

Análisis de los datos de Velocidad Radial y Tránsito de HD 149026b y regiones de habitabilidad

Manuela Marín Gómez
Universidad de Antioquia
Instituto de Física

Resumen

En este trabajo se analiza el sistema planetario de HD 149026 a partir de datos de velocidad radial y tránsito disponibles en la literatura. Se aplican modelos de ajuste de curvas de velocidad radial para caracterizar la órbita del exoplaneta HD 149026b, cuyos parámetros orbitales se validan mediante observaciones de tránsito. A través de este análisis, utilizando el algoritmo Lomb-Scargle de la librería *Astropy*, se confirma la presencia de un planeta similar a Júpiter con un período orbital de 2.8756 días, ubicado a una distancia de 0.04364 ± 0.00022 UA de su estrella y con un radio de $0.72 R_J$. Además, se estiman los límites de la zona habitable para el modelo de evolución estelar desarrollado por Charbonnel et al. (2013). Para ello, se aplican los criterios establecidos por Kasting et al. (1996), los cuales definen los límites interno y externo de la zona habitable en función de la temperatura efectiva y la luminosidad de la estrella central. Estos criterios consideran la capacidad de un planeta para mantener agua líquida en su superficie, teniendo en cuenta los efectos de retroalimentación del vapor de agua y la presencia de dióxido de carbono en la atmósfera. La estimación de estos límites permitió analizar la evolución de la zona habitable a lo largo del tiempo y evaluar las condiciones en las que un planeta podría ser potencialmente habitable.

Abstract

In this work, we analyze the planetary system of HD 149026 using radial velocity and transit data available in the literature. Radial velocity curve-fitting models are applied to characterize the orbit of the exoplanet HD 149026b, whose orbital parameters are validated through transit observations. Through this analysis, using the Lomb-Scargle algorithm from the *Astropy* library, we confirm the presence of a Jupiter-like planet with an orbital period of 2.8756 days, located at a distance of 0.04364 ± 0.00022 AU from its host star and with a radius of $0.72 R_J$. Additionally, the limits of the habitable zone are estimated for the stellar evolution model developed by Charbonnel et al. (2013). To achieve this, the criteria established by Kasting et al. (1996) are applied, defining the inner and outer boundaries of the habitable zone based on the effective temperature and luminosity of the central star. These criteria take into account a planet's ability to sustain liquid water on its surface, considering the effects of water vapor feedback and the presence of atmospheric carbon dioxide. Estimating these limits allows for the analysis of the evolution of the habitable zone over time and the assessment of conditions under which a planet could potentially be habitable.

Keywords: Radial velocity, exoplanets, habitable zone, transit.

I. INTRODUCCIÓN

El descubrimiento y caracterización de exoplanetas ha transformado la comprensión de los sistemas planetarios y la formación planetaria. Desde la detección del primer exoplaneta alrededor de una estrella de secuencia principal, 51 Pegasi b, en 1995 por Mayor y Queloz, el número de exoplanetas confirmados ha crecido exponencialmente gracias a misiones como Kepler y TESS, así como al desarrollo de técnicas observacionales avanzadas. Entre estas técnicas, destacan la velocidad radial y el método de tránsito, que han permitido caracterizar múltiples exoplanetas con precisión creciente.

El método de velocidad radial se basa en la detección de variaciones periódicas en la velocidad de una estrella causadas por la presencia de un planeta en órbita,

utilizando el efecto Doppler en su espectro. Esta técnica fue crucial en los primeros descubrimientos de exoplanetas y ha permitido detectar principalmente gigantes gaseosos cercanos a sus estrellas, conocidos como *Júpiteres calientes*. Por otro lado, el método de tránsito, que detecta la disminución del brillo estelar cuando un planeta pasa frente a su estrella, ha sido fundamental para determinar radios planetarios y validar detecciones por velocidad radial. La combinación de ambas técnicas ha permitido la determinación de masas, radios y densidades planetarias, lo que facilita inferencias sobre su composición y estructura interna.

En este trabajo, se analiza el sistema planetario de HD 149026, una estrella de tipo espectral **G0** que alberga al exoplaneta HD 149026b.

