

---

# MODELAGEM E PREVISÃO DA ARRECADAÇÃO DO IMPOSTO DE RENDA NO BRASIL

AMANDA DOS SANTOS GOMES

Orientador: Prof. Dr. Francisco Cribari Neto

Área de concentração: Estatística Aplicada

Dissertação submetida como requerimento parcial para obtenção do  
grau de Mestre em Estatística pela Universidade Federal de Pernambuco

Recife, janeiro de 2003

---

Aos meus pais, Vicente e Avany.

## Agradecimentos

A Deus, por sempre iluminar meus caminhos e permitir a conclusão de mais uma etapa da minha vida.

Aos meus pais, Vicente e Avany, que com amor, carinho e dedicação me educaram e me deram tudo que é necessário para ser feliz.

A minha irmã, Paloma, pelo amor e confiança que sempre depositou em mim.

A Silfarney, pelo amor, incentivo e apoio.

Ao meu orientador, Francisco Cribari Neto, pela segurança, organização, disponibilidade, paciência e incentivo.

Aos professores do Programa de Mestrado em Estatística da UFPE pela ajuda e atenção.

A Valéria Bittencourt, pela eficiência e organização.

Aos colegas da minha turma de mestrado, em especial Carla, Divanilda, Michelli e Patrícia, pelas horas enriquecedoras de estudo e diversão.

Aos professores do Departamento de Matemática e Estatística da Universidade do Estado da Paraíba, por me concederem a base necessária para uma vida acadêmica de sucesso.

Aos participantes da banca examinadora, pelas sugestões.

## Resumo

O objetivo central da presente dissertação é avaliar estratégias univariadas de modelagem e previsão da arrecadação do imposto de renda no Brasil. Ao longo desta dissertação, empregaremos o algoritmo de alisamento exponencial de Holt-Winters, usaremos a metodologia de Box-Jenkins com os modelos sazonais auto-regressivos integrados de médias móveis, SARIMA, e aplicaremos também o modelo SARMAX. Nesse último modelo usamos como variável explicativa duas especificações diferentes da tendência da série. Finalmente, consideramos as combinações de previsões obtidas de diferentes estratégias de previsão. Combinações de previsões individuais obtidas através das quatro diferentes estratégias de previsão geraram boas previsões, contudo os resultados sugerem que o método SARMAX com tendência não-linear (estimada não-parametricamente) possui a melhor capacidade preditiva dentre todos os procedimentos considerados.

## **Abstract**

The chief goal of this thesis is to evaluate different forecasting strategies for predicting future levels of income tax revenues. We use exponential smoothing techniques, SARIMA and SARMAX models, and also evaluate the performance of combined forecasts. Overall, the results favor the SARMAX method that uses as a regressor the nonlinear trend of the series estimated nonparametrically.

# Índice

1. Introdução .....	01
1.1. Introdução .....	01
2. Conceitos Básicos e Estratégias de Previsão .....	03
2.1. Conceitos Básicos.....	03
2.2. Funções de Autocovariância e Autocorrelação .....	04
2.3. Alisamento Exponencial e Modelos Box-Jenkins .....	06
2.3.1 Alisamento Exponencial Simples .....	06
2.4 Alisamento Exponencial de Holt .....	07
2.5 Alisamento Exponencial de Holt-Winters.....	07
2.5.1 Método Sazonal Multiplicativo.....	07
2.5.2 Método Sazonal Aditivo .....	08
2.6 Modelagem de Box-Jenkins .....	08
2.6.1 Modelos Auto-regressivos .....	09
2.6.2 Modelos de Médias Móveis.....	10
2.6.3 Modelos ARMA, ARIMA e SARIMA .....	10
2.7 Modelo ARMAX .....	13
2.8 Combinação de Previsões .....	13
2.8.1 Pesos Iguais .....	15
2.8.2 Pesos Inversamente Proporcionais à Soma dos Quadrados dos Erros.....	16
2.8.3 Pesos Baseados em Regressão .....	17
2.9 Avaliação de Previsões.....	18
3. Análise exploratória de dados .....	20
3.1 Algumas Considerações .....	20
3.2 Análise Exploratória .....	20
4. Modelagem e Previsão.....	25
4.1 Modelagem .....	25
4.1.1 Alisamento Exponencial de Holt-Winters .....	25
4.1.2 Método de Box-Jenkins .....	33
4.1.3 Modelos SARMAX .....	43
4.1.4 Combinação de Previsões .....	57
5. Conclusão.....	66
o Apêndice A .....	68
o Apêndice B .....	70
o Apêndice C .....	75

◦ Apêndice D .....	84
◦ Apêndice E .....	108
◦ Referências .....	133

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1. Introdução

A previdência social, assim como grande parte dos serviços de educação e saúde, é responsabilidade da União. A receita tributária da União vem, principalmente, do IR (Imposto de Renda) e do IPI (Imposto sobre Produtos Industrializados), a dos estados vem do ICMS (Imposto sobre Operações Relativas à Circulação de Mercadorias e sobre Prestações de Serviços de Transporte Interestadual e Intermunicipal e de Comunicação) e do IPVA (Imposto sobre Propriedade de Veículos Automotores), e a dos municípios é proveniente do ISS (Imposto sobre Serviços), de 25% da arrecadação do ICMS e de 50% da arrecadação do IPVA que os estados são obrigados a lhes repassar. Os principais impostos em vigência no mundo moderno incidem sobre a renda, sobre a propriedade e sobre vendas.

A atividade de previsão da arrecadação dos tributos federais desempenha um papel importante na atividade econômica do País, pois é necessária para atividades de planejamento de despesas e para a elaboração de políticas econômicas.

O objetivo da presente dissertação é apresentar uma metodologia alternativa de modelagem e previsão da arrecadação de impostos e das receitas tributárias federais. Ao longo desta dissertação nós trabalharemos com a modelagem e previsão da arrecadação do IR total. Analisaremos métodos que tipicamente apresentam bom poder preditivo: utilizaremos os algoritmos de alisamento exponencial de Holt e de Holt-Winters, o método Box-Jenkins com os modelos ARIMA e SARIMA, os modelos ARMAX e SARMAX e combinação de previsões. Analisaremos a série temporal da arrecadação total do imposto de renda de julho de 1994 a dezembro de 2001; os valores da série de janeiro a junho de 2002 servirão para avaliação das previsões.

A plataforma computacional utilizada é o pacote estatístico R. O programa R é uma versão gratuita do programa S-PLUS e é baseado na linguagem de programação S; ver Cribari-Neto & Zarkos (1999) e Venables & Ripley (2002). Uma vantagem dessa plataforma é sua flexibilidade em permitir a criação de novas funções e a possibilidade de modificações de muitas funções internas. Este programa pode ser obtido em versões Windows, Linux, Unix e Macintosh da página <http://www.r-project.org>.

O capítulo 2 apresenta conceitos de séries temporais, a saber: estacionariedade, função de autocovariância, função de autocorrelação e de autocorrelação parcial, ruído branco e passeio aleatório. Em seguida, são apresentadas as metodologias de modelagem e previsão, tais como o algoritmo de alisamento exponencial, o método de Box-Jenkins, modelos ARMAX e combinação de previsões.



No capítulo 3 é feita uma análise exploratória dos dados da série da arrecadação total do Imposto de Renda, que compreende o período de julho de 1994 a dezembro de 2001. No capítulo 4 é efetuada a modelagem da série do IR truncada em diferentes períodos de tempo. Para isso, usam-se algoritmos de alisamento exponencial, modelagem de Box-Jenkins, modelos SARMAX e combinação de previsões. Por fim, o último capítulo contém um sumário das conclusões.

## Capítulo 2

### Conceitos Básicos e Estratégias de Previsão

O presente capítulo contém um resumo sobre alguns dos principais conceitos básicos de séries temporais, incluindo ainda uma breve digressão sobre algumas metodologias de modelagem.

#### 2.1. Conceitos Básicos

Uma série temporal é um conjunto de observações de uma determinada variável  $y$  geradas sequencialmente no tempo. Se o tempo evolui de forma contínua, tem-se uma série temporal contínua, ao passo que se a evolução do tempo se dá de forma discreta, a série é dita ser discreta. Quando o valor futuro de uma série temporal é exatamente determinado por alguma função matemática, a série é determinística; por outro lado, se o valor futuro pode ser descrito em termos de uma distribuição de probabilidade, ela é não-determinística.

Os principais objetivos da análise de séries temporais são investigar o mecanismo gerador da série, descrever seu comportamento através da construção de gráficos para verificação da existência de tendência e variações sazonais e fazer previsões de valores futuros.

Considere um processo estocástico (família de variáveis aleatórias definidas em um espaço de probabilidade),  $\{y_t, t \in \Pi\}$ , onde  $\Pi$  é o conjunto índice que controla a evolução do tempo. A média de  $y_t$  é denotada por

$$\mu_t = E[y_t]$$

e a covariância entre  $y_t$  e  $y_s$  é

$$\gamma(t, s) = \text{Cov}(y_t, y_s) = E[(y_t - \mu_t)(y_s - \mu_s)],$$

$\gamma(t, t)$  sendo portanto a variância de  $y_t$ . Nem todos os processos estocásticos têm a propriedade da covariância entre dois membros depender unicamente da distância temporal entre eles. Quando um processo estocástico tem esta propriedade, tendo ainda média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  constantes, ele é dito ser um processo (fracamente) estacionário. Mais formalmente, uma série temporal  $\{y_t, t \in \Pi\}$  é fracamente estacionária se:

- i)  $E(y_t) = \mu, \forall t \in \Pi$ ;
- ii)  $\text{Var}(y_t) = \sigma^2, \forall t \in \Pi$ ;
- iii)  $\text{Cov}(y_t, y_{t+h}) = \gamma(h)$  depender apenas de  $h \forall t \in \Pi$  e  $\forall h$ .

Existe uma definição mais forte, a de estacionariedade estrita. Uma série temporal é dita ser estritamente estacionária se a distribuição de probabilidade de  $y_t$  é a mesma em todos os pontos do conjunto índice. Todavia, em geral, não é possível testar se este tipo de estacionariedade se verifica, pois a função de distribuição é tipicamente desconhecida.

Um outro conceito muito importante é o de ruído branco. Uma sequência  $\{\varepsilon_t, t \in \Pi\}$  de variáveis aleatórias não-correlacionadas, com média zero e variância finita e constante é chamada de ruído branco. A notação usada é  $\varepsilon_t \sim \text{RB}(0, \sigma^2)$ . Se  $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ , nós dizemos que  $\varepsilon_t$  é um ruído branco gaussiano. O exemplo de um processo estocástico que envolve ruído branco é o passeio aleatório:

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

onde  $\varepsilon_t \sim \text{RB}(0, \sigma^2)$ ; quando o ruído branco possui distribuição normal, tem-se um passeio aleatório gaussiano. Se

$$y_t = \beta + y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

onde  $\beta$  é uma constante real não-nula, então  $y_t$  segue um passeio aleatório com “drift”. O passeio aleatório não é um processo estacionário, porque sua variância não é constante ao longo do tempo. Contudo, sua primeira diferença,

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = \varepsilon_t,$$

é estacionária. Duas componentes não-observáveis de uma série temporal são tendência e sazonalidade. O movimento sistemático ao longo do tempo de aumento ou decréscimo de uma série temporal é chamado de tendência. Sazonalidade, por sua vez, são flutuações periódicas quando as observações são intra-anuais, isto é, registradas com periodicidade inferior a um ano.

## 2.2. Funções de Autocovariância e Autocorrelação

A função de autocovariância é uma ferramenta importante para descrever a estrutura estocástica de uma série temporal, pois avalia a dependência das observações da série entre si. A função de autocovariância de um processo estocástico  $\{y_t, t \in \Pi\}$ , tal que  $\text{Var}(y_t) < \infty \forall t \in \Pi$ , é

$$\gamma(t, t+h) = \text{Cov}(y_t, y_{t+h}) = \text{E}[\{y_t - \text{E}(y_t)\}\{y_{t+h} - \text{E}(y_{t+h})\}].$$

Uma notação alternativa e conveniente é  $\gamma(h) = \text{Cov}(y_t, y_{t+h})$ . Se  $\gamma(\cdot)$  é a função de autocovariância de um processo estacionário  $\{y_t, t \in \Pi\}$ , então

$$\gamma(0) \geq 0,$$

$$|\gamma(h)| \leq \gamma(0) \quad \forall t \in \Pi$$

e

$$\gamma(h) = \gamma(-h) \quad \forall t \in \Pi.$$

Essa medida possui a desvantagem de depender da unidade de medição de  $y$ . Assim, é conveniente normalizar as autocovariâncias dividindo-as pelo produto dos respectivos desvios padrão, dando origem à função de autocorrelação:

$$\rho(r, s) = \frac{\text{Cov}(y_r, y_s)}{\sigma_r \sigma_s},$$

onde  $\sigma_i$  é o desvio padrão da  $i$ -ésima observação,  $i = r, s$ . Um caso de interesse ocorre quando a variância do processo estocástico  $\{y_t, t \in \Pi\}$  em questão é constante, o que implica

$$\rho(h) = \frac{\text{Cov}(y_t, y_{t+h})}{\sigma_y^2} = \frac{\gamma(h)}{\gamma(0)}.$$

Um outro conceito útil é o de autocorrelação parcial. Seja  $\{y_t, t \in \Pi\}$  um processo estocástico. A autocorrelação parcial de ordem  $k$  mede a influência direta (pura) de  $y_{t-k}$  sobre  $y_t$ . Uma definição mais formal é que a  $m$ -ésima autocorrelação parcial  $\varphi_m$  é o  $m$ -ésimo coeficiente da projeção linear de  $y$  em seus  $m$  valores prévios:

$$\hat{y}_{t+1} = \varphi_1 y_t + \varphi_2 y_{t-1} + \dots + \varphi_m y_{t-m+1}.$$

Portanto,  $\varphi_m$  é autocorrelação parcial entre  $y_t$  e  $y_{t-m}$  depois de se levar em consideração os efeitos de  $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-m+1}$  sobre  $y_t$ .

As quantidades

$$\hat{\mu} = n^{-1} \sum_{t=1}^n y_t,$$

$$\hat{\gamma}(0) = n^{-1} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{\mu})^2$$

e

$$\hat{\gamma}(h) = n^{-1} \sum_{t=h+1}^n (y_t - \hat{\mu})(y_{t-h} - \hat{\mu}), \quad h = 1, 2, 3, \dots,$$

são a média amostral, a variância amostral e as autocovariâncias amostrais, respectivamente. As autocovariâncias amostrais podem ser normalizadas da mesma forma que as populacionais, fornecendo assim as autocorrelações amostrais:

$$\hat{\rho}(h) = \frac{\hat{\gamma}(h)}{\hat{\gamma}(0)}, \quad h = 1, 2, 3, \dots$$

O gráfico de  $\hat{\rho}(h)$  contra valores não-negativos de  $h$  é conhecido como função de autocorrelação amostral ou correlograma.

## 2.3. Alisamento Exponencial e Modelos Box-Jenkins

Métodos de previsão, em geral, baseiam-se na idéia de que observações passadas contêm informações sobre o padrão de comportamento da série temporal. O problema principal é distinguir este padrão de possíveis ruídos. Um procedimento de previsão que tenta tratar os dois aspectos é o algoritmo de alisamento exponencial. Trata-se de uma técnica sem justificação probabilística, cuja grande popularidade é devida à sua simplicidade, à sua eficiência computacional e à sua razoável precisão. O método Box-Jenkins é uma modelagem paramétrica que consiste em ajustar modelos auto-regressivos e/ou de médias móveis,  $ARIMA(p, d, q)$ , a um conjunto de dados.

### 2.3.1. Alisamento Exponencial Simples

Este método é apropriado para séries que não apresentam tendência nem sazonalidade. O nível atual da série  $\{N_t\}$  é estimado através de uma média ponderada das observações anteriores, sendo que os pesos decrescem exponencialmente à medida que regredimos no tempo. O nível atual da série é dado por

$$N_t = (1 - \alpha)N_{t-1} + \alpha y_t, \quad t \in \Pi, \quad (2.1)$$

onde  $N_{t-1} = \alpha y_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)y_{t-2} + \dots$  e  $0 < \alpha < 1$ . O problema central é a determinação do valor de  $\alpha$ . Uma forma razoável de escolhê-lo é através de inspeção visual; se a série evolui de forma suave faz sentido usar um valor alto para  $\alpha$ , ao passo que se a série evolui de forma errática faz sentido atribuir peso pequeno à última observação. Um procedimento mais objetivo é escolher o valor de  $\alpha$  que minimiza a soma dos quadrados dos erros de previsão um passo à frente,

$$S_\alpha = \sum_{t=3}^n e_t^2,$$

onde

$$e_t = y_t - N_{t-1} \text{ e } N_{t-1} = \hat{y}_{t-1}(1), \quad t = 3, 4, \dots, n, \quad (2.2)$$

e  $\hat{y}_{t-1}(1)$  é a previsão de  $y_t$  no instante  $t - 1$ . Os algoritmos de alisamento exponencial podem ser vistos como sistemas de aprendizado. A partir de (2.1) e (2.2), temos que

$$N_t = N_{t-1} + \alpha e_t,$$

ou seja, a estimativa do nível num instante é a soma da estimativa anterior e de um múltiplo do erro de previsão. Se  $e_t = 0$ , a última previsão foi perfeita, então não há razão para a previsão ser alterada. Todavia, se a última previsão subestimou o valor da série, a próxima previsão é obtida adicionando à previsão anterior uma quantidade positiva.

## 2.4. Alisamento Exponencial de Holt

Este algoritmo permite obter estimativas do nível e da tendência da série. A forma de recorrência é dada por

$$N_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(N_{t-1} + T_{t-1}), \quad 0 < \alpha < 1,$$

$$T_t = \beta(N_t - N_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}, \quad 0 < \beta < 1,$$

onde  $N_t$  e  $T_t$  são estimativas do nível e da tendência, respectivamente, no instante  $t$  e  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes de suavização. A previsão de  $y_{t+h}$  feita no instante  $t$  é

$$\hat{y}_t(h) = N_t + hT_t, \quad h = 1, 2, \dots$$

Novamente, a escolha objetiva dos valores de  $\alpha$  e  $\beta$  pode ser feita através da minimização da soma dos quadrados dos erros de previsão um passo à frente. Este algoritmo também possui uma forma de correção dos erros, a saber:

$$N_t = N_{t-1} + \alpha e_t,$$

$$T_t = T_{t-1} + \alpha \beta e_t.$$

Suponha que a última previsão foi perfeita,  $e_t = 0$ , então as novas estimativas do nível e da tendência serão iguais às anteriores. Contudo, se  $e_t < 0$ , isto é, superprevedemos o valor da série, então para obter a próxima previsão deve-se diminuir as estimativas do nível e da tendência proporcionalmente ao erro; na primeira, a diminuição é controlada por  $\alpha$  e na segunda, a diminuição é controlada por  $\alpha$  e  $\beta$ .

## 2.5. Alisamento Exponencial de Holt-Winters

O objetivo central deste algoritmo é permitir a incorporação de padrões sazonais ao algoritmo de Holt. Existem dois tipos de procedimentos cuja utilização depende das características da série considerada. Tais procedimentos baseiam-se em três equações que utilizam constantes de alisamento diferentes, cada uma correspondendo a uma das componentes do padrão da série: nível, tendência e sazonalidade.

### 2.5.1. Método Sazonal Multiplicativo

Considere uma série sazonal com período de sazonalidade  $s$ . O fator sazonal ( $F_t$ ) é assumido ser multiplicativo, enquanto que a tendência é aditiva. A forma de recorrência do algoritmo é

$$N_t = \alpha \frac{y_t}{F_{t-s}} + (1 - \alpha)(N_{t-1} + T_{t-1}), \quad 0 < \alpha < 1,$$

$$T_t = \beta(N_t - N_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}, \quad 0 < \beta < 1,$$

$$F_t = \gamma \frac{y_t}{N_t} + (1 - \gamma)F_{t-s}, \quad 0 < \gamma < 1.$$

As previsões dos valores futuros da série são obtidas das seguintes expressões:

$$\begin{aligned}\hat{y}_t(h) &= (N_t + hT_t)F_{t+h-s}, \quad h = 1, 2, \dots, s, \\ \hat{y}_t(h) &= (N_t + hT_t)F_{t+h-2s}, \quad h = s+1, s+2, \dots, 2s, \\ &\vdots \quad \quad \quad \vdots\end{aligned}$$

Aqui, a forma de correção dos erros é

$$\begin{aligned}N_t &= N_{t-1} + T_{t-1} + \alpha \frac{e_t}{F_{t-s}}, \\ T_t &= T_{t-1} + \alpha\beta \frac{e_t}{F_{t-s}}, \\ F_t &= F_{t-s} + \gamma(1 - \alpha) \frac{e_t}{N_t}.\end{aligned}$$

### 2.5.2. Método Sazonal Aditivo

O procedimento anterior pode ser modificado para lidar com situações onde o fator sazonal é aditivo. As equações de atualização dos dados são

$$\begin{aligned}N_t &= \alpha(y_t - F_{t-s}) + (1 - \alpha)(N_{t-1} + T_{t-1}), \quad 0 < \alpha < 1, \\ T_t &= \beta(N_t - N_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}, \quad 0 < \beta < 1, \\ F_t &= \gamma(y_t - N_t) + (1 - \gamma)F_{t-s}, \quad 0 < \gamma < 1.\end{aligned}$$

Os valores futuros são previstos a partir das equações

$$\begin{aligned}\hat{y}_t(h) &= N_t + hT_t + F_{t+h-s}, \quad h = 1, 2, \dots, s, \\ \hat{y}_t(h) &= N_t + hT_t + F_{t+h-2s}, \quad h = s+1, s+2, \dots, 2s, \\ &\vdots \quad \quad \quad \vdots\end{aligned}$$

Por fim, o mecanismo de correção dos erros se torna

$$\begin{aligned}N_t &= N_{t-1} + T_{t-1} + \alpha e_t, \\ T_t &= T_{t-1} + \alpha\beta e_t, \\ F_t &= F_{t-s} + \gamma(1 - \alpha)e_t.\end{aligned}$$

## 2.6. Modelagem de Box-Jenkins

Este método consiste em ajustar modelos ARIMA( $p, d, q$ ) e suas variações. A estratégia para construção do modelo é baseada em um ciclo iterativo e utiliza os próprios dados para a escolha da estrutura deste modelo. Inicialmente, é proposta uma classe de modelos,

procede-se à identificação de um modelo particular com base em critérios específicos, em seguida os parâmetros são estimados, e os resíduos do modelo ajustado são então avaliados. Caso o modelo selecionado não seja adequado, o ciclo é reiniciado. Em geral, os modelos mais convenientes são parcimoniosos, ou seja, contêm poucos parâmetros e mesmo assim geram previsões precisas.

Faz-se necessário definir a  $n$ -ésima diferença de uma série temporal, que é dada por

$$\Delta^n y_t = \Delta^{n-1} y_t - \Delta^{n-1} y_{t-1} = \sum_{r=0}^n (-1)^r \binom{n}{r} y_{t-r},$$

onde  $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ . O operador de defasagem  $B$  é definido de tal forma que  $By_t = y_{t-1}$ ; mais geralmente,  $B^n y_t = y_{t-n}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$

### 2.6.1. Modelos Auto-regressivos

O modelo auto-regressivo de ordem  $p$ , denotado  $AR(p)$ , é definido como

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + u_t,$$

onde  $u_t \sim \text{RB}(0, \sigma^2)$ ,  $\phi_1, \dots, \phi_p$  são parâmetros auto-regressivos e  $c$  é um parâmetro incluído para permitir que  $y_t$  tenha média diferente de zero. Uma notação alternativa é

$$y_t = c + \phi_1 B y_t + \phi_2 B^2 y_t + \dots + \phi_p B^p y_t + u_t$$

ou

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) y_t = c + u_t$$

ou ainda

$$\phi(B) y_t = c + u_t,$$

onde  $\phi(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$  é um polinômio auto-regressivo. Uma questão relevante é definir sob que condições um processo  $AR(p)$  é estacionário. Quando todas as raízes da equação

$$1 - \phi_1 z - \phi_2 z^2 - \dots - \phi_p z^p = 0$$

encontram-se fora do círculo unitário (no plano complexo), então  $y_t$  é estacionária. Neste caso, a média de  $y_t$  é

$$E(y_t) = \mu = \frac{c}{1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p}$$

e a  $j$ -ésima autocovariância é dada por

$$E[(y_t - \mu)(y_{t-j} - \mu)] = \gamma_j = \phi_1 \gamma_{j-1} + \phi_2 \gamma_{j-2} + \dots + \phi_p \gamma_{j-p}, \quad j = 1, 2, \dots \quad (2.3)$$

Dividindo-se (2.3) por  $\gamma_0$ , chega-se às “equações de Yule-Walker”:

$$\rho_j = \phi_1 \rho_{j-1} + \phi_2 \rho_{j-2} + \dots + \phi_p \rho_{j-p}, \quad j = 1, 2, \dots$$



### 2.6.2. Modelos de Médias Móveis

Dizemos que  $y_t$  segue um processo de médias móveis de ordem  $q$ , denotado  $MA(q)$ , se

$$y_t = \mu + u_t + \theta_1 u_{t-1} + \dots + \theta_q u_{t-q},$$

onde  $u_t \sim RB(0, \sigma^2)$ . Este processo pode ser reescrito como

$$y_t = \mu + \theta(B)u_t,$$

onde  $\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q$  é um polinômio de médias móveis. A média da variável  $y_t$  é

$$E(y_t) = \mu,$$

sua variância é dada por

$$\text{Var}(y_t) = \sigma^2(1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2)$$

e as autocovariâncias são

$$\gamma_j = \begin{cases} (\theta_j + \theta_{j+1}\theta_1 + \theta_{j+2}\theta_2 + \dots + \theta_q\theta_{q-j})\sigma^2, & \text{para } j = 1, 2, \dots, q, \\ 0, & \forall j > q. \end{cases}$$

Observe a existência de um corte na função de autocorrelação na ordem  $q$ . Pode-se perceber que um processo  $MA(q)$  é sempre estacionário, contudo, nem sempre é único. A fim de se ter unicidade, imporemos uma condição adicional. Um processo  $MA(q)$  é invertível quando todas as raízes da equação

$$1 + \theta_1 z + \theta_2 z^2 + \dots + \theta_q z^q = 0$$

se encontram fora do círculo unitário.

### 2.6.3. Modelos ARMA, ARIMA e SARIMA

O processo  $ARMA(p, q)$  é definido como

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + u_t + \theta_1 u_{t-1} + \dots + \theta_q u_{t-q},$$

onde  $u_t \sim RB(0, \sigma^2)$  e os  $\phi$ 's e os  $\theta$ 's são parâmetros auto-regressivos e de médias móveis, respectivamente. Podemos escrever a equação do processo como

$$\phi(B)y_t = c + \theta(B)u_t,$$

onde  $\phi(B)$  e  $\theta(B)$  são os polinômios AR e MA usuais. As condições de estacionariedade em relação ao processo AR e invertibilidade em relação ao MA permanecem. Se a série não for

estacionária, o processo em questão pode ser integrado de ordem  $d$ , ou seja,  $y_t$  é não estacionário, mas  $\Delta^d y_t = (1 - B)^d y_t$  é estacionário. Tem-se então um processo ARIMA( $p, d, q$ ) definido como

$$\phi(B)[(1 - B)^d y_t - \mu] = \theta(B)u_t.$$

Com o objetivo de levar em consideração padrões de flutuações sazonal, ampliou-se a classe de modelos ARIMA. Muitas vezes não é possível transformar  $y_t$  de forma a remover a sazonalidade, ou seja, a própria sazonalidade pode apresentar um padrão dinâmico. Isto significa que há necessidade de se considerar uma sazonalidade estocástica e ajustar à série original um modelo ARIMA sazonal (SARIMA). Seja  $y_t$  a série de interesse observada com período de sazonalidade  $s$ . Sejam ainda

$$\Phi(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_P B^{sP}$$

o operador auto-regressivo sazonal de ordem  $P$ , estacionário, e

$$\Theta(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \dots - \Theta_Q B^{sQ}$$

o operador de médias móveis sazonal de ordem  $Q$ , invertível, e  $\Delta_s^D = (1 - B^s)^D$ , com  $D$  indicando o número de “diferenças sazonais”. A classe de modelos sazonais multiplicativos  $(p, d, q) \times (P, D, Q)$  é dada por

$$\begin{aligned} (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)(1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_P B^{sP})[(1 - B)^d(1 - B^s)^D - \mu]y_t = \\ = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)(1 - \Theta_1 B^s - \dots - \Theta_Q B^{sQ})u_t, \end{aligned}$$

onde  $u_t \sim \text{RB}(0, \sigma^2)$ , ou ainda

$$\phi(B)\Phi(B^s)[(1 - B)^d(1 - B^s)^D - \mu]y_t = \theta(B)\Theta(B^s)u_t.$$

Para maiores detalhes sobre a classe de modelos ARIMA e sua utilidade prática, ver Granger & Newbold (1986) e Newbold & Bos (1994).

