Avaliação I

Manuel Ferreira Junior, 20180008601

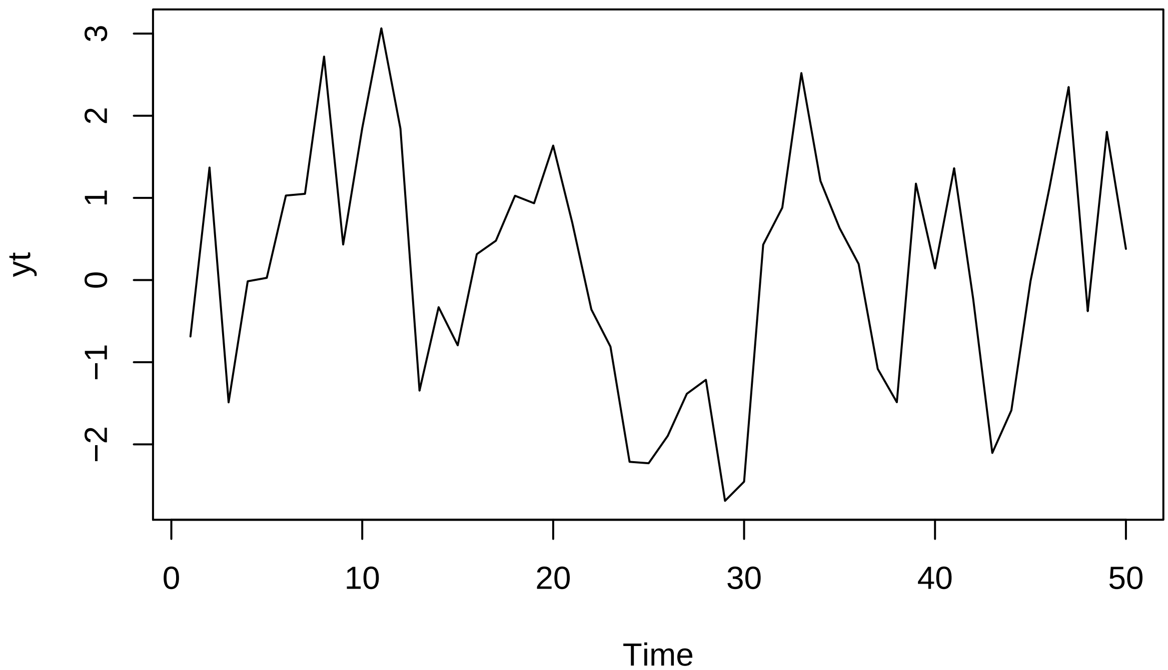
abril 28, 2021 - 14:38:31

Questão 01

```
set.seed(2)
n = 50
yt = arima.sim(n=n, list(ar=0.6))
yt
```

```
## Time Series:
## Start = 1
## End = 50
## Frequency = 1
##  [1] -0.68710983  1.36996306 -1.48909125 -0.01485017  0.02689662  1.02896666
##  [7]  1.04964515  2.72060630  0.43243796  1.84910098  3.06411223  1.84340511
## [13] -1.34566332 -0.33016069 -0.79465458  0.31541052  0.47888302  1.02626842
## [19]  0.93472145  1.63699722  0.69804061 -0.35785091 -0.81037104 -2.21220240
## [25] -2.22990592 -1.89700547 -1.38471585 -1.21441574 -2.68775262 -2.45435663
## [31]  0.43093349  0.88105402  2.51955285  1.20624798  0.63290456  0.19558128
## [37] -1.08141900 -1.48713855  1.17401823  0.14216388  1.36101384 -0.23096432
## [43] -2.10445683 -1.58564519 -0.01552459  1.12991505  2.34956780 -0.37850153
## [49]  1.80414160  0.37934063
```

```
plot(yt)
```



A)

Vamos obter y_{t-1} utilizando a função lag(), que simplesmente calcula a dafasagem da série, sendo a defasagem para y_{t-1} igual a 1. De forma reduzida, y_{t-1} pega todas as observações sobre a nossa série, exceto uma.

```
yt.1 = lag(yt,-1)
yt.1
```

