
TAREA 1
Tópicos Avanzados de Ingeniería Matemática
IMT3800 2020-II

Prof. Manuel A. Sánchez
Agosto 2020

Preguntas

1. (25 puntos) (**Identidad DG**)

Considere las definiciones vistas en clases para el esqueleto \mathcal{F}_h de la triangulación \mathcal{T}_h y el subconjunto de caras interiores \mathcal{F}_h^{int} . Además considere las definiciones para los saltos $[[\cdot]]$ y promedios $\{\cdot\}$ de funciones suaves a trozos en \mathcal{F}_h . Pruebe la siguiente identidad

$$\sum_{K \in \mathcal{T}_h} \int_{\partial K} w v \cdot n \, ds = \int_{\mathcal{F}_h} [[w]] \cdot \{v\} \, ds + \int_{\mathcal{F}_h^{int}} \{w\} [[v]] \, ds$$

para $v \in \prod_{K \in \mathcal{T}_h} [L^2(\partial K)]^d$ y $w \in \prod_{K \in \mathcal{T}_h} L_2(\partial K)$.

2. (25 puntos) (**Static condensation**)

Considere el programa de elementos finitos standard en el archivo `FEM1D.ipynb`. Modifique el programa para resolver el sistema lineal utilizando condensación estática (static condensation) y calcule las tablas de convergencia. Compare para $p = 5$ y para 6 secuencias de triangulaciones los tamaños de los sistemas resueltos y los tiempos de ejecución. Comente sus resultados.

3. (25 puntos) (**Primer programa en NGSolve**) El propósito de esta pregunta es que corran al menos un tutorial de NGSolve. Visiten la página de NGSolve y sigan las instrucciones para descargar e instalar NGSolve. Luego vayan a Getting started y desarrollen 1.1, 1.2 y 1.3. Presenten sus resultados para resolver el problema de Poisson

$$\begin{aligned} -\Delta u &= f & \text{en} & \quad \Omega := (0, 1)^2 \\ u &= u_D & \text{sobre} & \quad \partial\Omega_D \\ \nabla u \cdot n &= g_N & \text{sobre} & \quad \partial\Omega_N \end{aligned}$$

donde

$$\partial\Omega_D := \{(0, y) \cup (1, y) \subset \partial\Omega\}, \quad \partial\Omega_N = \partial\Omega \setminus \partial\Omega_D.$$

y para

$$\begin{aligned} f &= 10 \exp(-50((x - \tfrac{1}{2})^2 + (y - \tfrac{1}{2})^2)) \\ u_D &= 1 \\ g_N &= \sin(5x) \end{aligned}$$

Calcule la solución aproximada para $p = 1$ y $h = 0,05$. Presente la gráfica de la solución aproximada.

4. (25 puntos) (**Métodos mixtos**) Considere la solución del problema de Poisson (Dirichlet) en 2D $u(x, y) = x(1-x)y(1-y)$. Programe en NGSolve el método de elementos finitos mixtos utilizando los espacios de orden mas bajo de Raviart-Thomas y Brezzi-Douglas-Marini. Presente una tabla de convergencia para cada método para una secuencia de al menos 5 triangulaciones.