Para caracterizar al exoplaneta HD 149026b, se apli-

can modelos de ajuste de curvas de velocidad radial y se validan sus parámetros orbitales mediante observaciones de tránsito.

Adicionalmente, para la segunda parte del trabajo se exploran los límites de la **zona de habitabilidad** del sistema utilizando los criterios propuestos por *Kopparapu et al. (2013)*, que definen las condiciones bajo las cuales un planeta podría mantener agua líquida en su superficie. La estimación de estos límites permite analizar la evolución de la zona habitable a lo largo del tiempo y evaluar la viabilidad de la presencia de planetas potencialmente habitables dentro de este sistema.

II. DESCRIPCIÓN DE LOS MÉTODOS

A. Método de velocidad radial

La técnica de velocidad radial se basa en la detección de pequeñas variaciones en la velocidad de una estrella a lo largo de la línea de visión del observador, provocadas por la influencia gravitacional de un planeta en órbita. Cuando la estrella se acerca a la Tierra, su luz experimenta un desplazamiento al azul, mientras que cuando se aleja, se desplaza al rojo. Este efecto, conocido como el desplazamiento Doppler, permite inferir la presencia de planetas que no pueden observarse directamente.

En ausencia de planetas, la velocidad radial de la estrella debería permanecer prácticamente constante en el tiempo, salvo por efectos debidos al movimiento relativo entre la estrella y el Sol. Sin embargo, si un planeta está en órbita alrededor de la estrella, esta no permanecerá estática, sino que describirá un pequeño movimiento oscilatorio alrededor del centro de masa del sistema, este desplazamiento es mucho menor que el del planeta, pero suficiente para generar una variación periódica en la velocidad radial de la estrella, la cual puede ser medida con espectroscopía de alta precisión.

El análisis de la curva de velocidad radial permite determinar varias propiedades del planeta, como su período orbital así como la masa mínima del planeta.

1. Amplitud de la curva de la velocidad radial y determinación de la masa del planeta

Mediante la teoría del problema de los dos cuerpos, es posible derivar una expresión que relacione la semiamplitud K de la curva de velocidad radial con la masa y los elementos orbitales del exoplaneta[1]. Esta relación se expresa mediante:

$$K_1 = \frac{28.4329 \text{ m s}^{-1}}{\sqrt{1-e^2}} \frac{M_p \sin i}{M_{\text{Jup}}} \left(\frac{M_p + M_\star}{M_\odot} \right)^{-2/3} \left(\frac{P}{1 \text{ yr}} \right)^{-1/3} \quad (1)$$

En la práctica, la masa de un planeta es despreciable comparada con la masa de su estrella por lo que se puede hacer la aproximación $M_p + M_\star = M_\star$, de este modo se puede reescribir la ecuación (1) como

$$K_1 = \frac{28.4329 \text{ m s}^{-1}}{\sqrt{1-e^2}} \frac{M_p \sin i}{M_{\text{Jup}}} \left(\frac{M_\star}{M_\odot} \right)^{-2/3} \left(\frac{P}{1 \text{ yr}} \right)^{-1/3} \quad (2)$$

Conocidos la masa de la estrella y su período y despejando de manera adecuada se puede calcular la masa mínima del planeta como

$$M_p \sin(i) = \frac{K_1 \sqrt{1-e^2}}{28.4329 \text{ m s}^{-1}} M_{\text{Jup}} \left(\frac{M_\star}{M_\odot} \right)^{-2/3} \left(\frac{P}{1 \text{ yr}} \right)^{-1/3} \quad (3)$$

B. Método de tránsito

El método del tránsito se basa en el principio de que, cuando un planeta en órbita alrededor de su estrella anfitriona pasa directamente entre esta y un observador en la Tierra, bloquea una pequeña fracción de la luz estelar. Como resultado, se produce una disminución periódica y detectable en el brillo de la estrella, lo que permite obtener información clave sobre las propiedades del exoplaneta, incluyendo su tamaño y período orbital.

1. Curva de luz y determinación del radio planetario

Una vez determinado el período orbital del exoplaneta a partir de la periodicidad de los tránsitos, los datos pueden representarse en función de la fase orbital. Esto mejora el muestreo de la curva de luz del tránsito y facilita un análisis más preciso de sus características. La forma y profundidad de esta curva contienen información esencial sobre el exoplaneta y su sistema estelar, permitiendo, entre otros parámetros, la determinación de su radio.