Um caso particular muito importante é o modelo “airline”. Box & Jenkins (1970) usaram este para modelar o logaritmo do número mensal de passageiros em companhias aéreas. Este modelo se mostrou posteriormente útil para modelar outras séries. Trata-se de um modelo SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1), ou seja,

$$(1 - B)(1 - B^s)y_t = \mu + (1 + \theta_1 B)(1 + \Theta_1^s B^s)u_t.$$

Após esta breve fundamentação teórica, é possível definir mais precisamente a etapa de identificação do modelo. Há várias estratégias que podem ser utilizadas. Em modelos AR( $p$ ), o gráfico das autocorrelações parciais amostrais deve apresentar um corte na ordem  $p$ . Já em processos MA( $q$ ), o corte deve ocorrer na ordem  $q$  no gráfico das autocorrelações

amostrais. Contudo, sendo o processo misto a identificação por este procedimento torna-se muito difícil. Neste caso, dois critérios de seleção de modelos são úteis, a saber:

$$\begin{aligned} \text{AIC} &= -2 \log \hat{L} + 2(p + q), \\ \text{BIC} &= -2 \log \hat{L} + (p + q) \log T, \end{aligned}$$

onde  $T$  é o número de observações e  $\hat{L}$  é a verossimilhança maximizada. O melhor modelo é aquele que apresentar o menor AIC e/ou o menor BIC. O AIC (*Akaike Information Criterion*) não é consistente, ao passo que o BIC (*Bayesian Information Criterion*) é consistente e mais parcimonioso. O BIC escolhe modelos cuja dimensão não ultrapassa a dos modelos selecionados pelo AIC quando há mais de oito observações. Mills & Prasad (1992), via simulação de Monte Carlo, concluíram que o BIC tipicamente apresenta melhor desempenho em amostras finitas. Existe ainda uma terceira estratégia proposta por Hannan & Rissanen (1982), bastante meticulosa, mas pouco utilizada.

Escolhido o modelo, ou modelos, o próximo passo é a estimação dos parâmetros. Há diferentes métodos de estimação que podem ser usados. Apesar de terem propriedades assintóticas semelhantes, seus desempenhos em amostras finitas podem ser bem diferentes. Ansley & Newbold (1980) realizaram simulações de Monte Carlo para avaliar o desempenho em amostras finitas de diferentes estimadores dos parâmetros de modelos ARMA. Foram comparados os métodos de máxima verossimilhança, mínimos quadrados exatos e mínimos quadrados condicional segundo viés, erro quadrático médio e erro quadrático médio de previsões. Os autores concluíram que, em geral, os estimadores de máxima verossimilhança possuem o melhor desempenho em amostras finitas.

Finalmente, o último passo é saber se o modelo estimado fornece uma representação adequada aos dados, isto é, fazer a checagem de diagnóstico. Uma das formas de checagem de diagnóstico é a análise dos resíduos, pois esses fornecem uma estimativa dos erros, que são desconhecidos. Caso o modelo estimado seja adequado, os resíduos devem comportar-se como um processo ruído branco, ou seja, não devem ser autocorrelacionados e a variância ser constante. Segundo Box & Pierce (1970) e McLeod (1978), a distribuição assintótica das autocorrelações amostrais dos resíduos de um modelo ARMA( $p, q$ ) é  $\mathcal{N}(0, \frac{1}{T})$ . Assim, espera-se que as autocorrelações amostrais se encontrem no intervalo  $\left[-\frac{2}{\sqrt{T}}, \frac{2}{\sqrt{T}}\right]$  de confiança assintótico de nível 95% quando o modelo estiver bem especificado. Um enfoque alternativo é testar conjuntamente a significância das primeiras  $m$  autocorrelações. Isto pode ser feito usando um teste Portmanteau. Há duas estatísticas para este teste, a saber:

$$Q_{BP} = T \sum_{j=1}^m r_j^2,$$

proposta por Box & Pierce (1970), e

$$Q_{LB} = T(T+2) \sum_{j=1}^m (T-j)^{-1} r_j^2,$$

proposta por Ljung & Box (1978), onde

$$r_j(\hat{u}) = \frac{\sum_{t=j+1}^T \hat{u}_t \hat{u}_{t-j}}{\sum_{t=j}^T \hat{u}_t^2}, \quad j = 1, 2, \dots,$$

e  $\hat{u}_t$  são os resíduos do modelo estimado. Temos que, sob a hipótese nula,

$$Q_i \xrightarrow{d} \chi_{m-p-q}^2, \quad i = BP, LB,$$

onde  $\xrightarrow{d}$  denota convergência em distribuição. Assim, rejeita-se a hipótese de que o modelo está especificado corretamente se  $Q_i > \chi_{\alpha, m-p-q}^2$ , onde  $\chi_{\alpha, m-p-q}^2$  é o quantil  $(1 - \alpha)$  de uma distribuição qui-quadrado com  $m - p - q$  graus de liberdade. Se não foi identificada nenhuma deficiência no modelo, então parte-se para a geração de previsões. Uma comparação interessante envolvendo modelos ARIMA e algoritmos de alisamento exponencial encontra-se no artigo de Newbold & Granger (1974). Estes autores concluíram que previsões usando ARIMA são tipicamente mais precisas quando o interesse recai em prever poucos passos à frente; quando as previsões são mais distantes no tempo, os dois métodos tendem a se equivaler.

## 2.7. Modelo ARMAX

ARMAX (“autoregressive-moving average with explanatory variables”) é uma estrutura de modelagem que possui considerável generalidade para se analisar impactos de regressores dinamicamente. Aqui, a atenção será dada ao caso de uma variável dependente,  $y$ , e uma única variável independente ou explicativa,  $x$ . O modelo é definido como

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \dots + \beta_r x_{t-r} + u_t + \theta_1 u_{t-1} + \dots + \theta_q u_{t-q},$$

onde  $\alpha$ ,  $\beta_i$ ,  $\phi_j$ ,  $\theta_k$ ,  $i = 0, \dots, r$ ,  $j = 1, \dots, p$ ,  $k = 1, \dots, q$ , são parâmetros fixados e  $u_t$  é ruído branco. Notamos que no caso especial onde os  $\beta$ 's são todos zero, obtém-se o modelo ARMA( $p, q$ ) para a variável dependente  $y_t$ . Quando os  $\theta$ 's são todos iguais a zero, os outros parâmetros do modelo são facilmente estimados por mínimos quadrados ordinários. Contudo, quando os  $\theta$ 's são não-nulos, a estimação dos parâmetros requer o uso de um algoritmo de otimização não-linear. É importante lembrar que mais de uma variável explanatória pode ser incluída no modelo, contanto que a estrutura de defasagem para cada variável seja finita e que o número total de parâmetros a serem estimados não exceda o número de observações.

## 2.8. Combinação de Previsões

Freqüentemente, na prática é preferível formar combinações de duas ou mais previsões a aproximar um valor real por uma única previsão. Um exemplo simples do potencial da

combinação de previsões encontra-se em Barnard (1963). Neste exemplo, a combinação das previsões provenientes do modelo Box-Jenkins e do algoritmo de alisamento exponencial tem um desempenho melhor que ambas individualmente.

A quantidade a ser predita de uma série temporal  $\{y_t, 1 \leq t \leq T\}$  será denotada por  $y_t$  e  $f_t^{(1)}, f_t^{(2)}, \dots, f_t^{(k)}$  denotarão as  $k$  previsões desta quantidade. A forma usada para compor as previsões será a média ponderada das previsões individuais. Assim, a combinação das previsões será calculada como

$$f_t = w_1 f_t^{(1)} + w_2 f_t^{(2)} + \dots + w_k f_t^{(k)}, \quad 0 \leq w_i \leq 1, \quad \sum_{i=1}^k w_i = 1. \quad (2.4)$$

No caso em que há somente duas previsões, a combinação será da forma

$$f_t = w_1 f_t^{(1)} + w_2 f_t^{(2)}, \quad 0 \leq w_i \leq 1, \quad w_1 + w_2 = 1,$$

que pode ser reescrita como

$$f_t = w_1 f_t^{(1)} + (1 - w_1) f_t^{(2)}, \quad 0 \leq w_i \leq 1.$$

Uma composição será não-viesada sempre que as previsões individuais forem não-viesadas. Seja  $e_t^{(i)}$  o erro referente à previsão  $f_t^{(i)}$ , isto é,

$$e_t^{(i)} = y_t - f_t^{(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, k.$$

Esses erros são variáveis aleatórias e uma previsão será não-viesada se o erro associado a ela possuir média zero. Suponha agora que as  $k$  previsões individuais são todas não-viesadas, então todos os erros correspondentes têm esperança zero, ou seja,

$$E(e_t^{(i)}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, k.$$

Se a composição de previsões é formada como (2.4), o erro de previsão será

$$\begin{aligned} e_t &= y_t - f_t = y_t - (w_1 f_t^{(1)} + w_2 f_t^{(2)} + \dots + w_k f_t^{(k)}) \\ &= w_1 (y_t - f_t^{(1)}) + w_2 (y_t - f_t^{(2)}) + \dots + w_k (y_t - f_t^{(k)}) \\ &= w_1 e_t^{(1)} + w_2 e_t^{(2)} + \dots + w_k e_t^{(k)}. \end{aligned}$$

Portanto, se cada previsão individualmente é não-viesada, cada  $e_t^{(i)}$  tem esperança zero, e então a combinação é também não-viesada,  $E(e_t) = 0$ .

Sejam  $f_t^{(1)}$  e  $f_t^{(2)}$  duas previsões individuais não-viesadas tais que

$$E(e_t^{(j)2}) = \sigma_j^2, \quad j = 1, 2,$$

e

$$\mathbb{E} \left( e_t^{(1)} e_t^{(2)} \right) = \rho \sigma_1 \sigma_2.$$

Tome agora a média ponderada dessas duas previsões,

$$f_t = w_1 f_t^{(1)} + (1 - w_1) f_t^{(2)}.$$

O erro de previsão é

$$e_t = y_t - f_t = w_1 e_t^{(1)} + (1 - w_1) e_t^{(2)},$$

tendo variância

$$\sigma^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + (1 - w_1)^2 \sigma_2^2 + 2w_1(1 - w_1)\rho\sigma_1\sigma_2. \quad (2.5)$$

Esta expressão é minimizada para o valor de  $w_1$  dado por

$$w^* = \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2}. \quad (2.6)$$

Substituindo (2.6) em (2.5), obtém-se

$$\sigma^2(w^*) = \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2 (1 - \rho^2)}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2}.$$

Note que  $\sigma^2(w^*) < \min(\sigma_1^2, \sigma_2^2)$ , a não ser que  $\rho$  seja exatamente igual a  $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$  ou a  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ . Se  $\rho$  for igual a um dos dois quocientes, tem-se  $\sigma^2(w^*) = \min(\sigma_1^2, \sigma_2^2)$ . Por essa razão, na prática é razoável esperar que combinar previsões seja mais eficaz do que adotar a melhor previsão individual.

### 2.8.1. Pesos Iguais

O método mais imediato para combinar previsões individuais é aquele onde todas as previsões possuem pesos iguais. Desse modo, a composição de previsões consiste de uma simples média de previsões individuais, isto é,

$$f_t = \frac{f_t^{(1)} + f_t^{(2)} + \dots + f_t^{(k)}}{k}.$$

Sejam  $f_t^{(1)}$  e  $f_t^{(2)}$  um par de previsões não-viesadas de  $y_t$  com erros  $e_t^{(1)}$  e  $e_t^{(2)}$ . Denote por  $\sigma_1^2$  e  $\sigma_2^2$  as variâncias dos erros de previsão e por  $\rho$  a correlação entre eles. Pode-se facilmente mostrar que a combinação de previsões é não-viesada e a variância do seu erro é dada por

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(e_t^2) &= \frac{1}{4} \mathbb{E} \left[ \left( e_t^{(1)} + e_t^{(2)} \right)^2 \right] \\ &= \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2}{4}. \end{aligned}$$

Suponha que as duas previsões individuais possuem a mesma qualidade, no sentido que as variâncias dos seus erros são iguais,  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = a^2$ . Neste caso, temos que a variância do erro da composição de previsões é

$$\begin{aligned}\sigma^2 = E(e_t^2) &= \frac{a^2 + a^2 + 2\rho a^2}{4} \\ &= \frac{\sigma^2(1 + \rho)}{2}.\end{aligned}$$

Note que a variância do erro da composição de previsões é estritamente menor que a variância do erro,  $a^2$ , das previsões individuais, exceto se a correlação entre as previsões individuais  $\rho$  for igual a um. Observamos que quando a correlação entre os erros das previsões individuais não é muito alta e é positiva, a variância do erro da combinação de previsões pode ser muito menor que as variâncias das previsões individuais.

### 2.8.2. Pesos Inversamente Proporcionais à Soma dos Quadrados dos Erros

No desenvolvimento de um esquema de ponderação dois fatores precisam ser levados em consideração. O primeiro é que, em geral, é preferível atribuir pesos relativamente altos para previsões cujos métodos tiveram melhor desempenho recente e pesos relativamente baixos para as previsões cujos métodos não tiveram um bom desempenho recente. O segundo é considerar a possibilidade do desempenho relativo dos métodos de previsões individuais mudar ao longo do tempo; dessa forma, é desejável adotar um esquema de ponderação adaptável ao longo do tempo. Como medir o desempenho dos métodos de previsão? Uma maneira natural de medir a qualidade das previsões individuais é através da soma dos quadrados dos erros. Pode-se então atribuir peso à previsão do  $i$ -ésimo método que seja inversamente proporcional à soma dos quadrados dos erros fornecidos por este método para os  $n$  mais recentes instantes de tempo. Estas somas dos quadrados dos erros para os  $k$  métodos de previsões individuais ao longo dos  $n$  últimos períodos de tempo são

$$\sum_{j=1}^n \left( y_{t-j} - f_{t-j}^{(i)} \right)^2 = \sum_{j=1}^n e_{t-j}^{(i)2}, \quad i = 1, \dots, k.$$

Então, os pesos da equação (2.4) serão tais que

$$w_i \propto \left( \sum_{j=1}^n e_{t-j}^{(i)2} \right)^{-1}, \quad i = 1, \dots, k,$$

onde  $\propto$  denota proporcionalidade. Como a soma de todos os pesos é igual a 1, os pesos serão dados por

$$w_i = \frac{\left( \sum_{j=1}^n e_{t-j}^{(i)2} \right)^{-1}}{\left( \sum_{j=1}^n e_{t-j}^{(1)2} \right)^{-1} + \dots + \left( \sum_{j=1}^n e_{t-j}^{(k)2} \right)^{-1}}, \quad i = 1, \dots, k. \quad (2.7)$$

Para o uso da equação (2.7) deve-se selecionar o número  $n$  de previsões passadas. Esta escolha pode depender de como as informações passadas são avaliadas. Experiências prévias sugerem que valores satisfatórios de  $n$  encontram-se entre 6 e 12. Isto ocorre essencialmente quando há estacionariedade. A questão de como determinar pesos apropriados em esquemas de combinação quando não há estacionariedade é tópico de pesquisas recentes. Algumas discussões podem ser encontradas em Miller, Clemem e Winkler (1992).

### 2.8.3. Pesos Baseados em Regressão

A observação atual ( $y_t$ ) pode ser predita pela média ponderada de duas outras previsões independentes. Seja  $e_t$  o erro causado pelo uso da combinação de previsões para prever  $y_t$ . Assim,

$$y_t = w_1 f_t^{(1)} + (1 - w_1) f_t^{(2)} + e_t$$

ou, equivalentemente,

$$y_t - f_t^{(2)} = w_1 (f_t^{(1)} - f_t^{(2)}) + e_t.$$

Esta última equação pode ser vista como um modelo de regressão, sendo  $(y_t - f_t^{(2)})$  a variável dependente,  $(f_t^{(1)} - f_t^{(2)})$  a variável independente,  $w_1$  o parâmetro de inclinação, e  $e_t$  o erro.

Com as  $n$  observações passadas e suas previsões associadas, tem-se o modelo de regressão linear

$$y_{t-j} - f_{t-j}^{(2)} = w_1 (f_{t-j}^{(1)} - f_{t-j}^{(2)}) + e_{t-j}, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

O estimador de mínimos quadrados ordinários de  $w_1$  é dado por

$$\hat{w}_1 = \frac{\sum_{j=1}^n (f_{t-j}^{(1)} - f_{t-j}^{(2)}) (y_{t-j} - f_{t-j}^{(2)})}{\sum_{j=1}^n (f_{t-j}^{(1)} - f_{t-j}^{(2)})^2}.$$

Usando o fato que as previsões dos erros individuais são

$$e_t^{(i)} = y_t - f_t^{(i)}, \quad i = 1, 2,$$

chega-se a

$$\hat{w}_1 = \frac{\sum_{j=1}^n e_{t-j}^{(2)2} - \sum_{j=1}^n e_{t-j}^{(1)} e_{t-j}^{(2)}}{\sum_{j=1}^n e_{t-j}^{(1)2} + \sum_{j=1}^n e_{t-j}^{(2)2} - 2 \sum_{j=1}^n e_{t-j}^{(1)} e_{t-j}^{(2)}}. \quad (2.8)$$

Comparando as equações (2.7) e (2.8) vê-se que a primeira difere da segunda unicamente por não conter a soma dos produtos das previsões dos erros individuais.

Uma dificuldade inerente a este método é que a fórmula (2.8) pode produzir valores negativos para os pesos, os quais são certamente inaceitáveis para determinar se alguma previsão é confiável. Portanto, uma prática comum é substituir qualquer valor negativo resultante de (2.8) por zero, abandonando assim a previsão correspondente.



O procedimento para combinação de previsões aqui descrito é apropriado quando as previsões individuais são não-viesadas. Granger e Ramanathan (1984) argumentam, contudo, que isto nem sempre é verdade.

O uso de pesos baseados em regressão é um método cuja teoria é bastante satisfatória. Todavia, há duas desvantagens:

(i) Os erros na equação de regressão podem ser autocorrelacionados. De fato, para previsões além de um passo à frente os erros serão tipicamente autocorrelacionados. Em consequência, as estimativas de mínimos quadrados ordinários dos pesos podem ser ineficientes.

(ii) Frequentemente, um número pequeno de dados será usado para estimar os parâmetros da regressão, de maneira que os pesos obtidos possam adaptar-se rapidamente ao longo do tempo. Dada uma amostra pequena, estimação por mínimos quadrados ordinários pode ser imprecisa, pois a variância das estimativas dos parâmetros é inversamente proporcional ao número de observações.

Tendo estas considerações em mente, Bates e Granger (1969) propuseram vários pesos alternativos, compreendendo os seguintes:

$$\hat{w}_1 = \frac{\sum_{j=1}^n e_{t-j}^{(2)2}}{\sum_{j=1}^n \left( e_{t-j}^{(1)2} + e_{t-j}^{(2)2} \right)}, \quad (2.9)$$

$$\hat{w}_{1,T} = \alpha \hat{w}_{1,T-1} + \frac{(1-\alpha) \sum_{j=1}^n e_{t-j}^{(2)2}}{\sum_{j=1}^n \left( e_{t-j}^{(1)2} + e_{t-j}^{(2)2} \right)}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad (2.10)$$

$$\hat{w}_1 = \frac{\sum_{t=1}^T V^t (e_t^{(2)2} - e_t^{(1)} e_t^{(2)})}{\sum_{t=1}^T V^t \left( e_t^{(1)2} + e_t^{(2)2} - 2e_t^{(1)} e_t^{(2)} \right)}, \quad V \geq 1, \quad (2.11)$$

$$\hat{w}_1 = \frac{\sum_{t=1}^T V^t e_t^{(2)2}}{\sum_{t=1}^T V^t \left( e_t^{(1)2} + e_t^{(2)2} \right)}, \quad V \geq 1. \quad (2.12)$$

Note que (2.9) é igual a (2.7) para duas previsões individuais. Em (2.10), tem-se a média ponderada entre o valor obtido pela expressão (2.9) no instante  $T-1$ ,  $\hat{w}_{1,T-1}$ , e o valor obtido no instante  $T$ . Nas expressões (2.11) e (2.12) o termo  $V^t$  permite atribuir maior importância às previsões mais recentes.

## 2.9. Avaliação de Previsões

Um dos principais objetivos da análise de séries temporais é fazer previsões de valores futuros. Para tanto, é necessário escolher o melhor método de previsão e é útil avaliar a precisão das previsões futuras oriundas do método selecionado. Considere uma série temporal com  $T$  observações e retire desta série as  $n$  últimas observações. Com essa nova série, sem

as  $n$  últimas observações, gere  $n$  previsões a partir do modelo estimado e obtenha os erros de previsão,

$$e_j = y_j - \hat{y}_j,$$

onde  $\hat{y}_j$  denota a previsão de  $y_j$ .

A capacidade preditiva do modelo estimado pode ser avaliada utilizando as medidas descritas a seguir, onde  $k = T - n$ .

(i) Erro percentual médio (MPE):

$$MPE = \left( \frac{1}{n} \sum_{j=k+1}^T \frac{e_j}{y_j} \right) \times 100;$$

(ii) Erro quadrático médio (MSE):

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{j=k+1}^T e_j^2;$$

(iii) Erro absoluto médio (MAE):

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{j=k+1}^T |e_j|;$$

(iv) Erro total (TE):

$$TE = \sum_{j=k+1}^T e_j;$$

(v) Erro absoluto total (TAE):

$$TAE = \sum_{j=k+1}^T |e_j|;$$

(vi) Erro percentual total (TPE):

$$TPE = \left( \frac{\sum_{j=k+1}^T e_j}{\sum_{j=k+1}^T y_j} \right) \times 100.$$

## Capítulo 3

### Análise exploratória de dados

Neste capítulo serão feitas algumas considerações gerais a respeito da série temporal relativa à arrecadação do Imposto de Renda (IR). Será realizada também uma análise exploratória da mesma.

#### 3.1. Algumas Considerações

É importante lembrar que a receita tributária da União provém em grande extensão do IR e do IPI (Imposto sobre Produtos Industrializados) e que os principais impostos em vigência no mundo moderno são os que incidem sobre a renda, sobre a propriedade e sobre as vendas. Dada a importância do IR na arrecadação federal, este imposto foi escolhido para análise no presente trabalho.

O IR é composto pelos seguintes impostos: IRPF (Imposto de Renda sobre Pessoa Física), IRPJ (Imposto de Renda sobre Pessoa Jurídica) e pelo IRRF (Imposto de Renda Retido na Fonte). O IRRF é ainda subdividido em: IRRF sobre Rendimentos do Trabalho, IRRF sobre Rendimentos do Capital, IRRF sobre Remessas para o Exterior e IRRF sobre Outros Rendimentos.

Devido a diversas mudanças econômicas ocorridas no Brasil, decidiu-se usar dados da série após a implementação do Plano Real, apesar de existirem dados mensais da série desde janeiro de 1986. A fonte dos dados é a Receita Federal. Ao todo são 96 observações mensais que cobrem o período de julho de 1994 a junho de 2002.

Será analisada a série do IR com valores que começam em julho de 1994 e terminam em dezembro de 2001, denotada  $\{\text{IR.dez.01}\}$ . A série  $\{\text{IR.dez.01}\}$  possui 90 observações, seus valores são expressos em milhões de reais e foram ajustados pelo IGP-DI (Índice Geral de Preços-Disponibilidade Interna) divulgado pela Fundação Getúlio Vargas e atualizado em 11 de julho de 2002, com base em dezembro de 2001. Dessa forma, os dados são expressos em reais de dezembro de 2001 e podem ser considerados como a preços constantes; ver Apêndice A.

#### 3.2. Análise Exploratória

A Figura 3.1 apresenta as observações da série  $\{\text{IR.dez.01}\}$  ao longo do tempo. O gráfico temporal de uma série permite visualizar seu comportamento, sendo muitas vezes possível identificar, por exemplo, a existência de sazonalidade, tendência, descontinuidades e não-estacionariedade. Pode-se perceber da Figura 3.1 que a série mensal do IR apresenta indícios de tendência, sazonalidade e não-estacionariedade.

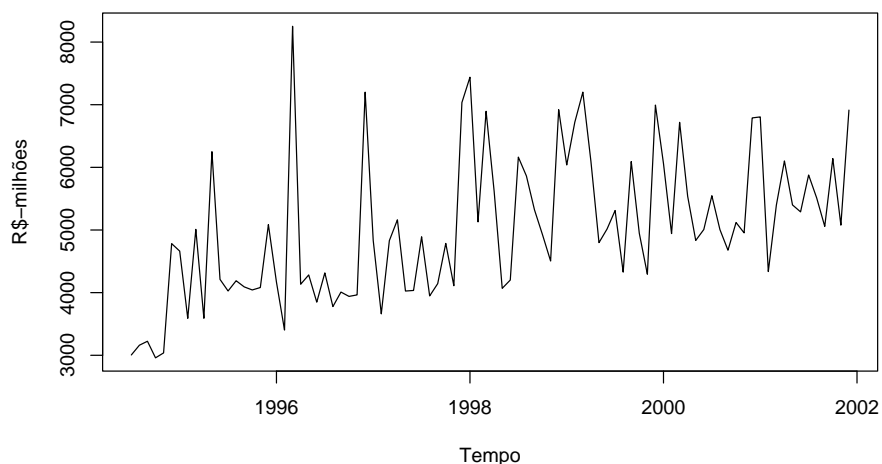


Figura 3.1. Valores do IR expressos em milhões de reais de dezembro de 2001 ao longo do tempo.

A média amostral da série do IR é 5019.4 milhões de reais com desvio padrão de 1157.5 milhões de reais. A transformação logarítmica muitas vezes é usada com fins de estabilização de variância. Devido à alta variabilidade na arrecadação do IR, também será modelada a série resultante desta transformação. O maior valor observado é de 8251.8 milhões de reais, que corresponde ao mês de março de 1996, e o menor é de 2959.3 milhões de reais, referente ao mês de outubro de 1994. A distribuição de freqüência da série do IR pode ser vista através do histograma apresentado na Figura 3.2. Notamos uma assimetria positiva, com valor do coeficiente de assimetria igual a 0.49, e com coeficiente de curtose igual a 2.60.

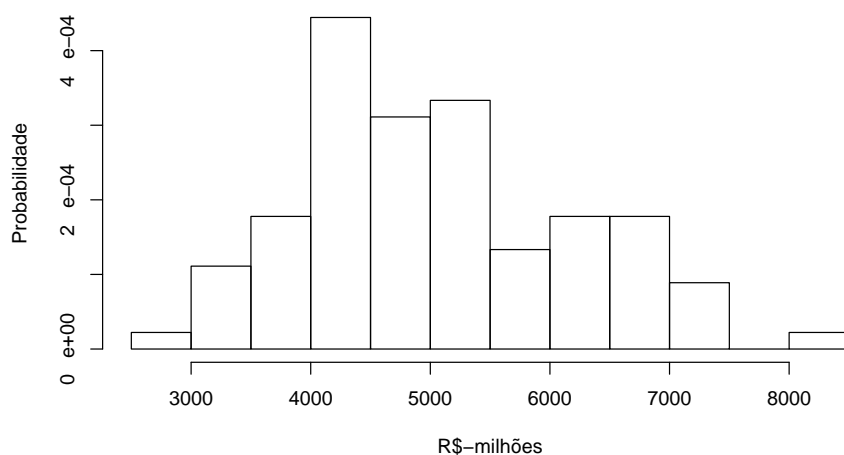


Figura 3.2. Histograma da série do IR.

A Figura 3.3 tem como objetivo avaliar a sazonalidade e a tendência separadamente. Estima-se a sazonalidade e a tendência; a diferença entre a série original e a combinação das duas estimativas fornece os resíduos. Esta decomposição é realizada não parametricamente usando o método STL; ver Cleveland et al. (1990). A partir desta figura pode-se comprovar a presença de sazonalidade e de tendência, ambas estocásticas. O segundo gráfico sugere que ocorre um pico no terceiro ou no quarto mês de cada ano, e um outro pico no décimo segundo mês ou no primeiro mês do ano. Já o terceiro gráfico mostra uma tendência estocástica crescente. O gráfico dos resíduos mostra que no ano 2000 os resíduos são bem menores que nos demais anos, ao passo que alguns resíduos de maio de 1995 e de março de 1996 são discrepantes.

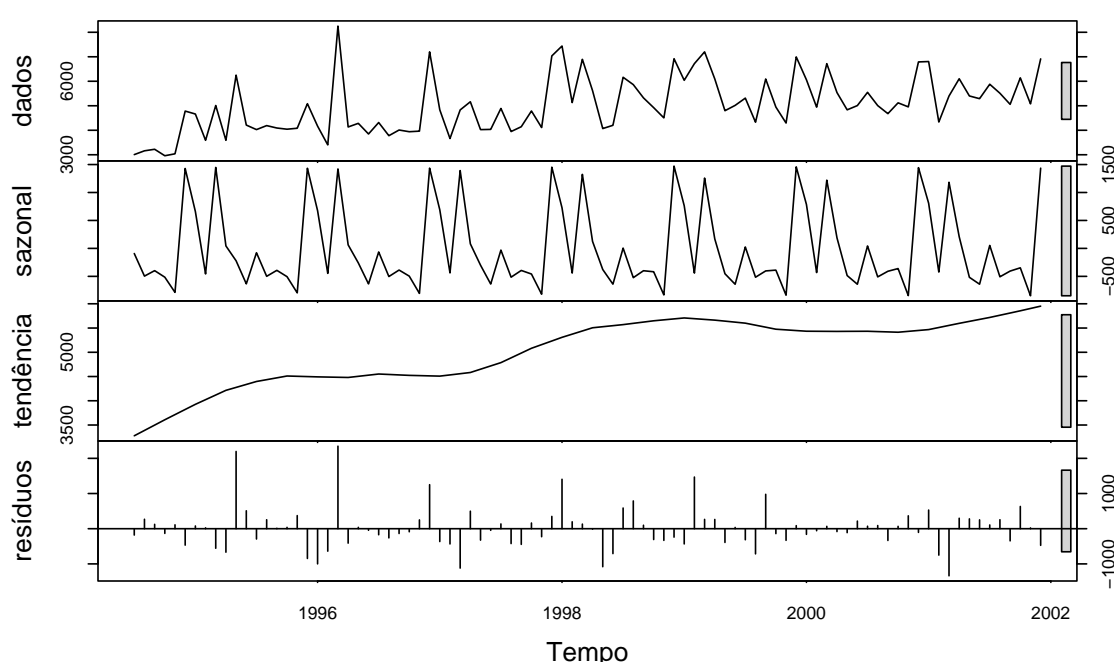


Figura 3.3. Decomposição da série do IR em componentes da sazonalidade, tendência e resíduos ao longo do tempo.