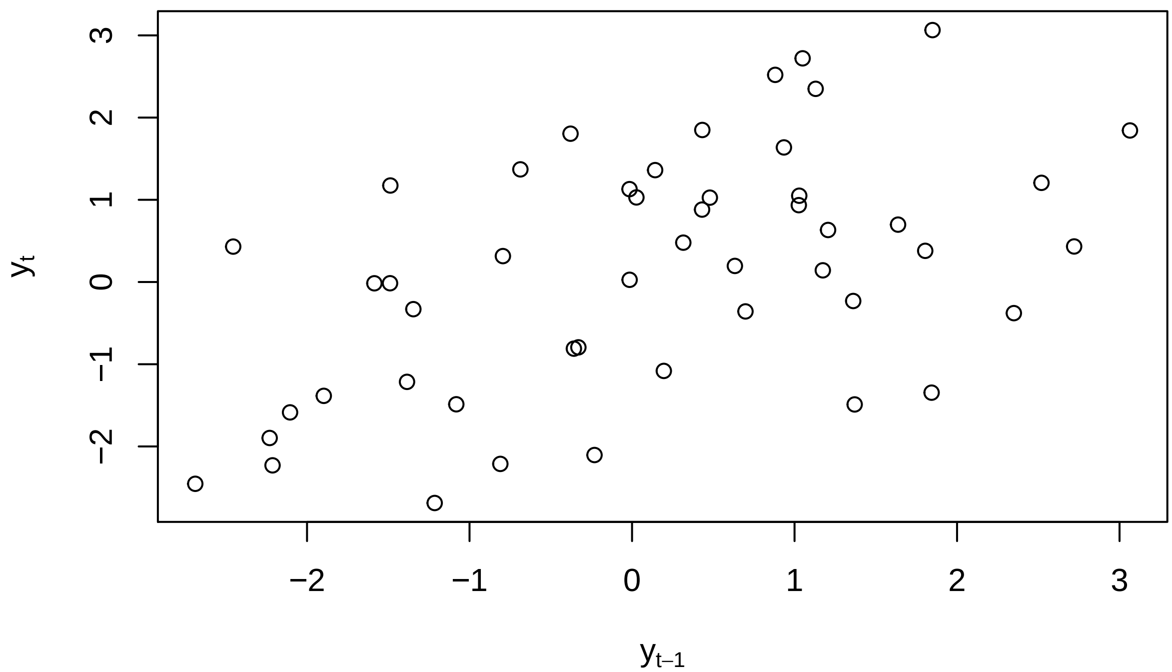
```
## Time Series:
## Start = 2
## End = 51
## Frequency = 1
##  [1] -0.68710983  1.36996306 -1.48909125 -0.01485017  0.02689662  1.02896666
##  [7]  1.04964515  2.72060630  0.43243796  1.84910098  3.06411223  1.84340511
## [13] -1.34566332 -0.33016069 -0.79465458  0.31541052  0.47888302  1.02626842
## [19]  0.93472145  1.63699722  0.69804061 -0.35785091 -0.81037104 -2.21220240
## [25] -2.22990592 -1.89700547 -1.38471585 -1.21441574 -2.68775262 -2.45435663
## [31]  0.43093349  0.88105402  2.51955285  1.20624798  0.63290456  0.19558128
## [37] -1.08141900 -1.48713855  1.17401823  0.14216388  1.36101384 -0.23096432
## [43] -2.10445683 -1.58564519 -0.01552459  1.12991505  2.34956780 -0.37850153
## [49]  1.80414160  0.37934063
```

B)

```
yt.1 = lag(yt,-1)
yt.2 = lag(yt,-2)
```

- y_t e y_{t-1}

```
plot(yt[1:49], yt.1[2:50],
     xlab=expression(y[t-1]),
     ylab=expression(y[t]))
```