La fracción de luz bloqueada durante el tránsito es proporcional al área del disco del planeta en comparación con el área del disco estelar. En particular, la profundidad del tránsito, definida como la fracción de luz estelar atenuada durante el evento, se expresa matemáticamente como:

$$\delta = \left(\frac{R_p}{R_\star} \right)^2 \quad (4)$$

donde R_p es el radio del planeta y R_\star es el radio de la estrella anfitriona.

Dado que en la mayoría de los casos se conoce previamente la masa y el radio de la estrella a partir de

modelos estelares y observaciones espectroscópicas, el radio del planeta puede obtenerse directamente midiendo la profundidad del tránsito en la curva de luz.

Se puede deducir de esta ecuación, que cuanto mayor sea el tamaño del planeta en comparación con su estrella, mayor será la caída en el brillo observada durante el tránsito. Por lo tanto, los planetas más grandes, como los gigantes gaseosos, producen tránsitos más profundos y fáciles de detectar, mientras que los planetas rocosos más pequeños generan atenuaciones más sutiles en la luz estelar, requiriendo instrumentos más sensibles para su detección.

C. Zona de habitabilidad

La búsqueda de planetas habitables en otros sistemas estelares requiere una definición precisa de los límites de la zona de habitabilidad, es decir, la región alrededor de una estrella donde las condiciones permiten la existencia de agua líquida en la superficie de un planeta. Kasting et al. (1996) [2] propone cinco criterios principales para definir estos límites, cada uno asociado a un escenario específico de interacción entre la atmósfera planetaria y la radiación estelar.

En el extremo interior de la zona de habitabilidad se encuentran dos límites principales. El **Moist Greenhouse** ocurre cuando un planeta expuesto a una alta radiación estelar mantiene una atmósfera rica en vapor de agua, lo que genera un intenso efecto invernadero. En estas condiciones, el vapor de agua absorbe radiación ultravioleta, protegiendo la superficie y permitiendo la existencia de agua líquida. Más allá de este punto, se alcanza el **Runaway Greenhouse** (efecto invernadero desbocado), un escenario extremo en el que el calentamiento global se vuelve incontrolable y la atmósfera pierde su capacidad de retener agua, resultando en la pérdida total de habitabilidad.

Un caso más optimista es el de **Early Venus**, que sugiere que Venus pudo haber tenido condiciones más templadas en el pasado, permitiendo la presencia de agua líquida en su superficie. Sin embargo, debido al aumento progresivo de la radiación solar y a un efecto invernadero desbocado, el planeta experimentó una evaporación masiva de sus océanos, dando lugar a su estado actual como un mundo árido y extremadamente caliente.

En el extremo exterior de la zona de habitabilidad se encuentra el **Maximum Greenhouse**, que marca el punto en el que la concentración de gases de efecto invernadero en la atmósfera alcanza su límite, elevando la temperatura lo suficiente como para impedir la retención de calor a largo plazo. Más allá de este límite, un planeta ya no puede conservar suficiente energía térmica para mantener agua líquida en su superficie.

Por último, el criterio de **Early Mars** sugiere que Marte pudo haber tenido en el pasado una atmósfera lo suficientemente densa como para mantener su superficie por encima del punto de congelación, permitiendo la existencia de agua líquida en condiciones transitorias.

Estos escenarios proporcionan un marco teórico para comprender las condiciones que favorecen o restringen la presencia de agua líquida en planetas terrestres y, en consecuencia, la posibilidad de vida.

Teniendo en cuenta estos criterios, Kopparapu et al. (2013) [3] propuso un modelo matemático para calcular los límites de la zona de habitabilidad alrededor de estrellas de secuencia principal. Este modelo se basa en el flujo estelar efectivo, S_{eff} , el cual depende de la temperatura efectiva de la estrella, T_{eff} . La ecuación que define S_{eff} es la siguiente:

$$S_{eff} = S_{eff\odot} + aT_{\star} + bT_{\star}^2 + cT_{\star}^3 + dT_{\star}^4 \quad (5)$$

donde $T_{\star} = T_{eff} - 5780K$.

