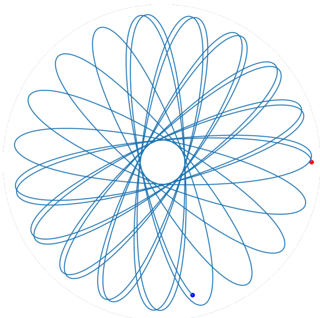
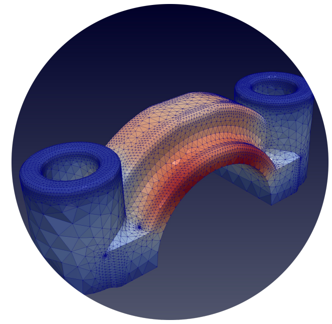
Métodos para Ecuaciones Diferenciales | IMT3410



- **Profesor:** Manuel A. Sánchez
- **email:** manuel.sanchez@ing.puc.cl
- **Nivel:** Magister
- **UA:** Instituto de Ingeniería Matemática y Computacional

https://manuelsanchezuribe.github.io/IMT3410.html



I. Descripción del curso

En este curso los estudiantes aprenderán conceptos fundamentales de la teoría de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias y Ecuaciones Diferenciales Parciales y las bases para el desarrollo de métodos numéricos para la resolución de estas. Del mismo modo, los estudiantes trabajarán en el desarrollo de herramientas analíticas y la implementación computacional de los métodos numéricos.

II. Resultados de Aprendizaje

1. Analizar la teoría de ecuaciones diferenciales para explicar fenómenos físicos en ciencia e ingeniería.
2. Analizar las propiedades de los métodos numéricos para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales.
3. Implementar computacionalmente métodos numéricos para la resolución de ecuaciones diferenciales.
4. Interpretar resultados de métodos numéricos en la resolución de ecuaciones diferenciales.
5. Manejar técnicas para modelar matemáticamente a través de ecuaciones diferenciales problemas en áreas de ciencia e ingeniería.
6. Identificar métodos numéricos para ecuaciones diferenciales apropiados para aplicaciones en ciencias e ingeniería.

III. Contenidos (programa oficial)

1. Métodos para Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

- Propiedades cualitativas de problemas de valores iniciales y de frontera: existencia, unicidad, estabilidad, sistemas.
- Herramientas de resolución analíticas: Transformadas integrales, análisis de Fourier y polinomios ortogonales.
- Análisis e implementación de métodos numéricos: Euler, Runge-Kutta, diferencias finitas.

2. Métodos Analíticos para Ecuaciones en Derivadas Parciales

- Funciones de Green, representaciones integrales y fenómenos de propagación.
- Separación de Variables y series de Fourier.
- Elementos básicos de espacios de Sobolev: definición, traza, desigualdades relevantes.
- Formulaciones Variacionales: Lema de Lax-Milgram y problemas elípticos lineales.

3. Métodos Numéricos para Ecuaciones en Derivadas Parciales

- Métodos de Galerkin para problemas elípticos modelos
- Análisis: Estimación del error a priori, convergencia
- Implementación: método de elementos finitos

III. Contenidos 2022

1. Métodos para Ecuaciones Diferenciales Ordinarias — Clase 1-10

- Propiedades de problemas de valores iniciales y de frontera: existencia, unicidad, estabilidad, sistemas.
- Estimaciones de error a prior y a posteriori
- Diferencias fintias versus elementos finitos.
- Residuales y errores de truncación
- Diferencias finitas de paso simple. Problemas. Estabilidad y convergencia. Paso adaptativo. Problemas stiff
- Elementos Finitos de paso simple. Galerkin Continuo y discontinuo. Estabilidad y convergencia. Paso adaptativo, problemas stiff.

