

Análisis de Estabilidad Dinámica para un Lockheed P-3 Orion en Crucero

Manuela Zapata Quirós * y Jhon Sebastián Amaya Salcedo.†
Universidad de Antioquia, Carmen de Viboral

El presente artículo tiene como propósito presentar el desarrollo y los resultados obtenidos de un código, basado en el cálculo de las condiciones de equilibrio en vuelo rectilíneo nivelado, para el análisis de estabilidad longitudinal de un Lockheed P-3 Orion. Se encontró que la aeronave es estable para las condiciones de vuelo, en tanto el centro de gravedad se encuentre entre 2.0815 y 12.3441 m.

Nomenclatura

wb	=	Contribución de la configuración ala-fuselaje
t	=	Contribución de la cola
C_L	=	Coeficiente de sustentación
C_m	=	Coeficiente de momento en <i>pitch</i>
C_D	=	Coeficiente de arrastre
c	=	cuerda
α	=	Ángulo de ataque
δ_e	=	Deflexión del elevador
i_h	=	Inclinación del estabilizador horizontal
g	=	Gravedad
K_d	=	Constante de <i>downwash</i>
CG	=	Centro de gravedad
LLT	=	<i>Lifting line theory</i>
CAM	=	Cuerda aerodinámica media
ρ	=	densidad

ϵ_e = Efectividad del elevador

ϵ_d = Constante de *downwash*

*Estudiante de Ingeniería Aeroespacial, Departamento de Ingeniería Mecánica, manuela.zapataq@udea.edu.co

†Estudiante de Ingeniería Aeroespacial, Departamento de Ingeniería Mecánica, jsebastian.amaya@udea.edu.co

I. Introducción

En materia de mecánica de vuelo, la estabilidad estática se define como la capacidad de una aeronave de generar una fuerza o momento restaurador frente a determinada perturbación, reduciendo en magnitud dicha perturbación conforme el tiempo tiende a infinito. Esta capacidad se puede ver reflejada en la geometría de dicho vehículo, la distribución de cargas que presente y la capacidad que tengan sus diferentes superficies de control. En este informe se hará un análisis del rango permisible en el que puede ubicarse el centro de gravedad, lo que delimita el diseño y la maniobrabilidad de una aeronave.

II. Modelo

Para la estabilidad longitudinal se restringe el movimiento de la aeronave al plano $x_b - z_b$, para un ángulo de deslizamiento β igual a 0. Para determinar los coeficientes relacionados a las fuerzas y momentos aerodinámicos de toda la aeronave, se necesitan establecer las contribuciones que hacen la configuración ala-fuselaje y de la cola del avión. El avión asignado no posee estabilizador horizontal, por lo que los coeficientes relacionados i_h equivalen a 0. Las ecuaciones 1, 2 y 3 establecen los coeficientes generales, y las ecuaciones 4, 5, 6, 7, 8, 9 los coeficientes de dichos aportes:

$$C_L = C_{L,0} + C_{L,\alpha}\alpha + C_{L,i_h}i_h + C_{L,\delta_e}\delta_e \quad (1)$$

$$C_m = C_{m,0} + C_{m,\alpha}\alpha + C_{m,i_h}i_h + C_{m,\delta_e}\delta_e \quad (2)$$

$$C_D = C_{D,0} + C_{D,i} \quad (3)$$

$$C_{L,0} = C_{L_{wb},\alpha}(\alpha_{0w} - \alpha_{L0w}) + \frac{S_t}{S_w}\eta_t C_{L_t,\alpha}(\alpha_{0t} - \epsilon_{d,0} - \alpha_{L0t}) \quad (4)$$

$$C_{L,\alpha} = C_{L_{wb},\alpha} + \frac{S_t}{S_w}\eta_t C_{L_t,\alpha}(1 - \epsilon_{d,\alpha}) \quad (5)$$

$$C_{L,\delta_e} = \frac{S_t}{S_w}\eta_t C_{L_t,\alpha}\epsilon_e \quad (6)$$

$$C_{m,0} = C_{m_{wb},0} + \frac{c_t S_t}{c_w S_w}\eta_t C_{m_t,0} - \frac{l_w}{c_w} C_{L_{wb},\alpha}(\alpha_{0w} - \alpha_{L0w}) - \frac{l_t S_t}{c_w S_w}\eta_t C_{L_t,\alpha}(\alpha_{0t} - \epsilon_{d,0} - \alpha_{L0t}) \quad (7)$$

$$C_{m,\alpha} = -\frac{l_w}{c_w} C_{L_{wb},\alpha} - \frac{l_t S_t}{c_w S_w}\eta_t C_{L_t,\alpha}(1 - \epsilon_{d,\alpha}) \quad (8)$$

$$C_{m,\delta_e} = \frac{c_t S_t}{c_w S_w}\eta_t C_{m_t,\alpha} - \frac{l_t S_t}{c_w S_w}\eta_t C_{L_t,\alpha}\epsilon_e \quad (9)$$