O gráfico de autocorrelação amostral pode definir a ordem de um processo  $MA(q)$ . Para isto, é necessário que haja um corte no ponto  $q$  na função de autocorrelação amostral, o que é equivalente a todas as autocorrelações amostrais permanecerem dentro do intervalo assintótico  $\left(-\frac{2}{\sqrt{T}}, \frac{2}{\sqrt{T}}\right)$  a partir deste ponto. Como pode-se verificar na Figura 3.4, não existe um ponto a partir do qual todas as autocorrelações fiquem dentro do intervalo mencionado anteriormente. A Figura 3.5 mostra o correlograma da primeira diferença da série do IR.

No que diz respeito ao gráfico de autocorrelação parcial, é necessário que além do corte ocorra um padrão crescente ou decrescente para que um processo  $AR(p)$  seja utilizado. A análise da Figura 3.6 torna evidente que, além de não existir um padrão, não existe um corte. Podemos concluir que a série não segue um processo  $AR(p)$  puro.

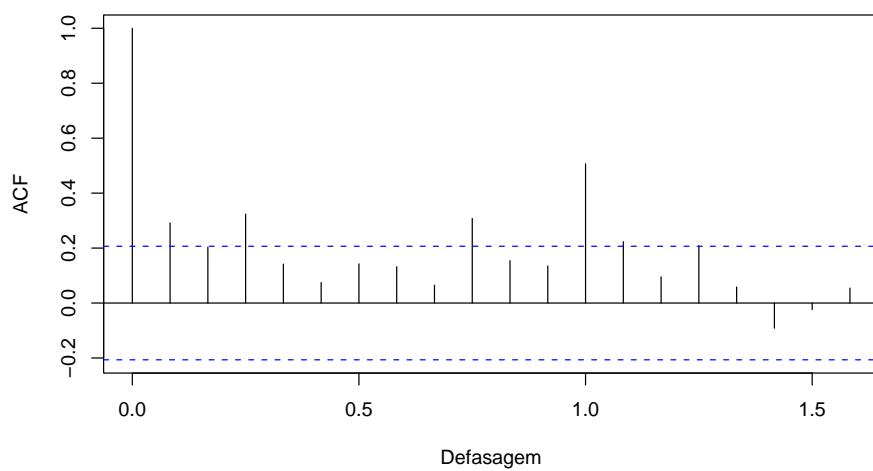


Figura 3.4. Função de autocorrelação amostral da série do IR.

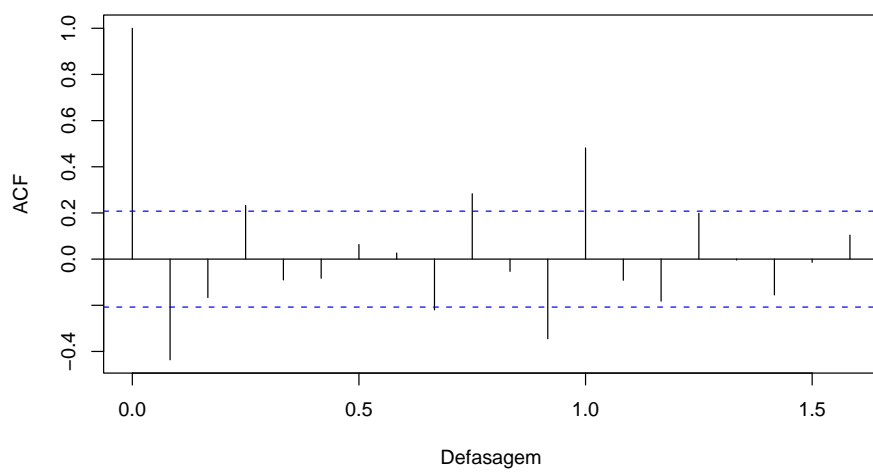


Figura 3.5. Função de autocorrelação amostral da primeira diferença da série do IR.

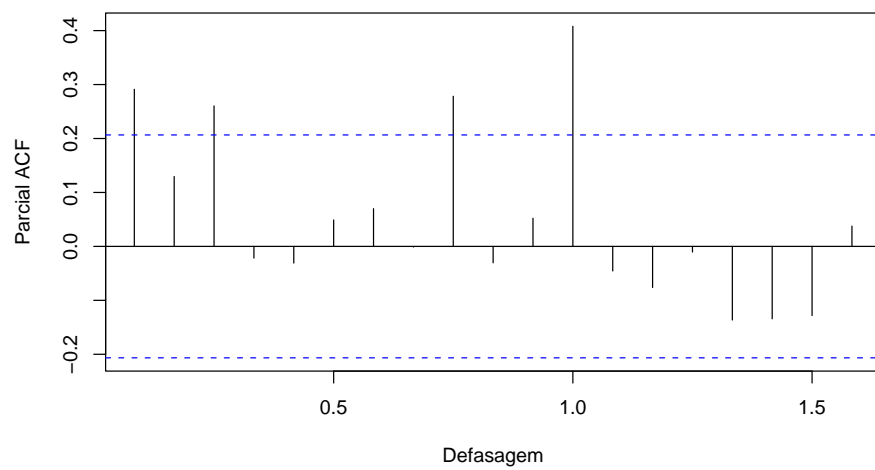


Figura 3.6. Função de autocorrelação parcial da série do IR.

## Capítulo 4

### Modelagem e Previsão

Neste capítulo serão investigados alguns modelos candidatos a representar adequadamente a série do IR. Com esses modelos serão feitas previsões, que gerarão outras previsões quando combinadas. Todas as previsões serão comparadas mediante duas medidas de precisão, a saber: erro total e erro quadrático médio.

#### 4.1. Modelagem

Simultaneamente serão modeladas a série do IR com valores que abrangem o período de julho de 1994 a dezembro de 1999, denotada  $\{\text{IR.dez.99}\}$ , a série com valores que vão de julho de 1994 a dezembro de 2000,  $\{\text{IR.dez.00}\}$ , a série contendo valores de julho de 1994 a junho de 2001,  $\{\text{IR.jun.01}\}$ , a série com valores que começam em julho de 1994 e terminam em dezembro de 2001,  $\{\text{IR.dez.01}\}$  e as respectivas séries logaritmadas, sendo elas  $\{\log.\text{IR.dez.99}\}$ ,  $\{\log.\text{IR.dez.00}\}$ ,  $\{\log.\text{IR.jun.01}\}$  e  $\{\log.\text{IR.dez.01}\}$ . As séries  $\{\text{IR.dez.99}\}$ ,  $\{\text{IR.dez.00}\}$ ,  $\{\text{IR.jun.01}\}$  e  $\{\text{IR.dez.01}\}$  possuem, respectivamente, 66, 78, 84 e 90 observações. A motivação para o particionamento da série em diferentes datas relaciona-se à necessidade de se verificar o comportamento das previsões geradas em diferentes instantes de tempo, quando a dinâmica da série varia. Os dados são expressos em reais de dezembro de 2001 e podem ser considerados como a preços constantes; ver Apêndice A. Consideraremos previsões 1, 3, 6, e 12 passos à frente a fim de avaliar as capacidades preditivas dos diferentes métodos em diferentes horizontes de previsão.

##### 4.1.1. Alisamento Exponencial de Holt-Winters

Usaremos aqui os algoritmos aditivo e multiplicativo de Holt-Winters (ver Seção 2.5) para produzir previsões da dinâmica da arrecadação do Imposto de Renda. A escolha dos valores dos três parâmetros de suavização foi feita de forma a minimizar a soma dos quadrados dos erros de previsão um passo à frente. Para as séries em nível e logaritmada, os valores selecionados para as constantes de suavização  $\alpha$ ,  $\beta$ , e  $\gamma$  estão dispostos no Quadro 4.1. Podemos ver que os valores selecionados para  $\beta$  pelo método sazonal aditivo são todos próximos de zero, indicando que as previsões para as séries crescem lentamente ao longo do tempo, enquanto que os valores selecionados para  $\beta$  pelo método sazonal multiplicativo são alguns próximos de zero e outros iguais a zero, fazendo com que as previsões cresçam lentamente ou simplesmente não tenham um padrão crescente nem decrescente ao longo do tempo.

O Quadro 4.2 mostra as previsões obtidas para a série IR.dez.99 pelos algoritmos de Holt-Winters aditivo e multiplicativo 12 passos à frente, onde Verificamos que quase todas



Quadro 4.1. Valores otimizados das constantes de suavização para Holt-Winters aditivo e multiplicativo.

Séries	Holt-Winters aditivo			Holt-Winters multiplicativo		
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
IR.dez.99	0.01705	0.06363	0.57643	0.00683	0.08289	0.59154
log.IR.dez.99	0.03897	0.00628	0.62206	0.03809	0.00453	0.62352
IR.dez.00	0.04743	0.00082	0.48865	0.06644	0.00000	0.54732
log.IR.dez.00	0.06175	0.00052	0.50929	0.06247	0.00073	0.51262
IR.jun.01	0.05062	0.00070	0.51992	0.06402	0.00000	0.57262
log.IR.jun.01	0.06456	0.00069	0.52704	0.06418	0.00068	0.53322
IR.dez.01	0.04492	0.00069	0.52064	0.06577	0.00000	0.57999
log.IR.dez.01	0.05747	0.00067	0.53335	0.05999	0.00071	0.53760

Quadro 4.2. Previsões obtidas para a série IR.dez.99 pelos algoritmos de Holt-Winters aditivo e multiplicativo 12 passos à frente.

mês/2000	arrecadação real	HW aditivo	HW multiplicativo
janeiro	6059.3	6634.8	6710.2
fevereiro	4942.6	6265.3	6296.0
março	6718.6	7469.4	7619.8
abril	5537.7	6236.7	6272.8
maio	4833.1	5007.1	4924.1
junho	5007.2	5124.8	5051.5
julho	5547.6	5902.6	5906.1
agosto	5006.4	5154.6	5080.9
setembro	4676.9	6054.1	6055.2
outubro	5119.7	5360.5	5303.8
novembro	4953.9	4823.7	4711.3
dezembro	6789.3	7450.6	7583.7

Quadro 4.3. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente para série IR.dez.99.

Medidas de precisão	Passos à frente			
	1	3	6	12
MSE (aditivo)	331200.3	881478.7	529523.8	477838.8
MSE (multiplicativo)	423670.8	1022508	603023.2	531311.8
TE (aditivo)	-575.5	-2649.0	-3639.6	-6291.9
TE (multiplicativo)	-650.9	-2905.5	-3775.9	-6323.1

as previsões geradas pelos métodos sazonal aditivo e multiplicativo superestimaram os valores da série, com exceção das previsões referentes ao mês de novembro, que subestimaram o valor da série. O Quadro 4.3 apresenta o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente para a série IR.dez.99 pelos métodos sazonal aditivo e multiplicativo. Observamos que o método de Holt-Winters sazonal aditivo foi superior ao método sazonal multiplicativo, pois tanto os MSE quanto os valores absolutos dos TE foram menores para as previsões advindas do algoritmo aditivo.

O Quadro 4.4 apresenta as previsões obtidas para a série log.IR.dez.99 a partir dos algoritmos de Holt-Winters aditivo e multiplicativo 12 passos à frente. Notamos que, como no Quadro 4.2, quase todas as previsões geradas pelos métodos sazonal aditivo e multiplicativo superestimaram os valores da série, com exceção da previsão oriunda do algoritmo de Holt-Winters multiplicativo referente ao mês de junho e das previsões referentes aos meses de agosto e de novembro, que subestimaram o valor da série. No Quadro 4.5 encontram-se o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente, todos para as previsões obtidas para a série log.IR.dez.99 pelos métodos sazonal aditivo e multiplicativo. Verificamos novamente que o método de Holt-Winters sazonal aditivo foi superior ao multiplicativo, pois independente do número de passos à frente, os MSE para o método aditivo foram menores que para o multiplicativo; se o interesse recair sobre o TE, para previsões 1, 3 e 6 passos à frente o valor absoluto do TE para o método aditivo foi menor, e para previsões 12 passos à frente a diferença entre o valor absoluto do TE para o algoritmo aditivo e o valor absoluto do TE para o procedimento multiplicativo é insignificante. Conclui-se, assim, que o método de Holt-Winters aditivo possui desempenho superior.

Quadro 4.4. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.99 pelos algoritmos de Holt-Winters aditivo e multiplicativo 12 passos à frente.

mês/2000	arrecadação real	HW aditivo	HW multiplicativo
janeiro	6059.3	6646.2	6656.7
fevereiro	4942.6	6217.9	6218.7
março	6718.6	7494.9	7511.6
abril	5537.7	6226.7	6229.9
maio	4833.1	4875.9	4867.4
junho	5007.2	5010.1	5001.6
julho	5547.6	5823.5	5822.2
agosto	5006.4	4972.9	4963.1
setembro	4676.9	6018.4	6015.1
outubro	5119.7	5258.9	5251.0
novembro	4953.9	4669.4	4656.7
dezembro	6789.3	7536.7	7549.8

Quadro 4.5. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.99.

Medidas de precisão	Passos à frente			
	1	3	6	12
MSE (aditivo)	344451.6	857827.8	508340.8	465486.1
MSE (multiplicativo)	356886.8	871389.0	515752.6	470541.9
TE (aditivo)	-586.9	-2638.5	-3373.2	-5559.2
TE (multiplicativo)	-597.4	-2666.5	-3387.4	-5551.5

O Quadro 4.6 apresenta previsões obtidas para a série IR.dez.00 pelos algoritmos de Holt-Winters aditivo e multiplicativo 12 passos à frente. Notamos que as previsões de Holt-Winters aditivo e multiplicativo referentes aos meses de fevereiro, março, setembro e dezembro superestimaram os valores da série, ao passo que as previsões dos outros meses subestimaram os valores realizados. O Quadro 4.7 mostra o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente, todos para as previsões obtidas para a série IR.dez.00 pelos métodos sazonal aditivo e multiplicativo. Observamos que para previsões 1 e 12 passos à frente o método que obteve o melhor desempenho foi o aditivo, enquanto que para previsões 3 e 6 passos à frente o método que obteve o melhor desempenho foi o multiplicativo.

Quadro 4.6. Previsões obtidas para a série IR.dez.00 pelos algoritmos de Holt-Winters aditivo e multiplicativo 12 passos à frente.

mês/2001	arrecadação real	HW aditivo	HW multiplicativo
janeiro	6805.1	6330.2	6192.7
fevereiro	4336.6	5524.8	5339.4
março	5397.8	7176.8	6971.3
abril	6102.6	5900.9	5710.0
maio	5400.1	4975.3	4753.8
junho	5289.2	5090.5	4871.3
julho	5878.3	5771.1	5536.5
agosto	5511.3	5156.7	4892.0
setembro	5057.7	5390.4	5099.7
outubro	6140.3	5307.9	5044.0
novembro	5077.6	4972.1	4693.5
dezembro	6914.0	7196.3	6915.9

Quadro 4.7. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.00.

Medidas de precisão	Passos à frente			
	1	3	6	12
MSE (aditivo)	225530.0	1600730	843801.6	507870.5
MSE (multiplicativo)	375033.8	1285515	767170.5	537879.7
TE (aditivo)	474.9	-2492.3	-1667.1	-882.4
TE (multiplicativo)	612.4	-1963.9	-507.1	1890.5

O Quadro 4.8 contém previsões obtidas para a série log.IR.dez.00 a partir dos algoritmos de Holt-Winters aditivo e multiplicativo 12 passos à frente. Notamos que, como no Quadro 4.6, as previsões de Holt-Winters aditivo e multiplicativo referentes aos meses de fevereiro, março, setembro e dezembro superestimaram os valores da série, ao passo que as previsões para os demais meses subestimaram os valores realizados. O Quadro 4.9 apresenta o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente, todos para as previsões obtidas para a série log.IR.dez.00 pelos métodos sazonal aditivo e multiplicativo. Pode-se observar que para previsões um passo à frente o método de Holt-Winters sazonal multiplicativo apresentou desempenho um pouco melhor que o método de Holt-Winters aditivo, e que para previsões 3, 6 e 12 passos à frente o método sazonal aditivo apresentou desempenho superior. De acordo com o MSE e com o TE, o método que teve melhor desempenho global foi o de Holt-Winters sazonal aditivo.

Quadro 4.8. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.00 pelos algoritmos de Holt-Winters aditivo e multiplicativo 12 passos à frente.

mês/2001	arrecadação real	HW aditivo	HW multiplicativo
janeiro	6805.1	6380.6	6392.2
fevereiro	4336.6	5474.5	5475.2
março	5397.8	7276.2	7292.8
abril	6102.6	5952.7	5958.3
maio	5400.1	4968.6	4965.9
junho	5289.2	5090.4	5088.3
julho	5878.3	5810.2	5813.9
agosto	5511.3	5134.9	5132.1
setembro	5057.7	5374.0	5371.1
outubro	6140.3	5333.2	5332.1
novembro	5077.6	4965.1	4960.8
dezembro	6914.0	7368.1	7387.1

Quadro 4.9. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.00.

Medidas de precisão	Passos à frente			
	1	3	6	12
MSE (aditivo)	180200.3	1667801	875264.5	530685.1
MSE (multiplicativo)	170486.4	1685974	884605.7	537037.2
TE (aditivo)	424.5	-2591.8	-1811.6	-1217.9
TE (multiplicativo)	412.9	-2620.7	-1841.3	-1259.2

O Quadro 4.10 mostra previsões obtidas para a série IR.jun.01 a partir dos algoritmos de Holt-Winters aditivo e multiplicativo 12 passos à frente. Verificamos que quase todas as previsões produzidas pelos métodos sazonal aditivo e multiplicativo subestimaram os valores da série, com exceção das previsões geradas pelo método aditivo referentes aos meses de

dezembro de 2001 e março de 2002 e as previsões referentes ao mês de setembro. No Quadro 4.11 encontram-se o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente, todos para as previsões obtidas para a série IR.jun.01 pelos métodos sazonal aditivo e multiplicativo. Observamos que de acordo com o MSE e com o TE o método de Holt-Winters sazonal aditivo apresentou desempenho global superior relativamente ao método multiplicativo, pois os valores dos MSE e os valores absolutos dos TE das previsões advindas do método aditivo foram menores do que os correspondentes do método multiplicativo.

Quadro 4.10. Previsões obtidas para a série IR.jun.01 pelos algoritmos de Holt-Winters aditivo e multiplicativo 12 passos à frente.

mês/2001/2002	arrecadação real	HW aditivo	HW multiplicativo
julho	5878.3	5695.5	5541.5
agosto	5511.3	5075.6	4895.5
setembro	5057.7	5305.6	5095.3
outubro	6140.3	5236.4	5053.6
novembro	5077.6	4900.8	4705.9
dezembro	6914.0	7113.7	6909.8
janeiro	9771.6	6704.7	6522.6
fevereiro	6267.6	5070.1	4787.7
março	6259.1	6438.9	6128.2
abril	7512.6	6201.1	5991.1
maio	6218.0	5375.2	5144.9
junho	5555.5	5371.2	5117.8

O Quadro 4.12 apresenta previsões obtidas para a série log.IR.jun.01 pelos algoritmos de Holt-Winters aditivo e multiplicativo 12 passos à frente. Notamos que as previsões produzidas pelos métodos aditivo e multiplicativo estão muito próximas e que, novamente, a maioria das previsões geradas por esses dois métodos subestimou os valores das séries, com exceção das previsões referentes aos meses de setembro e dezembro de 2001 e março de 2002. O Quadro 4.13 contém o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente, todos para as previsões obtidas para a série log.IR.jun.01 pelos métodos sazonal aditivo e multiplicativo. Observamos que para previsões 1, 3 e 12 passos à frente o método multiplicativo obteve um melhor desempenho, ao passo que para previsões 6 passos à frente o método aditivo forneceu o menor valor para o MSE; já de acordo com o TE, o método multiplicativo foi melhor. Sendo assim, de modo geral, o método de Holt-Winters sazonal multiplicativo foi superior ao aditivo.

O Quadro 4.14 contém as previsões obtidas para a série IR.dez.01 geradas pelos algoritmos de Holt-Winters aditivo e multiplicativo 12 passos à frente. Verificamos que a maior parte das previsões subestima os valores da série; as únicas previsões que superestimam o valor da série são as referentes ao mês de março. O Quadro 4.15 apresenta o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, e 6 passos à frente, todos para as previsões obti-

Quadro 4.11. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.jun.01.

	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE (aditivo)	33415.8	94901.6	195479.7	1209117
MSE (multiplicativo)	113434.2	164685.9	302192.2	1519540
TE (aditivo)	182.8	370.6	1251.6	7674.8
TE (multiplicativo)	336.8	915.0	2377.6	10269.7

Quadro 4.12. Previsões obtidas para a série log.IR.jun.01 pelos algoritmos de Holt-Winters aditivo e multiplicativo 12 passos à frente.

mês/2001/2002	arrecadação real	HW aditivo	HW multiplicativo
julho	5878.3	5716.3	5721.8
agosto	5511.3	5050.3	5050.2
setembro	5057.7	5281.9	5280.2
outubro	6140.3	5250.1	5251.9
novembro	5077.6	4888.3	4887.7
dezembro	6914.0	7241.9	7255.9
janeiro	9771.6	6786.7	6802.5
fevereiro	6267.6	5021.7	5015.4
março	6259.1	6496.6	6495.2
abril	7512.6	6300.3	6309.8
maio	6218.0	5402.3	5404.5
junho	5555.5	5397.9	5399.1

Quadro 4.13. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.jun.01.

	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE (aditivo)	26244.0	96343.5	204063.5	1158546
MSE (multiplicativo)	24492.2	95537.2	204804.0	1150091
TE (aditivo)	162.0	398.8	1151.1	7330.0
TE (multiplicativo)	156.5	395.1	1131.5	7289.4

Quadro 4.14. Previsões obtidas para a série IR.dez.01 pelos algoritmos de Holt-Winters aditivo e multiplicativo 12 passos à frente.

mês/2002	arrecadação real	HW aditivo	HW multiplicativo
janeiro	9771.6	6762.2	6695.5
fevereiro	6267.6	5123.3	4905.7
março	6259.1	6485.1	6276.3
abril	7512.6	6250.5	6152.3
maio	6218.0	5426.6	5284.9
junho	5555.5	5424.1	5255.4

Quadro 4.15. Medidas de precisão para previsões 1, 3 e 6 passos à frente da série IR.dez.01.

	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE (aditivo)	9056488	3472329	2108911
MSE (multiplicativo)	9462391	3772486	2354768
TE (aditivo)	3009.4	3927.7	6112.6
TE (multiplicativo)	3076.1	4420.8	7014.3

Quadro 4.16. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.01 pelos algoritmos de Holt-Winters aditivo e multiplicativo 12 passos à frente.

mês/2002	arrecadação real	HW aditivo	HW multiplicativo
janeiro	9771.6	6870.3	6885.9
fevereiro	6267.6	5072.2	5067.3
março	6259.1	6546.7	6555.0
abril	7512.6	6366.7	6379.8
maio	6218.0	5464.0	5466.5
junho	5555.5	5461.4	5462.1

Quadro 4.17. Medidas de precisão para previsões 1, 3 e 6 passos à frente da série log.IR.dez.01.

	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE (aditivo)	8417542	3309746	1969949
MSE (multiplicativo)	8327264	3285180	1952042
TE (aditivo)	2901.3	3809.1	5803.1
TE (multiplicativo)	2885.7	3790.1	5767.8

das para a série IR.dez.01 pelos métodos sazonal aditivo e multiplicativo. Notamos que o método de Holt-Winters sazonal aditivo é superior ao multiplicativo.

O Quadro 4.16 mostra as previsões obtidas para a série log.IR.dez.01 a partir dos algoritmos de Holt-Winters aditivo e multiplicativo 12 passos à frente. Temos que, como no Quadro 4.14, as únicas previsões que conduziram a superestimação foram as referentes ao mês de março. O Quadro 4.17 contém o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, e 6 passos à frente, todos para as previsões obtidas para a série log.IR.dez.01 pelos métodos sazonal aditivo e multiplicativo. Notamos que o método de Holt-Winters sazonal multiplicativo superou o aditivo.

#### 4.1.2. Método de Box-Jenkins

A estratégia de modelagem de Box-Jenkins baseia-se em três etapas, como explicado anteriormente. Para a identificação do modelo será utilizado um procedimento de minimização dos valores do critério de seleção BIC, ou seja, a identificação do modelo será feita calculando-se os valores do critério para vários modelos diferentes e escolhendo-se o modelo que apresentar o menor BIC. O critério BIC é o utilizado por ser consistente e parcimonioso. A função interna do programa R, `arima0`, não retorna o valor do BIC; dessa forma, modificou-se essa função para que o valor do critério BIC fosse informado; ver Apêndice B. Para esse procedimento de minimização dos valores do BIC utilizou-se uma função externa ao R que calcula o valor do BIC para vários modelos diferentes, associando valores para as ordens  $p$  e  $q$  de 0 a 4,  $d = 0$  ou 1,  $P$  e  $Q$  de 0 a 2 e  $D = 0$  ou 1. Esses valores do BIC são armazenados em uma matriz, cuja posição  $(i, j)$  apresenta o valor do BIC referente ao modelo onde  $p = i - 1$  e  $q = j - 1$ ; ver Cribari-Neto (2000). Portanto, para cada série serão obtidos 900 valores do BIC para os modelos considerados. Desses 900 modelos, para cada série serão escolhidos quatro, sendo eles  $SARIMA(p, 0, q) \times (P, 0, Q)$ ,  $SARIMA(p, 0, q) \times (P, 1, Q)$ ,  $SARIMA(p, 1, q) \times (P, 0, Q)$  e  $SARIMA(p, 1, q) \times (P, 1, Q)$  que apresentarem os menores BIC.

Após a identificação dos possíveis modelos que poderão representar adequadamente as séries, serão estimados, usando o método de máxima verossimilhança exata, os parâmetros  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\Phi$  e  $\Theta$ , e serão produzidas previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente para cada série com cada modelo selecionado.

Os Quadros que se encontram no Apêndice C contêm as previsões obtidas para cada série através da modelagem de Box-Jenkins. Para a série IR.dez.99 os quatro modelos SARIMA escolhidos de acordo com o critério BIC são  $SARIMA(0, 0, 1) \times (1, 0, 0)$ ,  $SARIMA(3, 1, 1) \times (1, 0, 1)$ ,  $SARIMA(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  e  $SARIMA(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)$ , para a série log.IR.dez.99 os modelos selecionados são  $SARIMA(1, 0, 0) \times (1, 0, 0)$ ,  $SARIMA(0, 1, 1) \times (1, 0, 0)$ ,  $SARIMA(1, 0, 1) \times (1, 1, 0)$  e  $SARIMA(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)$ , para IR.dez.00 os modelos escolhidos são  $SARIMA(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$ ,  $SARIMA(0, 1, 1) \times (1, 0, 1)$ ,  $SARIMA(1, 0, 2) \times (0, 1, 1)$  e  $SARIMA(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)$ , para log.IR.dez.00 os modelos selecionados são  $SARIMA(1, 0, 0) \times (1, 0, 0)$ ,  $SARIMA(0, 1, 1) \times (1, 0, 1)$ ,  $SARIMA(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  e  $SARIMA(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)$ ,



Quadro 4.18. Medidas de precisão para as previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.99 com os modelos  $(0, 0, 1) \times (1, 0, 0)$ ,  $(3, 1, 1) \times (1, 0, 1)$ ,  $(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  e  $(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)$ .

SARIMA(0, 0, 1) $\times$ (1, 0, 0)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	92051.6	431764.5	216920.6	270568.9
TE	303.4	-53.8	50.9	1516.3
SARIMA(3, 1, 1) $\times$ (1, 0, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	112158.0	357836.8	257289.8	270055.0
TE	-334.9	-1466.9	-2619.6	-4998.7
SARIMA(1, 0, 1) $\times$ (0, 1, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	199183.7	427468.8	278784.2	277530.1
TE	-446.3	-1896.4	-2851.8	-5071.2
SARIMA(0, 1, 1) $\times$ (0, 1, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	416928.5	712197.8	546790.7	552295.5
TE	-645.7	-2494.4	-4278.3	-8237.4

para IR.jun.01 os modelos que seguem o critério BIC são SARIMA(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1), SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (1, 0, 0), SARIMA(1, 0, 1)  $\times$  (0, 1, 1) e SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1), para a série log.IR.jun.01 os modelos escolhidos são SARIMA(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1), SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (1, 0, 1), SARIMA(1, 0, 1)  $\times$  (0, 1, 1) e SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1), para a série IR.dez.01 os modelos selecionados são SARIMA(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1), SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (1, 0, 1), SARIMA(1, 0, 1)  $\times$  (0, 1, 1) e SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1), e para a série log.IR.dez.01 os modelos que apresentam os menores BIC são SARIMA(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1), SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (1, 0, 1), SARIMA(1, 0, 1)  $\times$  (0, 1, 1) e SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1).