La temperatura efectiva de una estrella, T_{eff} , está relacionada con su luminosidad, L , y su radio, R , a través de la ley de Stefan-Boltzmann:

$$T_{eff} = \left(\frac{L}{4\pi R^2 \sigma} \right)^{1/4} \quad (6)$$

Una vez determinado el flujo estelar efectivo, es posible calcular la distancia a la que se encuentra la zona de habitabilidad en función de la luminosidad de la estrella mediante la expresión:

$$d = \left(\frac{L}{L_{\odot} S_{eff}} \right)^{0.5} \text{ AU} \quad (7)$$

Para estimar la luminosidad de una estrella en función de su masa, se emplea la siguiente relación:

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{\alpha} \quad (8)$$

Utilizando los valores de la Tabla 1 (**apéndice A**), es posible determinar los coeficientes a, b, c, d de la ecuación (5), una vez obtenidos, estos coeficientes pueden sustituirse en la ecuación (7) para calcular el flujo estelar efectivo S_{eff} en función de la temperatura efectiva de la estrella.

A partir de este flujo estelar y considerando la relación entre la luminosidad estelar y la masa de la estrella, se pueden estimar las distancias a las que se encuentran los límites de la zona habitable.

III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La recopilación de datos del exoplaneta HD 149026b, descubierto mediante el método de velocidad radial por Sato et al. (2005) [4], se llevó a cabo utilizando el *NASA Exoplanet Archive* [5], este repositorio proporciona acceso a los parámetros orbitales y físicos de exoplanetas confirmados, basados en observaciones obtenidas por diferentes misiones y estudios.

Se extrajeron datos de velocidad radial, los cuales permitieron determinar los parámetros orbitales del planeta. Además, se recopilaron curvas de luz fotométricas obtenidas por *TESS*, las fueron utilizadas para determinar el radio del planeta.

El uso combinado de estas observaciones permitió confirmar los parámetros previamente reportados para HD 149026b.

Además, se utilizaron datos de luminosidad y temperatura efectiva para estimar los límites interno y externo de la zona de habitabilidad (ZH), siguiendo los criterios establecidos por Kasting et al. (1993).

El análisis de los datos de Charbonneau et al. (1999) [6] permitió identificar y caracterizar la zona de habitabilidad para estrellas de baja masa en el rango de 0.4 a 1 masas solares (M_{\odot}).

A. Velocidad radial

Utilizando el catálogo de exoplanetas, se generó un periodograma de HD 149026b empleando la rutina de Lomb-Scargle de la librería Astropy. El resultado se muestra en el siguiente gráfico.

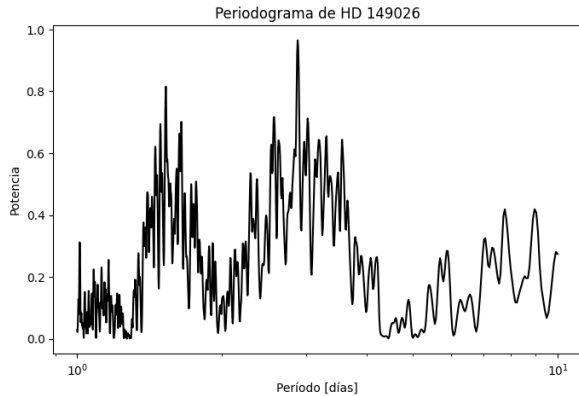


FIG. 1. Periodograma de los datos de velocidad radial del exoplaneta HD 149026b

La Figura 1 muestra el periodograma de las mediciones de velocidad radial para HD 149026b. En este gráfico,

los picos más prominentes corresponden a las frecuencias detectadas en los datos, permitiendo identificar el período orbital del planeta. A partir del análisis del periodograma, se obtuvo un período orbital de:

$$P = 2.8756476 \text{ días} \quad (9)$$

El valor reportado en la literatura por Bonomo et al. (2017) [7] es de 2.8758916 ± 0.0000014 días. Comparando ambos valores, se obtuvo un error relativo porcentual de:

$$\text{Error} = 0.008482\% \quad (10)$$

Este período fue empleado para poner los datos en fase, lo que permitió visualizar mejor la periodicidad de los datos. Posteriormente, se aplicó un ajuste sinusoidal a los datos utilizando la función *curvefit* de la librería SciPy, considerando un modelo de la forma:

$$K = A \sin(\omega t + \phi) + C \quad (11)$$

En la Figura 2 se muestra el ajuste realizado sobre los datos en fase.