Para determinar los parámetros de la condición de equilibrio, se igualan las ecuaciones los coeficientes generales a

su valor en trim correspondiente, que resuelven para α y δ_e . Lo anterior se traduce a las ecuaciones 10, 11 y 12.

$$C_{L,0} + C_{L,\alpha}\alpha_{trim} + C_{L,\delta_e}\delta_{e,trim} = \frac{2W\cos(\gamma)}{\rho V^2 S_w} \quad (10)$$

$$C_{L,0} + C_{L,\alpha}\alpha_{trim} + C_{L,\delta_e}\delta_{e,trim} = \frac{2W\cos(\gamma)}{\rho V^2 S_w} \quad (11)$$

$$C_{D,trim} = C_{D_{wb},trim} + \frac{S_t}{S_w}\eta_t C_{D_t,trim} \quad (12)$$

Las contribuciones de sustentación y arrastre, en *trim*, por parte del ala-fuselaje y la cola se definen en las ecuaciones 13, 14, 15, 17, 17 y 18.

$$C_{L_{wb},trim} = C_{L_{wb},\alpha}(\alpha_{trim} - \alpha_{L0wb} + \alpha_{0w}) \quad (13)$$

$$C_{L_t,trim} = C_{L_t,\alpha}((1 - \epsilon_{d,\alpha})\alpha_{trim} + \alpha_{0t} - \epsilon_{d,0} - \alpha_{L0t} + \epsilon_e\delta_{e,trim}) \quad (14)$$

$$C_{D_{wb},trim} = C_{D_{wb},0} + \frac{C_{L_{wb},trim}^2}{\pi A_w e_{wb}} \quad (15)$$

$$C_{D_t,trim} = C_{D_t,0} + \frac{C_{L_t,trim}^2}{\pi A_t e_t} \quad (16)$$

$$C_{D,trim} = C_{D_{wb},trim} + \frac{S_t}{S_w}\eta_t C_{D_t,trim} \quad (17)$$

$$T_{req} = 0.5C_{D,trim}\rho V^2 S_w \quad (18)$$

Para el coeficiente del *downwash* se emplean las ecuaciones 19, 20 y 21.

$$\epsilon_d = \epsilon_{d,0} + \epsilon_{d,\alpha}\alpha \quad (19)$$

$$\epsilon_{d,0} = \frac{K_d C_{L_{wb},\alpha}(\alpha_{0w} - \alpha_{L0w})}{A_w} \quad (20)$$

$$\epsilon_{d,\alpha} = \frac{K_d C_{L_{wb},\alpha}}{A_w} \quad (21)$$

Para la ubicación del punto neutro, el centro aerodinámico del ala y la cola, y el margen estático, se hace uso de las ecuaciones 22, 23, 24 y 25.

$$\frac{l_{np}}{c_w} = -\frac{C_{m,\alpha}}{C_{L,\alpha}} \quad (22)$$

$$l_{np} = x_{np} - x_{CG} \quad (23)$$

$$l_w = x_{AC_w} - x_{CG} \quad (24)$$

$$l_t = x_{AC_t} - x_{CG} \quad (25)$$

Y para la estimación de los límites superiores e inferiores del rango permisible de la ubicación del centro de gravedad CG , se usan las ecuaciones 26, 27 y 28.

$$x_{CG_{min}} = \delta_{e,trim} \left(x_{AC_t} - \frac{c_t C_{m_t, \delta_e}}{C_{L_t, \alpha} \epsilon_e} \right) \quad (26)$$

$$x_{CG_{max}} = x_{np} - c_w SM_{min} \quad (27)$$

$$SM_{max} = \frac{x_{np} - x_{CG_{min}}}{c_w} \quad (28)$$

Los datos restantes deben estimarse por medio de métodos aerodinámicos, en este caso *lifting line theory* y estimación del *downwash*, los cuales se describen en la siguiente sección.

