

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»
Дисциплина: «Дискретная математика»

Домашнее задание 3
Исследование алгоритмов решения
метрической задачи коммивояжера
Вариант 142

Выполнил: Мануйлов Александр,
студент гр. БПИ185.

Преподаватель: Авдошин С.М.,
профессор департамента
программной инженерии
факультета компьютерных наук

Москва 2019

1. На плоскости задано множество точек $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ своими координатами $(x_1 = 4, y_1 = 1)$ $(x_2 = 8, y_2 = 0)$ $(x_3 = 6, y_3 = 6)$ $(x_4 = 1, y_4 = 9)$ $(x_5 = 5, y_5 = 3)$ $(x_6 = 4, y_6 = 5)$.
2. Вычислим элементы d_{ij} весовой матрицы смежности графа $G = \langle V, V \times V \rangle$ по формуле $d_{ij} = |x_i - x_j| + |y_i - y_j|$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 7 & 11 & 3 & 4 \\ 5 & 0 & 8 & 16 & 6 & 9 \\ 7 & 8 & 0 & 8 & 4 & 3 \\ 11 & 16 & 8 & 0 & 10 & 7 \\ 3 & 6 & 4 & 10 & 0 & 3 \\ 4 & 9 & 3 & 7 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Используя метод ветвей и границ, найдем множество кодов всех оптимальных гамильтоновых циклов являющихся решением задачи коммивояжера на графе G .
Петли не могут быть частью решения. Поэтому положим диагональные элементы равными бесконечности.

$$D = \begin{pmatrix} \infty & 5 & 7 & 11 & 3 & 4 \\ 5 & \infty & 8 & 16 & 6 & 9 \\ 7 & 8 & \infty & 8 & 4 & 3 \\ 11 & 16 & 8 & \infty & 10 & 7 \\ 3 & 6 & 4 & 10 & \infty & 3 \\ 4 & 9 & 3 & 7 & 3 & \infty \end{pmatrix}$$

Обозначим через $S = \{p : V \rightarrow V | (p(1) = 1) \& (\forall i \in V) (\forall j \in V) ((p(i) = p(j)) \Rightarrow (i = j))\}$ множество кодов всех гамильтоновых цикл $v = (p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_1)$ графа G , заданного весовой матрицей смежности D . Здесь p_i используется в качестве сокращённой записи $p(i)$.

Найдём нижнюю границу b множества S

S	1	2	3	4	5	6	min
1	∞	5	7	11	3	4	3
2	5	∞	8	16	6	9	5
3	7	8	∞	8	4	3	3
4	11	16	8	∞	10	7	7
5	3	6	4	10	∞	3	3
6	4	9	3	7	3	∞	3
α							24

$$b = \alpha + \beta = 30$$

S	1	2	3	4	5	6	
1	∞	2	4	8	0	1	β
2	0	∞	3	11	1	4	
3	4	5	∞	5	1	0	
4	4	9	1	∞	3	0	
5	0	3	1	7	∞	0	
6	1	6	0	4	0	∞	
min	0	2	0	4	0	0	6

S 30

Определим дугу ветвления для разбиения множества S_1

S	1	2	3	4	5	6
1	∞	0^1	4	4	0^0	1
2	0^1	∞	3	7	1	4
3	4	3	∞	1	1	0^1
4	4	7	1	∞	3	0^1
5	0^0	1	1	3	∞	0^0
6	1	4	0^1	0^1	0^0	∞

(1, 2)

S_0	1	2	3	4	5	6
1	∞	∞	4	4	0	1
2	0	∞	3	7	1	4
3	4	3	∞	1	1	0
4	4	7	1	∞	3	0
5	0	1	1	3	∞	0
6	1	4	0	0	0	∞

min 1

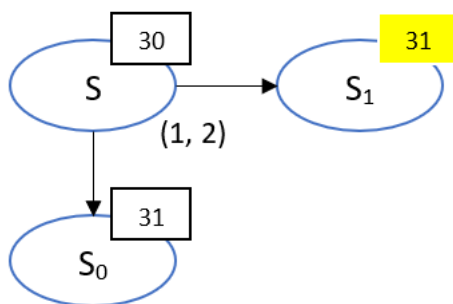
S_0	1	2	3	4	5	6
1	∞	∞	4	4	0	1
2	0	∞	3	7	1	4
3	4	2	∞	1	1	0
4	4	6	1	∞	3	0
5	0	0	1	3	∞	0
6	1	3	0	0	0	∞

$$b_0 = b + 1 = 31$$

S_1	1	3	4	5	6	min
2	∞	3	7	1	4	1
3	4	∞	1	1	0	
4	4	1	∞	3	0	
5	0	1	3	∞	0	
6	1	0	0	0	∞	

S_1	1	3	4	5	6
2	∞	2	6	0	3
3	4	∞	1	1	0
4	4	1	∞	3	0
5	0	1	3	∞	0
6	1	0	0	0	∞

$$b_1 = b + 1 = 31$$



Определим дугу ветвления для разбиения множества S_1

S_1	1	3	4	5	6
2	∞	2	6	0^2	3
3	4	∞	1	1	0^1
4	4	1	∞	3	0^1
5	0^1	1	3	∞	0^0
6	1	0^1	0^1	0^0	∞

(2, 5)

S_{10}	1	3	4	5	6	min
2	∞	2	6	∞	3	2
3	4	∞	1	1	0	
4	4	1	∞	3	0	
5	0	1	3	∞	0	
6	1	0	0	0	∞	

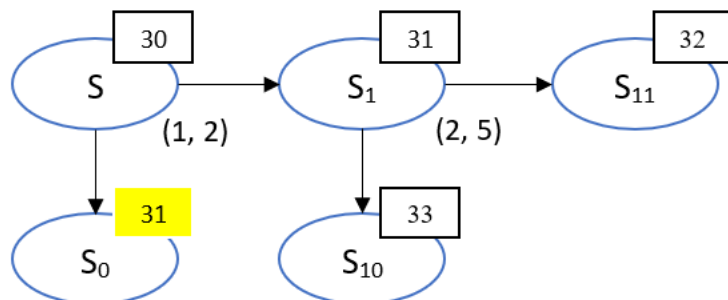
S_{10}	1	3	4	5	6
2	∞	0	4	∞	1
3	4	∞	1	1	0
4	4	1	∞	3	0
5	0	1	3	∞	0
6	1	0	0	0	∞

$$b_{10} = b_1 + 2 = 33$$

S_{11}	1	3	4	6
3	4	∞	1	0
4	4	1	∞	0
5	∞	1	3	0
6	1	0	0	∞
min	1			

S_{11}	1	3	4	6
3	3	∞	1	0
4	3	1	∞	0
5	∞	1	3	0
6	0	0	0	∞

$$b_{11} = b_1 + 1 = 32$$



Определим дугу ветвления для разбиения множества S_0

S_0	1	2	3	4	5	6
1	∞	∞	4	4	0^1	1
2	0^1	∞	3	7	1	4
3	4	2	∞	1	1	0^1
4	4	6	1	∞	3	0^1
5	0^0	0^2	1	3	∞	0^0
6	1	3	0^1	0^1	0^0	∞

(5, 2)

S_{00}	1	2	3	4	5	6
1	∞	∞	4	4	0	1
2	0	∞	3	7	1	4
3	4	2	∞	1	1	0
4	4	6	1	∞	3	0
5	0	∞	1	3	∞	0
6	1	3	0	0	0	∞

min 2

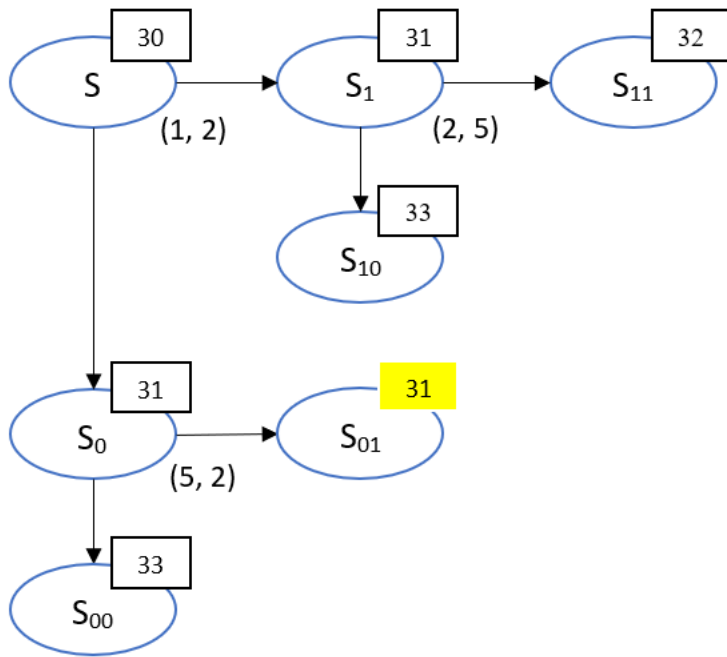
S_{00}	1	2	3	4	5	6
1	∞	∞	4	4	0	1
2	0	∞	3	7	1	4
3	4	0	∞	1	1	0
4	4	4	1	∞	3	0
5	0	∞	1	3	∞	0
6	1	1	0	0	0	∞

$$b_{00} = b_0 + 2 = 33$$

S_{01}	1	3	4	5	6
1	∞	4	4	0	1
2	0	3	7	∞	4
3	4	∞	1	1	0
4	4	1	∞	3	0
6	1	0	0	0	∞

S_{01}	1	3	4	5	6
1	∞	4	4	0	1
2	0	3	7	∞	4
3	4	∞	1	1	0
4	4	1	∞	3	0
6	1	0	0	0	∞

$$b_{01} = b_0 + 0 = 31$$



Определим дугу ветвления для разбиения множества S_{01}

S_{01}	1	3	4	5	6
1	∞	4	4	0^1	1
2	0^4	3	7	∞	4
3	4	∞	1	1	0^1
4	4	1	∞	3	0^1
6	1	0^1	0^1	0^0	∞

(2, 1)

S_{010}	1	3	4	5	6	min
1	∞	4	4	0	1	
2	∞	3	7	∞	4	3
3	4	∞	1	1	0	
4	4	1	∞	3	0	
6	1	0	0	0	∞	
min	1					