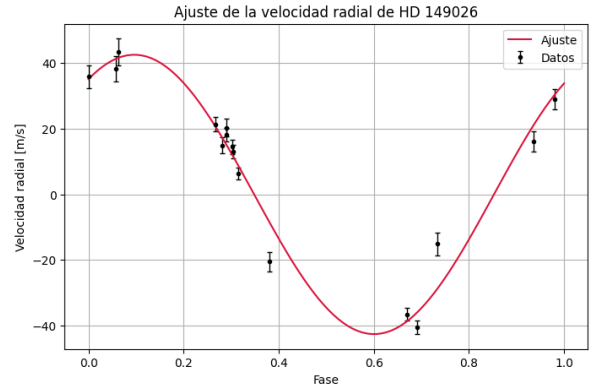


FIG. 2. Ajuste sinusoidal en fase para datos de velocidad radial del exoplaneta HD 149026

La ecuación (3), utilizada para calcular la masa mínima del planeta a partir de la velocidad radial, requiere el parámetro K_1 , que representa la semiamplitud de la velocidad radial. Este parámetro se puede determinar mediante la siguiente expresión:

$$K_1 = \frac{v_{\max} - v_{\min}}{2} \quad (12)$$

A partir de los datos disponibles, se obtuvo una semiamplitud de $K_1 = 42.6$ m/s. Comparando este resultado con el valor reportado por Sato et al. (2005), se calculó un error porcentual de:

$$\text{Error} = 1.58\% \quad (13)$$

Utilizando los valores obtenidos para la semiamplitud K_1 y el período orbital P , se calculó la masa mínima del planeta mediante la ecuación (3), obteniendo:

$$M_p \sin i = 0.3515 M_{\text{Jup}} \quad (14)$$

Los datos reportados por Sato et al. (2005) indican una masa mínima para HD 149026b de $M_p \sin i = 0.36 \pm 0.03 M_{\text{Jup}}$. Comparando ambos resultados, se obtuvo un error relativo porcentual de:

$$\text{Error} = 2.36\% \quad (15)$$

Se puede observar que estos valores muestran una buena concordancia con los resultados previamente reportados, validando el procedimiento empleado en este cálculo.

B. Método de tránsito

Para el análisis fotométrico, se utilizaron los datos reportados por Butler et al. (2006) [8]. A partir de los datos de flujo de la estrella HD 149026, obtenidos por la misión TESS, se generó la siguiente curva de luz:

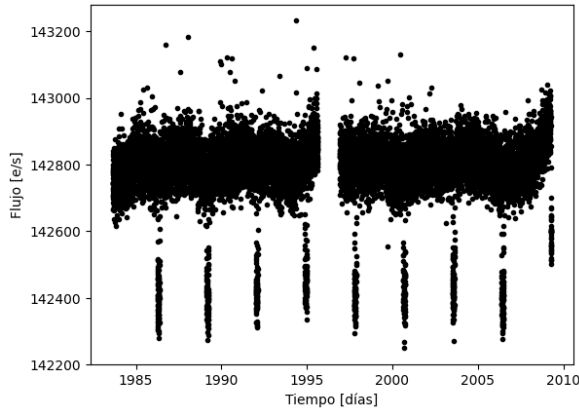


FIG. 3. Curva de luz de la estrella HD 149026 obtenida a partir de los datos de la misión TESS. La variación en el flujo estelar sugiere la presencia de un exoplaneta en tránsito.

Esta curva de luz muestra una disminución periódica en el flujo de la estrella, lo que indica la posible presencia de un exoplaneta en tránsito. Durante el tránsito, el planeta bloquea una fracción de la luz estelar, lo que provoca la atenuación observada en la curva.