O Quadro 4.18 apresenta medidas de precisão para as previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.99 com os quatro modelos que forneceram os menores BIC. Pode-se observar que para previsões um passo à frente o modelo SARIMA(0, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 0) tem um melhor desempenho, mas com pouca diferença em relação ao SARIMA(3, 1, 1)  $\times$  (1, 0, 1), de acordo com o MSE e com o TE; para previsões 3 passos à frente o SARIMA(3, 1, 1)  $\times$  (1, 0, 1) apresenta uma melhor habilidade preditiva de acordo com o MSE, mas levando em consideração o TE o SARIMA(0, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 0) foi melhor; para previsões 6 passos à frente o SARIMA(0, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 0) obteve um melhor desempenho; e para previsões 12 passos à frente e levando em consideração o MSE o modelo SARIMA(3, 1, 1)  $\times$  (1, 0, 1) apresentou melhor desempenho, mas de acordo com o TE o SARIMA(0, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 0) foi melhor. Assim,

Quadro 4.19. Medidas de precisão para as previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.99 com os modelos  $(1, 0, 0) \times (1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 1) \times (1, 0, 0)$ ,  $(1, 0, 1) \times (1, 1, 0)$  e  $(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)$ .

SARIMA(1, 0, 0) $\times$ (1, 0, 0)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	75680.0	480249.5	244883.9	310612.3
TE	275.1	-103.3	167.1	2078.5
SARIMA(0, 1, 1) $\times$ (1, 0, 0)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	70543.4	544487.2	305622.8	290717.2
TE	265.6	-611.5	-1381.9	-1585.9
SARIMA(1, 0, 1) $\times$ (1, 1, 0)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	819749.2	1070765.0	611615.0	496037.2
TE	-905.4	-2994.3	-3369.7	-5309.0
SARIMA(0, 1, 1) $\times$ (0, 1, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	325470.3	594213.8	375684.6	412205.6
TE	-570.5	-2276.1	-3277.1	-6145.6

de maneira geral, o modelo SARIMA(0, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 0) foi o melhor, com erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente iguais a 5.01%, -0.30%, 0.15% e 2.33%, respectivamente.

O Quadro 4.19 apresenta medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.99 com os quatro modelos que obtiveram os menores BIC. Verificamos que para previsões 1 e 12 passos à frente o modelo SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (1, 0, 0) apresentou melhor desempenho de acordo com o MSE e com o TE, mas com pouca diferença em relação ao SARIMA(1, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 0); para previsões 3 e 6 passos à frente o modelo SARIMA(1, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 0) apresentou uma melhor habilidade preditiva. Dessa forma, de modo geral o modelo SARIMA(1, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 0) foi superior, seus erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente sendo iguais a 4.54%, -0.58%, 0.50% e 3.19%, respectivamente.

O Quadro 4.20 contém medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.00 com os quatro modelos que obtiveram os menores BIC. Notamos que para previsões um passo à frente e levando em consideração o MSE e o TE o modelo que teve melhor desempenho foi o SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1); para as previsões 3 e 6 passos à frente o SARIMA(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1) forneceu melhores previsões de acordo com o MSE e com o TE; e para previsões 12 passos à frente o modelo que se saiu melhor foi o SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (1, 0, 1). De modo geral, pode-se dizer que o modelo SARIMA(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1) apresentou a melhor habilidade preditiva, com erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente iguais a

Quadro 4.20. Medidas de precisão para as previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.00 com os modelos  $(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$ ,  $(0, 1, 1) \times (1, 0, 1)$ ,  $(1, 0, 2) \times (0, 1, 1)$  e  $(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)$ .

SARIMA(1, 0, 1) $\times$ (1, 0, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	637762.0	1002808.0	596116.0	450618.7
TE	798.6	-1369.7	-83.0	2460.7
SARIMA(0, 1, 1) $\times$ (1, 0, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	396396.2	1267152.0	657539.7	405698.4
TE	629.6	-1944.7	-1391.5	-598.0
SARIMA(1, 0, 2) $\times$ (0, 1, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	310806.3	1495087.0	776580.7	486659.9
TE	557.5	-2218.3	-1612.9	-700.4
SARIMA(0, 1, 1) $\times$ (0, 1, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	259590.3	1554967.0	798337.7	488926.4
TE	509.5	-2336.9	-1936.8	-1601.7

11.73%, -8.28%, -0.25% e 3.62%, respectivamente.

O Quadro 4.21 mostra medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.00 com os quatro modelos que obtiveram os menores BIC. Observamos que para previsões um passo à frente o modelo SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1) foi melhor de acordo com o MSE e com o TE, para previsões 3 passos à frente o SARIMA(1, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 0) obteve uma melhor performance, para previsões 6 passos à frente o modelo SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (1, 0, 1) foi melhor de acordo com o TE, mas levando em consideração o MSE o modelo que se saiu melhor foi o SARIMA(1, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 0), para previsões 12 passos à frente o SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (1, 0, 1) obteve um melhor desempenho. Há uma pequena dificuldade na escolha do modelo que de maneira geral foi superior, pois os modelos SARIMA(1, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 0) e SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (1, 0, 1) têm uma performance parecida. O modelo SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (1, 0, 1) apresenta em relação ao SARIMA(1, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 0) um melhor desempenho para previsões 1 passo à frente, desse modo, o modelo SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (1, 0, 1) foi o escolhido como o que obteve uma melhor performance, com erro relativo de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente igual a 9.29%, -11.18%, -3.25% e -0.06%, respectivamente.

O Quadro 4.22 apresenta medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.jun.01 com os quatro modelos que obtiveram os menores BIC. Pode-se observar que para previsões 1, 6 e 12 passos à frente o modelo que teve melhor desempenho foi o

Quadro 4.21. Medidas de precisão para as previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.00 com os modelos  $(1, 0, 0) \times (1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 1) \times (1, 0, 1)$ ,  $(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  e  $(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)$ .

SARIMA(1, 0, 0) $\times$ (1, 0, 0)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	1174622.0	576059.0	514141.2	552345.7
TE	1083.8	37.9	1959.7	6092.5
SARIMA(0, 1, 1) $\times$ (1, 0, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	399550.4	1188485.0	629019.5	398411.2
TE	632.1	-1849.6	-1083.9	-38.6
SARIMA(1, 0, 1) $\times$ (0, 1, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	233869.0	1495260.0	791927.7	524010.5
TE	483.6	-2281.1	-1397.0	-232.9
SARIMA(0, 1, 1) $\times$ (0, 1, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	195629.3	1563151.0	812666.2	522964.4
TE	442.3	-2422.9	-1676.2	-1077.0

SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1); para previsões 3 passos à frente e levando em consideração o MSE o modelo que apresentou maior habilidade preditiva foi o SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (1, 0, 0), mas de acordo com o TE o modelo que teve melhor desempenho foi o SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1). Portanto, de maneira global o modelo SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1) se saiu melhor, seus erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente sendo iguais a 5.37%, 3.00%, 4.00% e 9.69%, respectivamente.

O Quadro 4.23 apresenta medidas de precisão para as previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.jun.01 com os quatro modelos que obtiveram os menores BIC. Verificamos que para previsões 1, 3 e 12 passos à frente o modelo SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1) apresentou melhor desempenho de acordo com o MSE e com o TE; para previsões 6 passos à frente e levando em consideração o TE o modelo SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (1, 0, 1) foi melhor, mas de acordo com o MSE o modelo SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1) apresentou melhor habilidade preditiva. Por conseguinte, o modelo SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1) foi superior, e seus erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente foram iguais a 4.40%, 3.21%, 3.81% e 9.77%, respectivamente.

O Quadro 4.24 apresenta medidas de precisão para previsões 1, 3 e 6 passos à frente da série IR.dez.01 com os quatro modelos que forneceram os menores BIC. Notamos que para previsões 1, 3 e 6 passos à frente o modelo que teve melhor desempenho foi o

Quadro 4.22. Medidas de precisão para as previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.jun.01 com os modelos  $(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$ ,  $(0, 1, 1) \times (1, 0, 0)$ ,  $(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  e  $(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)$ .

SARIMA(1, 0, 1) $\times$ (1, 0, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	143868.5	130652.8	272845.8	1726514.0
TE	379.3	708.2	2343.7	10741.2
SARIMA(0, 1, 1) $\times$ (1, 0, 0)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	125599.4	65847.1	246123.7	1705322.0
TE	354.4	607.2	2053.4	10470.6
SARIMA(1, 0, 1) $\times$ (0, 1, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	140625.0	132992.2	264804.9	1488176.0
TE	375.0	685.5	1820.2	8457.5
SARIMA(0, 1, 1) $\times$ (0, 1, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	99729.6	110242.5	228347.6	1359766.0
TE	315.8	494.1	1385.2	7377.2

SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1); este modelo foi um pouco melhor do que o SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (1, 0, 1). Os erros relativos de previsão 1, 3 e 6 passos à frente para o modelo SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1) foram iguais a 32.19%, 13.62% e 12.35%, respectivamente.

O Quadro 4.25 apresenta medidas de precisão para previsões 1, 3 e 6 passos à frente da série log.IR.dez.01 com os quatro modelos que forneceram os menores BIC. Observamos que o modelo SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1) foi o que obteve melhor desempenho levando em consideração tanto o MSE quanto o TE, mas com pouca diferença em relação ao modelo SARIMA(1, 0, 1)  $\times$  (0, 1, 1). Os erros relativos de previsão 1, 3 e 6 passos à frente para o modelo SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1) foram iguais a 29.89%, 14.27% e 12.80%, respectivamente.

Foram identificados vários modelos para as séries através da minimização do critério BIC. Assim, somente os modelos que apresentaram os melhores desempenhos serão utilizados na próxima etapa, a verificação de diagnóstico. A verificação de diagnóstico consiste em constatar a qualidade do ajuste, ou seja, se os modelos estimados são adequados para representar os dados. Primeiramente, faremos o gráfico dos resíduos padronizados (resíduos divididos por seu desvio padrão estimado); depois analisaremos o gráfico das autocorrelações residuais para conferir se os resíduos são não-correlacionados. De modo geral, essa análise objetiva checar se os resíduos se comportam como um processo ruído branco (Seção 2.1). Consideramos aqui gráficos que mostram os valores  $p$  para testes de Box-Pierce e Ljung-Box; nesses gráficos os

Quadro 4.23. Medidas de precisão para as previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.jun.01 com os modelos  $(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$ ,  $(0, 1, 1) \times (1, 0, 1)$ ,  $(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  e  $(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)$ .

SARIMA(1, 0, 1) $\times$ (1, 0, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	124750.2	124511.1	266583.9	1739768.0
TE	353.2	709.3	2345.4	10899.8
SARIMA(0, 1, 1) $\times$ (1, 0, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	80769.6	104414.8	198802.0	1401861.0
TE	284.2	459.7	1535.3	8408.3
SARIMA(1, 0, 1) $\times$ (0, 1, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	105885.2	136538.4	289202.5	1420098.0
TE	325.4	697.2	1686.3	8309.7
SARIMA(0, 1, 1) $\times$ (0, 1, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	66925.7	116157.6	260109.0	1288056.0
TE	258.7	528.8	1318.1	7442.1

valores  $p$  devem estar acima de 0.05 para que não haja evidência para rejeitar a hipótese de que o modelo está bem especificado (Seção 2.6.3).

A Figura 4.1 mostra gráficos de diagnóstico para o modelo SARIMA(0, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 0) da série IR.dez.99, cuja equação estimada é

$$(1 - 0.554B^{12})y_t = 4827.714 + (1 + 0.239B)u_t,$$

[0.106]                      [278.527]                      [0.114]

onde os valores entre colchetes são erros padrão assintóticos. Podemos ver que os resíduos têm comportamento aproximado de ruído branco pelos primeiro e quarto gráficos da Figura 4.1, e pelos segundo e terceiro gráficos da Figura 4.1 vemos que não há evidência suficiente para rejeitar a hipótese de que o modelo está bem especificado. Assim, o modelo é adequado para representar os dados.

A Figura 4.2 apresenta gráficos de diagnóstico para o modelo SARIMA(1, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 0) da série log.IR.dez.99, cuja equação estimada é

$$(1 - 0.359B)(1 - 0.604B^{12})y_t = 8.445 + u_t.$$

[0.118]                      [0.101]                      [0.071]

Quadro 4.24. Medidas de precisão para as previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.01 com os modelos  $(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$ ,  $(0, 1, 1) \times (1, 0, 1)$ ,  $(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  e  $(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)$ .

SARIMA(1, 0, 1) $\times$ (1, 0, 1)			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	11247974.0	4075683.0	2588908.0
TE	3353.8	4217.1	6921.2
SARIMA(0, 1, 1) $\times$ (1, 0, 1)			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	10677863.0	3859953.0	2371317.0
TE	3267.7	3702.8	5994.2
SARIMA(1, 0, 1) $\times$ (0, 1, 1)			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	10132126.0	3884966.0	2377626.0
TE	3183.1	3205.9	5511.3
SARIMA(0, 1, 1) $\times$ (0, 1, 1)			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	9891654.0	3820715.0	2299603.0
TE	3145.1	3037.3	5136.2

A Figura 4.3 apresenta gráficos de diagnóstico para o modelo SARIMA(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1) da série IR.dez.00, cuja equação estimada é

$$\begin{matrix} (1 - 0.969B) & (1 - 0.932B^{12}) & y_t = 4901.068 + & (1 - 0.819B) & (1 - 0.652B^{12}) & u_t. \\ [0.070] & [0.002] & [1229.170] & [0.282] & [0.009] \end{matrix}$$

Podemos observar que todos os gráficos das Figuras 4.2 e 4.3 indicam a adequabilidade dos modelos estimados.

A equação estimada para o modelo SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1) da série log.IR.dez.00 é

$$\begin{matrix} (1 - 0.947B^{12}) & (1 - B) & y_t = & (1 - 0.823B) & (1 - 0.682B^{12}) & u_t, \\ [0.001] & & & [0.078] & [0.005] \end{matrix}$$

para o modelo SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1) da série IR.jun.01 é

$$\begin{matrix} (1 - B) & (1 - B^{12}) & y_t = & (1 - 0.856B) & (1 - 0.848B^{12}) & u_t, \\ & & & [0.069] & [0.305] \end{matrix}$$

para o modelo SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1) da série log.IR.jun.01 é

$$\begin{matrix} (1 - B) & (1 - B^{12}) & y_t = & (1 - 0.814B) & (1 - 0.711B^{12}) & u_t, \\ & & & [0.079] & [0.008] \end{matrix}$$

Quadro 4.25. Medidas de precisão para as previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.01 com os modelos  $(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$ ,  $(0, 1, 1) \times (1, 0, 1)$ ,  $(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  e  $(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)$ .

SARIMA(1, 0, 1) $\times$ (1, 0, 1)			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	10636730.0	3907098.0	2468865.0
TE	3261.4	4113.6	6734.3
SARIMA(0, 1, 1) $\times$ (1, 0, 1)			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	10093964.0	3692606.0	2258692.0
TE	3177.1	3859.1	6087.9
SARIMA(1, 0, 1) $\times$ (0, 1, 1)			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	8908434.0	3487772.0	2156771.0
TE	2984.7	3299.1	5652.0
SARIMA(0, 1, 1) $\times$ (0, 1, 1)			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	8529904.0	3343554.0	2030876.0
TE	2920.6	3181.7	5323.4

para o modelo SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1) da série IR.dez.01 é

$$(1 - B)(1 - B^{12})y_t = (1 - 0.862B)(1 - 0.917B^{12})u_t,$$

[0.069]                      [0.454]

para o modelo SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1) da série log.IR.dez.01 é

$$(1 - B)(1 - B^{12})y_t = (1 - 0.815B)(1 - 0.696B^{12})u_t,$$

[0.078]                      [0.019]

onde os valores entre colchetes representam os erros padrão aproximados para os parâmetros estimados. Para todos esses modelos as análises de diagnóstico foram semelhantes e todas sugerem a adequabilidade dos modelos.



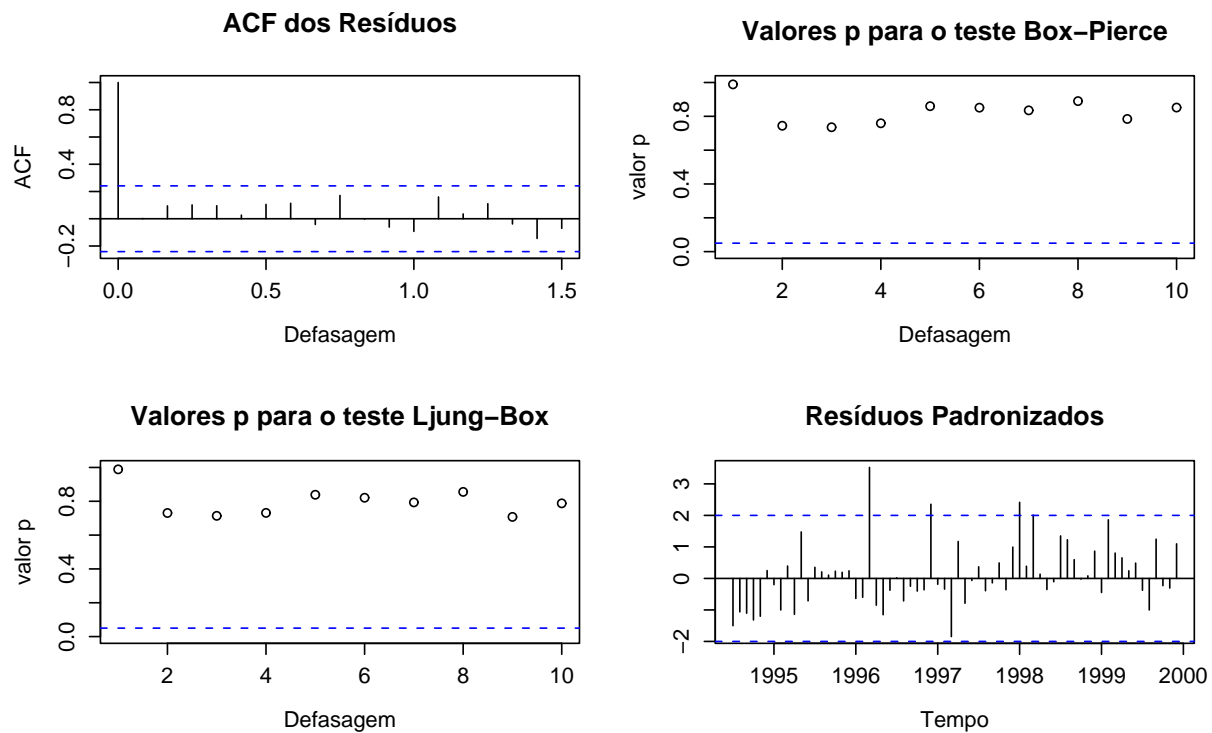


Figura 4.1. Gráficos de diagnóstico do modelo SARIMA(0,0,1)  $\times$  (1,0,0) para a série IR.dez.99.

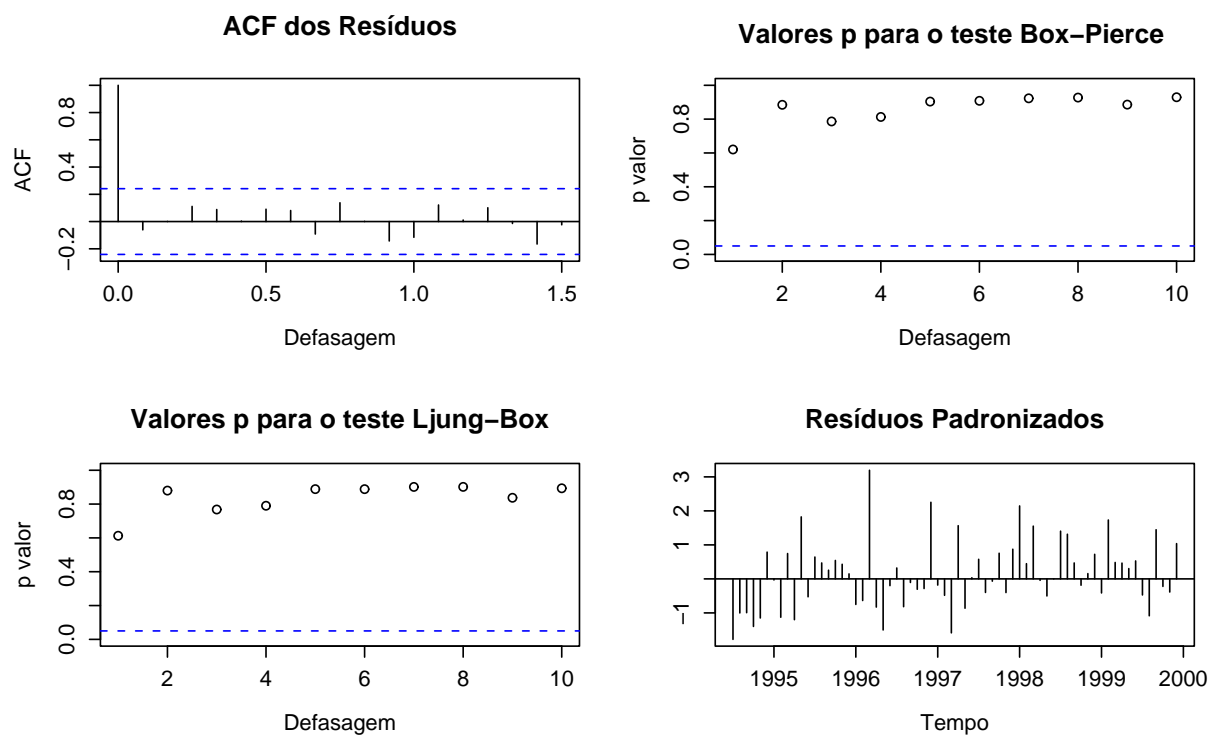


Figura 4.2. Gráficos de diagnóstico do modelo SARIMA(1,0,0)  $\times$  (1,0,0) para a série log.IR.dez.99.

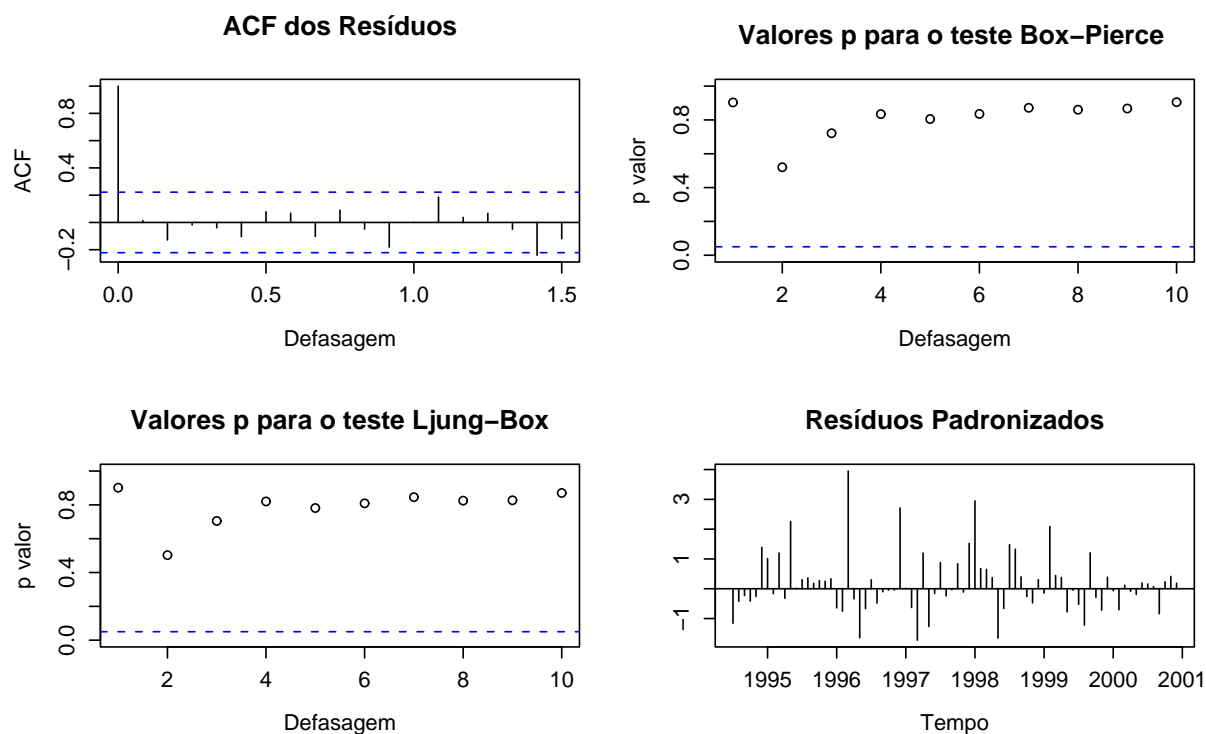


Figura 4.3. Gráficos de diagnóstico do modelo SARIMA(1,0,1)  $\times$  (1,0,1) para a série IR.dez.00.

#### 4.1.3. Modelos SARMAX

Na Seção (2.7) vimos que é possível combinar modelos ARMA com uma estrutura de regressão, resultando, assim, no modelo ARMAX ou SARMAX, que é a combinação de modelos SARMA com uma estrutura de regressão que possibilita verificar diferentes impactos provocados por mudanças nas variáveis independentes sobre a variável dependente e na estrutura dinâmica.

Aqui utilizaremos primeiro uma estimativa da tendência como um regressor que influencia a variável dependente, IR. Para estimarmos a tendência usamos o método STL. A escolha do modelo SARMAX que melhor representa a série do IR será feita de forma semelhante à utilizada na Seção anterior, isto é, serão escolhidos 2 modelos para cada série, SARMAX( $p, 0, q$ )  $\times$  ( $P, 0, Q$ ) e SARMAX( $p, 0, q$ )  $\times$  ( $P, 1, Q$ ), que apresentarem os menores BIC. Usando o método de Holt e a modelagem de Box-Jenkins faremos previsões 12 passos à frente para a tendência; dessa forma teremos duas previsões para um mesmo mês, uma referente ao método de Holt e outra referente ao método de Box-Jenkins, e com essas previsões geraremos previsões para cada série do IR com os modelos SARMAX escolhidos através do BIC. Assim, teremos 4 conjuntos de previsões diferentes para as séries do IR para serem comparadas.

Depois, não mais usando uma tendência não-linear (estimada não-parametricamente) como um regressor e sim uma tendência linear, escolheremos os modelos SARMAX pelo

mesmo procedimento e com os dois modelos escolhidos faremos previsões para cada série do IR.

Os Quadros D.1, D.2, D.3, D.4, D.5, D.6, D.7 e D.8, que se encontram no Apêndice D, apresentam previsões da tendência pelo algoritmo de Holt e pelo método de Box-Jenkins para as séries IR.dez.99, log.IR.dez.99, IR.dez.00, log.IR.dez.00, IR.jun.01, log.IR.jun.01, IR.dez.01 e log.IR.dez.01. Essas previsões da tendência serão utilizadas para gerar previsões para cada série através de modelos SARMAX escolhidos minimizando-se o BIC. Os modelos escolhidos de acordo com o critério BIC para gerar as previsões da tendência pelo método de Box-Jenkins para cada uma das séries encontram-se listados no Quadro 4.26.

Quadro 4.26. Modelos escolhidos para gerar previsões da tendência por Box-Jenkins para cada uma das séries.

séries	modelo
IR.dez.99	ARIMA(1, 1, 0)
log.IR.dez.99	ARIMA(4, 1, 0)
IR.dez.00	ARIMA(1, 1, 1)
log.IR.dez.00	ARIMA(4, 1, 0)
IR.jun.01	ARIMA(1, 1, 1)
log.IR.jun.01	ARIMA(1, 1, 3)
IR.dez.01	ARIMA(2, 1, 0)
log.IR.dez.01	ARIMA(1, 1, 3)

Os Quadros D.9, D.10, D.11, D.12, D.13, D.14, D.15, D.16, D.17, D.18, D.19, D.20, D.21, D.22, D.23, e D.24, que se encontram no Apêndice D, mostram para cada série a arrecadação real, as previsões usando previsões da tendência por Holt e as previsões usando previsões da tendência por Box-Jenkins. Essas previsões foram geradas com modelos SARMAX que apresentaram o menor BIC.

Os modelos que melhor representam a série IR.dez.99 são o modelo SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1) e o SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (0, 1, 1), de acordo com o critério BIC. Com ambos foram produzidas previsões para a série IR.dez.99 usando previsões para a tendência pelo algoritmo de Holt e pelo método Box-Jenkins; ver Apêndice D, Quadros D.1, D.9 e D.10.

O Quadro 4.27 apresenta o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente obtidas para a série IR.dez.99 usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins. Notamos que as previsões 1, 6 e 12 passos à frente obtidas com o modelo SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1) usando previsões da tendência por Box-Jenkins foram melhores de acordo com o MSE e com o TE, enquanto que para as previsões 3 passos à frente, as previsões obtidas usando previsões da tendência por Holt foram melhores levando em consideração o MSE e o TE. De modo geral, o modelo SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1) usando previsões da tendência por Box-Jenkins foi superior.