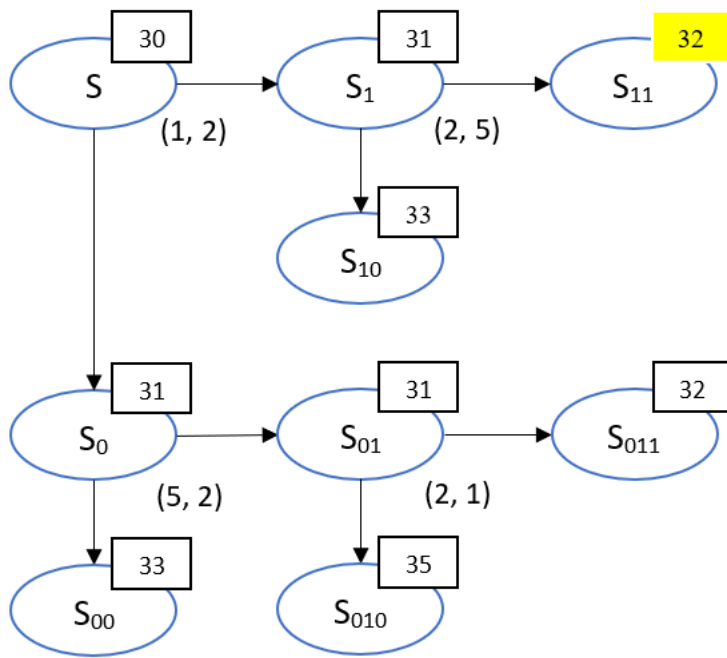
S_{010}	1	3	4	5	6
1	∞	4	4	0	1
2	∞	0	4	∞	1
3	3	∞	1	1	0
4	3	1	∞	3	0
6	0	0	0	0	∞

$$b_{010} = b_{01} + 4 = 35$$

S_{011}	3	4	5	6	min
1	4	4	∞	1	1
3	∞	1	1	0	
4	1	∞	3	0	
6	0	0	0	∞	

S_{011}	3	4	5	6
1	3	3	∞	0
3	∞	1	1	0
4	1	∞	3	0
6	0	0	0	∞

$$b_{011} = b_{01} + 1 = 32$$



Определим дугу ветвления для разбиения множества S_{11}

S_{11}	1	3	4	6
3	3	∞	1	0^1
4	3	1	∞	0^1
5	∞	1	3	0^1
6	0^3	0^1	0^1	∞

(6, 1)

S_{110}	1	3	4	6
3	3	∞	1	0
4	3	1	∞	0
5	∞	1	3	0
6	∞	0	0	∞
min	3			

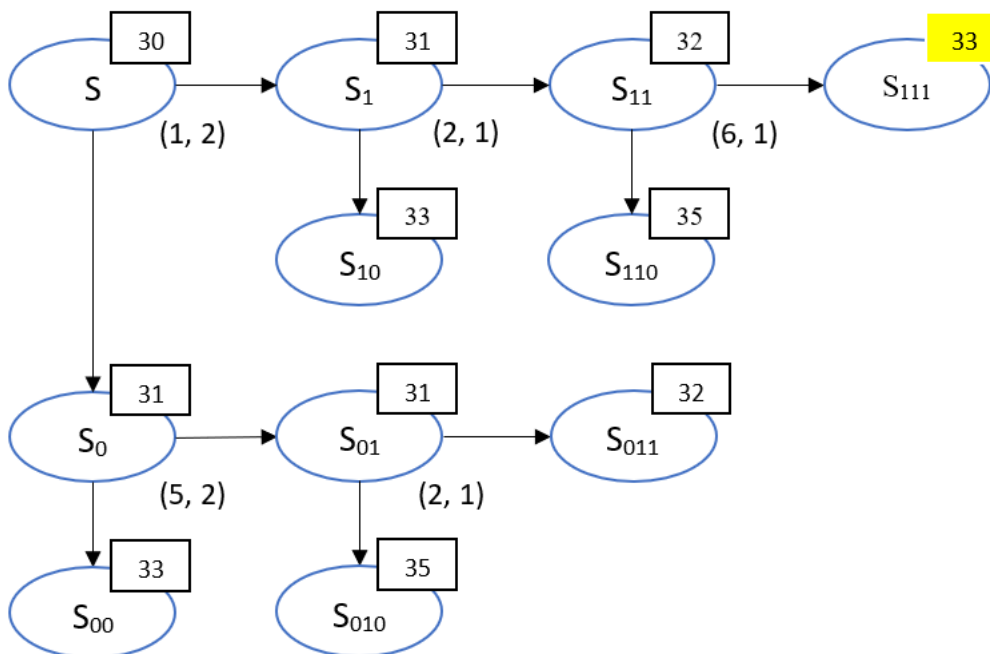
S_{110}	1	3	4	6
3	0	∞	1	0
4	0	1	∞	0
5	∞	1	3	0
6	∞	0	0	∞

$$b_{110} = b_{11} + 3 = 35$$

S_{111}	3	4	6	min
3	∞	1	0	
4	1	∞	0	
5	1	3	∞	1

S_{111}	3	4	6
3	∞	1	0
4	1	∞	0
5	0	2	∞

$$b_{111} = b_{11} + 1 = 33$$



Определим дугу ветвления для разбиения множества S_{011}

S_{011}	3	4	5	6
1	3	3	∞	0^3
3	∞	1	1	0^1
4	1	∞	3	0^1
6	0^1	0^1	0^1	∞

(1, 6)

S_{0110}	3	4	5	6	min
1	3	3	∞	∞	3
3	∞	1	1	0	
4	1	∞	3	0	
6	0	0	0	∞	

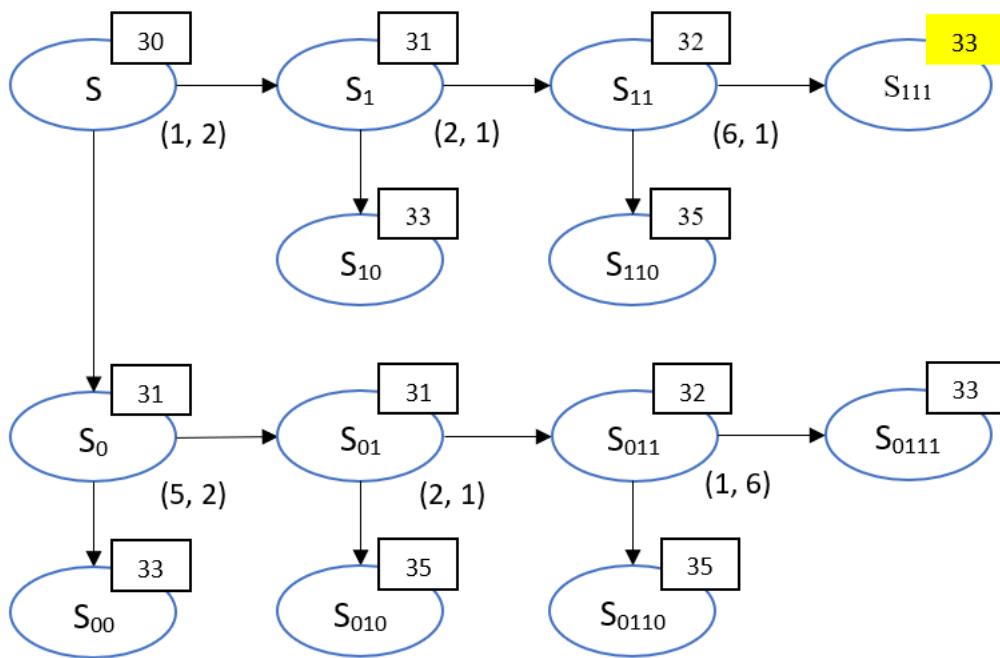
S_{0110}	3	4	5	6
1	0	0	∞	∞
3	∞	1	1	0
4	1	∞	3	0
6	0	0	0	∞

$$b_{0110} = b_{011} + 3 = 35$$

S_{0111}	3	4	5
3	∞	1	1
4	1	∞	3
6	0	0	∞
min			1

S_{0111}	3	4	5
3	∞	1	0
4	1	∞	2
6	0	0	∞

$$b_{0111} = b_{011} + 1 = 33$$



Определим дугу ветвления для разбиения множества S_{111}

S_{111}	3	4	6
3	∞	1	0^1
4	1	∞	0^1
5	0^3	2	∞

(5, 3)

S_{1110}	3	4	6	min
3	∞	1	0	
4	1	∞	0	
5	∞	2	∞	2
min	1			

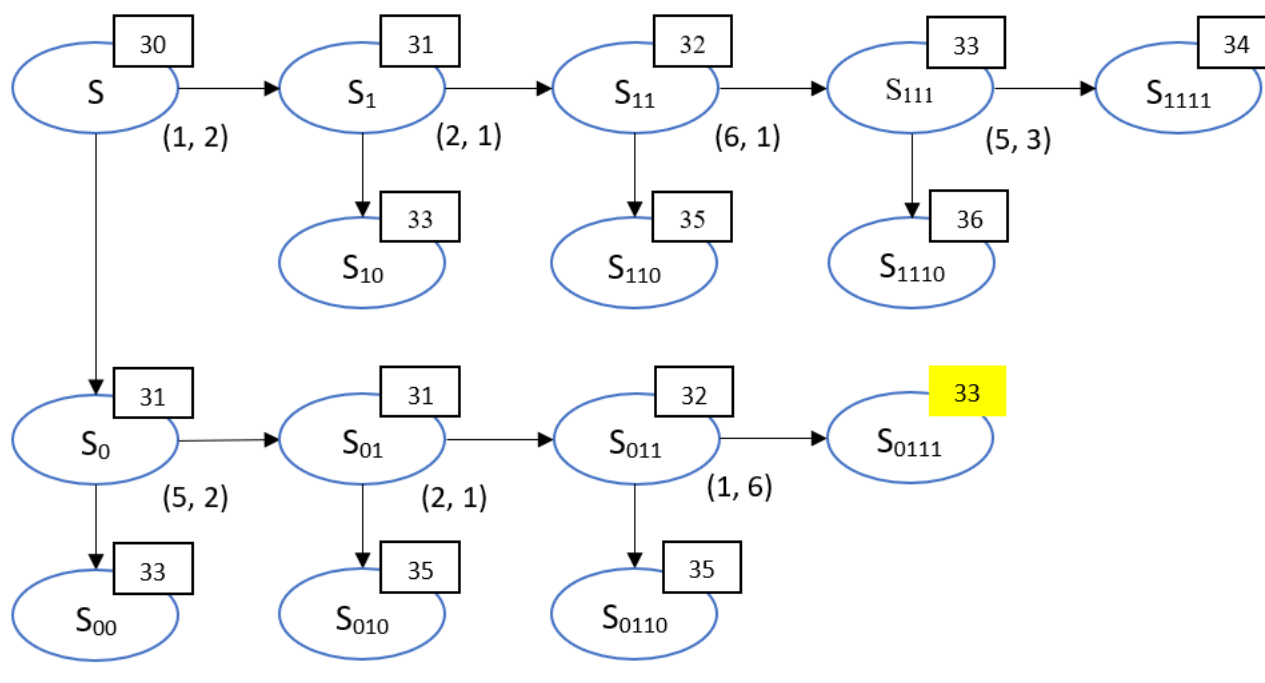
S_{1110}	3	4	6
3	∞	1	0
4	0	∞	0
5	∞	0	∞

$$b_{1110} = b_{111} + 3 = 36$$

S_{1111}	4	6	min
3	1	∞	1
4	∞	0	

S_{1111}	4	6
3	0	∞
4	∞	0

$$b_{1111} = b_{111} + 1 = 34$$



Определим дугу ветвления для разбиения множества S_{0111}

S_{0111}	3	4	5
3	∞	1	0^3
4	1	∞	2
6	0^1	0^1	∞

(3, 5)