Para analizar con mayor precisión el evento de tránsito, se centra la atención en la región donde se observa la disminución más pronunciada del flujo estelar. A continuación, se presenta la curva de luz enfocada en esta región específica:

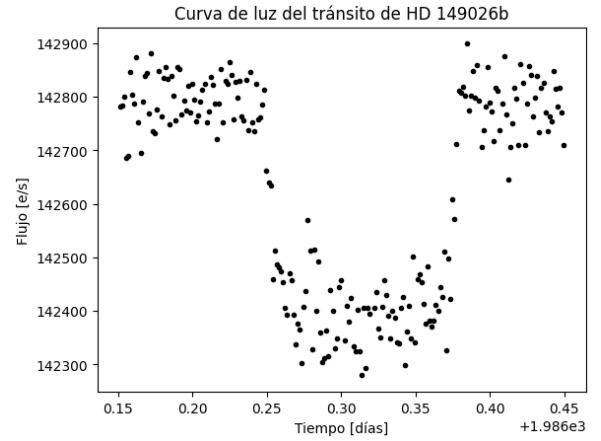


FIG. 4. Curva de luz de la estrella HD 149026 centrada en la región del tránsito. Se observa una disminución en el flujo estelar causada por el paso del exoplaneta frente a la estrella, lo que indica su presencia. La profundidad del tránsito proporciona información sobre el radio del planeta.

Para modelar la curva de luz en la región del tránsito, se realizó un ajuste utilizando la función

$$f(x) = (-1)A \exp(-B(x - C)^4) + D \quad (16)$$

donde los parámetros a , b , c y e permiten describir la forma y profundidad del tránsito. Este ajuste permite caracterizar la disminución del flujo estelar.

La curva de luz en fase y normalizada se puede observar en el siguiente gráfico, donde se observa el decaimiento del flujo debido al tránsito planetario

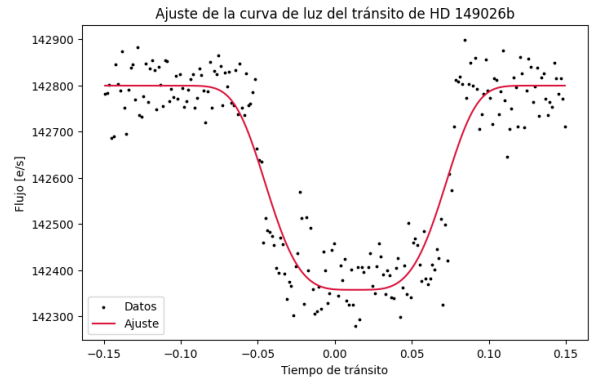


FIG. 5. Ajuste de la curva de luz del tránsito de HD 149026b utilizando la función $f(x) = (-1)A \exp(-B(x - C)^4) + D$. Este modelo permite describir la atenuación del flujo estelar durante el tránsito, proporcionando información sobre la profundidad, simetría y duración del evento.

Para determinar el radio del planeta, se calculó la profundidad del tránsito δ restando el flujo mínimo al flujo máximo en el modelo ajustado, obteniendo un valor de $\delta = 0.00309$.

Sustituyendo este valor en la ecuación (4), junto con el radio de la estrella, se obtiene el radio del exoplaneta:

$$R_p = 0.72 R_{\text{Jup}} \quad (17)$$

Sato et al. (2005) reportó un radio para el exoplaneta HD 149026b de $R_p = 0.725 \pm 0.05 R_{\text{Jup}}$. Comparando este valor con el obtenido en este análisis, se calculó el error relativo porcentual y se obtuvo un error relativo de:

$$\text{Error} = 0.73\%. \quad (18)$$

Este bajo porcentaje de error indica una alta concordancia entre el radio obtenido en este análisis y el reportado en la literatura, validando la metodología utilizada para la estimación del radio planetario.

C. Zona de habitabilidad

Se utilizó el modelo propuesto por Duric (2004) [9], que describe la relación entre la masa y la luminosidad estelar mediante la siguiente expresión:

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \begin{cases} \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{4.0}, & (M > 0.43M_{\odot}) \\ 0.23 \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{2.3}, & (M < 0.43M_{\odot}). \end{cases} \quad (19)$$

Este modelo refleja el hecho de que la luminosidad de una estrella no escala linealmente con su masa, sino que sigue una relación de potencia distinta para estrellas de baja y alta masa. Para estrellas con masas superiores a $0.43M_{\odot}$, la luminosidad aumenta rápidamente con la masa, mientras que para estrellas menos masivas, la pendiente es menor.