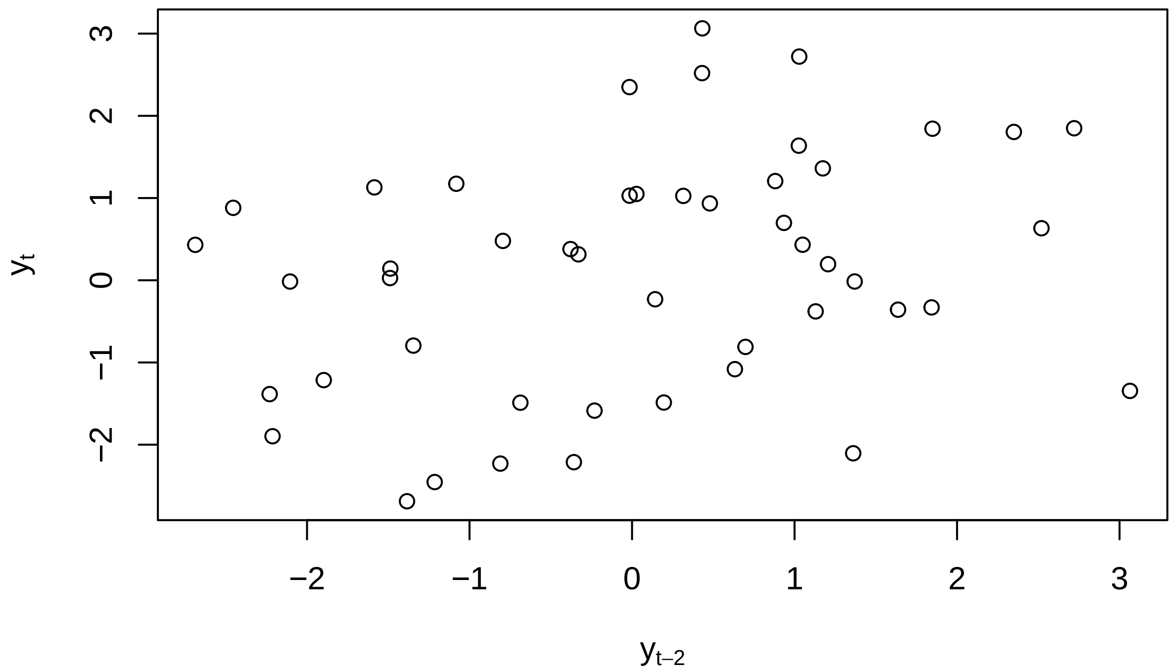

```
cor(yt[1:49], yt.1[2:50])
```

```
## [1] 0.5096839
```

Podemos notar uma correlação de 0.5096839 entre y_{t-1} e y_t, uma não tão alta. Ao analisarmos um plot de y_{t-1} por y_t podemos ver uma dependência não tão forte, evidenciado pela correlação entre elas, evidenciando um comportamento de uma série estacionaria.

- y_t e y_{t-2}

```
plot(yt[1:48], yt.2[3:50],
     xlab=expression(y[t-2]),
     ylab=expression(y[t]))
```




```
cor(yt[1:48], yt.2[3:50])
```

```
## [1] 0.2964719
```

Ao aumentarmos em uma defasagem, agora temos y_{t-2}, apresentando uma baixa correlação com y_t, podemos ver isso também pelo gráfico y_{t-2} vs y_t, onde os gráficos aparentam estar dispersos sem uma relação entre os valores.

C)

```
diff(yt)
```

```
## Time Series:
## Start = 2
## End = 50
## Frequency = 1
##  [1]  2.05707289 -2.85905431  1.47424108  0.04174679  1.00207005  0.02067849
##  [7]  1.67096114 -2.28816834  1.41666302  1.21501125 -1.22070711 -3.18906843
## [13]  1.01550263 -0.46449389  1.11006510  0.16347250  0.54738539 -0.09154697
## [19]  0.70227577 -0.93895661 -1.05589152 -0.45252014 -1.40183136 -0.01770352
## [25]  0.33290045  0.51228962  0.17030011 -1.47333688  0.23339599  2.88529012
## [31]  0.45012053  1.63849883 -1.31330486 -0.57334343 -0.43732327 -1.27700028
## [37] -0.40571955  2.66115677 -1.03185434  1.21884996 -1.59197816 -1.87349251
## [43]  0.51881164  1.57012060  1.14543964  1.21965275 -2.72806933  2.18264313
## [49] -1.42480097
```

Para realizarmos a primeira defasagem, fazemos o seguinte calculo: Consideramos y_t e y_{t-1}, tal que possamos fazer a diferença entre os dois, ou seja, $\Delta^1 y_t = y_t - y_{t-1}$. Ao realizarmos essa diferença, perdemos uma observação do nosso conjunto. Essa diferença é utilizada com o intuito de tornar a série estacionaria, porém nossa série já é estacionaria, pois $\phi = 0.6 < 1$, logo não seria necessário realizar essa diferença.

