

Teoria da Utilidade I

Pedro observou uma falha crítica em um equipamento industrial. Sem a correção da falha, o equipamento ficará inutilizado em 3 meses. No entanto, o reparo possível também pode danificar o equipamento de forma definitiva. Se o reparo for bem sucedido, o equipamento terá uma vida útil remanescente de cerca de um ano. No entanto, a probabilidade do equipamento quebrar de vez durante o reparo é 0.4.

1. Desenhe uma árvore de decisão para esse problema. Mostre as probabilidades e resultados possíveis.
2. Seja $U(x)$ a função de utilidade do equipamento, onde x é o número de meses de vida útil remanescente. Assumindo que $U(12) = 1.0$ e $U(0) = 0$, qual a mínima utilidade da vida útil de 3 meses, para o reparo não ser indicado.
3. Pedro descobriu que existe um teste menos arriscado que fornece a chance do equipamento não ser danificado durante o reparo. Quando o resultado do teste é positivo, a probabilidade do equipamento ser bem reparado aumenta. O teste tem as seguintes características:
 - A probabilidade do resultado do teste ser positivo quando o equipamento não quebra é 0.9.
 - A probabilidade do resultado do teste ser positivo quando o equipamento quebra é 0.2.

Qual a probabilidade do equipamento “sobreviver” ao reparo dado que o teste é positivo?

4. Assumindo que o teste no equipamento foi feito, sem custo, e o resultado foi positivo, Pedro deve realizar o reparo? Assuma que $U(3) = 0.7$.
5. Acontece que o teste em si também tem seus problemas. O equipamento também pode quebrar durante o teste. Defina a árvore de decisão para mostrando todas as decisões e consequências.
6. Suponha que a probabilidade do equipamento quebrar durante o teste é 0.1. Pedro deveria indicar a realização do teste?

Teoria da Utilidade II

Suponha que vc está participando de uma corrida de cavalos. Vc pode:

- Não apostar.
- Apostar em Bob. A aposta custa 1 R\$ e você ganha 2 R\$ se ele ganhar (lucro de 1 R\$).
- Apostar em Joe. A aposta custa 1 R\$ e você ganha 11 R\$ se ele ganhar (lucro de 10 R\$).

Você acredita que a chance de Bob ganhar é 0.7 e a de Joe ganhar é 0.1.

1. Desenha a árvore de decisão para suas apostas. Qual a aposta ótima e utilidades esperadas? Assuma que você é neutro a risco.
2. Alguém oferece um desafio: ele paga 2 R\$ antecipados e você paga 50% do seu lucro em qualquer aposta (i.e., 0.50 R\$ se Bob ganhar e 5 R\$ se Joe ganhar.) Desenhe a árvore de decisão, calcule as utilidades e decisões ótimas.