O Quadro 4.28 apresenta o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente obtidas para a série IR.dez.99 usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins. Verificamos que as previsões 1 e 3 passos à frente obtidas com o modelo

Quadro 4.27. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.99 com SARMAX(1, 0, 1)(1, 0, 1) usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

previsões da tendência por Holt				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	4147.4	59834.3	50388.6	116070.7
TE	64.4	−207.5	183.7	1857.5
previsões da tendência por Box-Jenkins				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	4070.4	60026.9	48874.8	105373.0
TE	63.8	−214.3	146.2	1621.6

SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (0, 1, 1) usando previsões da tendência por Holt foram melhores do que as previsões obtidas usando previsões da tendência por Box-Jenkins, todavia para previsões 6 e 12 passos à frente a situação se inverte, ou seja, as previsões obtidas usando previsões da tendência por Box-Jenkins foram melhores.

Quadro 4.28. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.99 com SARMAX(1, 0, 1)(0, 1, 1) usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

previsões da tendência por Holt				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	712.9	39420.6	59076.6	133621.2
TE	−26.7	−493	73.8	1909.4
previsões da tendência por Box-Jenkins				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	750.8	40295.3	57141.9	122474.2
TE	−27.4	−499.8	36.1	1672.8

Comparando-se os Quadros 4.27 e 4.28 notamos que para previsões um passo à frente o modelo SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (0, 1, 1) usando previsões da tendência por Holt apresentou melhor desempenho de acordo com o MSE e com o TE; para previsões 3 passos à frente o mesmo modelo obteve um melhor desempenho de acordo com o MSE, já levando em consideração o TE o modelo que revelou possuir maior habilidade preditiva foi o SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1) com previsões da tendência por Holt; para previsões 6 passos à frente e de acordo com o MSE o modelo anterior com previsões da tendência por Box-Jenkins teve melhor desempenho, e de acordo com o TE o modelo que apresentou melhor desempenho foi o SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (0, 1, 1) usando previsões da tendência por Box-Jenkins; para previsões 12 passos à frente o modelo SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1) usando previsões da tendência por Box-Jenkins teve melhor desempenho levando em consideração o MSE e o TE. Pode-se dizer

que para previsões poucos passos à frente os modelos que usaram previsões da tendência por Holt tiveram melhor capacidade preditiva e que para previsões muitos passos à frente os modelos que usaram previsões da tendência por Box-Jenkins tiveram melhor desempenho. De modo geral, o modelo que forneceu as melhores previsões foi o  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  usando previsões da tendência por Box-Jenkins, com erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente iguais a  $-0.45\%$ ,  $-2.82\%$ ,  $0.11\%$  e  $2.57\%$ , respectivamente.

Para a série log.IR.dez.99 os melhores modelos são  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$  e o  $\text{SARMAX}(0, 0, 0) \times (0, 1, 1)$ . Com esses modelos foram geradas previsões para a série log.IR.dez.99 usando previsões para a tendência pelo algoritmo de Holt e pelo método Box-Jenkins; ver Apêndice D, Quadros D.2, D.11 e D.12.

O Quadro 4.29 apresenta o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente obtidas para a série log.IR.dez.99 usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins. Verificamos que o modelo  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$  usando previsões da tendência por Box-Jenkins apresentou melhor desempenho de acordo com o MSE e com o TE.

Quadro 4.29. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.99 com  $\text{SARMAX}(1, 0, 1)(1, 0, 1)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

previsões da tendência por Holt				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	30870.5	127263.9	91299.9	169904.3
TE	175.7	43.1	640.5	2578.5
previsões da tendência por Box-Jenkins				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	30520.1	126698.2	88608.3	151888.5
TE	174.7	35.6	601.5	2262.3

O Quadro 4.30 apresenta o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente obtidas para a série log.IR.dez.99 usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins. Pode-se observar que as previsões 1 e 3 passos à frente obtidas com o modelo  $\text{SARMAX}(0, 0, 0) \times (0, 1, 1)$  usando previsões da tendência por Holt foram melhores, enquanto que as previsões 6 e 12 passos à frente obtidas com o mesmo modelo, mas usando previsões da tendência por Box-Jenkins foram melhores.

Comparando-se os Quadros 4.29 e 4.30 verificamos que para previsões poucos passos à frente o modelo  $\text{SARMAX}(0, 0, 0) \times (0, 1, 1)$  com previsões da tendência por Holt se saiu melhor e que para as previsões muitos passos à frente o modelo  $\text{SARMAX}(0, 0, 0) \times (0, 1, 1)$  com previsões da tendência por Box-Jenkins foi superior. De maneira geral, o modelo que gerou as melhores previsões foi o  $\text{SARMAX}(0, 0, 0) \times (0, 1, 1)$  usando previsões da tendência por Box-Jenkins, com erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente iguais a  $-1.65\%$ ,

Quadro 4.30. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.99 com SARMAX(0, 0, 0)(0, 1, 1) usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

previsões da tendência por Holt				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	9801.0	61042.0	81239.0	166481.6
TE	−99	−633.5	112.3	2092.8
previsões da tendência por Box-Jenkins				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	10020.0	62108.7	78565.7	151153.7
TE	−100.1	−641.6	71.8	1762.5

−3.62%, 0.21% e 2.70%, respectivamente.

Os melhores modelos para a série IR.dez.00 são o SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1) e o SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (0, 1, 1) de acordo com o critério BIC. Com esses modelos foram geradas previsões para a série IR.dez.00 usando previsões da tendência pelo algoritmo de Holt e pelo método Box-Jenkins; ver Apêndice D, Quadros D.3, D.13 e D.14.

O Quadro 4.31 apresenta o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente obtidas para a série IR.dez.00 usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins. Observamos que para previsões 1 e 12 passos à frente o modelo SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1) que usa previsões da tendência por Holt mostrou ter melhor desempenho; para previsões 3 passos à frente o mesmo modelo, mas com previsões da tendência por Box-Jenkins obteve uma melhor performance, para previsões 6 passos à frente e de acordo com o MSE o melhor modelo é o que usa previsões da tendência por Holt e de acordo com o TE o melhor modelo é o que usa previsões da tendência por Box-Jenkins.

No Quadro 4.32 encontram-se o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente obtidas para a série IR.dez.00 usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins. Verificamos que as previsões 1 e 12 passos à frente da série usando previsões da tendência por Holt foram melhores, pois tanto os MSE quanto os valores absolutos do TE foram menores para essas previsões; para as previsões 3 passos à frente da série, as que utiliza previsões da tendência por Box-Jenkins se saíram melhor de acordo com o MSE e com o TE; para as previsões 6 passos à frente e observando o MSE, as previsões que se saíram melhor foram as originárias das previsões da tendência por Holt e observando o TE as melhores previsões foram as originárias das previsões da tendência por Box-Jenkins.

Comparando-se os Quadros 4.31 e 4.32 pode-se observar que o modelo SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (0, 1, 1) com previsões da tendência por Holt para previsões um passo à frente teve o melhor desempenho. Com o modelo SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1) usando previsões da tendência por Holt e com previsões da tendência por Box-Jenkins houve pouca diferença, contudo o modelo com previsões da tendência por Holt foi superior. Assim, o modelo SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1) usando previsões da tendência por Holt apresentou mel-

Quadro 4.31. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.00 com SARMAX(1,0,1)(1,0,1) usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

previsões da tendência por Holt				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	448364.2	1177476.0	655070.9	448864.5
TE	669.6	-1738.4	-762.3	1105.0
previsões da tendência por Box-Jenkins				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	448766.0	1175783.0	655266.6	452249.2
TE	669.9	-1736.0	-749.6	1184.1

Quadro 4.32. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.00 com SARMAX(1,0,1)(0,1,1) usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

previsões da tendência por Holt				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	373076.6	1295271.0	724974.2	499971.7
TE	610.8	-1911.9	-821.7	1124.9
previsões da tendência por Box-Jenkins				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	373321.0	1293398.0	725241.7	503421.7
TE	611.0	-1909.6	-809.1	1203.9

Quadro 4.33. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.00 com SARMAX(1,0,1)(1,0,1) usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

previsões da tendência por Holt				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	377487.4	1206673.0	666608.2	458145.9
TE	614.4	-1820.4	-819.8	884.6
previsões da tendência por Box-Jenkins				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	377856.1	1205193.0	666861.4	461542.0
TE	614.7	-1818.4	-808.4	989.6

hor desempenho, com erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente iguais a 9.84%, -10.51%, -2.29% e 1.63%, respectivamente.

Para a série log.IR.dez.00, os melhores modelos são  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$  e  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$ . Com esses modelos foram produzidas previsões para a série log.IR.dez.00 usando previsões para a tendência pelo algoritmo de Holt e pelo método Box-Jenkins; ver Apêndice D, Quadros D.4, D.15 e D.16.

O Quadro 4.33 informa o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente obtidas para a série log.IR.dez.00 usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins. A análise do Quadro 4.33 é semelhante à dos Quadros 4.31 e 4.32.

No Quadro 4.34 encontram-se o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente obtidas para a série log.IR.dez.00 usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins. A análise do Quadro 4.34 é semelhante à dos Quadros 4.31, 4.32 e 4.33.

Quadro 4.34. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.00 com  $\text{SARMAX}(1, 0, 1)(0, 1, 1)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

previsões da tendência por Holt				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	286439.0	1412398.0	779815.0	543150.0
TE	535.2	-2066.2	-981.4	754.0
previsões da tendência por Box-Jenkins				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	286760.3	1410712.0	780068.0	545846.8
TE	535.5	-2064.2	-970.1	859.3

Comparando-se os Quadros 4.33 e 4.34 notamos-se que para previsões um passo à frente o modelo  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  usando previsões da tendência por Holt apresentou melhor desempenho de acordo com o MSE e com o TE; para previsões 3 passos à frente o modelo  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$  com previsões da tendência por Box-Jenkins teve desempenho superior; para previsões 6 passos à frente e de acordo com o MSE o modelo anterior com previsões da tendência por Holt teve melhor desempenho e de acordo com o TE o mesmo modelo com previsões da tendência por Box-Jenkins teve melhor habilidade preditiva, para previsões 12 passos à frente o modelo  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$  usando previsões da tendência por Holt apresentou melhor desempenho levando em consideração o MSE e o modelo  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  com previsões da tendência por Holt se saiu melhor de acordo com o TE. Dessa forma, o modelo que revelou ter melhor capacidade de geração de previsões foi o  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$  usando previsões da tendência por Holt com erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente iguais a 9.03%, -11.01%, -2.46% e 1.30%, respectivamente.



Os modelos  $\text{SARMAX}(2, 0, 1) \times (1, 0, 1)$  e  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  são os que melhor representam a série IR.jun.01 de acordo com o critério BIC. Com ambos foram geradas previsões para a série IR.jun.01 usando previsões da tendência pelo algoritmo de Holt e pelo método Box-Jenkins; ver Apêndice D, Quadros D.5, D.17 e D.18.

No Quadro 4.35 encontram-se o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente obtidas para a série IR.jun.01 usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins. Pode-se observar que o modelo  $\text{SARMAX}(2, 0, 1) \times (1, 0, 1)$  com previsões da tendência por Holt teve melhor desempenho, pois as previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série forneceram os menores MSE e menores valores absolutos do TE.

Quadro 4.35. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.jun.01 com  $\text{SARMAX}(2, 0, 1)(1, 0, 1)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

previsões da tendência por Holt				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	65638.4	85078.1	240674.4	1625889.0
TE	256.2	514.7	1866.6	9085.8
previsões da tendência por Box-Jenkins				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	65792.2	85178.2	242103.4	1639993.0
TE	256.5	517.5	1881.7	9180.6

No Quadro 4.36 encontram-se o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente obtidas para a série IR.jun.01 usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins. Observamos que o modelo  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  com previsões da tendência por Holt teve um melhor desempenho de acordo com o MSE e com o TE.

Quadro 4.36. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.jun.01 com  $\text{SARMAX}(1, 0, 1)(0, 1, 1)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

previsões da tendência por Holt				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	117717.6	115390.3	273479.2	1625548.0
TE	343.1	656.7	1947.0	9083.0
previsões da tendência por Box-Jenkins				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	117923.6	115541.8	274765.6	1639505.0
TE	343.4	659.5	1962.2	9177.7

Os Quadros 4.35 e 4.36 mostram medidas de precisão para previsões da série IR.jun.01 geradas com os modelos  $\text{SARMAX}(2, 0, 1) \times (1, 0, 1)$  e  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$ , respectivamente. Notamos que para os dois modelos, as previsões da série provenientes de previsões da tendência por Holt foram as mais eficientes. De modo geral, o modelo  $\text{SARMAX}(2, 0, 1) \times (1, 0, 1)$  usando previsões da tendência por Holt foi superior com erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente iguais a 4.36%, 3.13%, 5.40% e 11.93%, respectivamente.

Os modelos que melhor representam a série log.IR.jun.01 de acordo com o critério BIC são os  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (1, 0, 0)$  e  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$ . Com ambos foram geradas previsões para a série log.IR.jun.01 usando previsões para a tendência pelo algoritmo de Holt e pelo método Box-Jenkins; ver Apêndice D, Quadros D.6, D.19 e D.20.

No Quadro 4.37 encontram-se o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente obtidas para a série log.IR.jun.01 usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins. Verificamos que o modelo  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (1, 0, 0)$  com previsões da tendência por Box-Jenkins foi superior, visto que todas as suas previsões foram melhores (ou igualmente bom) levando em conta os MSE e os TE.

O Quadro 4.38 mostra o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente obtidas para a série log.IR.jun.01 usando as previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins. Notamos que para previsões 1 passo à frente o modelo com as previsões da tendência por Box-Jenkins e o modelo usando as previsões da tendência por Holt apresentaram o mesmo resultado, para previsões 3 e 6 passos à frente o modelo com as previsões da tendência por Box-Jenkins foi superior e para previsões 12 passos à frente o modelo usando as previsões da tendência por Holt foi melhor. Assim, o modelo com as previsões da tendência por Box-Jenkins obteve um melhor desempenho.

Observando-se os Quadros 4.37 e 4.38 verificamos que, no geral, o modelo  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (1, 0, 0)$  que utiliza previsões da tendência por Box-Jenkins teve melhor desempenho com erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente iguais a 5.42%, 3.42%, 5.10% e 12.61%, respectivamente.

A série IR.dez.01 é melhor representada, de acordo com o critério BIC, pelos modelos  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$  e  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$ . Com ambos foram geradas previsões para a série IR.dez.01 usando previsões para a tendência pelo algoritmo de Holt e pelo método Box-Jenkins; ver Apêndice D, Quadros D.7, D.21 e D.22.

No Quadro 4.39 encontram-se o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3 e 6 passos à frente obtidas para a série IR.dez.01 usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins. De maneira geral, verificamos que o modelo  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$  com previsões da tendência por Holt teve melhor desempenho.

O Quadro 4.40 mostra o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3 e 6 passos à frente obtidas para a série IR.dez.01 usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins. Notamos que o modelo  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  com previsões da tendência por Holt foi melhor.

Quadro 4.37. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.jun.01 com SARMAX(1, 0, 1)(1, 0, 0) usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

previsões da tendência por Holt				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	101378.6	55600.1	196539.4	1529621.0
TE	318.4	564.5	1772.6	9604.0
previsões da tendência por Box-Jenkins				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	101378.6	55473.5	195732.9	1529553.0
TE	318.4	562.3	1764.9	9606.9

Quadro 4.38. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.jun.01 com SARMAX(1, 0, 1)(0, 1, 1) usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

previsões da tendência por Holt				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	138681.8	138178.9	323878.7	1639510.0
TE	372.4	783.7	1936.4	8959.3
previsões da tendência por Box-Jenkins				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	138681.8	138008.9	323198.7	1639852.0
TE	372.4	781.4	1928.5	8961.6

Quadro 4.39. Medidas de precisão para previsões 1, 3 e 6 passos à frente da série IR.dez.01 com SARMAX(1, 0, 1)(1, 0, 1) usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

previsões da tendência por Holt			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	9206976.0	3518179.0	2041931.0
TE	3034.3	2640.7	4065.3
previsões da tendência por Box-Jenkins			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	9214260.0	3517547.0	2047143.0
TE	3035.5	2652.0	4127.8

Quadro 4.40. Medidas de precisão para previsões 1, 3 e 6 passos à frente da série IR.dez.01 com SARMAX(1, 0, 1)(0, 1, 1) usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

previsões da tendência por Holt			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	8822088.0	3516290.0	2040216.0
TE	2970.2	2487.9	4004.4
previsões da tendência por Box-Jenkins			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	8828624.0	3514814.0	2045673.0
TE	2971.3	2499.2	4066.9

Quadro 4.41. Medidas de precisão para previsões 1, 3 e 6 passos à frente da série log.IR.dez.01 com SARMAX(1, 0, 1)(1, 0, 0) usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

previsões da tendência por Holt			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	7761796.0	2892066.0	1651389.0
TE	2786.0	3922.9	4605.5
previsões da tendência por Box-Jenkins			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	7768484.0	2896968.0	1655088.0
TE	2787.2	3933.3	4666.0

Pode-se observar dos Quadros 4.39 e 4.40; que mostram medidas de precisão para previsões da série IR.dez.01 geradas com os modelos SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1) e SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (0, 1, 1), respectivamente, que no global, o modelo SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (0, 1, 1) usando previsões da tendência por Holt apresentou melhor desempenho, com erros relativos de previsão 1, 3 e 6 passos à frente iguais a 30.40%, 11.16% e 9.63%, respectivamente. De acordo com o critério BIC os modelos que melhor representam a série log.IR.dez.01 são SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 0) e SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (0, 1, 1). Com ambos foram geradas previsões para a série log.IR.dez.01 usando previsões para a tendência pelo algoritmo de Holt e pelo método Box-Jenkins; ver Apêndice D, Quadros D.8, D.23 e D.24. No Quadro 4.41 encontram-se o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3 e 6 passos à frente obtidas para a série log.IR.dez.01 usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins. Notamos que o modelo SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 0) com previsões da tendência por Holt foi melhor, dado que os MSE e os valores absolutos do TE foram os menores.

No Quadro 4.42 encontram-se o erro quadrático médio e o erro total para previsões 1, 3 e 6 passos à frente obtidas para a série log.IR.dez.01 usando previsões da tendência por Holt e

Quadro 4.42. Medidas de precisão para previsões 1, 3 e 6 passos à frente da série log.IR.dez.01 com SARMAX(1,0,1)(0,1,1) usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

previsões da tendência por Holt			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	7918033.0	3541783.0	2028255.0
TE	2813.9	2158.4	3645.5
previsões da tendência por Box-Jenkins			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	7924788.0	3537742.0	2032372.0
TE	2815.1	2170.8	3706.5

por Box-Jenkins. De forma global, observamos que o modelo SARMAX(1,0,1) × (0,1,1) com previsões da tendência por Holt foi o que teve a melhor habilidade preditiva. Observando-se os Quadros 4.41 e 4.42 pode-se notar que levando em consideração o MSE o modelo que teve melhor desempenho foi o SARMAX(1,0,1) × (1,0,0) com previsões da tendência por Holt; já considerando o TE o modelo SARMAX(1,0,1) × (0,1,1) usando previsões da tendência por Holt gerou as previsões mais precisas. De modo geral, o modelo que se saiu melhor foi o SARMAX(1,0,1) × (1,0,0) usando previsões da tendência por Holt, com erros relativos de previsão 1, 3 e 6 passos à frente iguais a 28.51%, 17.59% e 11.15%, respectivamente.

Ao utilizarmos a estimativa da tendência como um regressor, escolhemos dois modelos SARMAX que melhor representassem cada série do IR. Logo após produzimos previsões 12 passos à frente para a tendência usando o algoritmo de Holt e o método de Box-Jenkins, e com essas previsões em mãos geramos as previsões para as séries do IR. Com esse procedimento e após uma análise identificamos, de forma global, quais modelos melhor representaram as séries consideradas. Agora, usaremos uma tendência linear como regressor e seguiremos um procedimento semelhante ao anterior, para depois compararmos os resultados. Os Quadros D.25, D.26 D.27 e D.28 que se encontram no Apêndice D apresentam as previsões obtidas para cada série do IR pelos dois modelos SARMAX que usam uma tendência linear que apresentaram o menor BIC. O Quadro 4.43 contém as medidas de precisão para as previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.99 com os modelos SARMAX(0,0,0) × (1,0,1) e SARMAX(0,0,0) × (0,1,1), ambos usando uma tendência linear. Observamos que o modelo SARMAX(0,0,0) × (1,0,1) forneceu as melhores previsões de acordo com o MSE e com o TE, com erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente iguais a −7.74%, −11.12%, −11.95% e −12.54%, respectivamente.

O Quadro 4.44 apresenta medidas de precisão para as previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.99 produzidas com os modelos SARMAX(0,0,0) × (1,0,0) e SARMAX(0,0,0) × (0,1,1), ambos usando uma tendência linear. Notamos que o modelo SARMAX(0,0,0) × (1,0,0) teve melhor desempenho de acordo com o MSE e com o TE, com erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente iguais a −2.97%, −11.38%, −13.14%

Quadro 4.43. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.99 com o SARMAX(0, 0, 0)(1, 0, 1) e o SARMAX(0, 0, 0)(0, 1, 1).

modelo SARMAX(0, 0, 0) $\times$ (1, 0, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	220148.6	510945.4	480360.6	534746.6
TE	-469.2	-1970.9	-3954.6	-8174.4
modelo SARMAX(0, 0, 0) $\times$ (0, 1, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	378717.2	651395.0	535935.5	544197.5
TE	-615.4	-2390.0	-4254.3	-8266.1

Quadro 4.44. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.99 com o SARMAX(0, 0, 0)(1, 0, 0) e o SARMAX(0, 0, 0)(0, 1, 1).

modelo SARMAX(0, 0, 0) $\times$ (1, 0, 0)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	32364.0	953660.4	779680.1	733486.5
TE	-179.9	-2016.2	-4350.5	-8228.8
modelo SARMAX(0, 0, 0) $\times$ (0, 1, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	808201.0	1173919.0	815137.5	830998.2
TE	-899.0	-3222.9	-5146.0	-9822.9

e -12.62%, respectivamente.

O Quadro 4.45 apresenta medidas de precisão para as previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.00 com os modelos SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 1) e SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (0, 1, 1), ambos usando uma tendência linear. Verificamos que para previsões um passo à frente o modelo SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (0, 1, 1) apresentou melhor desempenho de acordo com o MSE e com o TE e para previsões 3, 6 e 12 passos à frente o modelo SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 1) mostrou ter melhor capacidade preditiva levando em consideração tanto o MSE quanto o TE. Dessa forma, o modelo SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 1) foi superior, com erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente iguais a 4.36%, -17.84%, -10.46% e -7.19%, respectivamente.

O Quadro 4.46 apresenta medidas de precisão para as previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.00 com os modelos SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 1) e SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (0, 1, 1), ambos usando uma tendência linear. Pode-se observar que o modelo que forneceu as melhores previsões foi o SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 1) de acordo com o MSE e com o TE, independentemente do horizonte de previsão. Os erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12

Quadro 4.45. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.00 com o SARMAX(0, 0, 0)(1, 0, 1) e o SARMAX(0, 0, 0)(0, 1, 1).

modelo SARMAX(0, 0, 0) $\times$ (1, 0, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	88149.6	1807242.0	926140.1	556005.8
TE	296.9	-2950.6	-3486.0	-4880.2
modelo SARMAX(0, 0, 0) $\times$ (0, 1, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	34410.2	2168242.0	1115447.0	672211.4
TE	185.5	-3310.6	-3892.9	-5267.2

Quadro 4.46. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.00 com o SARMAX(0, 0, 0)(1, 0, 1) e o SARMAX(0, 0, 0)(0, 1, 1).

modelo SARMAX(0, 0, 0) $\times$ (1, 0, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	8262.8	2225725.0	1154828.0	733289.0
TE	90.9	-3500.2	-4338.2	-6563.1
modelo SARMAX(0, 0, 0) $\times$ (0, 1, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	9120.2	2904166.0	1494121.0	971577.0
TE	-95.5	-4068.4	-4894.6	-7118.7

passos à frente foram 1.34%, -21.16%, -13.01% e -9.66%, respectivamente.

O Quadro 4.47 apresenta medidas de precisão para as previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.jun.01 com os modelos SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 1) e SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (0, 1, 1), ambos usando uma tendência linear. Observamos que para previsões 1 e 3 passos à frente o modelo SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (0, 1, 1) apresentou melhor desempenho de acordo com o MSE e com o TE e para 6 e 12 passos à frente o modelo SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 1) teve desempenho superior, mas com pouca diferença em relação ao outro modelo. Desse modo, o modelo SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (0, 1, 1) foi superior, com erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente iguais a 0.17%, -2.79%, -1.59% e 4.47%, respectivamente.

O Quadro 4.48 contém medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.jun.01 com os modelos SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 0) e SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (0, 1, 1), ambos usando uma tendência linear. Notamos que para previsões 1, 3 e 6 passos à frente o modelo SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 0) teve bom desempenho levando em consideração o MSE e o TE, e para 12 passos à frente o SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (0, 1, 1) foi um pouco melhor que o outro modelo. Assim, o modelo SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 0) foi o que apresentou o melhor

Quadro 4.47. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.jun.01 com o SARMAX(0, 0, 0)(1, 0, 1) e o SARMAX(0, 0, 0)(0, 1, 1).

modelo SARMAX(0, 0, 0) $\times$ (1, 0, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	4225.0	142133.6	142281.1	1043060.0
TE	-65.0	-722.8	-738.7	3754.8
modelo SARMAX(0, 0, 0) $\times$ (0, 1, 1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	98.0	106196.6	184278.5	1085743.0
TE	9.9	-459.2	-550.1	3407.9

desempenho, com erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente iguais a  $-0.33\%$ ,  $-2.86\%$ ,  $-0.81\%$  e  $6.89\%$ , respectivamente.

O Quadro 4.49 apresenta medidas de precisão para previsões 1, 3 e 6 passos à frente da série IR.dez.01 com os modelos SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 1) e SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (0, 1, 1), ambos usando uma tendência linear. Verificamos que os dois modelos têm desempenho semelhante. O modelo SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (0, 1, 1) teve, contudo, melhor habilidade preditiva para previsões um passo à frente; desse modo, esse modelo foi escolhido como o de melhor desempenho, com erros relativos de previsão 1, 3 e 6 passos à frente iguais a  $30.40\%$ ,  $11.06\%$  e  $9.63\%$ , respectivamente.

O Quadro 4.50 apresenta medidas de precisão para previsões 1, 3 e 6 passos à frente da série log.IR.dez.01 com os modelos SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 0) e SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (0, 1, 1), ambos usando uma tendência linear. Observamos que o modelo que forneceu as melhores previsões foi o SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (0, 1, 1), com erros relativos de previsão 1, 3 e 6 passos à frente iguais a  $26.83\%$ ,  $9.33\%$  e  $8.10\%$ , respectivamente.

#### 4.1.4. Combinação de Previsões

Como foi visto na Seção 2.8, esperamos que combinar previsões produza um melhor resultado que adotar a melhor previsão individual. Assim, combinaremos as melhores previsões que geramos para cada série através do algoritmo de Holt-Winters, dos modelos SARIMA, dos modelos SARMAX usando previsões da tendência estimada não-parametricamente por Box-Jenkins ou por Holt e dos modelos SARMAX usando uma tendência linear. Utilizaremos a combinação de previsões com pesos iguais e com pesos inversamente proporcionais à soma dos quadrados dos erros, onde, nesse último enfoque, usaremos as somas dos quadrados dos erros para os quatro métodos de previsões individuais ao longo dos 6 e 12 últimos períodos de tempo. Aqui não empregamos a combinação de previsões com pesos baseados em regressão, pois essa técnica produziu em alguns casos valores negativos para alguns pesos.

Com o alisamento exponencial de Holt-Winters verificamos que, no global, o algoritmo



Quadro 4.48. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.jun.01 com o SARMAX(0,0,0)(1,0,0) e o SARMAX(0,0,0)(0,1,1).

modelo SARMAX(0,0,0) $\times$ (1,0,0)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	384.2	46220.4	116432.1	1088655.0
TE	-19.6	-471.0	-281.5	5250.9
modelo SARMAX(0,0,0) $\times$ (0,1,1)				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	21933.6	137067.6	309897.4	969541.5
TE	-148.1	-668.7	-1244.7	1972.3

Quadro 4.49. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.01 com o SARMAX(0,0,0)(1,0,1) e o SARMAX(0,0,0)(0,1,1).

modelo SARMAX(0,0,0) $\times$ (1,0,1)			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	9401582.0	3406702.0	1991415.0
TE	3066.2	2990.0	4522.4
modelo SARMAX(0,0,0) $\times$ (0,1,1)			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	8825058.0	3519056.0	2038437.0
TE	2970.7	2467.4	4004.6

Quadro 4.50. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.01 com o SARMAX(0,0,0)(1,0,0) e o SARMAX(0,0,0)(0,1,1).

modelo SARMAX(0,0,0) $\times$ (1,0,0)			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	9698864.0	3630873.0	2083172.0
TE	3114.3	4503.2	5657.5
modelo SARMAX(0,0,0) $\times$ (0,1,1)			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	6874884.0	2973844.0	1681395.0
TE	2622.0	2079.5	3362.5

de Holt-Winters aditivo teve melhor desempenho para as séries do IR. Com a modelagem de Box-Jenkins observamos que o modelo que gerou as melhores previsões para a série IR.dez.99 foi o SARIMA(0, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 0), para a série log.IR.dez.99 foi o SARIMA(1, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 0), para a série IR.dez.00 foi o SARIMA(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1), para a série log.IR.dez.00 foi o SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (1, 0, 1), para as séries IR.jun.01, log.IR.jun.01, IR.dez.01 e log.IR.dez.01 foi o SARIMA(0, 1, 1)  $\times$  (0, 1, 1). Na Seção 4.1.3 vimos que dentre os modelos SARMAX que usaram uma tendência não-linear, o modelo que teve melhor desempenho preditivo para a série IR.dez.99 foi o SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (0, 1, 1) usando previsões da tendência por Box-Jenkins, para a série log.IR.dez.99 foi o SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (0, 1, 1) usando previsões da tendência por Holt, para as séries IR.dez.00 e log.IR.dez.00 foi o SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1) usando previsões da tendência por Holt, para a série IR.jun.01 foi o SARMAX(2, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 1) usando previsões da tendência por Holt, para a série log.IR.jun.01 foi o SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 0) usando previsões da tendência por Box-Jenkins, para a série IR.dez.01 foi o SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (0, 1, 1) usando previsões da tendência por Holt e para a série log.IR.dez.01 foi o SARMAX(1, 0, 1)  $\times$  (1, 0, 0) usando previsões da tendência por Holt. Dentre os modelos SARMAX que usaram uma tendência linear o modelo que se saiu melhor para as séries IR.dez.99, IR.dez.00 e log.IR.dez.00 foi o SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 1), para as séries log.IR.dez.99 e log.IR.jun.01 foi o SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (1, 0, 0) e para as séries IR.jun.01, IR.dez.01 e log.IR.dez.01 foi o SARMAX(0, 0, 0)  $\times$  (0, 1, 1).