D)

A diferença entre y_{t-1} e Δy_t é que y_{t-1} é o valor observado no momento $t-1$ da série, ou seja, retiramos o ultimo valor da série para podermos analisar quem são os valores de y_{t-1}; Quanto para Δy_t, essa é a primeira diferença entre da série, ou seja,$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$, sendo a diferença da série considerando os momentos da série em t menos os momentos $t-1$, apos realizarmos esse calculo, perdemos uma observação do conjunto de dados da série, tendo como intuito tornar a série estacionaria.

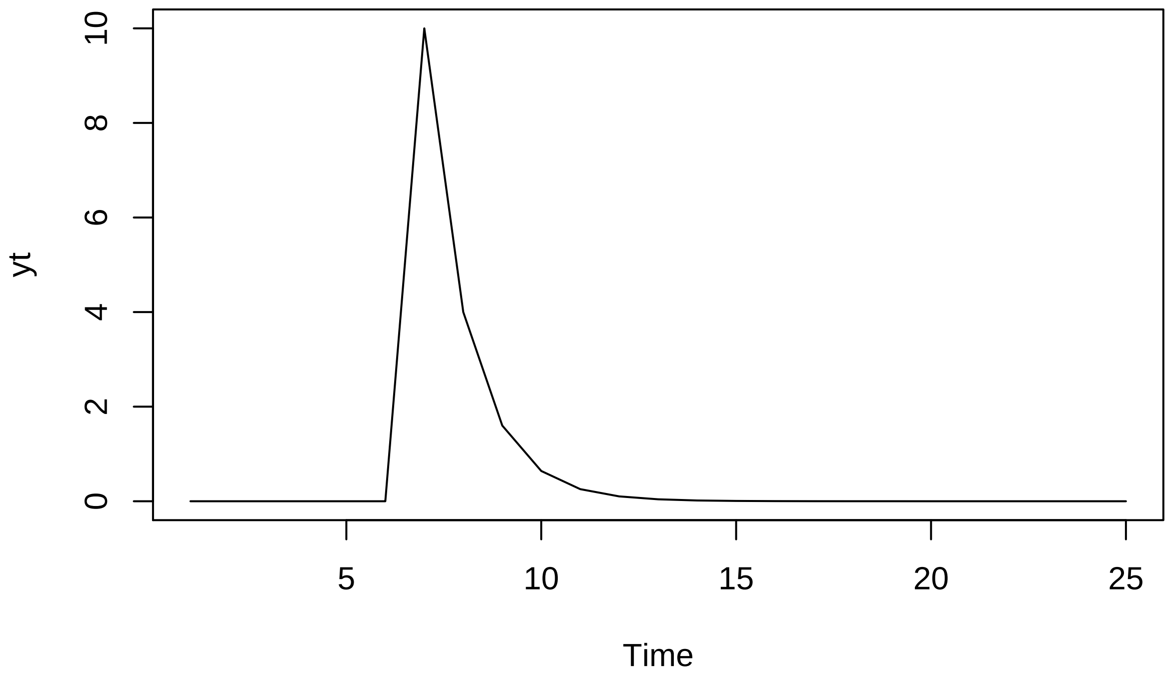
Questão 02

Como y_t assume zero até o tempo 6 da série, e houve um choque positivo no tempo 7, ou seja, haverá um salto grande da série, assumindo 10 nesse momento, e haverá um decaimento nos tempos 8 a 25, por conta do valor de $\phi = 0.4$, de inicio sendo uma queda rapida, porém a cada aumento de tempo, a séria decai mais lentamente para 0.

```
n = 25
yt = numeric(n)
et = rnorm(n)
et[7] = 10
et[8:n] = 0
for (i in 7:n){
  yt[i] = 0.4*yt[i-1] + et[i]
}
yt
```

```