Al sustituir esta relación en la ecuación (7), se pueden determinar las distancias a las que se encuentran los límites de la zona de habitabilidad en función de la masa de la estrella, lo cual permite estimar cómo varía la región habitable alrededor de estrellas de distinta masa y evaluar qué tipos de estrellas tienen mayores probabilidades de albergar planetas con condiciones adecuadas para la presencia de agua líquida.

Para visualizar estos límites, se desarrolló un código en Python que implementa las ecuaciones descritas y calcula la distancia a cada uno de los límites de la zona de habitabilidad. Posteriormente, utilizando el modelo de relación masa-luminosidad, se obtuvieron y graficaron estas distancias para estrellas con masas en el rango de 0.4 a $1.0M_{\odot}$, como se muestra en la Figura 6.

En este proceso, se emplearon los datos de Charbonnel et al. (1999), que proporcionan modelos estelares

detallados en este intervalo de masas. Dichos modelos incluyen estimaciones de luminosidad, temperatura efectiva y otras propiedades estelares que influyen en la determinación precisa de la zona de habitabilidad.

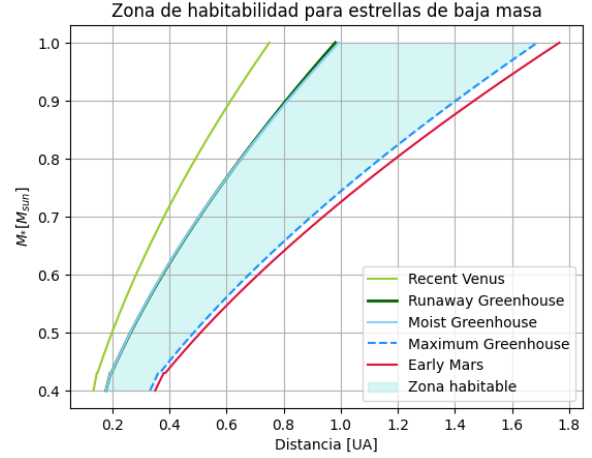


FIG. 6. Zona de habitabilidad para estrellas de baja masa ($0.4-1 M_{\odot}$). Se muestran los límites internos y externos de la zona habitable según diferentes criterios: Recent Venus, Runaway Greenhouse, Moist Greenhouse, Maximum Greenhouse y Early Mars. La región sombreada en celeste representa la zona donde podría existir agua líquida en la superficie de un planeta rocoso.

IV. CONCLUSIONES

1. Caracterización del exoplaneta HD 149026b:

- A través del análisis de los datos de velocidad radial y tránsito, se confirmaron los parámetros orbitales y físicos del exoplaneta HD 149026b. El período orbital obtenido fue de $P = 2.8756476$ días, con un error relativo porcentual de 0.008482% en comparación con valores reportados en la literatura.
- La masa mínima del planeta se determinó como $M_p \sin i = 0.3515 M_{\text{Jup}}$, mostrando un error relativo de 2.36% respecto a estudios previos. Este resultado valida la precisión del método de velocidad radial aplicado.
- El radio del planeta se estimó en $R_p = 0.72 R_{\text{Jup}}$, con un error relativo de 0.73% en comparación con datos reportados. Esto confirma la efectividad del método de tránsito para determinar el tamaño de exoplanetas.

2. Métodos de detección y caracterización:

- El método de velocidad radial demostró ser una herramienta poderosa para inferir la presencia de exoplanetas y determinar sus masas mínimas. La combinación con el

método de tránsito permitió obtener una caracterización completa del planeta.

- El análisis de curvas de luz fotométricas, en particular las obtenidas por la misión TESS, resultó fundamental para validar la presencia de tránsitos y estimar el radio planetario con alta precisión.

