

VILNIAUS UNIVERSITETAS  
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS

Kursinis darbas

Lietuvos akcijų rinkos gražos priklausomybė nuo  
makroekonominių duomenų

Darbą atliko: Manvydas Sokolovas ir Paulius Kostickis

Kursinio vadovas: lekt. dr. Dmitrij Celov

VILNIUS 2016

**MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS**  
**EKONOMETRINĖS ANALIZĖS KATEDRA**

Darbo vadovas lekt. dr. Dmitrij Celov \_\_\_\_\_

Darbo vadovo įvertinimas \_\_\_\_\_

Darbas apgintas \_\_\_\_\_

Darbas įvertintas \_\_\_\_\_

Registravimo NR. \_\_\_\_\_

Atidavimo į Katedrą data \_\_\_\_\_

## Santrauka

Makroekonominiai rodikliai gali padėti nuspėti ateities verslo ciklą, kuris turi įtakos akcijų pelningumui. Naudojant Lietuvos makroekonominis duomenis, matuojamos rizikos premijos, kurios gaunamos už riziką investuojant Lietuvos rinkoje. Šie duomenys iliustruoja Lietuvos ekonominę būklę. Sudarytas „OMX Vilnius“ indekso grąžos įkainojimo ir prognozavimo modelis remiantis arbitražo įkainojimo teorema (angl. APT) siekiant išsiaiškinti, kokie Lietuvos makroekonominiai rodikliai veikia „OMX Vilnius“ indekso grąžas. Sukurta prekybos strategija naudojant sukurta prognozavimo modelį ir strategija palyginta su atsitiktiniu investavimu. Tirti mėnesiniai duomenys nuo 2002 iki 2016 metų. Dalis makroekonominių rodiklių yra reikšmingi vertinant indekso kainos pokyčius. Jų reikšmingumas tirtas dvigubos atrankos metodu. Sukurta strategija ir prognozavimo modelis padeda geriau investuoti lyginant su atsitiktiniu investavimu.

# Turiny

<b>1</b>	<b>Įvadas</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Aktyvų įkainojimas</b>	<b>3</b>
2.1	Rizika ir diversifikavimas . . . . .	3
2.2	Aktyvų įkainojimo modelis (CAPM) . . . . .	4
2.3	Arbitražinė aktyvų įkainojimo teorija (APT) . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Duomenų transformacijos</b>	<b>8</b>
<b>4</b>	<b>Makroekonominių rodiklių reikšmingumas</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Premijinių grąžų prognozavimas</b>	<b>12</b>
5.1	Prognozuojantis modelis . . . . .	12
<b>6</b>	<b>Literatūra</b>	<b>17</b>
<b>A</b>	<b>Priedai:</b>	<b>18</b>
A.1	Kintamieji . . . . .	18
A.2	Duomenų vizualizacija . . . . .	18

# 1 Įvadas

Akcijų pokyčiams yra reikšminga ekonomikos būseną. Ekonominis ciklas turi tendenciją kilti, tačiau jos plėtra vyksta tai sparčiau, tai lėčiau ir galimas nuosmukis. Jei ekonomika auga, tuomet dauguma įmonių padidina savo pelną ir gamybą. Priešingas procesas, kai ekonomika traukiasi. Egzistuoja makroekonominiai rodikliai tokie kaip infliacija, valiutos kursas, palūkanų dydis, kurie padeda įvertinti ekonominę būklę, kuri yra svarbi pelningumui iš aktyvų. Todėl galima būtų manyti, jog makroekonominiai rodikliai koreliuoja su aktyvų gražomis. Tačiau markoekonominių rodiklių poveikis akcijų rinkoms yra nevienareikšmis. Pavyzdžiui, yra atliktas tyrimas Rusijos rinkoje[1], remiantis arbitražo įkainojimo teorija, kurio tyrimo autorius nesugebėjo rasti reikšmingos makroekonominių duomenų įtakos akcijų gražoms. O Šri Lankos[3] ir Indijos[4] rinkoms atlikti empiriniai tyrimai parodė, jog makroekonominiai rodikliai turi įtakos akcijų gražai. Todėl nutarta ištirti Lietuvos akcijų rinkos gražos priklausomybę nuo makro rodiklių remiantis arbitražo įkainojimo teorija (angl. APT) iš daugelių rodiklių atrinkti svarbiausius.

Kylančiose rinkose daug dažniau pasitaiko neteisingai įkainotų finansinių instrumentų nei išvystytose (efektyviose) rinkose. Lietuvos rinką galime priskirti besivystančiosios rinkos kategorijai ir galbūt tyrimo išvadas, naudojant APT, galima bus praktiškai pritaikyti pelningiau investuojant. Todėl kurtas prognozuojantis modelis su investavimo(tiksliu spekuliacinio) strategija ir ji palyginta su atsitiktiniu investavimu.