III. Metodología

Las condiciones de vuelo asignadas corresponden a una velocidad de 382 *kn* y una altura de 25000 *ft*. El Lockheed P-3 Orion tiene un peso de 130000 *lb* y sus características geométricas se encuentran en la tabla 1.

Table 1 Datos geométricos

Dimensión	m
Longitud	35.61
Envergadura alar	30.37
Altura fuselaje	5.12
Altura aleta de cola	10.27
Diametro fuselaje	3.45
Envergadura de cola	13.06
Diametro helice	4.11

La figura 1 muestra las 3 principales vistas de la aeronave junto a sus dimensiones principales como la envergadura, longitud y altura. En la tabla 2 se presentan las dimensiones del ala junto con los perfiles alares del ala y la cola. Se aprecia que presenta un diedro positivo y un *twist* geométrico y aerodinámico.

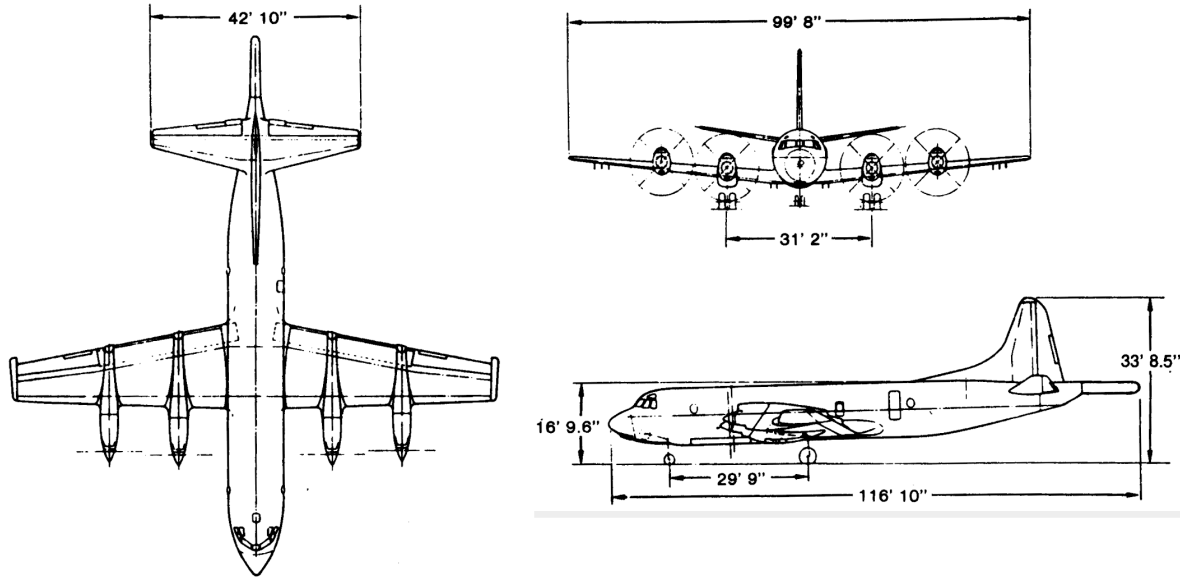


Fig. 1 Vistas principales del avión con dimensiones.

Table 2 Geometría y perfiles del ala

Parámetro	Valor
Forma	trapezoidal
Area	120.77 m^2
Cuerda alar en la raíz	5.77 m
Cuerda alar en la punta	2.31 m
CAM	4.26 m
Borde de ataque de CAM(datum)	13.87 m
Incidencia en la raíz	3°
Incidencia en la punta	0.5°
Twist geométrico	-2.5°
Angulo diedro	5°
Relación de aspecto (AR)	7.5
Relación de taperado (λ)	0.4
Perfil alar de raíz	NACA 0014-1.10 40/1.051
Perfil alar de punta	NACA 0012-1.10 40/1.051

Por otra parte, en la tabla 3 se muestran los datos geométricos y del estabilizador horizontal, donde se destaca que no presenta *twist* geométrico ni aerodinámico, pero sí presenta una incidencia constante y un diedro[1].