##  [1] 0.000000e+00 0.000000e+00 0.000000e+00 0.000000e+00 0.000000e+00
##  [6] 0.000000e+00 1.000000e+01 4.000000e+00 1.600000e+00 6.400000e-01
## [11] 2.560000e-01 1.024000e-01 4.096000e-02 1.638400e-02 6.553600e-03
## [16] 2.621440e-03 1.048576e-03 4.194304e-04 1.677722e-04 6.710886e-05
## [21] 2.684355e-05 1.073742e-05 4.294967e-06 1.717987e-06 6.871948e-07
```

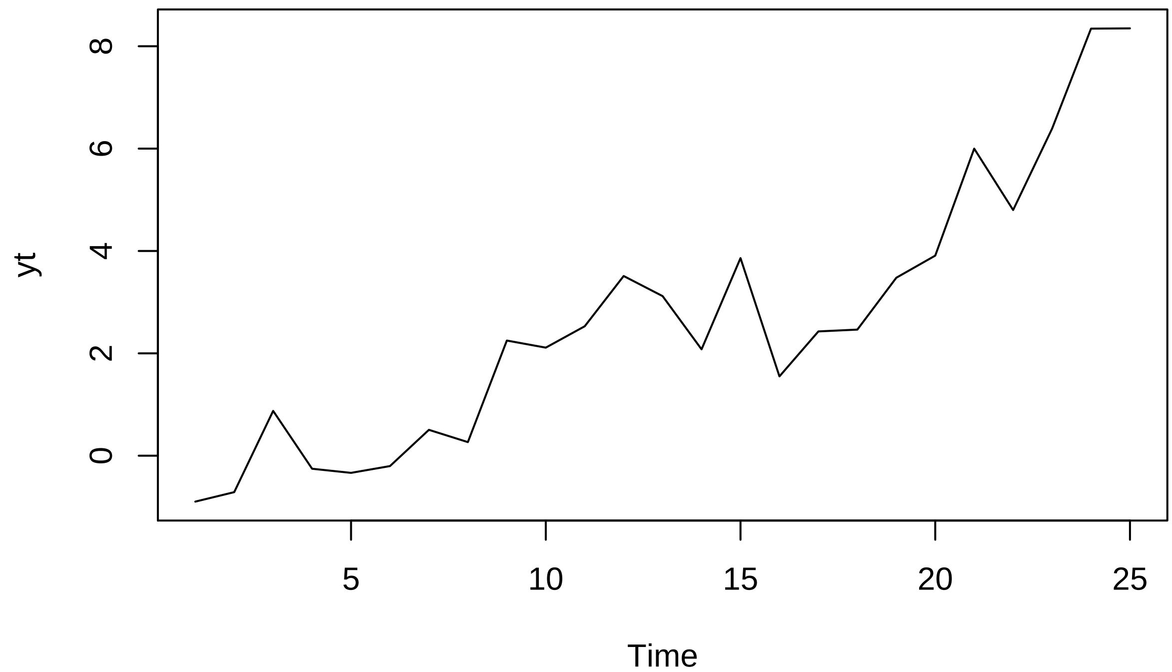
```
plot.ts(yt)
```



Questão 03

```
set.seed(2)
n = 25
yt = numeric(n)
et = rnorm(n)
yt[1] = et[1]
for (i in 2:n){
  yt[i] = yt[i-1] + et[i]
}
```

```
plot.ts(yt)
```



B)

```
data.frame(yt[1:10], et[1:10])
```

```
##      yt.1.10.    et.1.10.
## 1  -0.8969145 -0.89691455
## 2  -0.7120654  0.18484918
## 3   0.8757800  1.58784533
## 4  -0.2545957 -1.13037567
## 5  -0.3348475 -0.08025176
## 6  -0.2024272  0.13242028
## 7   0.5055276  0.70795473
## 8   0.2658295 -0.23969802
## 9   2.2503035  1.98447394
## 10  2.1115165 -0.13878701
```

Essa série não aparenta ter um comportamento estacionario, uma vez que temos $\phi = 1$, e ao analisarmos seus valores e o seu gráfico, temos que a série não esta centrada em torno de um valor esperado e nem apresenta uma variância constante, evidenciando a violação de um comportamento estacionario; Por fim, analisando somente esses 10 primeiros valores, podemos evidenciar esse crescimento direto a cada tempo t.

