

Profesor: Manuel A. Sánchez

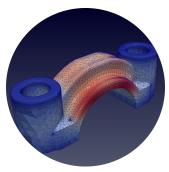
manuel.sanchez@ing.puc.cl

Nivel: Magister

**)** UA: Instituto de Ingeniería

Matemática y Computacional





## I. DESCRIPCIÓN DEL CURSO

En este curso los estudiantes aprenderán conceptos fundamentales de la teoría de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias y Ecuaciones Diferenciales Parciales y las bases para el desarrollo de métodos numéricos para la resolución de estas. Del mismo modo, los estudiantes trabajarán en el desarrollo de herramientas analíticas y la implementación computacional de los métodos numéricos.

#### II. RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- 1. Analizar la teoría de ecuaciones diferenciales para explicar fenómenos físicos en ciencia e ingeniería.
- 2. Analizar las propiedades de los métodos numéricos para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales.
- 3. Implementar computacionalmente métodos numéricos para la resolución de ecuaciones diferenciales.
- 4. Interpretar resultados de métodos numéricos en la resolución de ecuaciones diferenciales.
- 5. Manejar técnicas para modelar matemáticamente a través de ecuaciones diferenciales problemas en áreas de ciencia e ingeniería.
- 6. Identificar métodos numéricos para ecuaciones diferenciales apropiados para aplicaciones en ciencias e ingeniería

# III. CONTENIDOS (programa oficial)

# 1. Métodos para Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

- > Propiedades cualitativas de problemas de valores iniciales y de frontera: existencia, unicidad, estabilidad, sistemas.
- Herramientas de resolución analíticas: Transformadas integrales, análisis de Fourier y polinomios ortogonales.
- Análisis e implementación de métodos numéricos: Euler, Runge-Kutta, diferencias finitas.

# 2. Métodos Analíticos para Ecuaciones en Derivadas Parciales

- Funciones de Green, representaciones integrales y fenómenos de propagación.
- Separación de Variables y series de Fourier.
- Elementos básicos de espacios de Sobolev: definición, traza, desigualdades relevantes.
- > Formulaciones Variacionales: Lema de Lax-Milgram y problemas elípticos lineales.

#### 3. Métodos Numéricos para Ecuaciones en Derivadas Parciales

- Métodos de Galerkin para problemas elípticos modelos
- Análisis: Estimación del error a priori, convergencia
- > Implementación: método de elementos finitos

#### III. Contenidos 2022

# 1. Métodos para Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Clase 1-10

- Propiedades de problemas de valores iniciales y de frontera: existencia, unicidad, estabilidad, sistemas.
- Estimaciones de error a prior y a posteriori
- Diferencias fintias versus elementos finitos.
- Residuales y errores de truncación
- Diferencias finitas de paso simple. Problemas. Estabilidad y convergencia. Paso adaptativo. Problemas stiff
- **)** Elementos Finitos de paso simple. Galerkin Continuo y discontinuo. Estabilidad y convergencia. Paso adaptativo, problemas stiff.

# 2. Metodos para Ecuaciones Elípticas de Segundo Orden

Clase 11-24

- Introducción. Propiedades de la solución exacta.
- Metodos de diferencias finitas. Estabilidad convergencia.
- **)** Elementos básicos de espacios de Sobolev: definición, traza, desigualdades relevantes.
- Formulaciones Variacionales: Lema de Lax-Milgram y problemas elípticos lineales.
- Metodos de elementos finitos. Galerkin continuo, metodos mixtos, Galerkin discontinuos y métodos híbridos. Condensación estática. Estabilidad y convergencia. Superconvergencia y postprocesamiento.
- Extensión a ecuación del calor, ecuación de Stokes, ecuaciones de elasticidad lineal.

### 3. Métodos para Leyes de Conservación

Clase 25-30

- Decuación de advección. Método de diferencias finitas. Disipación y dispersión. Estabilidad y análisis de error.
- **)** Ecuación de advección. Método de Galerkin discontinuo. Disipación, dispersión Estabilidad y análisis de error.
- Extensiones a propagación de onda, sistemas de Friedrichs, ecuaciones de convección difusión.
- Leyes de conservación hiperbolicas escalares. Soluciones debiles. Perdidad de unicidad. Onda viajera y problema de Riemann.
- > Extensión a leyes de conservación no lineales.

### IV Estrategias Metódologicas

- Clases expositivas
- Laboratorio/ Ayudantia computacional
- Aprendizaje por indagación

#### **V Estrategias Evaluativas**

▶ Interrogaciones: 40%

▶ Tareas: 25%

Proyecto de investigación: 15%

Examen: 20%

# **Fechas importantes**

Inicio de clases	Lunes 8 de Agosto
Tarea 1	
Tarea 2	
Interrogación 1	
Tarea 3	
Tarea 4	
Interrogación 2	
Tarea 5	
Proyecto	
Fin de clases Vierne	es 25 de Noviembre
Examen	
Fin de semestre Juev	ves 15 de Diciembre

### VI. Bibliografía

### Bibliografía Mínima

- Evans, G., Blackledge, J., Yardley, P. Analytic Methods for Partial Differential Equations. 1999.
- **)** Ern, A. and Guermond, J.-C. Theory and Practice of Finite Elements. Springer Science & Business Media, 2013.
- Strauss, W. A. Partial Differential Equations: An Introduction. John Wiley & Sons, 2007.

### Bibliografía Complementaria

- Atkinson, K. and Han, W. Theoretical Numerical Analysis. Vol. 39. Berlin: Springer, 2005.
- Iserles, A.A First Course in the Numerical Analysis of Differential Equations. No.44. Cambridge University Press. 2009.
- **)** Braess, D. Finite Elements: Theory, Fast Solvers, and Applications in Solid Mechanics. Cambridge University Press, 2007.
- ▶ Brenner, S.C. and Scott, L.R. The Mathematical Theory of Finite Element Methods. Springer, 3o edición, 2008.
- Evans, L.C. Partial differential equations. Vol. 19. American Mathematical Soc., 2010.
- Evans, G., Blackledge, J., Yardley, P. Numerical Methods for Partial Differential Equations. 2000.
- **)** Gustafsson, B. High Order Difference Methods for Time Dependent PDEs. Vol.38. Springer Science & Business Media, 2007.
- ▶ Hairer, E., Lubich, C., and Wanner, G. Geometric Numerical Integration: Structure-Preserving Algorithms for Ordinary Differential Equations. Vol. 31. Springer Science & Business Media, 2006.
- ▶ Logg, A., Mardal, K.A and Wells, G., Automated Solution of Differential Equations by the Finite Element Method, Springer, 2012.
- Sauter, S. A. and Schwab, C. Boundary Element Methods. Springer, Berlin, Heidelberg, 2010.183-287.
- > Strang, G. Introduction to Applied Mathematics. 1986.
- Strikwerda, J.C. Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations. Vol.88. SIAM, 2004.