S_{01110}	3	4	5	min
3	∞	1	∞	1
4	1	∞	2	
6	0	0	∞	
min			2	

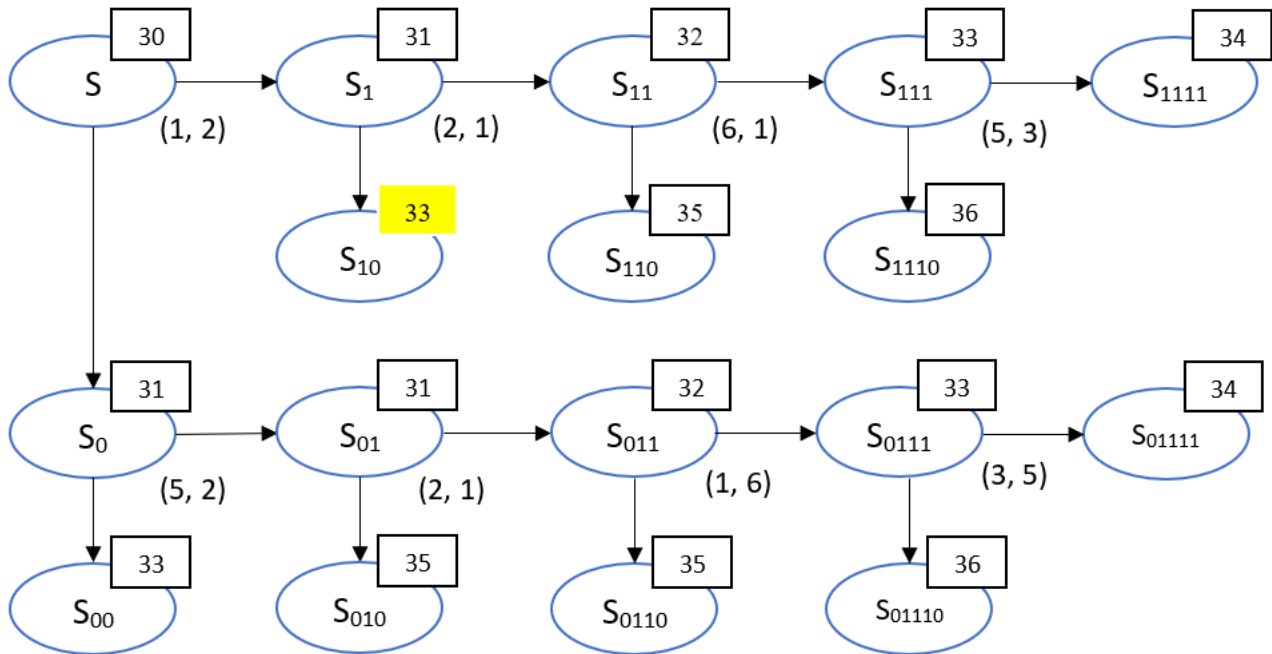
S_{01110}	3	4	5
3	∞	0	∞
4	1	∞	0
6	0	0	∞

$$b_{01110} = b_{0111} + 3 = 36$$

S_{01111}	3	4
4	1	∞
6	∞	0
min	1	

S_{01111}	3	4
4	0	∞
6	∞	0

$$b_{01111} = b_{0111} + 1 = 34$$



Определим дугу ветвления для разбиения множества S_{10}

S_{10}	1	3	4	5	6
2	∞	0^1	4	∞	1
3	4	∞	1	1	0^1
4	4	1	∞	3	0^1
5	0^1	1	3	∞	0^0
6	1	0^0	0^1	0^1	∞

(2, 3)

S_{100}	1	3	4	5	6	min
2	∞	∞	4	∞	1	1
3	4	∞	1	1	0	
4	4	1	∞	3	0	
5	0	1	3	∞	0	
6	1	0	0	0	∞	

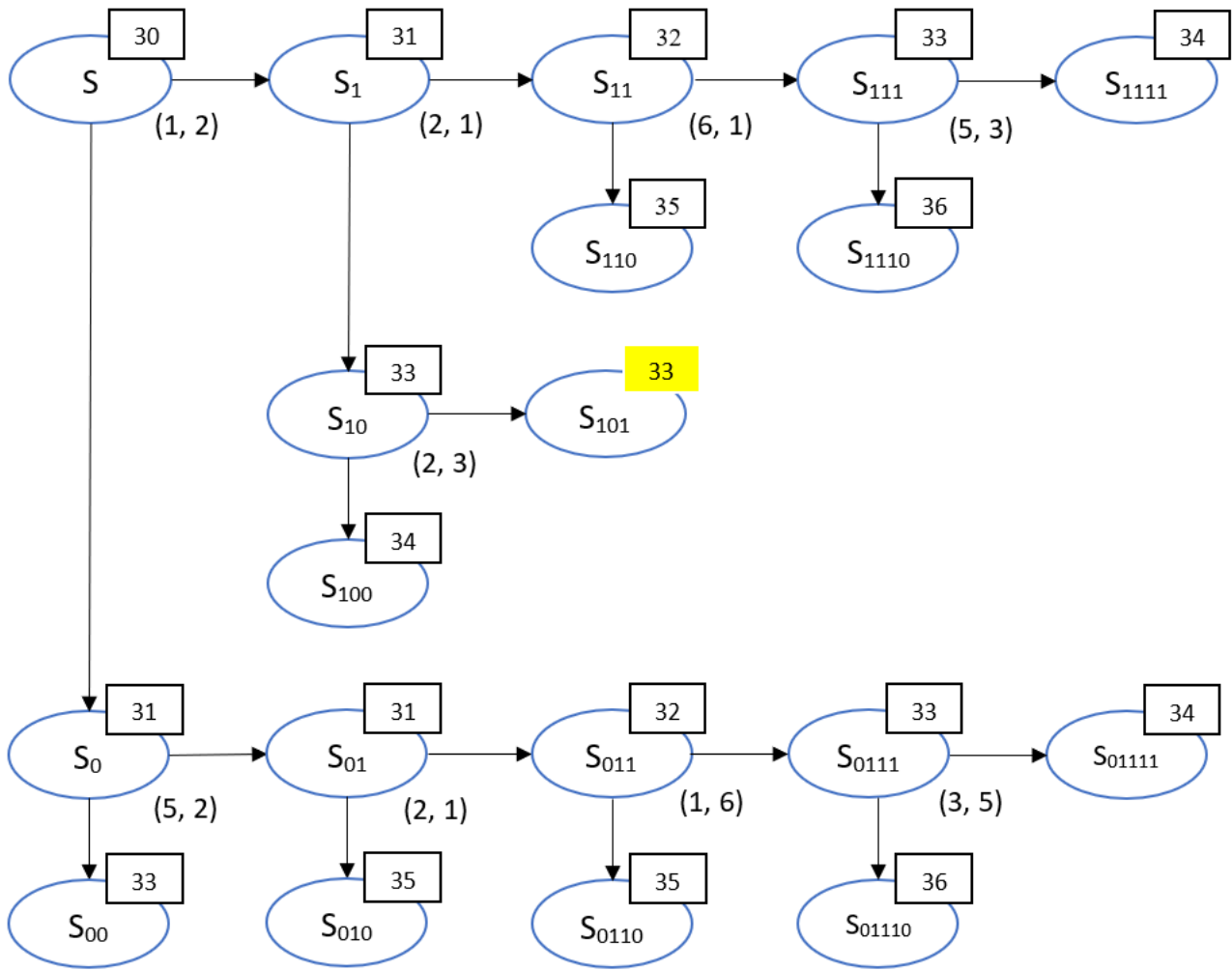
S_{100}	1	3	4	5	6
2	∞	∞	3	∞	0
3	4	∞	1	1	0
4	4	1	∞	3	0
5	0	1	3	∞	0
6	1	0	0	0	∞

$$b_{100} = b_{10} + 1 = 34$$

S_{101}	1	4	5	6
3	∞	1	1	0
4	4	∞	3	0
5	0	3	∞	0
6	1	0	0	∞

S_{101}	1	4	5	6
3	∞	1	1	0
4	4	∞	3	0
5	0	3	∞	0
6	1	0	0	∞

$$b_{101} = b_{10} + 0 = 33$$



Определим дугу ветвления для разбиения множества S_{101}

S_{101}	1	4	5	6
3	∞	1	1	0^1
4	4	∞	3	0^3
5	0^1	3	∞	0^0
6	1	0^1	0^1	∞

(4, 6)