Questão 04

Podemos dizer que a diferença entre o autoregressivo e o de médias moveis é que, para o autoregressivo, os y_t são dependentes do seus valores anteriores, ou seja, dependente direto das suas defasagens, e também ponderado de um parâmetro ϕ (explicitamos isso melhor na **Questão 03, letra A**); Já para o modelo de médias moveis, é possivel afirmar que cada y_t é dependente de um erro de sua regressão, assumindo alguma distribuição, feito como combinação linear de um conjunto de parâmetros θ_k, onde k é número de parâmetros do modelo.

Com relação a segunda parte da questão, temos que existe sim uma relação entre um $AR(1)$ e um $MA(q)$, podendo escrever esse autoregressivo de ordem 1, como um modelo de médias moveis com q parâmetros, da seguinte forma:

- **Considerando um $MA(q)$, temos:**

$$y_t = \mu + e_t + \theta_1 \cdot e_{t-1} + \theta_2 \cdot e_{t-2} + \cdots + \theta_q \cdot e_{t-q} = \mu + e_t + \sum_{k=1}^{q} \theta_k \cdot e_{t-k}$$

Por fim, temos:

$$y_t = \mu + e_t + \sum_{k=1}^{q} \theta_k \cdot e_{t-k}$$

- **Considerando um AR(1), temos:**

$$y_t = \phi \cdot y_{t-1} + e_t =$$
$$= \phi \cdot (\phi \cdot y_{t-2} + e_{t-1}) + e_t =$$
$$= \phi^2 \cdot y_{t-2} + \phi \cdot e_{t-1} + e_t =$$
$$= \phi^2 \cdot (\phi \cdot y_{t-3} + e_{t-2}) + \phi \cdot e_{t-1} + e_t =$$
$$= \phi^3 \cdot y_{t-3} + \phi^2 \cdot e_{t-2} + \phi \cdot e_{t-1} + e_t =$$

Por indução matemática, temos que :

$$y_t = \phi^t \cdot y_0 + e_t + \sum_{k=1}^{t-1} \phi^k \cdot e_{t-k}$$

Por fim, podemos evidenciar a relação entre o $AR(1)$ e o $MA(q)$, basta considerar $\mu = \phi^t \cdot y_0$, $q = t - 1$ e $\theta_k = (\phi)^k$, onde ϕ é parâmetro fixo do modelo autoregressivo, q é número de parâmetros do modelo de médias moveis e θ_k é o k-ésimo parâmetro do modelo de médias moveis.

Aluno: Manuel Ferreira Junior

Matricula: 201800008601

3º) A)

$$Y_T = Y_{T-1} + e_T \;;\; T = 1, \dots, 25$$

note que, $Y_{T-1} = Y_{T-2} + e_{T-1}$

$$Y_{T-2} = Y_{T-3} + e_{T-2}$$

$$\vdots$$

$$Y_{T-(T-1)} = Y_1 = Y_0 + e_1$$

logo, Temos:

$$Y_T = (Y_{T-2} + e_{T-1}) + e_T = (Y_{T-3} + e_{T-2}) + e_{T-1} + e_T =$$

$$= (Y_{T-4}\, e_{T-3}) + e_{T-2} + e_{T-1} + e_T \;;$$

Utilizando indução matematica, Temos!

$$Y_T = Y_0 + \sum_{K=1}^{T} e_K \;;\; \text{Com } T = 1, \dots, 25$$

Se $Y_0 = 0$, Temos $Y_T = \sum_{K=1}^{T} e_K$; ∎

para o nosso conjunto, Temos $Y_0 = -0.8969145$,

então $$Y_T = -0.8969145 + \sum_{K=1}^{T} e_K \quad ∎$$