Os Quadros D.29, D.30, D.31, D.32, D.33, D.34, D.35 e D.36 que se encontram no Apêndice D mostram as previsões obtidas através da combinação das quatro melhores previsões geradas pelo algoritmo de Holt-Winters, pela modelagem de Box-Jenkins e pelos modelos SARMAX para cada série do IR.

Quadro 4.51. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.99 obtidas com a combinação das quatro melhores previsões.

comb. com pesos iguais				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	36931.2	297301.8	175091.2	173992.9
TE	-192.2	-1293.4	-1876.8	-2819.3
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	26905.3	201504.1	116394.8	125377.8
TE	-164.0	-1110.5	-1410.7	-1727.1
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	31589.1	186816.2	111866.5	118849.9
TE	-177.7	-1104.0	-1463.3	-1913.9

O Quadro 4.51 apresenta medidas de precisão para as previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.99 obtidas através da combinação das quatro melhores previsões. As combinações com pesos inversamente proporcionais à soma dos quadrados dos erros com  $n = 6$  e com  $n = 12$  têm desempenho semelhante, contudo a combinação com pesos inversamente proporcionais à soma dos quadrados dos erros com  $n = 12$  apresentou melhor desempenho para a previsão 1 passo à frente, dessa forma essa combinação foi escolhida como a superior dentre as combinações. Verificamos que a combinação com pesos inversamente proporcionais à soma dos quadrados dos erros com  $n = 12$  não teve desempenho superior ao modelo SARMAX com tendência não-linear e ao modelo SARIMA. Por exemplo, para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente os erros relativos de previsão referentes à combinação de previsões foram  $-2.71\%$ ,  $-6.27\%$ ,  $-4.26\%$  e  $-2.65\%$ , respectivamente, as correspondentes medidas para previsões SARMAX com tendência não-linear foram  $-0.45\%$ ,  $-2.82\%$ ,  $0.11\%$  e  $2.57\%$  e os erros relativos de previsão referentes ao modelo SARIMA foram  $5.01\%$ ,  $-0.30\%$ ,  $0.15\%$  e  $2.33\%$ , respectivamente.

O Quadro 4.52 apresenta medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.99 obtidas através da combinação das quatro melhores previsões. Notamos que a combinação com pesos inversamente proporcionais à soma dos quadrados dos erros com  $n = 12$  teve melhor desempenho dentre as combinações, teve desempenho semelhante ao SARMAX com tendência não-linear e superou os demais métodos de previsão. Os erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente referentes à combinação com pesos inversamente proporcionais à soma dos quadrados dos erros com  $n = 12$  foram  $-3.37\%$ ,  $3.33\%$ ,  $0.44\%$  e  $-2.28\%$ , respectivamente.

O Quadro 4.53 apresenta medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.00 obtidas através da combinação das quatro melhores previsões. Observamos que a combinação com pesos inversamente proporcionais à soma dos quadrados dos erros com  $n = 12$  teve o melhor desempenho dentre as combinações e em relação aos outros métodos de previsão teve desempenho pouco inferior ao SARMAX com tendência não-linear e teve habilidade preditiva maior aos demais. Os erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente referentes à combinação de previsões foram  $9.51\%$ ,  $-11.09\%$ ,  $-2.83\%$  e  $0.99\%$ , respectivamente.

O Quadro 4.54 apresenta medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.00 obtidas através da combinação das quatro melhores previsões. Pode-se observar que novamente a combinação com pesos inversamente proporcionais à soma dos quadrados dos erros com  $n = 12$  apresenta o melhor desempenho dentre as combinações e em relação aos outros métodos de previsão foi inferior ao SARIMA e ao SARMAX com uma tendência não-linear. Por exemplo, para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente os erros relativos de previsão referentes à combinação de previsões foram  $6.75\%$ ,  $-14.52\%$ ,  $-5.99\%$  e  $-2.66\%$ , respectivamente, as correspondentes medidas para previsões SARMAX com tendência não-linear foram  $9.03\%$ ,  $-11.01\%$ ,  $-2.46\%$  e  $1.30\%$  e os erros relativos de previsão referentes ao modelo SARIMA foram  $9.29\%$ ,  $-11.18\%$ ,  $-3.25\%$  e  $-0.06\%$ , respectivamente.

Quadro 4.52. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.99 obtidas com a combinação das quatro melhores previsões.

comb. com pesos iguais				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	21889.2	403506.4	226012.4	220473.0
TE	-147.9	-1349.9	-1871.2	-2486.7
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	41709.1	121095.4	82515.7	121301.5
TE	-204.2	590.2	147.4	-1488.7
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	29974.8	678400.7	438333.6	399380.4
TE	-173.1	-1713.4	-3019.0	-5080.1

Quadro 4.53. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.00 obtidas com a combinação das quatro melhores previsões.

comb. com pesos iguais				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	313600.0	1349265.0	699617.5	430314.7
TE	560.0	-2137.7	-1499.6	-549.2
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	418940.5	1204387.0	652029.0	431227.3
TE	647.2	-1834.1	-944.5	671.3
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	401858.0	1221865.0	658100.6	431724.1
TE	633.9	-1866.2	-1032.6	493.9

Quadro 4.54. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.00 obtidas com a combinação das quatro melhores previsões.

comb. com pesos iguais				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	194018.2	1516665.0	769477.6	466617.6
TE	440.5	-2440.5	-2013.4	-1733.7
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	211107.3	1485479.0	752911.1	452794.0
TE	459.5	-2402.1	-1998.1	-1804.9
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	137227.6	1639326.0	821457.3	491180.5
TE	370.4	-2667.3	-2563.3	-2954.2

Quadro 4.55. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.jun.01 obtidas com a combinação das quatro melhores previsões.

comb. com pesos iguais				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	36547.9	79855.8	186039.4	1278882.0
TE	191.2	230.0	988.3	6886.4
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	42922.9	79829.2	193288.9	1342177.0
TE	207.2	291.2	1166.9	7319.0
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	40657.1	72064.1	196168.4	1442924.0
TE	201.6	294.3	1296.9	7727.9

O Quadro 4.55 apresenta medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.jun.01 obtidas através da combinação das quatro melhores previsões. Verificamos que a combinação com pesos iguais teve o melhor desempenho dentre as combinações e em relação aos outros métodos de previsão, o SARMAX com tendência linear apresentou desempenho superior à combinação das previsões e os demais métodos de previsão foram

inferiores à combinação de previsões. Por exemplo, os erros relativos de previsão 1, 3, 6 e 12 passos à frente referentes à combinação de previsões foram 3.25%, 1.40%, 2.86% e 9.04%, respectivamente, ao passo que as correspondentes medidas para previsões SARMAX com tendência linear foram 0.17%, -2.79%, -1.59% e 4.47%.

O Quadro 4.56 apresenta medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.jun.01 obtidas através da combinação das quatro melhores previsões. Notamos que a combinação com pesos inversamente proporcionais à soma dos quadrados dos erros com  $n = 6$  teve o melhor desempenho dentre as combinações, em relação aos demais modelos a combinação de previsões só não superou SARMAX com tendência linear. Os erros relativos de precisão 1, 3, 6 e 12 passos à frente referentes à combinação de previsões foram 1.29%, 0.52%, 0.99% e 8.05%, respectivamente, ao passo que as correspondentes medidas para previsões SARMAX com tendência linear foram -0.33%, -2.86%, -0.81% e 6.89%.

O Quadro 4.57 apresenta medidas de precisão para previsões 1, 3 e 6 passos à frente da série IR.dez.01 obtidas através da combinação das quatro melhores previsões. Observamos que a combinação com pesos inversamente proporcionais à soma dos quadrados dos erros com  $n = 6$  teve o melhor desempenho dentre as combinações e em relação aos outros métodos de previsão o SARMAX com tendência linear foi um pouco superior à combinação de previsões e os demais métodos foram inferiores à combinação de previsões. Os erros relativos de precisão 1, 3 e 6 passos à frente referentes à combinação de previsões foram 30.83%, 12.86% e 11.14%, respectivamente.

Quadro 4.58. Medidas de precisão para previsões 1, 3 e 6 passos à frente da série log.IR.dez.01 obtidas com a combinação das quatro melhores previsões.

comb. com pesos iguais			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	7881916.0	3019488.0	1756041.0
TE	2807.5	3248.3	4773.6
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	7973895.0	3150961.0	1861003.0
TE	2823.8	3075.1	4905.4
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	7900889.0	3131849.0	1844538.0
TE	2810.8	3011.2	4806.3

Quadro 4.56. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.jun.01 obtidas com a combinação das quatro melhores previsões.

comb. com pesos iguais				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	32355.0	50150.8	125858.7	1195262.0
TE	179.9	254.7	988.1	7407.5
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	16166.0	53487.1	125597.4	1115633.0
TE	127.1	121.6	678.9	6601.6
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	5755.6	39076.6	97489.5	1084096.0
TE	75.9	-85.5	343.3	6129.6

Quadro 4.57. Medidas de precisão para previsões 1, 3 e 6 passos à frente da série IR.dez.01 obtidas com a combinação das quatro melhores previsões.

comb. com pesos iguais			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	9143669.0	3519435.0	2081951.0
TE	3023.8	2980.1	4814.4
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	9109971.0	3517837.0	2075938.0
TE	3018.3	2919.5	4716.9
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	9075351.0	3514831.0	2069580.0
TE	3012.5	2867.0	4631.5

O Quadro 4.58 apresenta medidas de precisão para previsões 1, 3 e 6 passos à frente da série log.IR.dez.01 obtidas através da combinação das quatro melhores previsões. Observamos que a combinação com pesos iguais apresentou o melhor desempenho dentre as combinações e em relação aos outros métodos de previsão inferior ao SARMAX com tendência linear. Os erros relativos de precisão 1, 3 e 6 passos à frente referentes à combinação de previsões foram 28.73%, 14.57% e 11.48%, respectivamente.

Utilizando pesos iguais e pesos inversamente proporcionais à soma dos quadrados dos erros com  $n = 6$  e com  $n = 12$  combinamos as melhores previsões produzidas através dos modelos SARIMA com as melhores previsões produzidas através do algoritmo de Holt-Winters e combinamos também as melhores previsões obtidas com modelos SARMAX usando tendência não-linear com as melhores previsões obtidas pelo algoritmo de Holt-Winters. Verificamos que as combinações com as quatro melhores previsões para cada série do IR foram substancialmente superiores às duas combinações mencionadas acima. As Quadros referentes a esse caso se encontram no Apêndice E.

Quadro 4.59. Metodologias que geraram as melhores previsões 3 passos à frente e erros relativos de previsão (%) para a série IR.jun.01.

série IR.jun.01		
método	algoritmo ou modelo	erro relativo
Holt-Winters (aditivo)	$\alpha = 0.506, \beta = 0.001$ e $\gamma = 0.520$	2.25
Holt-Winters (multip.)	$\alpha = 0.064, \beta = 0.000$ e $\gamma = 0.573$	5.56
SARIMA	$(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)$	3.00
SARMAX/HW	$(2, 0, 1) \times (1, 0, 1)$	3.13
SARMAX/BJ	$(2, 0, 1) \times (1, 0, 1)$	3.15
SARMAX tend. linear	$(0, 0, 0) \times (0, 1, 1)$	-2.79
Combinação (4)	comb. com pesos iguais	1.40

O Quadro 4.59 apresenta as metodologias que geraram as melhores previsões 3 passos à frente e os correspondentes erros relativos de previsão para a série IR.jun.01. Notamos que o melhor método de previsão aqui foi a combinação de previsões individuais com pesos iguais, que apresentou erro relativo de previsão de 1.40%. Os erros relativos de previsão variaram de 1.40% a 5.56%.



## Capítulo 5

### Conclusão

A presente dissertação teve como objetivo central avaliar diferentes estratégias univariadas de modelagem e previsão da arrecadação do imposto de renda no Brasil. Utilizamos algoritmos de alisamento exponencial de Holt-Winters aditivo e multiplicativo, modelos SARIMA e modelos SARMAX. Nesse último, usamos como variável explicativa duas especificações diferentes da tendência da série, a saber: uma tendência não-linear e uma linear. Por fim, utilizamos combinações de previsões individuais geradas através das diferentes estratégias de previsão.

As principais conclusões da análise apresentada ao longo do capítulo anterior são as seguintes:

1. O algoritmo de alisamento exponencial de Holt-Winters aditivo se mostrou mais eficaz, no que diz respeito a capacidade preditiva, do que sua contrapartida multiplicativa.
2. No geral, não há ganhos claros em se trabalhar com a série logaritmada.
3. Se o interesse recair na geração de previsões pontualmente precisas, como aferido pelo MSE, então os métodos que apresentam melhor capacidade preditiva são o Box-Jenkins e o SARMAX com tendência não-linear, ao passo que se o interesse recair na geração de previsões globalmente (ou agregadamente) precisas, como aferido pelo TE, então os métodos que têm melhor desempenho são o SARMAX com tendência não-linear e a combinação de previsões individuais obtidas através das quatro diferentes estratégias de previsão.
4. A modelagem baseada em modelos SARMAX com tendência não-linear tipicamente conduziu a previsões confiáveis sobre a dinâmica futura dos dados. Por exemplo, para previsões três passos à frente os erros relativos de previsão desta metodologia se situaram tipicamente em torno de 3%. Cumpre ainda notar que esta estratégia de previsão conduziu a previsões confiáveis sem requerer conhecimento do comportamento de outras séries econômicas, isto é, as previsões foram geradas unicamente a partir do passado da série.
5. A geração de previsões SARMAX com tendência não-linear estimada não-parametricamente requer a utilização de previsões sobre o comportamento futuro desta tendência. A estratégia mais eficaz geralmente foi a que utiliza previsões da tendência geradas pelo algoritmo de alisamento exponencial de Holt.
6. Os resultados referentes a combinação de previsões revelaram que a combinação de quatro previsões individuais se mostra tipicamente mais eficaz do que a combinação de apenas duas previsões distintas.
7. Previsões com pesos baseados em regressão não foram consideradas porque em muitas instâncias os pesos a serem utilizados foram negativos. A forma de combinação de previsões que tipicamente se mostrou mais eficaz foi a que utiliza pesos inversamente

proporcionais às somas dos quadrados dos erros com  $n = 12$ .

8. No que se refere a previsões SARIMA, aquelas provenientes de modelos que utilizam  $d = 1$  foram tipicamente superiores às aquelas oriundas de modelos definidos por  $d = 0$ .
9. Para previsões de curto prazo (1 e 3 passos à frente), as previsões que foram mais precisas, em geral, foram aquelas obtidas a partir de esquemas de combinação de previsões. Por outro lado, para horizontes mais longos (12 passos à frente), as previsões tipicamente mais precisas foram aquelas oriundas de modelos SARIMA.

Pesquisas futuras devem considerar outros aspectos das estratégias utilizadas e comparação com metodologias alternativas. Em particular, devem ser avaliadas as capacidades preditivas de modelos ARFIMA, VAR e de redes neurais.

## Apêndice A

Este apêndice apresenta a série do IR com valores que abragem o período de julho de 1994 a junho de 2002 e seus logaritmos. Os dados são expressos em reais de dezembro de 2001 e podem ser considerados como a preços constantes.

Quadro A.1. Valores da série do IR.

mês	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
jan		4663.0	4168.1	4832.9	7438.9	6038.3	6059.3	6805.1	9771.6
fev		3589.8	3402.9	3661.3	5129.3	6719.8	4942.6	4336.6	6267.6
mar		5010.4	8251.8	4830.0	6895.0	7200.7	6718.6	5397.8	6259.1
abr		3590.9	4133.8	5162.8	5616.5	6095.8	5537.7	6102.6	7512.6
mai		6249.7	4282.6	4025.5	4068.7	4798.1	4833.1	5400.1	6218.0
jun		4211.8	3847.6	4035.0	4201.1	5015.4	5007.3	5289.2	5555.5
jul	3005.3	4026.5	4315.9	4891.5	6163.7	5311.4	5547.6	5878.3	
ago	3160.7	4190.1	3777.6	3947.5	5862.6	4327.8	5006.5	5511.3	
set	3224.0	4092.0	4009.2	4143.5	5322.0	6092.1	4676.9	5057.7	
out	2959.3	4042.9	3940.1	4786.1	4922.9	4947.1	5119.7	6140.3	
nov	3037.9	4081.4	3964.0	4110.1	4505.0	4294.0	4953.9	5077.6	
dez	4782.5	5085.6	7200.3	7034.8	6920.6	6994.1	6789.3	6914.0	

Quadro A.2. Valores do logaritmo da série do IR.

mês	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
jan		8.447414	8.335216	8.483202	8.914478	8.705878	8.709350	8.825428	9.187235
fev		8.185852	8.132383	8.205574	8.542724	8.812814	8.505647	8.374846	8.743149
mar		8.519271	9.018187	8.482602	8.838552	8.881934	8.812635	8.593747	8.741792
abr		8.186158	8.326952	8.549234	8.633464	8.715355	8.619335	8.716470	8.924337
mai		8.740289	8.362316	8.300404	8.311079	8.475975	8.483243	8.594173	8.735204
jun		8.345645	8.255205	8.302762	8.343102	8.520268	8.518652	8.573422	8.622544
jul	8.008133	8.300653	8.370061	8.495254	8.726433	8.577611	8.621121	8.679023	
ago	8.058549	8.340480	8.236844	8.280838	8.676348	8.372815	8.518492	8.614556	
set	8.078378	8.316789	8.296347	8.329296	8.579604	8.714748	8.450391	8.528667	
out	7.992708	8.304718	8.278961	8.473471	8.501653	8.506557	8.540851	8.722629	
nov	8.018922	8.314195	8.285009	8.321203	8.412943	8.364974	8.507930	8.532594	
dez	8.472719	8.534168	8.881878	8.858625	8.842258	8.852822	8.823103	8.841304	

## Apêndice B

Este apêndice apresenta a função interna do R, `arma0`, modificada para a função `myarma0` de forma a retornar o valor do critério BIC. Apresenta também a função externa ao R, `bic`, que calcula o valor do BIC para vários modelos diferentes, associando valores para as ordens  $p$ ,  $q$ ,  $d$ ,  $P$ ,  $Q$  e  $D$ . Esses valores do BIC são armazenados em uma matriz, cuja posição  $(i, j)$  apresenta o valor do BIC referente ao modelo onde  $p = i - 1$  e  $q = j - 1$ .

```
> myarma0
function (x, order = c(0, 0, 0), seasonal = list(order = c(0,
  0, 0), period = NA), xreg = NULL, include.mean = TRUE, delta = 0.01,
  transform.pars = TRUE, fixed = NULL, init = NULL, method = c("ML",
    "CSS"), n.cond, optim.control = list())
{
  armaOf <- function(p) {
    par <- as.double(fixed)
    par[mask] <- p
    .Call("arma0fa", G, par, PACKAGE = "ts")
  }
  arCheck <- function(ar) {
    p <- max(which(c(1, -ar) != 0)) - 1
    if (!p)
      return(TRUE)
    all(Mod(polyroot(c(1, -ar[1:p]))) > 1)
  }
  maInvert <- function(ma) {
    q <- length(ma)
    q0 <- max(which(c(1, ma) != 0)) - 1
    if (!q0)
      return(ma)
    roots <- polyroot(c(1, ma[1:q0]))
    ind <- Mod(roots) < 1
    if (all(!ind))
      return(ma)
    warning("converting non-invertible initial MA values")
    if (q0 == 1)
      return(c(1/ma[1], rep(0, q - q0)))
    roots[ind] <- 1/roots[ind]
    x <- 1
    for (r in roots) x <- c(x, 0) - c(0, x)/r
    c(Re(x[-1]), rep(0, q - q0))
  }
  series <- deparse(substitute(x))
  if (NCOL(x) > 1)
    stop("only implemented for univariate time series")
  method <- match.arg(method)
  x <- as.ts(x)
  dim(x) <- NULL
  n <- length(x)
  if (!missing(order))
    if (!is.numeric(order) || length(order) != 3 || any(order <
      0))
      stop("'order' must be a non-negative numeric vector of length 3")
  if (!missing(seasonal))
```

```

    if (is.list(seasonal)) {
      if (is.null(seasonal$order))
        stop("'seasonal' must be a list with component 'order'")
      if (!is.numeric(seasonal$order) || length(seasonal$order) !=
          3 || any(seasonal$order < 0))
        stop("'seasonal$order' must be a non-negative numeric vector of length 3")
    }
    else if (is.numeric(order)) {
      if (length(order) == 3)
        seasonal <- list(order = seasonal)
      else ("seasonal' is of the wrong length")
    }
    else stop("'seasonal' must be a list with component 'order'")
  if (is.null(seasonal$period) || is.na(seasonal$period) ||
      seasonal$period == 0)
    seasonal$period <- frequency(x)
  arma <- c(order[-2], seasonal$order[-2], seasonal$period,
            order[2], seasonal$order[2])
  narma <- sum(arma[1:4])
  if (d <- order[2])
    x <- diff(x, 1, d)
  if (d <- seasonal$order[2])
    x <- diff(x, seasonal$period, d)
  xtsp <- tsp(x)
  tsp(x) <- NULL
  nd <- order[2] + seasonal$order[2]
  n.used <- length(x)
  ncond <- n - n.used
  if (method == "CSS") {
    ncond1 <- order[1] + seasonal$period * seasonal$order[1]
    ncond <- if (!missing(n.cond))
      ncond + max(n.cond, ncond1)
    else ncond + ncond1
  }
  if (is.null(xreg)) {
    ncxreg <- 0
  }
  else {
    if (NROW(xreg) != n)
      stop("lengths of x and xreg do not match")
    ncxreg <- NCOL(xreg)
  }
  class(xreg) <- NULL
  if (include.mean && (nd == 0)) {
    if (is.matrix(xreg) && is.null(colnames(xreg)))
      colnames(xreg) <- paste("xreg", 1:ncxreg, sep = "")
    xreg <- cbind(intercept = rep(1, n), xreg = xreg)
    ncxreg <- ncxreg + 1
  }
  if (is.null(fixed))
    fixed <- rep(NA, narma + ncxreg)
  else if (length(fixed) != narma + ncxreg)
    stop("wrong length for fixed")
  mask <- is.na(fixed)
  if (!any(mask))
    stop("all parameters were fixed")
  if (transform.pars && any(!mask[1:narma])) {
    warning("some ARMA parameters were fixed: setting transform.pars = FALSE")
  }

```

```

    transform.pars <- FALSE
  }
  if (ncxreg) {
    if (d <- order[2])
      xreg <- diff(xreg, 1, d)
    if (d <- seasonal$order[2])
      xreg <- diff(xreg, seasonal$period, d)
    xreg <- as.matrix(xreg)
    if (qr(na.omit(xreg))$rank < ncol(xreg))
      stop("xreg is collinear")
    if (is.null(cn <- colnames(xreg)))
      cn <- paste("xreg", 1:ncxreg, sep = "")
  }
  if (any(is.na(x)) || (ncxreg && any(is.na(xreg))))
    if (method == "ML" && delta >= 0) {
      warning("NAs present: setting delta to -1")
      delta <- -1
    }
  init0 <- rep(0, narma)
  parscale <- rep(1, narma)
  if (ncxreg) {
    orig.xreg <- (ncxreg == 1) || any(!mask[narma + 1:ncxreg])
    if (!orig.xreg) {
      S <- svd(na.omit(xreg))
      xreg <- xreg %*% S$v
    }
    fit <- lm(x ~ xreg - 1, na.action = na.omit)
    init0 <- c(init0, coef(fit))
    ses <- summary(fit)$coef[, 2]
    parscale <- c(parscale, ses)
  }
  storage.mode(x) <- storage.mode(xreg) <- "double"
  if (method == "CSS")
    transform.pars <- 0
  G <- .Call("setup_starma", as.integer(arma), x, n.used, xreg,
    ncxreg, delta, transform.pars > 0, ncond - (n - n.used),
    PACKAGE = "ts")
  on.exit(.Call("free_starma", G, PACKAGE = "ts"))
  if (!is.null(init)) {
    if (length(init) != length(init0))
      stop("'init' is of the wrong length")
    if (any(ind <- is.na(init)))
      init[ind] <- init0[ind]
    if (transform.pars) {
      if (any(!mask[1:narma]))
        warning("transformed ARMA parameters were fixed")
      if (arma[1] > 0)
        if (!arCheck(init[1:arma[1]]))
          stop("non-stationary AR part")
      if (arma[3] > 0)
        if (!arCheck(init[sum(arma[1:2]) + 1:arma[3]]))
          stop("non-stationary seasonal AR part")
      if (arma[2] > 0) {
        ind <- arma[1] + 1:arma[2]
        init[ind] <- maInvert(init[ind])
      }
    }
    if (arma[4] > 0) {
      ind <- sum(arma[1:3]) + 1:arma[4]

```

```

        init[ind] <- maInvert(init[ind])
    }
    init <- .Call("Invtrans", G, as.double(init), PACKAGE = "ts")
}

}
else init <- init0
.Call("Starma_method", G, method == "CSS", PACKAGE = "ts")
if (!("parscale" %in% names(optim.control)))
    optim.control$parscale <- parscale[mask]
res <- optim(init[mask], armaOf, method = "BFGS", hessian = TRUE,
    control = optim.control)
if ((code <- res$convergence) > 0)
    warning(paste("possible convergence problem: optim gave code=",
        code))
coef <- res$par
if (transform.pars) {
    cf <- fixed
    cf[mask] <- coef
    A <- .Call("Gradtrans", G, as.double(cf), PACKAGE = "ts")[mask,
        mask]
    var <- t(A) %*% solve(res$hessian * length(x)) %*% A
    coef <- .Call("Dotrans", G, as.double(cf), PACKAGE = "ts")[mask]
    .Call("set_trans", G, 0, PACKAGE = "ts")
}
else var <- solve(res$hessian * length(x))
armaOf(coef)
sigma2 <- .Call("get_s2", G, PACKAGE = "ts")
resid <- .Call("get_resid", G, PACKAGE = "ts")
tsp(resid) <- xtsp
class(resid) <- "ts"
n.used <- sum(!is.na(resid))
nm <- NULL
if (arma[1] > 0)
    nm <- c(nm, paste("ar", 1:arma[1], sep = ""))
if (arma[2] > 0)
    nm <- c(nm, paste("ma", 1:arma[2], sep = ""))
if (arma[3] > 0)
    nm <- c(nm, paste("sar", 1:arma[3], sep = ""))
if (arma[4] > 0)
    nm <- c(nm, paste("sma", 1:arma[4], sep = ""))
fixed[mask] <- coef
if (ncxreg > 0) {
    nm <- c(nm, cn)
    if (!orig.xreg) {
        ind <- narma + 1:ncxreg
        fixed[ind] <- S$v %*% fixed[ind]
        A <- diag(narma + ncxreg)
        A[ind, ind] <- S$v
        A <- A[mask, mask]
        var <- A %*% var %*% t(A)
    }
}
}
names(fixed) <- nm
names(arma) <- c("ar", "ma", "sar", "sma", "period", "diff",
    "sdiff")
dimnames(var) <- list(nm[mask], nm[mask])
value <- 2 * n.used * res$value + n.used + n.used * log(2 *
    pi)

```



```

aic <- if (method != "CSS")
  value + 2 * length(coef) + 2
else NA
bic <- if (method != "CSS")
  value + log(n.used) * length(coef)
else NA
res <- list(coef = fixed, sigma2 = sigma2, var.coef = var,
  mask = mask, loglik = -0.5 * value, aic = aic, bic=bic, arma = arma,
  residuals = resid, call = match.call(), series = series,
  code = code, n.cond = ncond)
class(res) <- "arima0"
res
}

> bic
function(serie=x,p.max=4,q.max=4,d=1,P=0,D=0,Q=0)
{
M<-matrix(0,p.max+1,q.max+1)
  if(P==0 && Q==0)
  {
    for(i in 0:p.max)
    {
      for(j in 0:q.max)
      {
        if (i==0 && j ==0)
        {
          fit<-NA
          M[1,1]<-fit
        }
        else
        {
          fit<-meuarima0(serie,order=c(i,d,j),seasonal=list(order=c(P,D,Q)))$bic
          M[i+1,j+1]<-fit
        }
      }
    }
  }
  else
  {
    for(i in 0:p.max)
    {
      for(j in 0:q.max)
      {
        fit<-meuarima0(serie,order=c(i,d,j),seasonal=list(order=c(P,D,Q)))$bic
        M[i+1,j+1]<-fit
      }
    }
  }
M.AIC<-M
return(M)
}

```

## Apêndice C

Este apêndice contém quadros que mostram as previsões obtidas através dos modelos SARIMA para as séries: IR.dez.99, log.IR.dez.99, IR.dez.00, log.IR.dez.00, IR.jun.01, log.IR.jun.01, IR.dez.01 e log.IR.dez.01.

