

---

# TAREA 1: SOLUCIÓN

## Tópicos Avanzados de Ingeniería Matemática

### IMT3800 2020-II

---

Prof. Manuel A. Sánchez  
Agosto 2020

---

## Preguntas

### 1. (Identidad DG)

Considere las definiciones vistas en clases para el esqueleto  $\mathcal{F}_h$  de la triangulación  $\mathcal{T}_h$  y el subconjunto de caras interiores  $\mathcal{F}_h^{int}$ . Además considere las definiciones para los saltos  $[[\cdot]]$  y promedios  $\{\cdot\}$  de funciones suaves a trozos en  $\mathcal{F}_h$ . Pruebe la siguiente identidad

$$\sum_{K \in \mathcal{T}_h} \int_{\partial K} w v \cdot n \, ds = \int_{\mathcal{F}_h} [[w]] \cdot \{v\} \, ds + \int_{\mathcal{F}_h^{int}} \{w\} [[v]] \, ds$$

para  $v \in \prod_{K \in \mathcal{T}_h} [L^2(\partial K)]^d$  y  $w \in \prod_{K \in \mathcal{T}_h} L_2(\partial K)$ .

**Respuesta.**

### 2. (Static condensation)

Considere el programa de elementos finitos standard en el archivo `FEM1D.ipynb`. Modifique el programa para resolver el sistema lineal utilizando condensación estática (static condensation) y calcule las tablas de convergencia. Compare para  $p = 5$  y para 6 secuencias de triangulaciones los tamaños de los sistema resueltos y los tiempos de ejecución. Comente sus resultados.

**Respuesta**

3. (Primer programa en NGSolve) El propósito de esta pregunta es que corran al menos un tutorial de NGSolve. Visiten la página de NGSolve y sigan las instrucciones para descargar e instalar NGSolve. Luego vayan a Getting started y desarrollen 1.1, 1.2 y 1.3. Presenten sus resultados para resolver el problema de Poisson

$$\begin{aligned} -\Delta u &= f & \text{en} & \Omega := (0, 1)^2 \\ u &= u_D & \text{sobre} & \partial\Omega_D \\ \nabla u \cdot n &= g_N & \text{sobre} & \partial\Omega_N \end{aligned}$$

donde

$$\partial\Omega_D := \{(0, y) \cup (1, y) \subset \partial\Omega\}, \quad \partial\Omega_N = \partial\Omega \setminus \partial\Omega_D.$$

y para

$$\begin{aligned} f &= 10 \exp(-50((x - \tfrac{1}{2})^2 + (y - \tfrac{1}{2})^2)) \\ u_D &= 1 \\ g_N &= \sin(5x) \end{aligned}$$

Calcule la solución aproximada para  $p = 1$  y  $h = 0,05$ . Presente la gráfica de la solución aproximada.

**Respuesta**

4. (Métodos mixtos) Considere la solución del problema de Poisson (Dirichlet) en 2D  $u(x, y) = x(1 - y)y(1 - y)$ . Programe en NGSolve el métodos de elementos finitos mixtos utilizando los espacios de orden mas bajo de Raviart-Thomas y Brezzi-Douglas-Marini. Presente una tabla de convergencia para cada método para una secuencia de al menos 5 triangulaciones.

**Respuesta**