S_{1010}	1	4	5	6	min
3	∞	1	1	0	
4	4	∞	3	∞	3
5	0	3	∞	0	
6	1	0	0	∞	

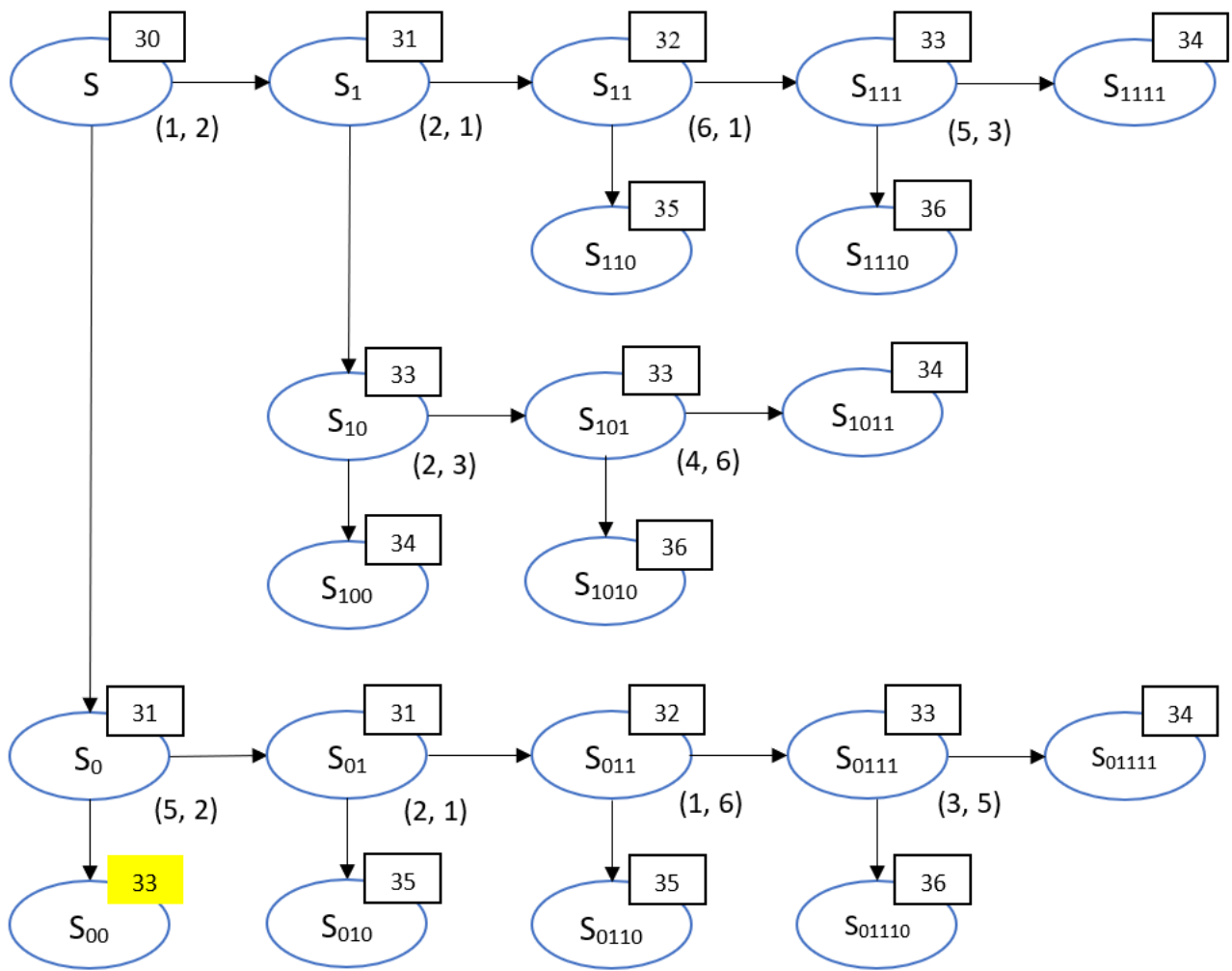
S_{1010}	1	4	5	6
3	∞	1	1	0
4	1	∞	0	∞
5	0	3	∞	0
6	1	0	0	∞

$$b_{1010} = b_{101} + 3 = 36$$

S_{1011}	1	4	5
3	∞	1	1
5	0	3	∞
6	1	∞	0
min	1		

S_{1011}	1	4	5
3	∞	0	1
5	0	2	∞
6	1	∞	0

$$b_{1011} = b_{101} + 1 = 34$$



Определим дугу ветвления для разбиения множества S_{00}

S_{00}	1	2	3	4	5	6
1	∞	∞	4	4	0^1	1
2	0^1	∞	3	7	1	4
3	4	0^1	∞	1	1	0^0
4	4	4	1	∞	3	0^1
5	0^0	∞	1	3	∞	0^0
6	1	1	0^1	0^1	0^0	∞

(1, 5)

S_{000}	1	2	3	4	5	6	min
1	∞	∞	4	4	∞	1	1
2	0	∞	3	7	1	4	
3	4	0	∞	1	1	0	
4	4	4	1	∞	3	0	
5	0	∞	1	3	∞	0	
6	1	1	0	0	0	∞	

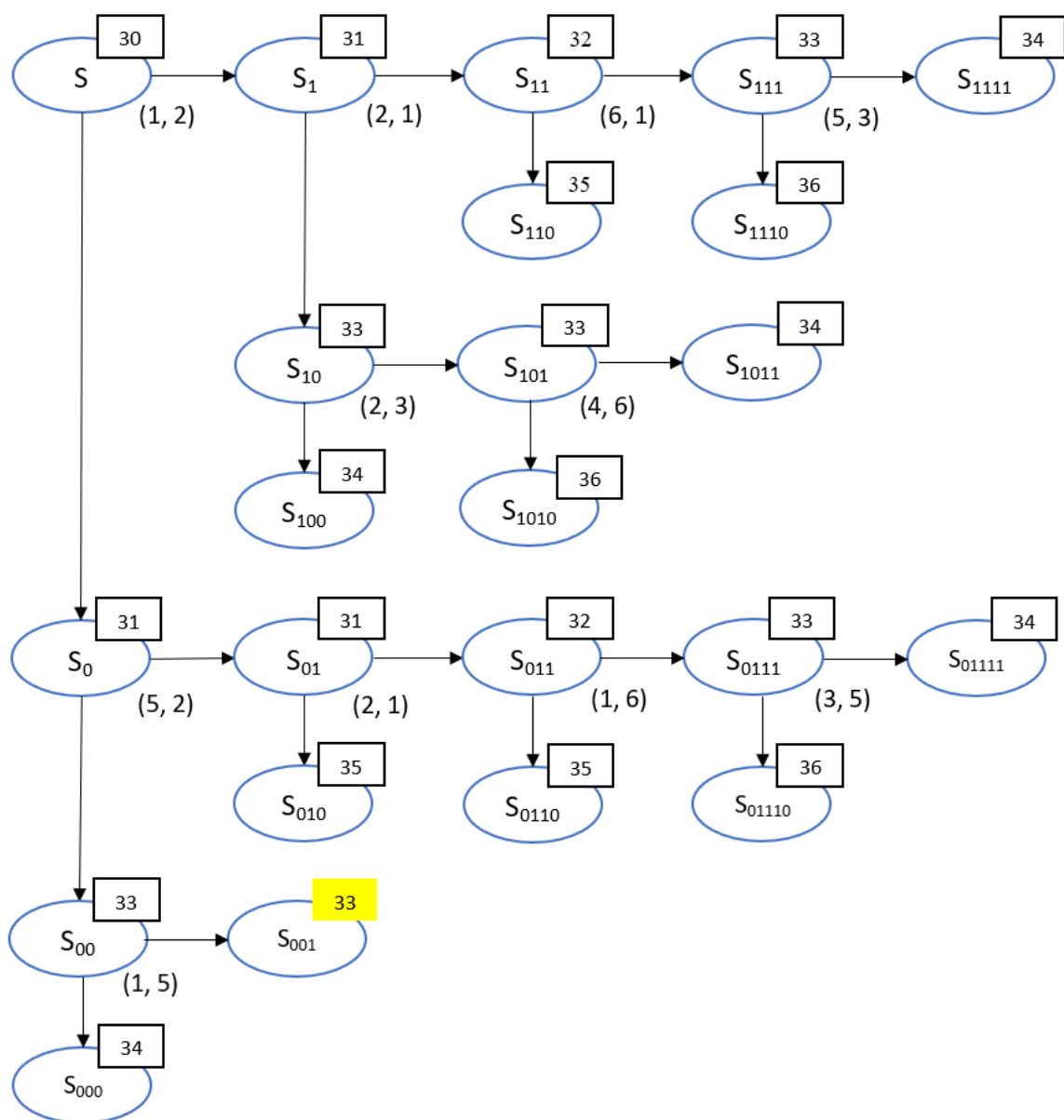
S_{000}	1	2	3	4	5	6
1	∞	∞	3	3	∞	0
2	0	∞	3	7	1	4
3	4	0	∞	1	1	0
4	4	4	1	∞	3	0
5	0	∞	1	3	∞	0
6	1	1	0	0	0	∞

$$b_{000} = b_{00} + 1 = 34$$

S_{001}	1	2	3	4	6
2	0	∞	3	7	4
3	4	0	∞	1	0
4	4	4	1	∞	0
5	∞	∞	1	3	0
6	1	1	0	0	∞

S_{001}	1	2	3	4	6
2	0	∞	3	7	4
3	4	0	∞	1	0
4	4	4	1	∞	0
5	∞	∞	1	3	0
6	1	1	0	0	∞

$$b_{001} = b_{00} + 0 = 33$$



Определим дугу ветвления для разбиения множества S_{001}

S_{001}	1	2	3	4	6
2	0^4	∞	3	7	4
3	4	0^1	∞	1	0^0
4	4	4	1	∞	0^1
5	∞	∞	1	3	0^1
6	1	1	0^1	0^1	∞

(2, 1)

S_{0010}	1	2	3	4	6	min
2	∞	∞	3	7	4	3
3	4	0	∞	1	0	
4	4	4	1	∞	0	
5	∞	∞	1	3	0	
6	1	1	0	0	∞	
min	1					