Para el cálculo de la cuerda aerodinámica se hará uso de la ecuación 29, al plantear la ecuación 32 para la cuerda y desarrollando la integral, se obtiene en la ecuación 31 que el CAM es de 2,54 m.

$$CAM = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} c^2 dy \quad (29)$$

Table 3 Geometría y perfiles del estabilizador horizontal

Parámetro	Valor
forma	trapezoidal
Area	29.90 m^2
Cuerda alar en la raíz	3.49 m
Cuerda alar en la punta	1.14 m
CAM	2.50 m
Borde de ataque de CAM(datum)	29.49 m
Incidencia	1.7°
Angulo diedro	8.5°
Relación de aspecto(AR)	5.7
Relación de taperado(λ)	0.325
Perfil alar	NACA 23011 (invertido)

$$m = \frac{\frac{30.37}{2} - \frac{3.45}{2}}{2.31 - 5.77} = -0.257 \quad b = 5.77 + \frac{0.257 \cdot 3.45}{2} = 6.21$$

$$c = -0.257y + 6.21 \quad (30)$$

$$CAM = \frac{2}{120.77} \int_{1.725}^{15.185} (-0.257y + 6.21)^2 dy = 3.86 \text{ m} \quad (31)$$

Lo que difiere un poco del valor reportado en la literatura que corresponde a 4.26 m . Utilizando la ecuación 32 con el valor real se obtiene que la distancia del CAM al eje del fuselaje es 7.59 m . De igual forma, para el estabilizador horizontal se hará uso de la misma ecuación 29, se obtiene que el valor en la literatura es de 2.5 m y que la distancia del CAM de cola al eje del fuselaje es 2.75 m .

$$m = \frac{1.14 - 3.49}{\frac{13.06}{2} - 0} = -0.360 \quad b = 3.49$$

$$c = -0.360y + 3.49 \quad (32)$$

desarrollando la integral de la ecuación 29 mediante la ecuación 33.

$$CAM = \frac{2}{29.9} \int_0^{6.53} (-0.360y + 3.49)^2 dy = 2.54 \text{ m} \quad (33)$$

El datum esta ubicado a 2.667 m frente de la nariz de la aeronave. Suponiendo que la masa del avión se diseñó para vuelo basico o normal, el CG se ubica en el 20% de CAM. El centro aerodinámico del ala y la cola se fijan en el 25% del CAM. La figura 2 presenta las vistas principales con estas posiciones.

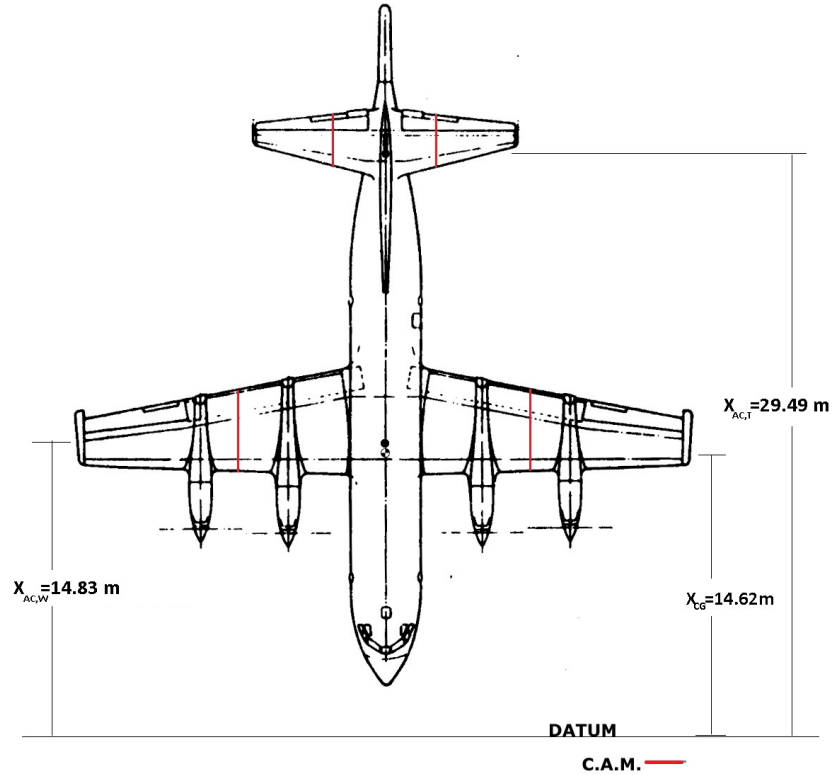


Fig. 2 Vista aérea del avión con medidas principales, en rojo: cuerda media aerodinámica de ala y cola.

Todos los datos mencionados posteriormente se ingresan al código *aircraftGeometricData.m* con las unidades asignadas que corresponde al sistema internacional.

