223–2232, available at `https://royalsocietypublishing.org/doi/pdf/10.1098/rspb.2004.2800`.