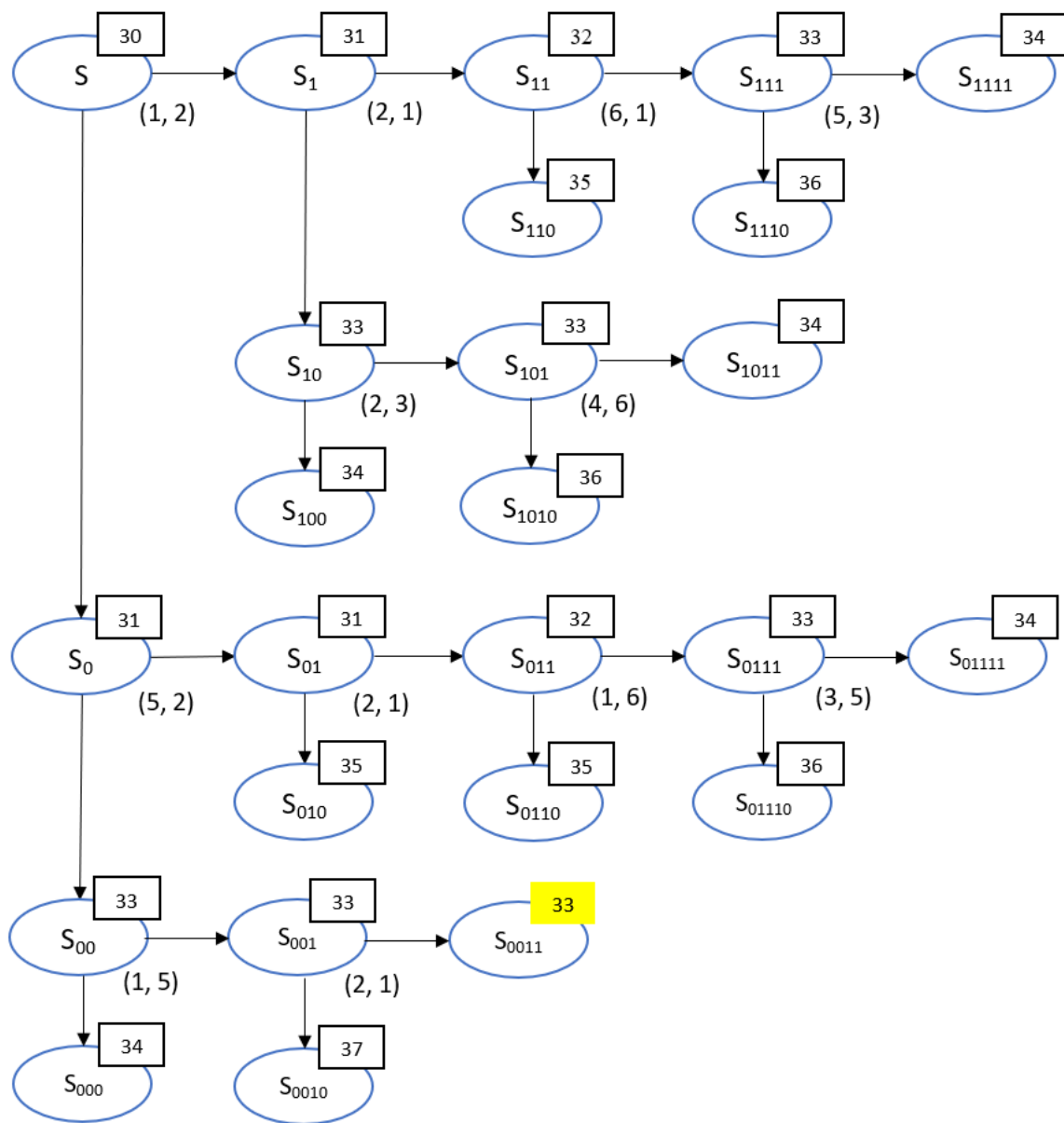
S_{0010}	1	2	3	4	6
2	∞	∞	0	4	1
3	3	0	∞	1	0
4	3	4	1	∞	0
5	∞	∞	1	3	0
6	0	1	0	0	∞

$$b_{0010} = b_{001} + 4 = 37$$

S_{0011}	2	3	4	6
3	0	∞	1	0
4	4	1	∞	0
5	∞	1	3	0
6	1	0	0	∞

S_{0011}	2	3	4	6
3	0	∞	1	0
4	4	1	∞	0
5	∞	1	3	0
6	1	0	0	∞

$$b_{0011} = b_{001} + 0 = 33$$



Определим дугу ветвления для разбиения множества S_{0011}

S_{0011}	2	3	4	6
3	0^1	∞	1	0^0
4	4	1	∞	0^1
5	∞	1	3	0^1
6	1	0^1	0^1	∞

(3, 2)

S_{00110}	2	3	4	6
3	∞	∞	1	0
4	4	1	∞	0
5	∞	1	3	0
6	1	0	0	∞
min	1			

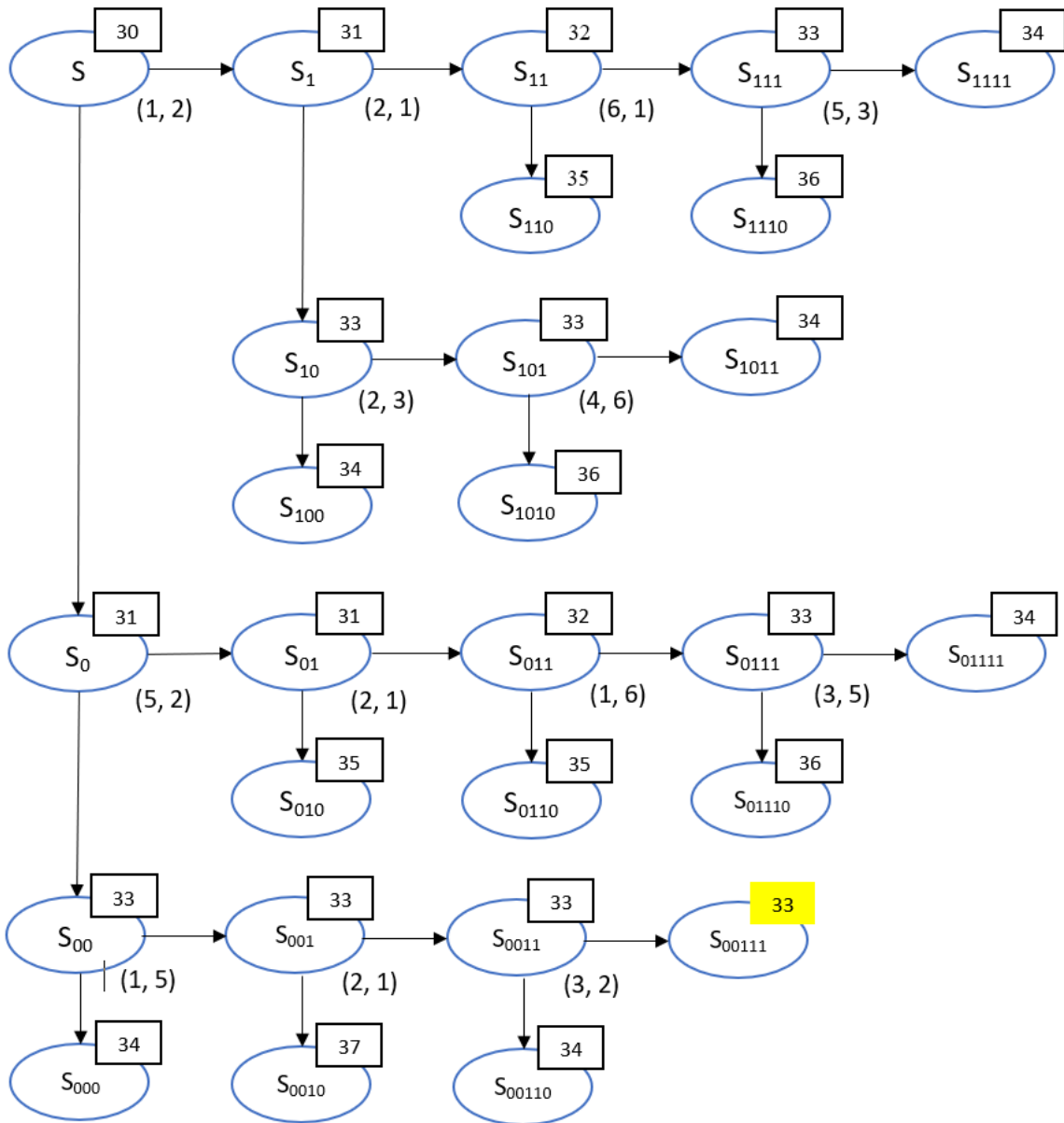
S_{00110}	2	3	4	6
3	∞	∞	1	0
4	3	1	∞	0
5	∞	1	3	0
6	0	0	0	∞

$$b_{00110} = b_{0011} + 1 = 34$$

S_{00111}	3	4	6
4	1	∞	0
5	∞	3	0
6	0	0	∞

S_{00111}	3	4	6
4	1	∞	0
5	∞	3	0
6	0	0	∞

$$b_{00111} = b_{0011} + 0 = 33$$



Определим дугу ветвления для разбиения множества S_{00111}

S_{00111}	3	4	6
4	1	∞	0^1
5	∞	3	0^3
6	0^1	0^3	∞

(5, 6)