A. Lifting line theory

Se hará uso este método para el cálculo de los coeficientes aerodinámicos especificados en la sección del modelo y el efecto de *downwash*. Para ello, se modificó la función *LiftingLineTheory.m* tomada de [2], agregando los cálculos del drag y del efecto de downwash. El método permite aproximar la distribución de la sustentación en toda el ala o la cola, calculando la circulación de segmentos lineales en los que se divide la superficie.

En primer lugar, el valor del ángulo de incidencia α_0 para el perfil del ala y de la cola, se tomó de la curva de *Cl vs alpha* de los perfiles utilizados en cada caso[3], suponiendo una pendiente de 2π .

Para el cálculo de C_{L_α} y de α_{L0} , se evalúa el coeficiente de sustentación para dos valores distintos de ángulo de ataque α y se soluciona un sistema de 2x2 mediante la fórmula 34. Los términos C_{D_0} y e se obtienen de la fórmula 35. En el caso de la cola, se debe adicionar el término de la deflexión del elevador en el coeficiente de momento de la

ecuación 36.

$$C_L(\alpha) = C_{L,\alpha}(\alpha - \alpha_{L0}) \quad (34)$$

$$C_D(\alpha) = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi A e} \quad (35)$$

$$C_m(\alpha) = C_{m,0} \quad (36)$$

Debido a que este método sólo entrega la variación del coeficiente de sustentación C_L y de momento C_m , para obtener la variación que provoca la deflexión del elevador δ_e en la cola se hizo uso del programa *XFLR5*. Esto permitió realizar análisis directos para obtener el coeficiente de sustentación y de momento a diferentes ángulos de ataque (curvas de C_l vs α y C_m vs α), tal como se observa en las figuras 3a y 4a.

En las figuras 3b y 4b se aprecian las curvas utilizadas en *excel*, para obtener la variación de los coeficientes con la variación en la deflexión. Se obtiene que $C_{L\delta_e} = 1.206$ y $C_{m\delta_e} = -0.1568$.

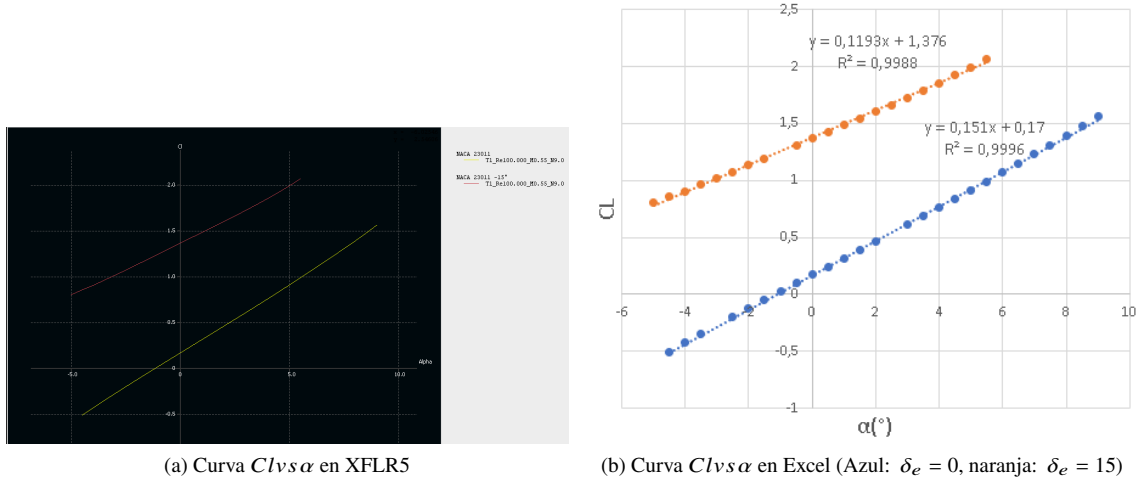


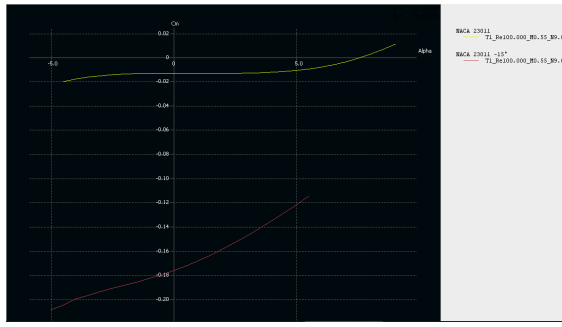
Fig. 3 Determinación del C_{L_t, δ_e} .