Quadro C.1. Previsões obtidas para a série IR.dez.99 pela modelagem de Box-Jenkins.

		modelos SARIMA			
		$(0, 0, 1) \times (1, 0, 0)$	$(3, 1, 1) \times (1, 0, 1)$	$(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$	$(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)$
mês/2000	arrecadação real	previsão	previsão	previsão	previsão
janeiro	6059.3	5755.9	6394.2	6505.6	6705.0
fevereiro	4942.6	5876.0	5909.0	5793.8	5940.5
março	6718.6	6142.4	6884.2	7317.5	7569.4
abril	5537.7	5530.3	6008.6	6004.7	6216.6
maio	4833.1	4811.3	5263.6	5240.0	5576.3
junho	5007.2	4931.7	5258.5	5088.7	5369.0
julho	5547.6	5095.7	5822.2	5805.5	6059.9
agosto	5006.4	4550.7	5311.6	5190.9	5493.6
setembro	4676.9	5528.2	5850.6	5748.9	5986.7
outubro	5119.7	4893.9	5435.0	5304.5	5603.0
novembro	4953.9	4532.0	5068.8	4868.7	5207.4
dezembro	6789.3	6027.9	6984.7	7394.7	7702.3

Quadro C.2. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.99 pela modelagem de Box-Jenkins.

		modelos SARIMA		
		$(1, 0, 0) \times (1, 0, 0)$	$(0, 1, 1) \times (1, 0, 0)$	$(1, 0, 1) \times (1, 1, 0)$
mês/2000	arrecadação real	previsão	previsão	previsão
janeiro	6059.3	5784.2	5793.7	6964.7
fevereiro	4942.6	5936.0	6148.7	6311.7
março	6718.6	6103.6	6389.6	7438.4
abril	5537.7	5492.3	5824.3	6185.9
maio	4833.1	4744.9	5098.5	4693.5
junho	5007.2	4870.4	5225.6	4874.0
julho	5547.6	5040.7	5394.9	5922.9
agosto	5006.4	4454.2	4814.3	5148.3
setembro	4676.9	5475.1	5822.4	6004.6
outubro	5119.7	4828.5	5185.9	5148.1
novembro	4953.9	4433.0	4793.3	4565.0
dezembro	6789.3	5950.9	6287.0	7244.2
				6629.8
				5831.7
				7535.1
				6141.2
				5150.7
				5087.1
				5914.5
				5155.7
				5889.0
				5368.0
				4849.0
				7786.1

Quadro C.3. Previsões obtidas para a série IR.dez.00 pela modelagem de Box-Jenkins.

		modelos SARIMA			
		$(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$	$(0, 1, 1) \times (1, 0, 1)$	$(1, 0, 2) \times (0, 1, 1)$	$(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)$
mês/2001	arrecadação real	previsão	previsão	previsão	previsão
janeiro	6805.1	6006.5	6175.5	6247.6	6295.6
fevereiro	4336.6	5321.0	5409.8	5323.3	5338.9
março	5397.8	6581.7	6898.9	7186.9	7241.9
abril	6102.6	5580.1	5753.6	5748.3	5785.4
maio	5400.1	4977.6	5321.8	5367.2	5461.3
junho	5289.2	4947.5	5163.3	5071.0	5145.1
julho	5878.3	5456.6	5679.1	5642.5	5710.8
agosto	5511.3	4982.3	5250.3	5184.8	5279.2
setembro	5057.7	5165.7	5435.1	5375.1	5465.1
outubro	6140.3	5059.2	5326.9	5246.9	5344.3
novembro	5077.6	4783.1	5074.1	4973.9	5088.6
dezembro	6914.0	6588.6	7020.2	7243.5	7356.1

Quadro C.4. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.00 pela modelagem de Box-Jenkins.

		modelos SARIMA		
		$(1, 0, 0) \times (1, 0, 0)$	$(0, 1, 1) \times (1, 0, 1)$	$(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$
mês/2001	arrecadação real	previsão	previsão	previsão
janeiro	6805.1	5721.3	6173.0	6321.5
fevereiro	4336.6	4917.0	5369.5	5255.2
março	5397.8	5863.3	6846.6	7243.9
abril	6102.6	5200.0	5761.4	5758.0
maio	5400.1	4784.2	5155.1	5157.8
junho	5289.2	4885.9	5109.7	4992.0
julho	5878.3	5197.5	5678.5	5640.8
agosto	5511.3	4884.7	5164.9	5062.5
setembro	5057.7	4687.6	5375.5	5297.1
outubro	6140.3	4951.0	5289.0	5175.1
novembro	5077.6	4853.5	4993.3	4841.7
dezembro	6914.0	5872.1	7032.7	7397.9
				6362.8
				5328.1
				7271.5
				5832.3
				5160.6
				5052.3
				5740.8
				5134.8
				5386.6
				5275.1
				4928.7
				7514.0

Quadro C.5. Previsões obtidas para a série IR.jun.01 pela modelagem de Box-Jenkins.

		modelos SARIMA			
		$(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$	$(0, 1, 1) \times (1, 0, 0)$	$(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$	$(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)$
mês/2001/2001	arrecadação real	previsão	previsão	previsão	previsão
julho	5878.3	5499.0	5523.9	5503.3	5562.5
agosto	5511.3	5035.4	5243.5	5031.9	5094.2
setembro	5057.7	5204.7	5072.7	5226.6	5296.5
outubro	6140.3	5121.1	5302.1	5095.9	5171.7
novembro	5077.6	4860.1	5216.2	4814.5	4894.8
dezembro	6914.0	6515.2	6167.4	7086.8	7174.3
janeiro	9771.6	6176.1	6175.6	6428.0	6524.4
fevereiro	6267.6	5025.3	4896.3	5200.6	5299.3
março	6259.1	5996.9	5446.3	6897.3	6995.3
abril	7512.6	5726.1	5811.5	5865.5	5980.0
maio	6218.0	5139.8	5447.5	5397.7	5511.1
junho	5555.5	5122.7	5390.0	5158.0	5282.3

Quadro C.6. Previsões obtidas para a série log.IR.jun.01 pela modelagem de Box-Jenkins.

		modelos SARIMA			
		$(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$	$(0, 1, 1) \times (1, 0, 1)$	$(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$	$(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)$
mês/2001/2001	arrecadação real	previsão	previsão	previsão	previsão
julho	5878.3	5525.1	5594.1	5552.9	5619.6
agosto	5511.3	5028.8	5094.1	4982.9	5026.2
setembro	5057.7	5184.1	5299.4	5214.3	5272.7
outubro	6140.3	5139.4	5214.7	5094.7	5163.6
novembro	5077.6	4865.9	4926.5	4766.2	4824.4
dezembro	6914.0	6490.5	6915.1	7281.9	7354.6
janeiro	9771.6	6178.9	6424.7	6572.8	6685.6
fevereiro	6267.6	4943.9	5194.5	5100.1	5164.9
março	6259.1	5890.9	6484.2	6843.3	6859.1
abril	7512.6	5737.8	5959.3	5960.4	6088.7
maio	6218.0	5142.6	5355.4	5319.4	5387.0
junho	5555.5	5135.9	5293.3	5165.0	5275.1



Quadro C.7. Previsões obtidas para a série IR.dez.01 pela modelagem de Box-Jenkins.

		modelos SARIMA			
		$(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$	$(0, 1, 1) \times (1, 0, 1)$	$(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$	$(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)$
mês/2002	arrecadação real	previsão	previsão	previsão	previsão
janeiro	9771.6	6417.8	6503.9	6588.5	6626.5
fevereiro	6267.6	5285.3	5414.7	5383.7	5437.0
março	6259.1	6378.1	6676.9	7120.2	7197.5
abril	7512.6	5936.8	6046.9	6032.2	6086.7
maio	6218.0	5348.3	5523.3	5606.8	5686.8
junho	5555.5	5296.9	5424.5	5341.7	5413.7

Quadro C.8. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.01 pela modelagem de Box-Jenkins.

		modelos SARIMA			
		$(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$	$(0, 1, 1) \times (1, 0, 1)$	$(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$	$(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)$
mês/2002	arrecadação real	previsão	previsão	previsão	previsão
janeiro	9771.6	6510.2	6594.5	6786.9	6851.0
fevereiro	6267.6	5240.9	5313.7	5242.8	5280.7
março	6259.1	6433.6	6531.0	6969.5	6984.9
abril	7512.6	5998.9	6127.1	6157.6	6240.0
maio	6218.0	5358.0	5480.8	5451.3	5502.9
junho	5555.5	5308.5	5449.4	5324.3	5401.5

## Apêndice D

Este apêndice apresenta quadros que mostram as previsões da tendência pelo algoritmo de Holt e pelo método de Box-Jenkins, as previsões obtidas através dos modelos SARMAX e as previsões obtidas com combinação de previsões para as séries: IR.dez.99, log.IR.dez.99, IR.dez.00, log.IR.dez.00, IR.jun.01, log.IR.jun.01, IR.dez.01 e log.IR.dez.01.

Quadro D.1. Previsões obtidas para a tendência da série IR.dez.99 pelo algoritmo de Holt e pelo método de Box-Jenkins.

mês/2000	previsão por Holt	previsão por BJ
janeiro	5419.916	5420.607
fevereiro	5391.303	5393.358
março	5362.690	5366.768
abril	5334.077	5340.819
maio	5305.464	5315.497
junho	5276.851	5290.785
julho	5248.238	5266.671
agosto	5219.625	5243.138
setembro	5191.012	5220.174
outubro	5162.399	5197.763
novembro	5133.786	5175.894
dezembro	5105.173	5154.553

Quadro D.2. Previsões obtidas para a tendência da série log.IR.dez.99 pelo algoritmo de Holt e pelo método de Box-Jenkins.

mês/2000	previsão por Holt	previsão por BJ
janeiro	8.580380	8.580545
fevereiro	8.574812	8.575174
março	8.569244	8.569974
abril	8.563676	8.565019
maio	8.558108	8.560244
junho	8.552540	8.555710
julho	8.546972	8.551442
agosto	8.541404	8.547405
setembro	8.535836	8.543620
outubro	8.530268	8.540091
novembro	8.524700	8.536794
dezembro	8.519132	8.533731

Quadro D.3. Previsões obtidas para a tendência da série IR.dez.00 pelo algoritmo de Holt e pelo método de Box-Jenkins.

mês/2001	previsão por Holt	previsão por BJ
janeiro	5502.668	5502.436
fevereiro	5511.239	5510.545
março	5519.810	5518.431
abril	5528.381	5526.100
maio	5536.952	5533.557
junho	5545.523	5540.808
julho	5554.094	5547.860
agosto	5562.665	5554.718
setembro	5571.236	5561.386
outubro	5579.807	5567.871
novembro	5588.378	5574.176
dezembro	5596.949	5580.309

Quadro D.4. Previsões obtidas para a tendência da série log.IR.dez.00 pelo algoritmo de Holt e pelo método de Box-Jenkins.

mês/2001	previsão por Holt	previsão por BJ
janeiro	8.607217	8.607160
fevereiro	8.609199	8.609111
março	8.611181	8.611000
abril	8.613163	8.612803
maio	8.615145	8.614557
junho	8.617127	8.616224
julho	8.619109	8.617797
agosto	8.621091	8.619293
setembro	8.623073	8.620699
outubro	8.625055	8.622015
novembro	8.627037	8.623250
dezembro	8.629019	8.624402

Quadro D.5. Previsões obtidas para a tendência da série IR.jun.01 pelo algoritmo de Holt e pelo método de Box-Jenkins.

mês/2001/2002	previsão por Holt	previsão por BJ
julho	5516.661	5516.383
agosto	5527.100	5526.267
setembro	5537.539	5535.882
outubro	5547.978	5545.235
novembro	5558.417	5554.333
dezembro	5568.856	5563.184
janeiro	5579.295	5571.794
fevereiro	5589.734	5580.169
março	5600.173	5588.317
abril	5610.612	5596.243
maio	5621.051	5603.952
junho	5631.490	5611.452

Quadro D.6. Previsões obtidas para a tendência da série log.IR.jun.01 pelo algoritmo de Holt e pelo método de Box-Jenkins.

mês/2001/2002	previsão por Holt	previsão por BJ
julho	8.607702	8.607693
agosto	8.609770	8.609936
setembro	8.611838	8.612124
outubro	8.613906	8.614256
novembro	8.615974	8.616332
dezembro	8.618042	8.618353
janeiro	8.620110	8.620322
fevereiro	8.622178	8.622239
março	8.624246	8.624106
abril	8.626314	8.625924
maio	8.628382	8.627695
junho	8.630450	8.629419

Quadro D.7. Previsões obtidas para a tendência da série IR.dez.01 pelo algoritmo de Holt e pelo método de Box-Jenkins.

mês/2002	previsão por Holt	previsão por BJ
janeiro	5999.515	5998.363
fevereiro	6047.615	6044.162
março	6095.715	6088.842
abril	6143.815	6132.429
maio	6191.915	6174.951
junho	6240.015	6216.432
julho	6288.115	6256.899
agosto	6336.215	6296.376
setembro	6384.315	6334.888
outubro	6432.415	6372.458
novembro	6480.515	6409.109
dezembro	6528.615	6444.864

Quadro D.8. Previsões obtidas para a tendência da série log.IR.dez.01 pelo algoritmo de Holt e pelo método de Box-Jenkins.

mês/2002	previsão por Holt	previsão por BJ
janeiro	8.697395	8.697220
fevereiro	8.706388	8.705832
março	8.715381	8.714295
abril	8.724374	8.722548
maio	8.733367	8.730597
junho	8.742360	8.738447
julho	8.751353	8.746102
agosto	8.760346	8.753567
setembro	8.769339	8.760847
outubro	8.778332	8.767947
novembro	8.787325	8.774871
dezembro	8.796318	8.781624

Quadro D.9. Previsões obtidas para a série IR.dez.99 com o modelo  $SARMAX(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

mês/2000	arrecadação real	previsão-Holt	previsão-BJ
janeiro	6059.3	5994.9	5995.5
fevereiro	4942.6	5341.6	5343.7
março	6718.6	6591.5	6595.6
abril	5537.7	5461.9	5468.7
maio	4833.1	4858.9	4868.9
junho	5007.2	4666.0	4679.9
julho	5547.6	5232.9	5251.4
agosto	5006.4	4709.5	4733.0
setembro	4676.9	5079.5	5108.7
outubro	5119.7	4707.9	4743.4
novembro	4953.9	4334.5	4376.7
dezembro	6789.3	6355.7	6405.2

Quadro D.10. Previsões obtidas para a série IR.dez.99 com o modelo  $SARMAX(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

mês/2000	arrecadação real	previsão-Holt	previsão-BJ
janeiro	6059.3	6086.0	6086.7
fevereiro	4942.6	5242.2	5244.2
março	6718.6	6885.3	6889.4
abril	5537.7	5447.2	5454.0
maio	4833.1	4834.3	4844.4
junho	5007.2	4529.7	4543.7
julho	5547.6	5213.6	5232.2
agosto	5006.4	4621.1	4644.7
setembro	4676.9	5013.0	5042.3
outubro	5119.7	4608.4	4643.9
novembro	4953.9	4190.3	4232.6
dezembro	6789.3	6611.8	6661.4

Quadro D.11. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.99 com o modelo  $\text{SARMAX}(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

mês/2000	arrecadação real	previsão-Holt	previsão-BJ
janeiro	6059.3	5883.6	5884.6
fevereiro	4942.6	5422.5	5424.4
março	6718.6	6371.3	6375.9
abril	5537.7	5482.3	5489.5
maio	4833.1	4651.7	4661.5
junho	5007.2	4646.6	4661.1
julho	5547.6	5198.3	5221.3
agosto	5006.4	4611.1	4638.5
setembro	4676.9	5162.4	5202.2
outubro	5119.7	4718.0	4763.9
novembro	4953.9	4308.7	4360.4
dezembro	6789.3	6157.3	6246.7

Quadro D.12. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.99 com o modelo  $\text{SARMAX}(0, 0, 0) \times (0, 1, 1)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

mês/2000	arrecadação real	previsão-Holt	previsão-BJ
janeiro	6059.3	6158.3	6159.4
fevereiro	4942.6	5333.3	5335.2
março	6718.6	6862.4	6867.5
abril	5537.7	5516.3	5523.9
maio	4833.1	4614.9	4625.0
junho	5007.2	4501.0	4515.7
julho	5547.6	5209.6	5233.5
agosto	5006.4	4509.4	4537.2
setembro	4676.9	5080.1	5120.8
outubro	5119.7	4601.8	4648.4
novembro	4953.9	4132.7	4184.3
dezembro	6789.3	6579.7	6678.9



Quadro D.13. Previsões obtidas para a série IR.dez.00 com o modelo  $SARMAX(1,0,1) \times (1,0,1)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

mês/2001	arrecadação real	previsão-Holt	previsão-BJ
janeiro	6805.1	6135.5	6135.2
fevereiro	4336.6	5236.6	5235.9
março	5397.8	6905.8	6904.4
abril	6102.6	5575.7	5573.5
maio	5400.1	5274.2	5270.8
junho	5289.2	4965.9	4961.2
julho	5878.3	5502.4	5496.2
agosto	5511.3	5094.0	5086.1
setembro	5057.7	5239.4	5229.6
outubro	6140.3	5109.7	5097.8
novembro	5077.6	4865.0	4850.9
dezembro	6914.0	6901.4	6884.9

Quadro D.14. Previsões obtidas para a série IR.dez.00 com o modelo  $SARMAX(1,0,1) \times (0,1,1)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

mês/2001	arrecadação real	previsão-Holt	previsão-BJ
janeiro	6805.1	6194.3	6194.1
fevereiro	4336.6	5191.3	5190.6
março	5397.8	7065.8	7064.4
abril	6102.6	5575.6	5573.4
maio	5400.1	5236.2	5232.8
junho	5289.2	4889.9	4885.2
julho	5878.3	5496.2	5490.0
agosto	5511.3	5044.3	5036.4
setembro	5057.7	5204.6	5194.8
outubro	6140.3	5060.6	5048.7
novembro	5077.6	4789.3	4775.2
dezembro	6914.0	7037.6	7021.1

Quadro D.15. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.00 com o modelo  $SARMAX(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

mês/2001	arrecadação real	previsão-Holt	previsão-BJ
janeiro	6805.1	6190.7	6190.4
fevereiro	4336.6	5180.9	5180.5
março	5397.8	6988.3	6987.0
abril	6102.6	5612.5	5610.5
maio	5400.1	5212.4	5209.4
junho	5289.2	4966.4	4962.0
julho	5878.3	5536.8	5529.7
agosto	5511.3	5061.6	5052.7
setembro	5057.7	5239.7	5227.5
outubro	6140.3	5112.0	5096.7
novembro	5077.6	4836.2	4818.2
dezembro	6914.0	7088.5	7056.4

Quadro D.16. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.00 com o modelo  $SARMAX(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

mês/2001	arrecadação real	previsão-Holt	previsão-BJ
janeiro	6805.1	6269.9	6269.6
fevereiro	4336.6	5104.8	5104.4
março	5397.8	7231.0	7229.7
abril	6102.6	5604.3	5602.3
maio	5400.1	5210.3	5207.3
junho	5289.2	4892.5	4888.2
julho	5878.3	5521.7	5514.5
agosto	5511.3	5012.2	5003.4
setembro	5057.7	5197.8	5185.7
outubro	6140.3	5050.5	5035.4
novembro	5077.6	4757.0	4739.3
dezembro	6914.0	7304.6	7271.5

Quadro D.17. Previsões obtidas para a série IR.jun.01 com o modelo  $SARMAX(2, 0, 1) \times (1, 0, 1)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

mês/2001/2002	arrecadação real	previsão-Holt	previsão-BJ
julho	5878.3	5622.1	5621.8
agosto	5511.3	5102.6	5101.8
setembro	5057.7	5207.9	5206.2
outubro	6140.3	5077.2	5074.5
novembro	5077.6	4841.2	4837.2
dezembro	6914.0	6861.6	6856.0
janeiro	9771.6	6237.6	6230.1
fevereiro	6267.6	5173.6	5164.1
março	6259.1	6761.4	6749.6
abril	7512.6	5721.8	5707.6
maio	6218.0	5375.8	5358.9
junho	5555.5	5095.0	5075.2

Quadro D.18. Previsões obtidas para a série IR.jun.01 com o modelo  $SARMAX(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

mês/2001/2002	arrecadação real	previsão-Holt	previsão-BJ
julho	5878.3	5535.2	5534.9
agosto	5511.3	5055.1	5054.3
setembro	5057.7	5200.3	5198.6
outubro	6140.3	5049.0	5046.3
novembro	5077.6	4773.2	4769.1
dezembro	6914.0	7019.4	7013.8
janeiro	9771.6	6315.6	6308.2
fevereiro	6267.6	5124.1	5114.6
março	6259.1	6896.0	6884.3
abril	7512.6	5729.7	5715.5
maio	6218.0	5345.2	5328.3
junho	5555.5	5037.8	5018.0

Quadro D.19. Previsões obtidas para a série log.IR.jun.01 com o modelo  $SARMAX(1, 0, 1) \times (1, 0, 0)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

mês/2001/2002	arrecadação real	previsão-Holt	previsão-BJ
julho	5878.3	5559.9	5559.9
agosto	5511.3	5255.7	5256.5
setembro	5057.7	5067.2	5068.6
outubro	6140.3	5353.8	5355.6
novembro	5077.6	5257.3	5259.1
dezembro	6914.0	6312.7	6314.6
janeiro	9771.6	6326.0	6327.3
fevereiro	6267.6	4880.1	4880.4
março	6259.1	5543.3	5542.6
abril	7512.6	5956.2	5953.9
maio	6218.0	5554.5	5550.8
junho	5555.5	5492.9	5487.4

Quadro D.20. Previsões obtidas para a série log.IR.jun.01 com o modelo  $SARMAX(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

mês/2001/2002	arrecadação real	previsão-Holt	previsão-BJ
julho	5878.3	5505.9	5505.9
agosto	5511.3	4996.4	4997.2
setembro	5057.7	5161.3	5162.8
outubro	6140.3	5006.0	5007.7
novembro	5077.6	4720.6	4722.3
dezembro	6914.0	7252.6	7254.8
janeiro	9771.6	6398.4	6399.7
fevereiro	6267.6	5025.1	5025.4
março	6259.1	7037.2	7036.2
abril	7512.6	5738.1	5736.0
maio	6218.0	5340.7	5337.1
junho	5555.5	5022.0	5016.9

Quadro D.21. Previsões obtidas para a série IR.dez.01 com o modelo  $SARMAX(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

mês/2002	arrecadação real	previsão-Holt	previsão-BJ
janeiro	9771.6	6737.3	6736.1
fevereiro	6267.6	5667.5	5664.1
março	6259.1	7252.8	7246.1
abril	7512.6	6250.9	6239.6
maio	6218.0	5922.2	5905.5
junho	5555.5	5688.4	5665.2

Quadro D.22. Previsões obtidas para a série IR.dez.01 com o modelo  $SARMAX(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

mês/2002	arrecadação real	previsão-Holt	previsão-BJ
janeiro	9771.6	6801.4	6800.3
fevereiro	6267.6	5611.4	5608.0
março	6259.1	7397.6	7390.8
abril	7512.6	6253.7	6242.4
maio	6218.0	5896.3	5879.6
junho	5555.5	5619.6	5596.4

Quadro D.23. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.01 com o modelo  $SARMAX(1, 0, 1) \times (1, 0, 0)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

mês/2002	arrecadação real	previsão-Holt	previsão-BJ
janeiro	9771.6	6985.6	6984.4
fevereiro	6267.6	5333.0	5330.1
março	6259.1	6056.8	6050.5
abril	7512.6	6513.4	6502.0
maio	6218.0	6073.3	6057.2
junho	5555.5	6016.8	5994.2

Quadro D.24. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.01 com o modelo  $SARMAX(1, 0, 1) \times (0, 1, 1)$  usando previsões da tendência por Holt e por Box-Jenkins.

mês/2002	arrecadação real	previsão-Holt	previsão-BJ
janeiro	9771.6	6957.7	6956.5
fevereiro	6267.6	5479.0	5476.0
março	6259.1	7703.2	7695.0
abril	7512.6	6310.4	6299.1
maio	6218.0	5904.8	5888.8
junho	5555.5	5583.8	5562.5

Quadro D.25. Previsões obtidas para as séries IR.dez.99 e log.IR.dez.99 usando uma tendência linear.

	previsões para IR.dez.99 pelo SARMAX		previsões para log.IR.dez.99 pelo SARMAX	
mês/2000	$(0, 0, 0) \times (1, 0, 1)$	$(0, 0, 0) \times (0, 1, 1)$	$(0, 0, 0) \times (1, 0, 1)$	$(0, 0, 0) \times (0, 1, 1)$
janeiro	6528.5	6674.7	6239.2	6958.3
fevereiro	5997.7	5850.7	6616.6	6023.0
março	7165.2	7585.1	6880.9	7962.1
abril	6193.4	6178.4	6333.7	6420.6
maio	5634.2	5671.1	5614.5	5509.0
junho	5534.1	5392.8	5764.1	5371.5
julho	6085.2	6043.8	5957.9	6195.5
agosto	5634.8	5526.8	5376.7	5445.6
setembro	6057.6	5944.0	6439.6	6126.7
outubro	5744.0	5618.1	5801.2	5643.7
novembro	5429.2	5262.4	5409.5	5134.9
dezembro	7362.8	7710.5	6987.2	8224.3

Quadro D.26. Previsões obtidas para as séries IR.dez.00 e log.IR.dez.00 usando uma tendência linear.

	previsões para IR.dez.00 pelo SARMAX		previsões para log.IR.dez.00 pelo SARMAX	
mês/2001	$(0, 0, 0) \times (1, 0, 1)$	$(0, 0, 0) \times (0, 1, 1)$	$(0, 0, 0) \times (1, 0, 1)$	$(0, 0, 0) \times (0, 1, 1)$
janeiro	6508.2	6619.6	6714.2	6900.6
fevereiro	5786.5	5661.0	5799.8	5686.1
março	7195.4	7569.5	7525.7	8021.2
abril	6118.7	6109.2	6273.9	6295.7
maio	5662.9	5793.3	5743.5	5801.9
junho	5545.7	5471.7	5612.5	5520.5
julho	6042.2	5993.2	6174.8	6135.6
agosto	5617.8	5565.1	5662.3	5569.3
setembro	5806.8	5749.4	5889.5	5816.7
outubro	5706.6	5629.0	5790.7	5683.4
novembro	5459.2	5375.3	5494.0	5357.0
dezembro	7340.8	7641.5	7792.8	8241.3



Quadro D.27. Previsões obtidas para as séries IR.jun.01 e log.IR.jun.01 usando uma tendência linear.

	previsões para IR.jun.01 pelo SARMAX		previsões para log.IR.jun.01 pelo SARMAX	
mês/2001/2002	$(0, 0, 0) \times (1, 0, 1)$	$(0, 0, 0) \times (0, 1, 1)$	$(0, 0, 0) \times (1, 0, 0)$	$(0, 0, 0) \times (0, 1, 1)$
julho	5943.3	5868.4	5897.9	6026.4
agosto	5519.4	5423.0	5602.1	5415.4
setembro	5707.4	5615.1	5418.3	5674.2
outubro	5612.3	5492.7	5695.3	5551.3
novembro	5366.7	5228.9	5611.1	5200.4
dezembro	7168.8	7501.2	6636.0	7956.2
janeiro	6725.6	6831.0	6660.0	7190.0
fevereiro	5681.2	5634.5	5270.3	5586.9
março	6871.1	7382.1	5925.9	7507.8
abril	6304.0	6290.2	6335.1	6545.5
maio	5793.5	5876.4	5955.6	5850.2
junho	5715.5	5612.2	5905.1	5687.0

Quadro D.28. Previsões obtidas para as séries IR.dez.01 e log.IR.dez.01 usando uma tendência linear.

	previsões para IR.dez.01 pelo SARMAX		previsões para log.IR.dez.01 pelo SARMAX	
mês/2002	$(0, 0, 0) \times (1, 0, 1)$	$(0, 0, 0) \times (0, 1, 1)$	$(0, 0, 0) \times (1, 0, 0)$	$(0, 0, 0) \times (0, 1, 1)$
janeiro	6705.4	6800.9	6657.3	7149.6
fevereiro	5667.1	5623.3	5234.6	5564.3
março	6935.8	7406.7	5903.2	7504.9
abril	6274.5	6262.6	6321.1	6507.7
maio	5795.0	5887.7	5931.6	5835.7
junho	5684.2	5598.6	5879.1	5659.7
julho	6168.9	6113.7	6237.5	6321.8
agosto	5778.9	5692.2	6038.4	5746.1
setembro	5830.7	5795.4	5778.6	5828.3
outubro	5972.0	5829.0	6429.7	6007.5
novembro	5575.7	5470.9	5817.	5463.6
dezembro	7354.4	7682.6	6885.5	8131.8