S_{001110}	3	4	6	min
4	1	∞	0	
5	∞	3	∞	3
6	0	0	∞	

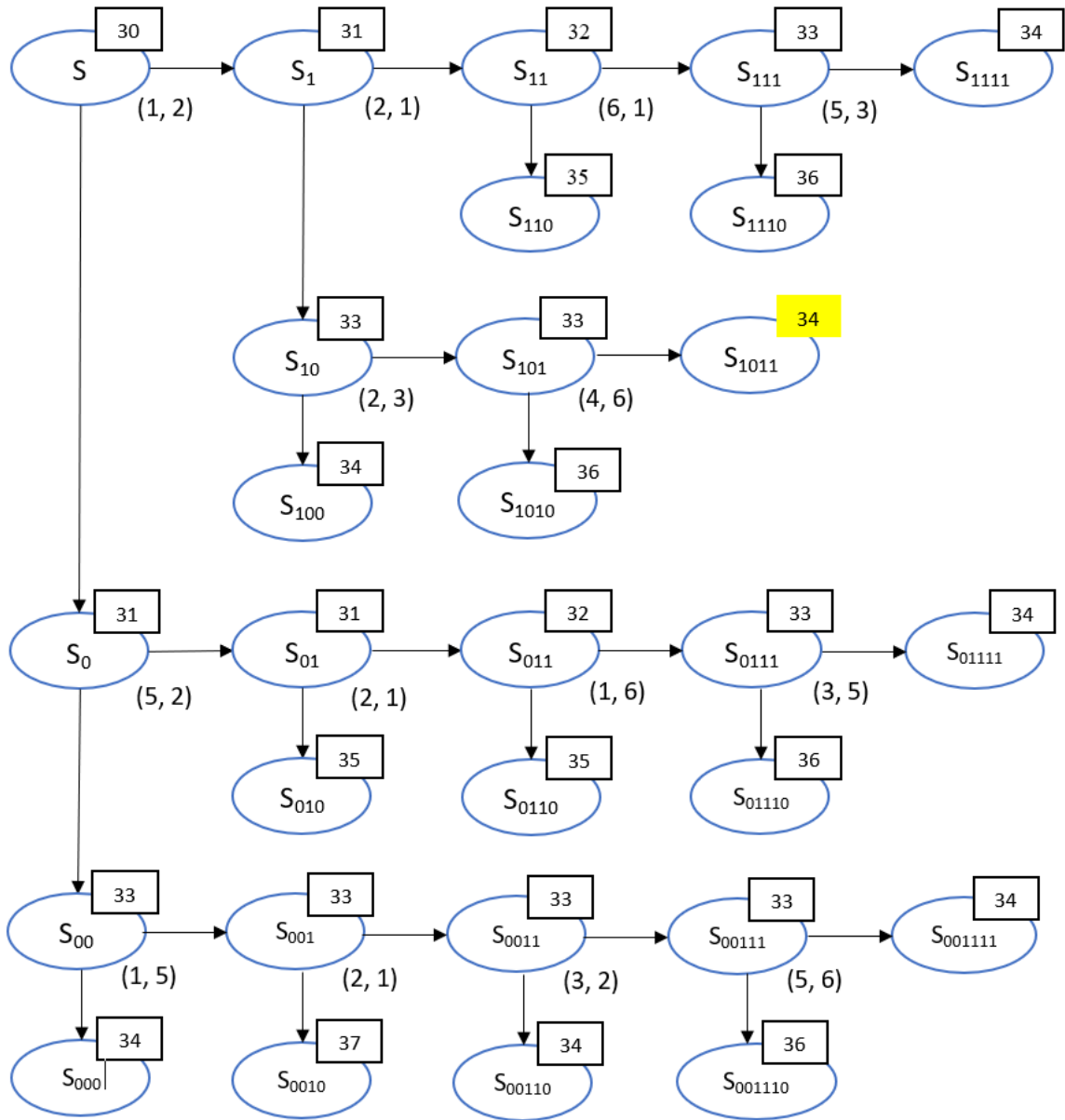
S_{001110}	3	4	6
4	1	∞	0
5	∞	0	∞
6	0	0	∞

$$b_{001110} = b_{00111} + 3 = 36$$

S_{001111}	3	4
4	1	∞
6	∞	0
min	1	

S_{001111}	3	4
4	0	∞
6	∞	0

$$b_{001111} = b_{00111} + 1 = 34$$



Определим дугу ветвления для разбиения множества S_{1011}

S_{1011}	1	4	5
3	∞	0^3	1
5	0^3	2	∞
6	1	∞	0^2

(3, 4)

S_{10110}	1	4	5	min
3	∞	∞	1	1
5	0	2	∞	
6	1	∞	0	
min	2			

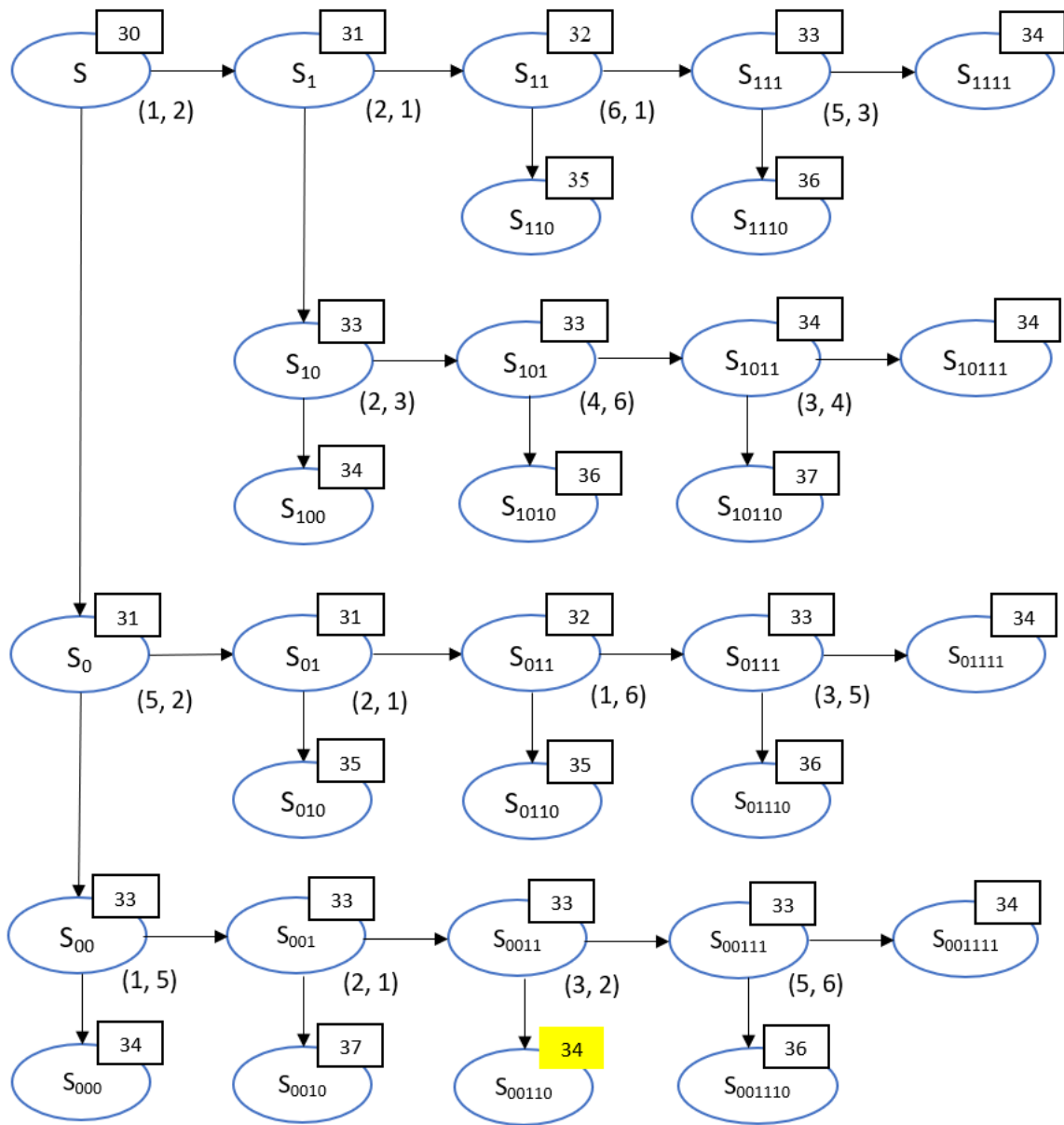
S_{10110}	1	4	5
3	∞	∞	0
5	0	0	∞
6	1	∞	0

$$b_{10110} = b_{1011} + 3 = 37$$

S_{10111}	1	5
5	0	∞
6	∞	0

S_{10111}	1	5
5	0	∞
6	∞	0

$$b_{10111} = b_{1011} + 0 = 34$$



Определим дугу ветвления для разбиения множества S_{00110}

S_{00110}	2	3	4	6
3	∞	∞	1	0^1
4	3	1	∞	0^1
5	∞	1	3	0^1
6	0^3	0^1	0^1	∞

(6, 2)

S_{001100}	2	3	4	6
3	∞	∞	1	0
4	3	1	∞	0
5	∞	1	3	0
6	∞	0	0	∞
min	3			

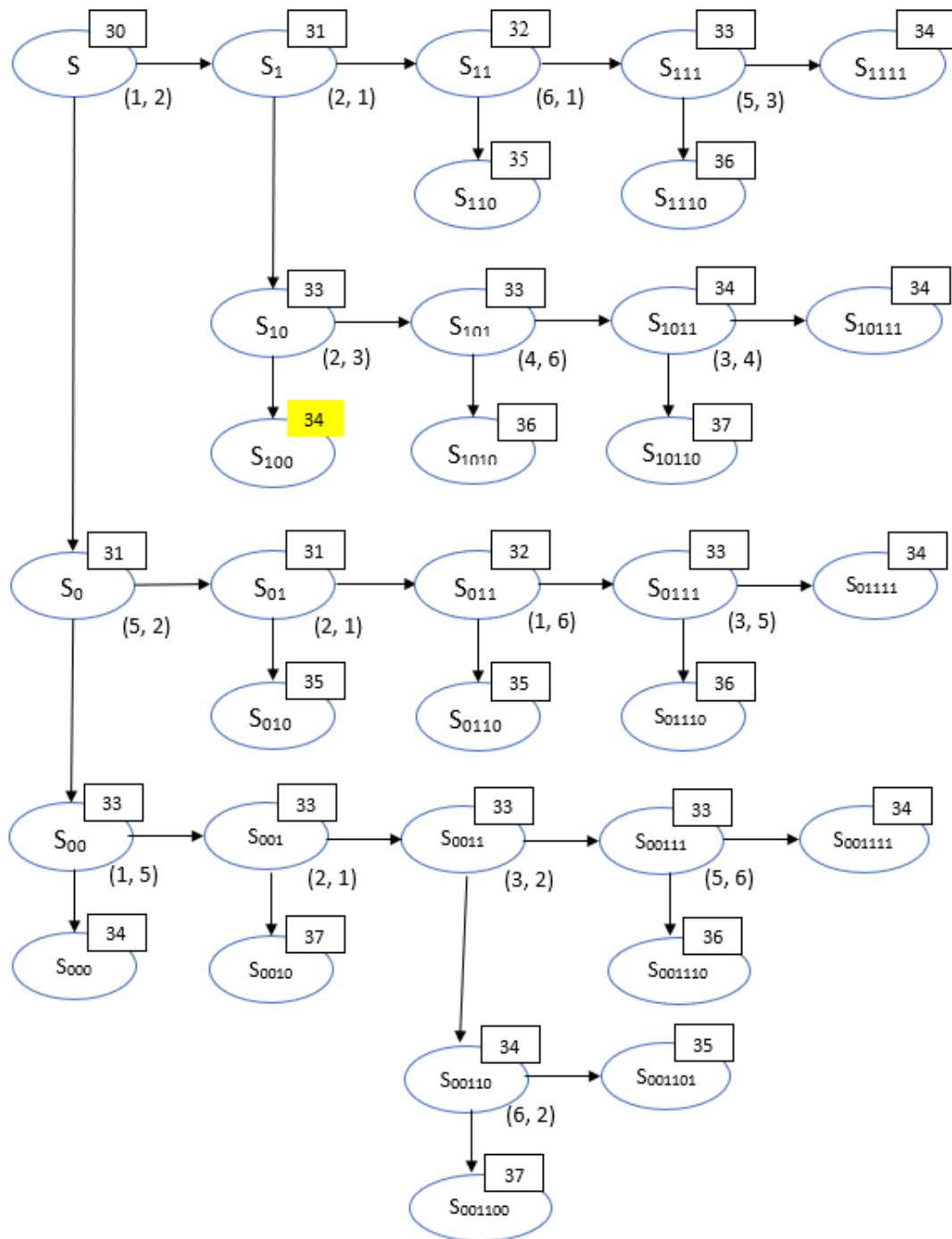
S_{001100}	2	3	4	6
3	∞	∞	1	0
4	0	1	∞	0
5	∞	1	3	0
6	∞	0	0	∞

$$b_{001100} = b_{00110} + 3 = 37$$

S_{001101}	3	4	6	min
3	∞	1	0	
4	1	∞	0	
5	1	3	∞	1

S_{001101}	3	4	6
3	∞	1	0
4	1	∞	0
5	0	2	∞

$$b_{001101} = b_{00110} + 1 = 35$$



Определим дугу ветвления для разбиения множества S_{100}

S_{100}	1	3	4	5	6
2	∞	∞	3	∞	0^3
3	4	∞	1	1	0^1
4	4	1	∞	3	0^1
5	0^1	1	3	∞	0^0
6	1	0^1	0^1	0^1	∞

(2, 6)

