Propiedades :

- Sea B un álgebra de Boole y $x, y, z \in B$. Entonces:

1. $x \vee x = x$; $x \wedge x = x$ (Idempotencia)
2. $x \vee 1 = 1$; $x \wedge 0 = 0$ (Dominación)
3. $x \vee (x \wedge y) = x$; $x \wedge (x \vee y) = x$ (Absorción)
4. $\left.\begin{array}{l} x \vee y = x \vee z \\ x \wedge y = x \wedge z \end{array}\right\} \Rightarrow y = z$ (Propiedad cancelativa
5. $\overline{\overline{x}} = x$ (Doble complementario)
6. $x \vee (\bar{x} \wedge y) = x \vee y$; $x \wedge (\bar{x} \vee y) = x \wedge y$
7. $\overline{x \vee y} = \bar{x} \wedge \bar{y}$; $\overline{x \wedge y} = \bar{x} \vee \bar{y}$ (Leyes de De Morgan)
8. Son equivalentes: (si una es cierta, todas son ciertas. Si una es falsa, todas lo son).
   - $x \vee y = y$
   - $x \wedge y = x$
   - $\bar{x} \vee y = 1$
   - $x \wedge \bar{y} = 0$

Principio de dualidad:

Dado un enunciado en un álgebra de Boole, el enunciado resulta de intercambiar los símbolos $\wedge$ y $\vee$, así como 0 y 1 se conoce como enunciado dual

Proposición: Sean $(B_1, \vee_1, \wedge_1)$ y $(B_2, \vee_2, \wedge_2)$ dos álgebras de Boole. Entonces el conjunto $B_1 \times B_2$ con las operaciones:

$$(x, y) \vee (x', y') = (x \vee_1 x', y \vee_2 y')$$

$$(x, y) \wedge (x', y') = (x \wedge_1 x', y \wedge_2 y')$$

componente a componente se verifican todas las propiedades.

Ejemplo $B=\{0,1\}$, es un álgebra de Boole. Si hacemos el álgebra producto del álgebra B consigo misma, obtenemos el álgebra de Boole B^2. B^n tiene estructura del álgebra de Boole.

Una estructura de álgebra de Boole en un conjunto B determina un orden en este conjunto.

Definición: Sea B un álgebra de Boole. En B definimos la relación $x \leq y$ si y solo si, $x \wedge y = y$

Teorema: Sea $(B, \wedge, \vee)$ un álgebra de Boole y $\leq$ la relación dada en la definición anterior. Esta relación es una relación de orden en B.

Además, dados dos elementos $x, y \in B$ se tiene que $\sup\{x,y\} = x \vee y$ e $\inf\{x,y\} = x \wedge y$.

Y este conjunto ordenado tiene máximos y mínimos que son 1 y 0 respectivamente.

- se tiene que $x \leq 1 \quad \forall x \in B$ y por dualidad se tiene que:

  $x \geq 0 \quad \forall x \in B$

Ejemplo: Sea X un conjunto, tomamos $\mathcal{P}(X)$

$A, B \subseteq X \qquad A \leq B \iff A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B$