Quadro D.29. Previsões obtidas para a série IR.dez.99 com a combinação das quatro melhores previsões.

mês/2000	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
janeiro	6059.3	6251.5	6223.3	6237.0
fevereiro	4942.6	5845.8	5670.5	5629.2
março	6718.6	6916.6	6937.1	6958.2
abril	5537.7	5853.6	5752.1	5751.8
maio	4833.1	5074.2	5024.7	5070.6
junho	5007.2	5033.6	4901.4	4914.9
julho	5547.6	5578.9	5500.9	5525.7
agosto	5006.4	4996.2	4917.9	4959.7
setembro	4676.9	5670.5	5496.9	5481.4
outubro	5119.7	5160.6	5027.1	5046.9
novembro	4953.9	4754.4	4619.7	4651.1
dezembro	6789.3	6875.7	6847.6	6879.7

Quadro D.30. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.99 com a combinação das quatro melhores previsões.

mês/2000	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. (n = 12)	p. invers. prop. (n = 6)
janeiro	6059.3	6207.2	6242.5	6232.432
fevereiro	4942.6	6026.4	6267.9	6352.6
março	6718.6	6836.7	6858.0	6848.8
abril	5537.7	5894.1	6038.1	6104.6
maio	4833.1	4965.1	5088.5	5219.5
junho	5007.2	5040.1	5225.3	5359.4
julho	5547.6	5513.9	5629.4	5703.7
agosto	5006.4	4835.2	4952.0	5053.3
setembro	4676.9	5763.7	5995.9	6101.7
outubro	5119.7	5134.2	5312.5	5430.9
novembro	4953.9	4674.0	4850.2	4988.4
dezembro	6789.3	6788.4	6862.2	6876.6

Quadro D.31. Previsões obtidas para a série IR.dez.00 com a combinação das quatro melhores previsões.

mês/2001	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. (n = 12)	p. invers. prop. (n = 6)
janeiro	6805.1	6245.1	6157.8	6171.2
fevereiro	4336.6	5467.2	5336.7	5323.5
março	5397.8	6964.9	6879.0	6911.0
abril	6102.6	5793.8	5658.8	5653.5
maio	5400.1	5222.5	5213.9	5268.8
junho	5289.2	5137.4	5029.5	5036.1
julho	5878.3	5693.1	5568.0	5571.0
agosto	5511.3	5212.7	5123.9	5143.4
setembro	5057.7	5400.6	5290.6	5302.5
outubro	6140.3	5295.8	5173.6	5181.2
novembro	5077.6	5019.8	4913.0	4928.2
dezembro	6914.0	7006.8	6894.2	6926.4

Quadro D.32. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.00 com a combinação das quatro melhores previsões.

mês/2001	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. (n = 12)	p. invers. prop. (n = 6)
janeiro	6805.1	6364.6	6345.6	6434.7
fevereiro	4336.6	5456.2	5492.5	5566.7
março	5397.8	7159.2	7103.5	7205.4
abril	6102.6	5900.1	5923.6	6008.2
maio	5400.1	5269.9	5244.7	5365.2
junho	5289.2	5194.7	5219.6	5314.5
julho	5878.3	5800.1	5822.8	5907.9
agosto	5511.3	5255.9	5271.0	5365.5
setembro	5057.7	5469.7	5492.2	5588.1
outubro	6140.3	5381.2	5413.7	5504.8
novembro	5077.6	5072.1	5100.6	5195.6
dezembro	6914.0	7320.5	7285.6	7408.1

Quadro D.33. Previsões obtidas para a série IR.jun.01 com a combinação das quatro melhores previsões.

mês/2001/2001	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
julho	5878.3	5687.1	5671.1	5676.7
agosto	5511.3	5173.8	5158.6	5172.4
setembro	5057.7	5356.3	5326.3	5304.0
outubro	6140.3	5244.5	5210.3	5177.2
novembro	5077.6	4966.4	4940.7	4930.6
dezembro	6914.0	7162.7	7105.2	7021.6
janeiro	9771.6	6574.4	6507.1	6392.8
fevereiro	6267.6	5294.4	5272.7	5276.9
março	6259.1	6894.4	6874.6	6897.3
abril	7512.6	6048.3	5982.3	5870.9
maio	6218.0	5534.6	5504.4	5491.2
junho	5555.5	5340.2	5291.0	5224.2

Quadro D.34. Previsões obtidas para a série log.IR.jun.01 com a combinação das quatro melhores previsões.

mês/2001/2001	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
julho	5878.3	5698.4	5751.1	5802.4
agosto	5511.3	5233.8	5245.5	5370.1
setembro	5057.7	5260.4	5329.1	5360.3
outubro	6140.3	5366.1	5385.4	5493.7
novembro	5077.6	5145.7	5133.3	5300.3
dezembro	6914.0	6886.6	7055.9	6909.2
janeiro	9771.6	6614.9	6706.6	6690.3
fevereiro	6267.6	5084.3	5160.6	5199.0
março	6259.1	6206.0	6406.5	6238.5
abril	7512.6	6169.5	6243.1	6275.2
maio	6218.0	5573.9	5601.0	5724.9
junho	5555.5	5516.4	5544.0	5670.2



Quadro D.35. Previsões obtidas para a série IR.dez.01 com a combinação das quatro melhores previsões.

mês/2002	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
janeiro	9771.6	6747.7	6753.3	6759.1
fevereiro	6267.6	5448.7	5468.9	5486.4
março	6259.1	7121.7	7156.6	7185.8
abril	7512.6	6213.4	6217.3	6222.0
maio	6218.0	5724.3	5745.3	5763.0
junho	5555.5	5514.0	5526.1	5536.5

Quadro D.36. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.01 com a combinação das quatro melhores previsões.

mês/2002	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
janeiro	9771.6	6964.1	6947.8	6960.7
fevereiro	6267.6	5312.5	5291.2	5308.8
março	6259.1	6773.3	6984.1	7017.6
abril	7512.6	6406.9	6366.0	6375.1
maio	6218.0	5719.0	5589.1	5604.9
junho	5555.5	5634.8	5500.7	5510.9

## Apêndice E

Este apêndice contém quadros que mostram as previsões obtidas através da combinação das melhores previsões produzidas pelos modelos SARIMA com as melhores previsões produzidas pelo algoritmo de Holt-Winters, as previsões obtidas através da combinação das melhores previsões obtidas com os modelos SARMAX usando uma tendência não-linear com as melhores previsões obtidas pelo algoritmo de Holt-Winters e as medidas de precisão para essas previsões para cada série do IR. Essas combinações foram feitas utilizando pesos iguais e pesos inversamente proporcionais à soma dos quadrados dos erros com  $n = 6$  e com  $n = 12$ .

Quadro E.1. Previsões obtidas para a série IR.dez.99 pela combinação de previsões SARIMA e Holt-Winters.

mês/2000	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
janeiro	6059.3	6195.3	6237.1	6243.1
fevereiro	4942.6	6070.6	6089.1	6091.8
março	6718.6	6805.9	6868.9	6877.9
abril	5537.7	5883.5	5917.0	5921.8
maio	4833.1	4909.2	4918.4	4919.8
junho	5007.2	5028.2	5037.4	5038.7
julho	5547.6	5499.1	5537.4	5543.0
agosto	5006.4	4852.6	4881.3	4885.4
setembro	4676.9	5791.1	5816.1	5819.7
outubro	5119.7	5127.2	5149.3	5152.5
novembro	4953.9	4677.8	4691.7	4693.7
dezembro	6789.3	6739.2	6806.8	6816.5

Quadro E.2. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.99 pela combinação de previsões SARIMA e Holt-Winters.

mês/2000	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
janeiro	6059.3	6215.2	6244.2	6225.4
fevereiro	4942.6	6076.9	6086.4	6080.3
março	6718.6	6799.2	6846.1	6815.7
abril	5537.7	5859.5	5884.2	5868.2
maio	4833.1	4810.4	4814.8	4811.9
junho	5007.2	4940.2	4944.9	4941.9
julho	5547.6	5432.1	5458.4	5441.4
agosto	5006.4	4713.5	4731.0	4719.7
setembro	4676.9	5746.7	5765.0	5753.2
outubro	5119.7	5043.7	5058.2	5048.8
novembro	4953.9	4551.2	4559.1	4554.0
dezembro	6789.3	6743.8	6797.2	6762.6

Quadro E.3. Previsões obtidas para a série IR.dez.00 pela combinação de previsões SARIMA e Holt-Winters.

mês/2001	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
janeiro	6805.1	6168.3	6092.0	6069.8
fevereiro	4336.6	5422.9	5374.8	5360.9
março	5397.8	6879.2	6738.9	6698.2
abril	6102.6	5740.5	5664.9	5642.9
maio	5400.1	4976.4	4977.0	4977.1
junho	5289.2	5019.0	4985.3	4975.5
julho	5878.3	5613.8	5539.7	5518.1
agosto	5511.3	5069.5	5028.4	5016.4
setembro	5057.7	5278.0	5225.1	5209.7
outubro	6140.3	5183.5	5124.9	5107.9
novembro	5077.6	4877.6	4833.0	4820.1
dezembro	6914.0	6892.4	6749.2	6707.5

Quadro E.4. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.00 pela combinação de previsões SARIMA e Holt-Winters.

mês/2001	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
janeiro	6805.1	6276.8	6236.9	6229.9
fevereiro	4336.6	5422.0	5401.8	5398.2
março	5397.8	7061.4	6978.9	6964.3
abril	6102.6	5857.0	5820.3	5813.8
maio	5400.1	5061.8	5097.6	5104.0
junho	5289.2	5100.0	5103.7	5104.4
julho	5878.3	5744.3	5719.1	5714.6
agosto	5511.3	5149.9	5155.6	5156.7
setembro	5057.7	5374.7	5375.0	5375.0
outubro	6140.3	5311.1	5302.6	5301.1
novembro	5077.6	4979.2	4984.6	4985.5
dezembro	6914.0	7200.4	7136.0	7124.5

Quadro E.5. Previsões obtidas para a série IR.jun.01 pela combinação de previsões SARIMA e Holt-Winters.

mês/2001/2001	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
julho	5878.3	5629.0	5623.5	5605.3
agosto	5511.3	5084.9	5085.6	5088.2
setembro	5057.7	5301.0	5300.6	5299.4
outubro	6140.3	5204.0	5201.3	5192.5
novembro	5077.6	4897.8	4897.5	4896.7
dezembro	6914.0	7144.0	7146.5	7154.8
janeiro	9771.6	6614.5	6607.1	6582.4
fevereiro	6267.6	5184.7	5194.1	5225.4
março	6259.1	6717.1	6740.0	6816.1
abril	7512.6	6090.5	6081.4	6051.2
maio	6218.0	5443.1	5448.7	5467.3
junho	5555.5	5326.7	5323.1	5310.9



Quadro E.6. Previsões obtidas para a série log.IR.,jun.01 pela combinação de previsões SARIMA e Holt-Winters.

mês/2001/2001	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
julho	5878.3	5667.9	5665.6	5658.7
agosto	5511.3	5038.2	5037.6	5035.9
setembro	5057.7	5277.3	5277.0	5276.4
outubro	6140.3	5206.8	5204.7	5198.6
novembro	5077.6	4856.3	4854.8	4850.2
dezembro	6914.0	7297.9	7300.6	4850.2
janeiro	9771.6	6736.1	6733.7	6726.5
fevereiro	6267.6	5093.3	5096.7	5106.9
março	6259.1	6677.8	6686.5	6712.2
abril	7512.6	6194.5	6189.4	6174.4
maio	6218.0	5394.6	5394.2	5393.1
junho	5555.5	5336.5	5333.5	5324.8

Quadro E.7. Previsões obtidas para a série IR.dez.01 pela combinação de previsões SARIMA e Holt-Winters.

mês/2002	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
janeiro	9771.6	6694.3	6692.9	6691.6
fevereiro	6267.6	5280.1	5283.2	5286.4
março	6259.1	6841.3	6848.4	6855.5
abril	7512.6	6168.6	6166.9	6165.3
maio	6218.0	5556.7	5559.2	5561.8
junho	5555.5	5418.9	5418.7	5418.6

Quadro E.8. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.01 pela combinação de previsões SARIMA e Holt-Winters.

mês/2002	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
janeiro	9771.6	6860.6	6860.9	6860.6
fevereiro	6267.6	5176.4	5173.6	5176.9
março	6259.1	6765.8	6759.9	6766.9
abril	7512.6	6303.3	6305.0	6303.0
maio	6218.0	5483.4	5482.9	5483.5
junho	5555.5	5431.4	5432.2	5431.2

Quadro E.9. Previsões obtidas para a série IR.dez.99 pela combinação de previsões SARMAX e Holt-Winters.

mês/2000	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. (n = 12)	p. invers. prop. (n = 6)
janeiro	6059.3	6360.7	6237.4	6251.6
fevereiro	4942.6	5754.7	5525.0	5551.5
março	6718.6	7179.4	7048.9	7063.9
abril	5537.7	5845.3	5669.2	5689.5
maio	4833.1	4925.7	4889.1	4893.3
junho	5007.2	4834.2	4703.5	4718.6
julho	5547.6	5567.4	5416.5	5433.9
agosto	5006.4	4899.6	4784.9	4798.1
setembro	4676.9	5548.2	5320.5	5346.8
outubro	5119.7	5002.2	4840.9	4859.5
novembro	4953.9	4528.1	4395.1	4410.5
dezembro	6789.3	7056.0	6878.4	6898.9

Quadro E.10. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.99 pela combinação de previsões SARMAX e Holt-Winters.

mês/2000	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
janeiro	6059.3	6402.8	6646.2	6646.2
fevereiro	4942.6	5776.5	6217.9	6217.9
março	6718.6	7181.2	7494.9	7494.9
abril	5537.7	5875.3	6226.7	6226.7
maio	4833.1	4750.4	4875.9	4875.9
junho	5007.2	4762.9	5010.1	5010.1
julho	5547.6	5528.5	5823.5	5823.5
agosto	5006.4	4755.0	4972.9	4972.9
setembro	4676.9	5569.6	6018.4	6018.4
outubro	5119.7	4953.6	5258.9	5258.9
novembro	4953.9	4426.8	4669.4	4669.4
dezembro	6789.3	7107.8	7536.7	7536.7

Quadro E.11. Previsões obtidas para a série IR.dez.00 pela combinação de previsões SARMAX e Holt-Winters.

mês/2001	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
janeiro	6805.1	6232.8	6161.4	6155.2
fevereiro	4336.6	5380.7	5275.0	5265.8
março	5397.8	7041.3	6941.9	6933.2
abril	6102.6	5738.3	5619.0	5608.6
maio	5400.1	5124.7	5234.3	5243.8
junho	5289.2	5028.2	4982.5	4978.5
julho	5878.3	5636.7	5538.2	5529.6
agosto	5511.3	5125.3	5102.3	5100.3
setembro	5057.7	5314.9	5259.5	5254.7
outubro	6140.3	5208.8	5136.1	5129.8
novembro	5077.6	4918.5	4879.2	4875.8
dezembro	6914.0	7048.8	6940.7	6931.3

Quadro E.12. Previsões obtidas para a série log.IR.dez.00 pela combinação de previsões SARMAX e Holt-Winters.

mês/2001	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
janeiro	6805.1	6285.6	6380.6	6380.6
fevereiro	4336.6	5327.7	5474.5	5474.5
março	5397.8	7132.2	7276.2	7276.2
abril	6102.6	5782.6	5952.7	5952.7
maio	5400.1	5090.5	4968.6	4968.6
junho	5289.2	5028.4	5090.4	5090.4
julho	5878.3	5673.5	5810.2	5810.2
agosto	5511.3	5098.2	5134.9	5134.9
setembro	5057.7	5306.8	5374.0	5374.0
outubro	6140.3	5222.6	5333.2	5333.2
novembro	5077.6	4900.6	4965.1	4965.1
dezembro	6914.0	7228.3	7368.1	7368.1

Quadro E.13. Previsões obtidas para a série IR.jun.01 pela combinação de previsões SARMAX e Holt-Winters.

mês/2001/2001	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
julho	5878.3	5658.8	5646.1	5633.7
agosto	5511.3	5089.1	5093.7	5098.3
setembro	5057.7	5256.7	5239.8	5223.3
outubro	6140.3	5156.8	5129.3	5102.3
novembro	5077.6	4871.0	4860.7	4850.6
dezembro	6914.0	6987.6	6944.1	6901.4
janeiro	9771.6	6471.1	6390.5	6311.4
fevereiro	6267.6	5121.8	5139.7	5157.2
março	6259.1	6600.1	6655.8	6710.3
abril	7512.6	5961.4	5878.7	5797.6
maio	6218.0	5375.5	5375.6	5375.7
junho	5555.5	5233.1	5185.4	5138.6



Quadro E.14. Previsões obtidas para a série log.IR.jun.01 pela combinação de previsões SARMAX e Holt-Winters.

mês/2001/2001	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
julho	5878.3	5638.1	5716.3	5716.3
agosto	5511.3	5153.4	5050.3	5050.3
setembro	5057.7	5175.2	5281.9	5281.9
outubro	6140.3	5302.8	5250.1	5250.1
novembro	5077.6	5073.7	4888.3	4888.3
dezembro	6914.0	6777.9	7241.2	7241.2
janeiro	9771.6	6557.0	6786.7	6786.7
fevereiro	6267.6	4951.0	5021.7	5021.7
março	6259.1	6019.6	6496.6	6496.6
abril	7512.6	6127.1	6300.3	6300.3
maio	6218.0	5476.5	5402.3	5402.3
junho	5555.5	5442.6	5397.9	5397.9

Quadro E.15. Previsões obtidas para a série IR.dez.01 pela combinação de previsões SARMAX e Holt-Winters.

mês/2002	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
janeiro	9771.6	6781.8	6786.0	6786.4
fevereiro	6267.6	5367.3	5419.7	5424.6
março	6259.1	6941.3	7039.3	7048.4
abril	7512.6	6252.1	6252.4	6252.4
maio	6218.0	5661.4	5711.8	5716.5
junho	5555.5	5521.8	5542.8	5544.7

Quadro E.16. Previsões obtidas para a série log:IR.dez.01 pela combinação de previsões SARMAX e Holt-Winters.

mês/2002	arrecadação real	p. iguais	p. invers. prop. ( $n = 12$ )	p. invers. prop. ( $n = 6$ )
janeiro	9771.6	6927.9	6870.3	6870.3
fevereiro	6267.6	5202.6	5072.2	5072.2
março	6259.1	6301.7	6546.7	6546.7
abril	7512.6	6440.0	6366.7	6366.7
maio	6218.0	5768.6	5464.0	5464.0
junho	5555.5	5739.1	5461.4	5461.4

Quadro E.17. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.99 obtidas por combinação de previsões SARIMA e Holt-Winters.

comb. com pesos iguais				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	18509.6	432875.9	237406.6	230895.3
TE	-136.0	-1351.4	-1794.3	-2387.8
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	31603.8	456242.5	253471.4	242027.1
TE	-177.8	-1474.6	-1969.5	-2758.5
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	33782.1	459949.7	255993.3	243847.9
TE	-183.8	-1492.4	-1994.8	-2812.0

Quadro E.18. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.99 obtidas por combinação de previsões SARIMA e Holt-Winters.

comb. com pesos iguais				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	24304.8	439186.4	237685.3	236650.5
TE	-155.9	-1370.9	-1603.0	-1740.3
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	34210.4	452960.7	247198.9	242560.1
TE	-184.9	-1456.3	-1722.4	-1997.8
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	27605.5	443805.8	240896.4	238577.6
TE	-166.1	-1401.0	-1645.1	-1831.1

Quadro E.19. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.00 obtidas por combinação de previsões SARIMA e Holt-Winters.

comb. com pesos iguais				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	405450.6	1260064.0	693966.0	452775.5
TE	636.7	−1931.0	−875.0	789.1
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	508434.4	1128402.0	641362.7	445163.2
TE	713.0	−1666.4	−501.7	1577.1
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	540592.8	1093566.0	628223.9	445157.8
TE	735.2	−1589.4	−393.0	1806.4

Quadro E.20. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.00 obtidas por combinação de previsões SARIMA e Holt-Winters.

comb. com pesos iguais				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	279100.9	1408253.0	739207.4	455299.8
TE	528.3	−2220.7	−1447.7	−628.2
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	322770.2	1319223.0	693868.9	431284.3
TE	568.1	−2078.3	−1308.1	−402.0
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	330892.0	1303960.0	686183.0	427287.3
TE	575.2	−2052.9	−1283.2	−361.6

Quadro E.21. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.jun.01 obtidas por combinação de previsões SARIMA e Holt-Winters.

comb. com pesos iguais				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	62150.5	101062.2	210829.8	1274110.0
TE	249.3	432.3	1318.4	7526.0
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	64916.0	101705.3	212193.0	1280395.0
TE	254.8	437.4	1323.9	7513.7
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	74512.5	103983.7	216816.6	1302230.0
TE	273.0	454.3	1342.1	7473.0

Quadro E.22. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.jun.01 obtidas por combinação de previsões SARIMA e Holt-Winters.

comb. com pesos iguais				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	44247.1	105415.9	230651.2	1217954.0
TE	210.3	463.8	1234.6	7386.0
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	45228.7	105893.3	231999.4	1221074.0
TE	212.7	466.9	1238.6	7388.7
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	48195.5	107328.0	236026.3	1230448.0
TE	219.5	476.1	1250.5	7396.7

Quadro E.23. Medidas de precisão para previsões 1, 3 e 6 passos à frente da série IR.dez.01 obtidas por combinação de previsões SARIMA e Holt-Winters.

comb. com pesos iguais			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	9469468.0	3594494.0	2174299.0
TE	3077.2	3482.5	5624.4
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	9477797.0	3597988.0	2176212.0
TE	3078.6	3473.6	5614.6
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	9486136.0	3601527.0	2178151.0
TE	3079.9	3464.7	5604.9

Quadro E.24. Medidas de precisão para previsões 1, 3 e 6 passos à frente da série log.IR.dez.01 obtidas por combinação de previsões SARIMA e Holt-Winters.

comb. com pesos iguais			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	8473630.0	3306994.0	1989703.0
TE	2910.9	3495.4	5563.2
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	8472127.0	3306556.0	1988896.0
TE	2910.7	3503.8	5569.7
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	8473917.0	3307081.0	1989859.0
TE	2910.9	3493.8	5562.0

Quadro E.25. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.99 obtidas por combinação de previsões SARMAX e Holt-Winters.

comb. com pesos iguais				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	90872.1	320932.1	182656.8	177757.5
TE	-301.4	-1574.4	-1801.7	-2309.5
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	31729.4	160006.7	98782.7	122586.3
TE	-178.1	-1090.8	-974.7	-517.4
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	37008.6	175704.2	106183.4	126428.0
TE	-192.3	-1146.7	-1070.2	-724.5

Quadro E.26. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.99 obtidas por combinação de previsões SARMAX e Holt-Winters.

comb. com pesos iguais				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	117992.2	342487.9	201325.1	206266.9
TE	-343.5	-1640.0	-1650.7	-1898.3
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	344451.5	857827.6	508340.7	465486.0
TE	-586.9	-2638.5	-3373.2	-5559.1
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	344451.6	857827.7	508340.7	465486.1
TE	-586.9	-2638.5	-3373.2	-5559.1



Quadro E.27. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.dez.00 obtidas por combinação de previsões SARMAX e Holt-Winters.

comb. com pesos iguais				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	327470.1	1372902.0	732560.0	464999.1
TE	572.2	-2115.3	-1214.7	111.3
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	414256.1	1226446.0	672443.5	450554.1
TE	643.6	-1838.9	-882.9	839.8
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	422310.2	1214496.0	668059.7	449975.6
TE	649.8	-1814.8	-854.0	903.4

Quadro E.28. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.dez.00 obtidas por combinação de previsões SARMAX e Holt-Winters.

comb. com pesos iguais				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	269828.3	1420141.0	754448.9	481132.6
TE	519.4	-2206.1	-1315.7	-166.6
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	180200.3	1667801.0	875264.4	530685.0
TE	424.5	-2591.8	-1811.6	-1217.8
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	180200.3	1667801.0	875264.4	530685.0
TE	424.5	-2591.8	-1811.6	-1217.8

Quadro E.29. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série IR.jun.01 obtidas por combinação de previsões SARMAX e Holt-Winters.

comb. com pesos iguais				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	48180.2	88684.6	213572.4	1401940.0
TE	219.5	442.6	1559.1	8380.3
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	53902.3	87144.6	221909.8	1475729.0
TE	232.1	467.5	1665.2	8623.8
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	59824.8	85936.6	231127.3	1551684.0
TE	244.5	491.9	1769.3	8862.6

Quadro E.30. Medidas de precisão para previsões 1, 3, 6 e 12 passos à frente da série log.IR.jun.01 obtidas por combinação de previsões SARMAX e Holt-Winters.

comb. com pesos iguais				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	57696.0	66535.4	153244.6	1293823.0
TE	240.2	480.5	1458.0	8468.4
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	26244.0	96343.5	204063.5	1158546.0
TE	162.0	398.8	1151.1	7330.0
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )				
	Passos à frente			
Medidas de precisão	1	3	6	12
MSE	26244.0	96343.5	204063.5	1158546.0
TE	162.0	398.8	1151.1	7330.0

Quadro E.31. Medidas de precisão para previsões 1, 3 e 6 passos à frente da série IR.dez.01 obtidas por combinação de previsões SARMAX e Holt-Winters.

comb. com pesos iguais			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	8938904.0	3404940.0	2019093.0
TE	2989.8	3207.8	5058.5
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	8913753.0	3413782.0	2014275.0
TE	2985.5	3053.1	4832.1
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	8911414.0	3415024.0	2014087.0
TE	2985.1	3038.8	4811.0

Quadro E.32. Medidas de precisão para previsões 1, 3 e 6 passos à frente da série log.IR.dez.01 obtidas por combinação de previsões SARMAX e Holt-Winters.

comb. com pesos iguais			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	8086345.0	3074130.0	1768063.0
TE	2843.6	3866.0	5204.3
comb. pesos inver. prop. ( $n = 12$ )			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	8417542.0	3309745.0	1969949.0
TE	2901.3	3809.1	5803.1
comb. pesos inver. prop. ( $n = 6$ )			
	Passos à frente		
Medidas de precisão	1	3	6
MSE	8417541.0	3309745.0	1969949.0
TE	2901.3	3809.1	5803.1

## Referências

- [1] Ansley, C.F. & Newbold, P. (1980). Finite sample properties of estimators for autoregressive moving average models. *Journal of Econometrics*, 13, 159–183.
- [2] Barnard, G.A. (1963). New methods of quality control. *Journal of the Royal Statistical Society A*, 126, 255–259.
- [3] Bates, J.M. & Granger, C.W.J. (1969). The combination of forecasts. *Operations Research Quarterly*, 20, 451–468.
- [4] Box, G.E.P. & Jenkins, G.M. (1970). *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. San Francisco: Holden Day.
- [5] Box, G.E.P. & Pierce, D.A. (1970). Distribution of residual autocorrelations in autoregressive integrated moving average time series models. *Journal of the American Statistical Association*, 65, 1509–1526.
- [6] Cleveland, R.B., Cleveland, W.S., McRae, J.E. & Terpenning, I. (1990). STL: a seasonal-trend decomposition procedure based on loess. *Journal of Official Statistics*, 6, 3–73.
- [7] Cribari-Neto, F. (2000). Métodos de previsão de arrecadação tributária. *Mimeo*.
- [8] Cribari-Neto, F. & Zarkos, S.G. (1999). R: yet another econometric programming environment. *Journal of Applied Econometrics*, 14, 319–329.
- [9] Granger, C.W.J. & Newbold, P. (1986). *Forecasting Economic Time Series*, 2<sup>a</sup> ed. New York: Academic Press.
- [10] Granger, C.W.J. & Ramanathan, R. (1984). Improved methods of combining forecasts. *Journal of Forecasting*, 3, 197–204.
- [11] Hannan, E.J. & Rissanen, J. (1982). Recursive estimation of mixed autoregressive-moving average order. *Biometrika*, 69, 81–94. [Errata: 1983, 70, 303.]
- [12] Ljung, G.M. & Box, G.E.P. (1978). On a measure of lack of fit in time serie models. *Biometrika*, 65, 297–303.
- [13] McLeod, A.I. (1978). On the distribution and application of residual autocorrelations in Box–Jenkins models. *Journal of the Royal Statistical Society B*, 40, 296–302.
- [14] Miller, C.M., Clemem, R.T. & Winkler, R.L. (1992). The effect of nonstationarity on combined forecasts. *International Journal of Focasting*, 7, 515–529.
- [15] Mills, J.A. & Prasad, K. (1992). A comparison of model selection criteria. *Econometric Reviews*, 11, 201–233.
- [16] Newbold, P. & Bos, T. (1994). *Introductory Bussiness & Economic Forecasting*, 2<sup>a</sup> ed. Cincinnati: South-Wertern Publishing.
- [17] Newbold, P. & Granger, C.W.J. (1974). Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts. *Journal of the Royal Statistical Society A*, 137, 131–146.
- [18] Venables, W.N. & Ripley, B.D. (2002). *Modern Applied Statistics with S*, 4<sup>a</sup> ed. New York: Springer-Verlag.