S_{1000}	1	3	4	5	6	min
2	∞	∞	3	∞	∞	3
3	4	∞	1	1	0	
4	4	1	∞	3	0	
5	0	1	3	∞	0	
6	1	0	0	0	∞	

S_{1000}	1	3	4	5	6
2	∞	∞	0	∞	∞
3	4	∞	1	1	0
4	4	1	∞	3	0
5	0	1	3	∞	0
6	1	0	0	0	∞

$$b_{1000} = b_{100} + 3 = 37$$

S_{1001}	1	3	4	5
3	4	∞	1	1
4	4	1	∞	3
5	0	1	3	∞
6	∞	0	0	0

S_{1001}	1	3	4	5
3	4	∞	1	1
4	4	1	∞	3
5	0	1	3	∞
6	∞	0	0	0

$$b_{1001} = b_{100} + 0 = 34$$

Определим дугу ветвления для разбиения множества S_{1001}

S_{1001}	1	3	4	5
3	4	∞	1	1
4	4	1	∞	3
5	0^5	1	3	∞
6	∞	0^1	0^1	0^1

(5, 1)

S_{10010}	1	3	4	5	min
3	4	∞	1	1	
4	4	1	∞	3	
5	∞	1	3	∞	1
6	∞	0	0	0	
min	4				

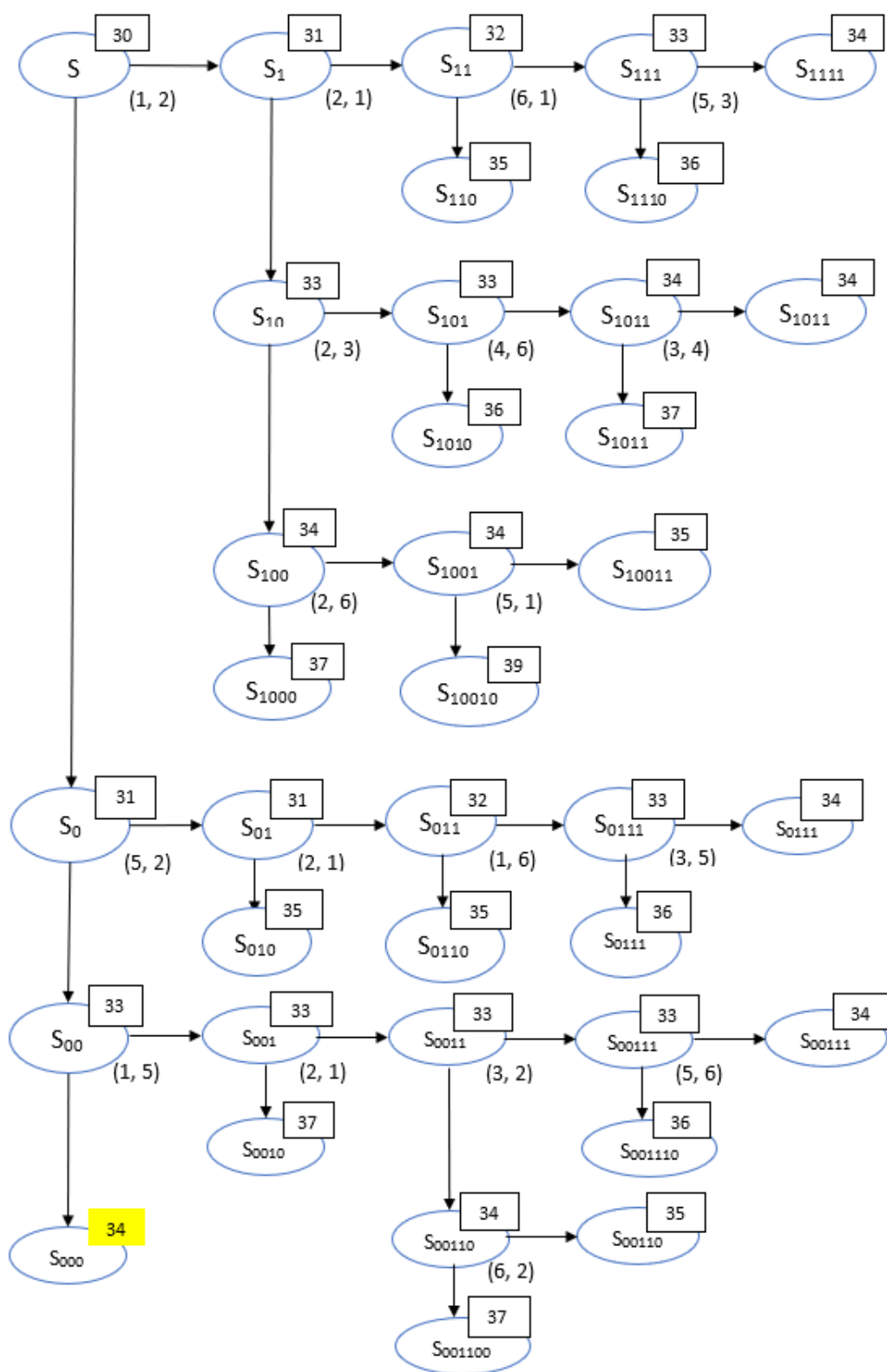
S_{10010}	1	3	4	5
3	0	∞	1	1
4	0	1	∞	3
5	∞	0	2	∞
6	∞	0	0	0

$$b_{10010} = b_{1001} + 5 = 39$$

S_{10011}	3	4	5
3	∞	1	1
4	1	∞	3
6	0	0	∞
min			1

S_{10011}	3	4	5
3	∞	1	0
4	1	∞	2
6	0	0	∞

$$b_{10011} = b_{1001} + 1 = 35$$



Определим дугу ветвления для разбиения множества S_{000}

S_{000}	1	2	3	4	5	6
1	∞	∞	3	3	∞	0^3
2	0^1	∞	3	7	1	4
3	4	0^1	∞	1	1	0^0
4	4	4	1	∞	3	0^1
5	0^0	∞	1	3	∞	0^0
6	1	1	0^1	0^1	0^1	∞

(1, 6)

S_{0000}	1	2	3	4	5	6	min
1	∞	∞	3	3	∞	∞	3
2	0	∞	3	7	1	4	
3	4	0	∞	1	1	0	
4	4	4	1	∞	3	0	
5	0	∞	1	3	∞	0	
6	1	1	0	0	0	∞	

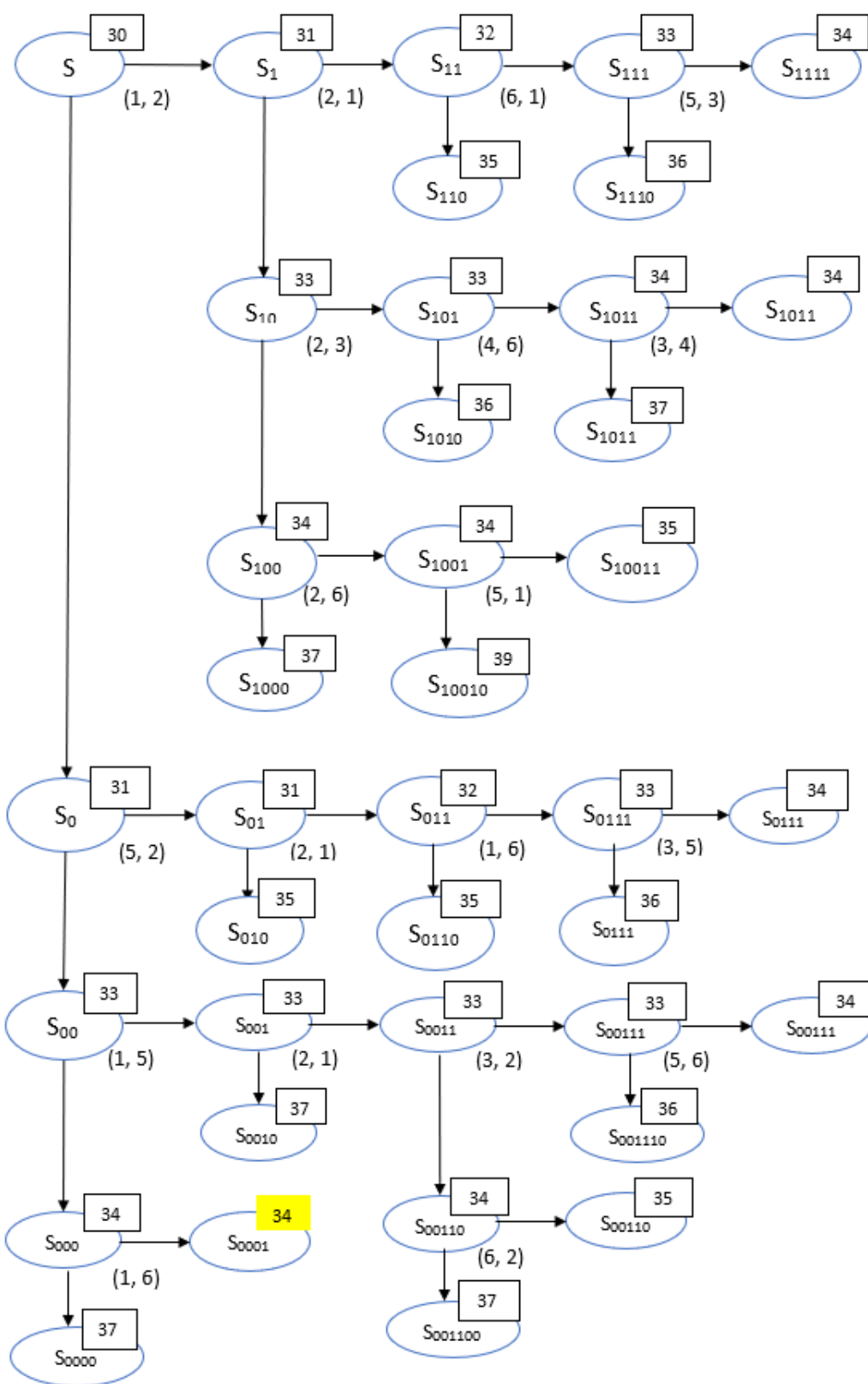
S_{00000}	1	2	3	4	5	6
1	∞	∞	0	0	∞	∞
2	0	∞	3	7	1	4
3	4	0	∞	1	1	0
4	4	4	1	∞	3	0
5	0	∞	1	3	∞	0
6	1	1	0	0	0	∞