2. Metodos para Ecuaciones Elípticas de Segundo Orden — Clase 11-24

- Introducción. Propiedades de la solución exacta.
- Metodos de diferencias finitas. Estabilidad convergencia.
- Elementos básicos de espacios de Sobolev: definición, traza, desigualdades relevantes.
- Formulaciones Variacionales: Lema de Lax-Milgram y problemas elípticos lineales.
- Metodos de elementos finitos. Galerkin continuo, metodos mixtos, Galerkin discontinuos y métodos híbridos. Condensación estática. Estabilidad y convergencia. Superconvergencia y postprocesamiento.
- Extensión a ecuación del calor, ecuación de Stokes, ecuaciones de elasticidad lineal.

3. Métodos para Leyes de Conservación — Clase 25-30

- Ecuación de advección. Método de diferencias finitas. Disipación y dispersión. Estabilidad y análisis de error.
- Ecuación de advección. Método de Galerkin discontinuo. Disipación, dispersión Estabilidad y análisis de error.
- Extensiones a propagación de onda, sistemas de Friedrichs, ecuaciones de convección difusión
- Leyes de conservación hiperbolicas escalares. Soluciones debiles. Perdidad de unicidad. Onda viajera y problema de Riemann.
- Extensión a leyes de conservación no lineales.

IV Estrategias Metódologicas

- Clases expositivas
- Laboratorio/ Ayudantia computacional
- Aprendizaje por indagación

V Estrategias Evaluativas

- Interrogaciones: 40%
- Tareas: 25%
- Proyecto de investigación: 15%
- Examen: 20%

Fechas importantes

Inicio de clases .... Lunes 7 de Agosto
Tarea 1 ....
Tarea 2 ....
Interrogación 1 .... Lunes 25 de septiembre
Tarea 3 ....
Tarea 4 ....
Interrogación 2 .... Miercoles 8 de noviembre
Tarea 5 ....
Proyecto ....
Fin de clases .... Viernes 1 de diciembre
Examen .... Sábado 16 de diciembre
Fin de semestre .... Jueves 14 de diciembre

VI. Bibliografía

Bibliografía Mínima

- Evans, G., Blackledge, J., Yardley, P. Analytic Methods for Partial Differential Equations. 1999.
- Ern, A. and Guermond, J.-C. Theory and Practice of Finite Elements. Springer Science & Business Media, 2013.
- Strauss, W. A. Partial Differential Equations: An Introduction. John Wiley & Sons, 2007.

Bibliografía Complementaria

- Atkinson, K. and Han, W. Theoretical Numerical Analysis. Vol. 39. Berlin: Springer, 2005.
- Iserles, A.A First Course in the Numerical Analysis of Differential Equations. No.44. Cambridge University Press, 2009.
- Braess, D. Finite Elements: Theory, Fast Solvers, and Applications in Solid Mechanics. Cambridge University Press, 2007.
- Brenner, S.C. and Scott,L.R. The Mathematical Theory of Finite Element Methods. Springer, 3o edición, 2008.
- Evans, L.C. Partial differential equations. Vol. 19. American Mathematical Soc., 2010.
- Evans, G., Blackledge, J., Yardley, P. Numerical Methods for Partial Differential Equations.2000.
- Gustafsson, B. High Order Difference Methods for Time Dependent PDEs. Vol.38. Springer Science & Business Media, 2007.
- Hairer, E., Lubich, C., and Wanner, G. Geometric Numerical Integration: Structure-Preserving Algorithms for Ordinary Differential Equations. Vol. 31. Springer Science & Business Media, 2006.
- Logg, A., Mardal, K.A and Wells, G., Automated Solution of Differential Equations by the Finite Element Method, Springer, 2012.
- Sauter, S. A. and Schwab, C. Boundary Element Methods. Springer, Berlin, Heidelberg, 2010.183-287.
- Strang, G. Introduction to Applied Mathematics. 1986.
- Strikwerda, J.C. Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations. Vol.88. SIAM, 2004.
- Gautschi, W. Numerical Analysis. Springer Science & Business Media 2011.