Para el cálculo de la constante de *downwash* K_d se hace uso de la ecuación 37 [4],

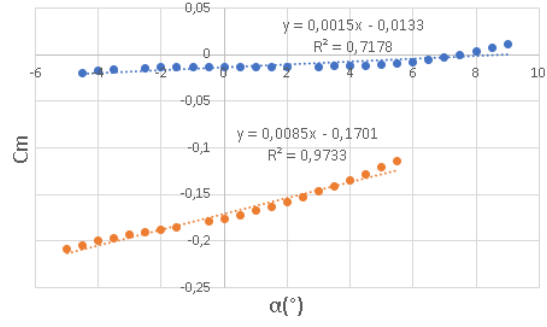
$$K_d = \frac{V_y A_w}{V C_{L_w}} \quad (37)$$

IV. Resultados y Análisis

En el archivo de texto anexo llamado *lockheedResults* se pueden visualizar todos los resultados de los valores almacenados en la estructura general de la aeronave, los límites para el centro de gravedad y los parámetros en condición



(a) Curva C_m vs α en XFLR5



(b) Curva C_m vs α en Excel (Azul: $\delta_e = 0$, naranja: $\delta_e = 15$)

Fig. 4 Determinación del $C_{m_{t,\delta_e}}$.

de *trim*. Los resultados son aproximadamente correctos de acuerdo con la función de prueba *testStaticStabilityAnalysis.m*, que verifica los resultados para otra aeronave de referencia.

A. Condiciones de equilibrio

El valor del ángulo de ataque corresponde a 2.22, lo que es considerablemente bajo y cercano a cero como se espera que sea en etapa de crucero. El avión mantiene una deflexión del elevador de 5.65, que corresponde con el signo y el valor un poco elevado del coeficiente de sustentación generado por la cola, que es de -0.1135 . Por otra parte, el empuje requerido esta dentro del rango de funcionamiento normal de una aeronave de peso similar. A modo de comparación, una aeronave con aproximadamente 1200 kg de peso (50 veces menos), requiere de 63 *kgf* de empuje.

En el caso del *drag*, el coeficiente de la cola es bastante más pequeño al del sistema ala-fuselaje, debido esencialmente a las dimensiones. Se aprecia como el valor del coeficiente de *drag* de la aeronave es un poco mayor al del sistema ala-fuselaje, debido a la adición de la cola. Algo similar ocurre en el caso del coeficiente de sustentación, en donde el coeficiente negativo de la cola altera el coeficiente total de la aeronave, respecto al coeficiente del sistema ala-fuselaje.

B. Coeficientes aerodinámicos

Para los coeficientes relacionados a las fuerzas y momentos aerodinámicos, almacenados en la estructura *aircraft*, se presentan valores coherentes con los que se encuentran en la literatura relacionada a los perfiles NACA utilizados para el ala y la cola. También en cuanto a magnitud y signo, los coeficientes tienen sentido para las condiciones y geometría dada.

C. Rango permisible de CG

En cuanto al rango permisible del centro de gravedad no se presentan valores coherentes para el margen estática del CG, como para los parámetros relacionados con x_{CGmin} , dado que idealmente debe optimizar el valor del CG para las

condiciones mínimas de $\delta_e, trim$. Adicionalmente el CG no cae dentro del rango especificado.

V. Conclusiones

Finalmente, se concluye que el desarrollo de los códigos, a excepción del que estima el rango permisible del centro de gravedad, entrega resultados satisfactorios. El programa corrió sin problemas, pero requiere de ajustes para que entregue valores exactos del centro de gravedad.

Dado que la aeronave asignada es relativamente antigua, la estimación de las características geométricas es algo aproximada por lo que los resultados no serán muy exactos.

References

- [1] “P-3B Orion (N426NA),” , 2010.
- [2] Jderlaga, “Lifting line theory,” , 2013. URL https://github.com/jderlaga/Aero_Matlab/blob/master/LiftingLineTheory.m.
- [3] airfoiltools, “LOCKHEED L-188 ROOT AIRFOIL,” , ??? URL <http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=1188root-il>.
- [4] Phillips, W., *Mechanics of Flight*, Engineering case studies online, Wiley, 2004. URL https://books.google.com.co/books?id=6-_iGbJHM-8C.