$$b_{0000} = b_{000} + 3 = 37$$

S_{0001}	1	2	3	4	5
2	0	∞	3	7	1
3	4	0	∞	1	1
4	4	4	1	∞	3
5	0	∞	1	3	∞
6	∞	1	0	0	0

S_{00001}	1	2	3	4	5
2	0	∞	3	7	1
3	4	0	∞	1	1
4	4	4	1	∞	3
5	0	∞	1	3	∞
6	∞	1	0	0	0

$$b_{0001} = b_{000} + 0 = 34$$



Определим дугу ветвления для разбиения множества S_{0001}

S_{0001}	1	2	3	4	5
2	0^1	∞	3	7	1
3	4	0^2	∞	1	1
4	4	4	1	∞	3
5	0^1	∞	1	3	∞
6	∞	1	0^1	0^1	0^1

(3, 2)

S_{00010}	1	2	3	4	5	min
2	0	∞	3	7	1	1
3	4	∞	∞	1	1	
4	4	4	1	∞	3	
5	0	∞	1	3	∞	
6	∞	1	0	0	0	
min	1					

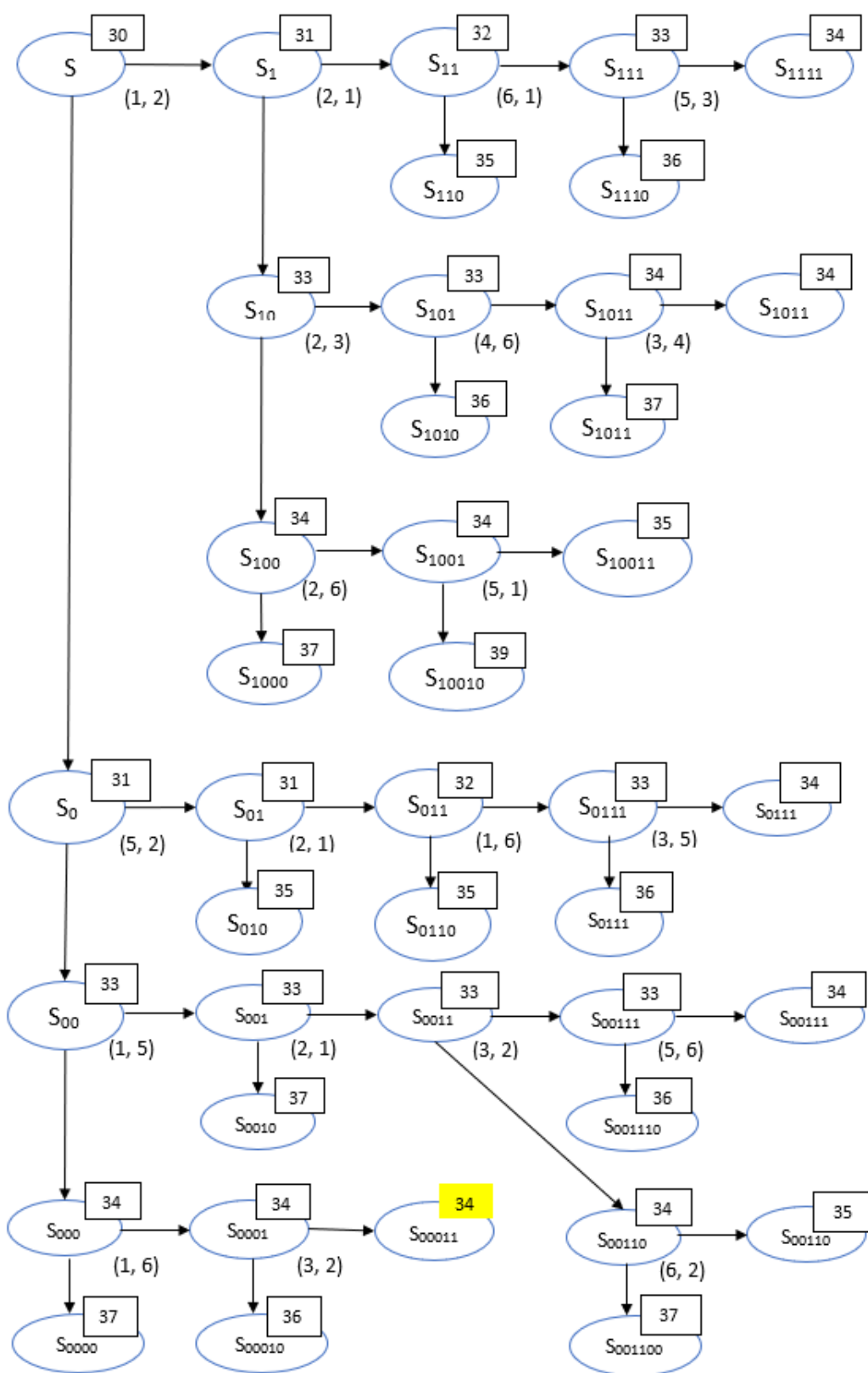
S_{00010}	1	2	3	4	5
2	0	∞	3	7	1
3	3	∞	∞	0	0
4	4	3	1	∞	3
5	0	∞	1	3	∞
6	∞	0	0	0	0

$$b_{00010} = b_{0001} + 2 = 36$$

S_{00011}	1	3	4	5
2	0	∞	7	1
4	4	1	∞	3
5	0	1	3	∞
6	∞	0	0	0

S_{00011}	1	3	4	5
2	0	∞	7	1
4	4	1	∞	3
5	0	1	3	∞
6	∞	0	0	0

$$b_{00011} = b_{0001} + 0 = 34$$



Определим дугу ветвления для разбиения множества S_{00011}

S_{00011}	1	3	4	5
2	0^1	∞	7	1
4	4	1	∞	3
5	0^1	1	3	∞
6	∞	0^1	0^3	0^1

(6, 4)

S_{000110}	1	3	4	5
2	0	∞	7	1
4	4	1	∞	3
5	0	1	3	∞
6	∞	0	∞	0
min			3	

S_{000110}	1	3	4	5
2	0	∞	4	1
4	4	1	∞	3
5	0	1	0	∞
6	∞	0	∞	0

$$b_{000110} = b_{00011} + 3 = 37$$

S_{000111}	1	3	5	min
2	0	∞	1	
4	∞	1	3	1
5	0	1	∞	

S_{000111}	1	3	5
2	0	∞	1
4	∞	0	2
5	0	1	∞

$$b_{000111} = b_{00011} + 1 = 35$$

39

4. Используя весовую матрицу смежности D графа G, построим кратчайшее связывающее дерево T волновым методом.

1		2		3		4		5		6	
λ	ω	λ	ω	λ	ω	λ	ω	λ	ω	λ	ω
0	0	∞	0	∞	0	∞	0	∞	0	∞	0
		5	1	7	1	11	1	3	1	4	1
				4	5	10	5			3	5
				3	6	7	6				

$E(T) = (2, 1), (3, 6), (4, 6), (5, 1), (6, 5)$ Вес дерева $f(T) = \sum_{(i,j) \in E(T)} d_{ij} = \sum_{i=1}^6 \lambda_i = 21$

5. Найдем приближенное решение задачи коммивояжера v_1 с помощью первого алгоритма Кристофидеса.

В графе с удвоенным числом ребер дерева

$E(T) || E(T) = \{(1, 2), (2, 1), (3, 6), (6, 3), (4, 6), (6, 4), (1, 5), (5, 1), (5, 6), (6, 5)\}$

Построим Эйлеров цикл $\mu = (2, 1, 5, 6, 4, 6, 3, 6, 5, 1, 2)$.

Удалим повторения вершин в Эйлеровом цикле для получения приближенного решения $v_1 = (2, 1, 5, 6, 4, 3, 2)$. Вес полученного гамильтонова цикла равен

$f(v_1) = 5 + 3 + 3 + 7 + 8 + 8 = 34$

Вычислим относительную точность полученного решения $\epsilon = \frac{f(v_1) - f(v_0)}{f(v_0)} = \frac{34 - 34}{34} = 0$

Таким образом, найдено точное решение задачи коммивояжера.

6. Найдем приближенное решение задачи коммивояжера v_2 с помощью второго алгоритма Кристофидеса.

Кратчайшее связывающее дерево имеет ребра $E(T) = (2, 1), (3, 6), (4, 6), (5, 1), (6, 5)$

В дереве четыре вершины нечетной степени 2, 3, 4, 6. В оптимальное паросочетание $E(M) = (2, 3), (3, 4)$ входит два ребра.

Строим Эйлеров цикл в графе со множеством ребер

$E(T) || E(M) = \{E(T) = (2, 3), (3, 4), (2, 1), (3, 6), (4, 6), (5, 1), (6, 5)\}$

Полученный эйлеров цикл является одновременно и гамильтоновым

$v_2 = \mu = (2, 1, 5, 6, 4, 3, 2)$. Вес цикла $f(v_2) = 34$

Относительная точность решения $\epsilon = \frac{f(v_2) - f(v_0)}{f(v_0)} = \frac{34 - 34}{34} = 0$

Таким образом, вторым алгоритмом найдено точное решение.