3. Zona de habitabilidad:

- Se analizó la ubicación de la zona de habitabilidad (ZH) en función de la masa estelar, utilizando el modelo de Kopparapu et al. (2013) para estimar los límites interiores y exteriores de esta región.
- Se desarrolló un modelo para calcular la zona de habitabilidad en función de la masa y luminosidad de la estrella, aplicable a estrellas en el rango de 0.4 a 1 M_{\odot} . Este modelo es útil para identificar estrellas candidatas a albergar planetas potencialmente habitables.
- Los resultados obtenidos confirman que las estrellas de menor masa tienen zonas habitables más cercanas y prolongadas en el tiempo, lo que aumenta la probabilidad de encontrar planetas con condiciones favorables para la vida. Sin embargo, estas estrellas también presentan desafíos adicionales, como la intensa

actividad magnética en las primeras etapas de su evolución, lo que podría afectar la habitabilidad de los planetas en órbitas cercanas.

4. Implicaciones para la búsqueda de exoplanetas habitables:

- Los resultados obtenidos resaltan la importancia de combinar múltiples técnicas observacionales (velocidad radial y tránsitos) para una caracterización precisa de exoplanetas. Esto es especialmente relevante en la búsqueda de planetas en la zona de habitabilidad de sus estrellas.

5. Validación de resultados:

- Los errores relativos bajos obtenidos en la determinación del período orbital, masa mínima y radio del planeta HD 149026b confirman la consistencia y precisión de los métodos aplicados. Estos resultados están en concordancia con estudios previos, lo que valida la metodología empleada en este trabajo.
- La implementación de las ecuaciones en el código en *Python* permitió visualizar la dependencia de la ZH con la masa estelar y comprobar que el modelo de relación masa-luminosidad utilizado proporciona resultados consistentes con estudios previos.

-
- [1] C. Lovis and D. F. et al, “Radial velocity techniques for exoplanets,” *Exoplanets*, vol. 27, 2010.
- [2] J. F. Kasting, “Habitable zones around low mass stars and the search for extraterrestrial life,” *Workshop on Planetary Systems Formation*, 1996, received 4 September 1996.
- [3] R. K. Kopparapu and et al., “Habitable zones around main-sequence stars: new estimates,” *The Astrophysical Journal*, vol. 765, no. 2, p. 131, 2013.
- [4] B. S. et al, “The n2k consortium. ii. a transiting hot saturn around hd 149026 with a large dense core,” *The Astrophysical Journal*, vol. 633, pp. 465–473, 2005.
- [5] NASA Exoplanet Science Institute, “Nasa exoplanet archive,” 2025, accessed: 2025-03-15. [Online]. Available: <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/>
- [6] C. Charbonnel, W. Däppen, D. Schaerer, P. A. Bernasconi, A. Maeder, G. Meynet, and N. Mowlavi, “Grids of stellar models,” *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, vol. 135, no. 3, pp. 405–413, 1999.
- [7] A. S. B. et al., “The gaps programme with harps-n at tng,” *Astronomy and Astrophysics*, vol. 602, p. A107, April 2017.
- [8] R. P. Butler, J. T. Wright, G. W. Marcy, D. A. Fischer, S. S. Vogt, C. G. Tinney, H. R. A. Jones, B. D. Carter, J. A. Johnson, C. McCarthy, and A. J. Penny, “Catalog of nearby exoplanets,” *The Astrophysical Journal*, vol. 646, no. 1, pp. 505–522, 2006.
- [9] N. urić, *Advanced Astrophysics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2004.

Appendix A: Coeficientes para el Cálculo de la Zona de Habitabilidad

TABLE I. Coeficientes actualizados para calcular los flujos estelares habitables y las correspondientes zonas habitables para estrellas con $2000 \leq T_{\text{eff}} \leq 7200$ K.

Constante	Recent Venus	Runaway Greenhouse	Moist Greenhouse	Maximum Greenhouse	Early Mars
$S_{\text{eff}\odot}$	1.7763	1.0385	1.0168	0.3597	0.3697
a	1.4355×10^{-4}	1.2456×10^{-4}	8.1894×10^{-5}	5.5926×10^{-5}	5.6471×10^{-5}
b	3.3885×10^{-9}	1.4612×10^{-8}	1.9391×10^{-9}	1.6707×10^{-9}	1.5275×10^{-9}
c	-7.6864×10^{-12}	-7.6345×10^{-13}	-4.3618×10^{-14}	-3.0058×10^{-12}	-2.1709×10^{-15}
d	-1.1950×10^{-14}	-1.7511×10^{-15}	-6.8260×10^{-16}	-5.1925×10^{-16}	-3.8282×10^{-16}