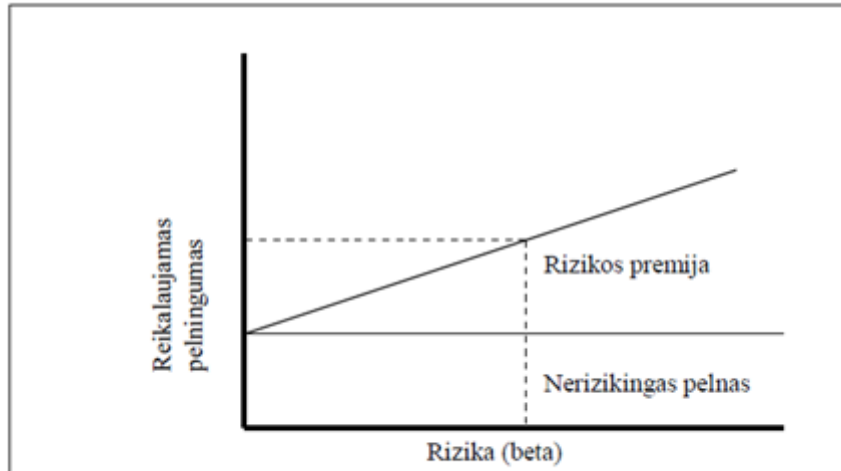
Pirmoje dalyje bus pateikta rizikos ir diversifikavimo svarba ir šio tyrimo matuojamas objektas - rizikos premijos. Vėliau aptariamas aktyvų įkainojimo modelis (CAPM) ir arbitražinė aktyvų įkainojimo teorija (APT) bei jų pritaikymas tyrime. Kadangi jų prielaidos mažai realistiškos, darbe bus sukurtos ir naudojamos kitos prielaidos, tačiau jos sukurtos remiantis diversifikavimo teorija, CAPM ir APT. Kitoje dalyje sudaromas įkainojimo modelis ir tikrinamas rodiklių reikšmingumas naudojant dvigubos atrankos metodologiją. Vėliau kuriamas prognozuojantis modelis, kuriuo bus bandoma nuspėti kito mėnesio OMX Vilniaus indekso gražą ir naudojantis sukurta strategija lyginama su atsitiktiniu investavimo rezultatais, atsitiktinį investavimą simuliuojant monte carlo metodu.

## 2 Aktyvų įkainojimas

### 2.1 Rizika ir diversifikavimas

Investuojant į akcijas, kuo didesnis standartinis nuokrypis, tuo didesnė galimybė prarasti investuotus pinigus. Investicijų kontekste rizika bus matuojama variacija. Taigi rizika ir pajamos iš investicijų yra tiesiogiai tarpusavyje susijusios: kuo didesnė rizika, tuo turėtų būti didesnis laukiamas pelnas iš investicijų, kad jos kompensuotų aukštą rizikos lygį. Priimant investicinį sprendimą svarbus tampa reikalaujamas pelningumas – tai mažiausias laukiamas pelnas, kurio yra reikalaujama už investavimą į rizikingą aktyvą. Investuotojas gali rinktis nerizikingą pelną, pirkdamas nerizikingus vertybinius popierius. Ši nerizikinga pelno norma yra minimumas, kurio gali tikėtis investuotojas nepriimdamas jokios rizikos. Pirkdamas rizikingesnę vertybinę popierių, investuotojas reikalaus rizikos premijos (atpildo už rizikingų vertybinių popierių laikymą). Taigi nerizikinga pelno norma bei rizikos premija sudaro reikalaujamą pelningumą. Ši priklausomybė pavaizduota paveiksle apačioje (1 pav.).

Investiciniams sprendimams priimti esant neapibrėžtumui H. Markowitz pasiūlė portfelio teoriją, leidžiančią investuotojams įvertinti riziką ir laukiamas pajamas. Galimą riziką sumažinti, o pelną padidinti, jei bus investuojama į skirtingas įmones, kurių akcijų kainos juda skirtingomis kryptimis. Diversifikacija eliminuoja nesisteminę riziką dėl dviejų priežasčių: atskiros įmonės akcijos sudaro nedidelę dalį portfelyje, todėl poveikis ( tiek teigiamas, tiek neigiamas) mažai juntamas. Darbe remiamasi prielaida, jog galime diversifikuoti nesisteminę riziką, todėl bus tirama tik sisteminės rizikos teikiamas premijas.



Šaltinis: G.Kancerevyčius, 2003, 329p.

1 pav.:

## 2.2 Aktyvų įkainojimo modelis (CAPM)

Remiantis H. Markowitz sukurta portfelio teorija, buvo pasiūlytas teorinis aktyvų įkainojimo modelis (angl. CAPM). Vienas iš šio modelio kūrėjų William Sharpe ir H. Markowitz gavo Nobelio premiją 1990 m. Šis modelis yra svarbus tuo, jog yra pirmasis modelis, kuris turi aiškų pagrindimą, galima empiriškai testuoti ryšį tarp laukiamo pelno ir rizikos konkurencinėje rinkoje. Pažymėtina, kad šio modelio prielaidos yra labai griežtos, dažnai neatitinkančios realaus gyvenimo. Nepaisant to, vis tiek bandoma testuoti modelį su realiais duomenimis ir galima įvertinti apytikslę sisteminės rizikos premiją remiantis praeities duomenimis. CAPM nedviprasmiškai tvirtina, kad vertybinio popieriaus kovariacija su rinkos portfelium – vienintelis tikras investicinės rizikos šaltinis gerai diversifikuotam portfeliui. Jos formulė:

$$E(Y) - rf = \beta X,$$

čia  $E(Y)$  - vidutinė akcijos grąža,

$rf$  - nerizikingo aktyvo grąža,

$(E(Y) - rf)$  - premija už sisteminę riziką,

$\beta$  - aktyvo rizikingumo jautrumas,

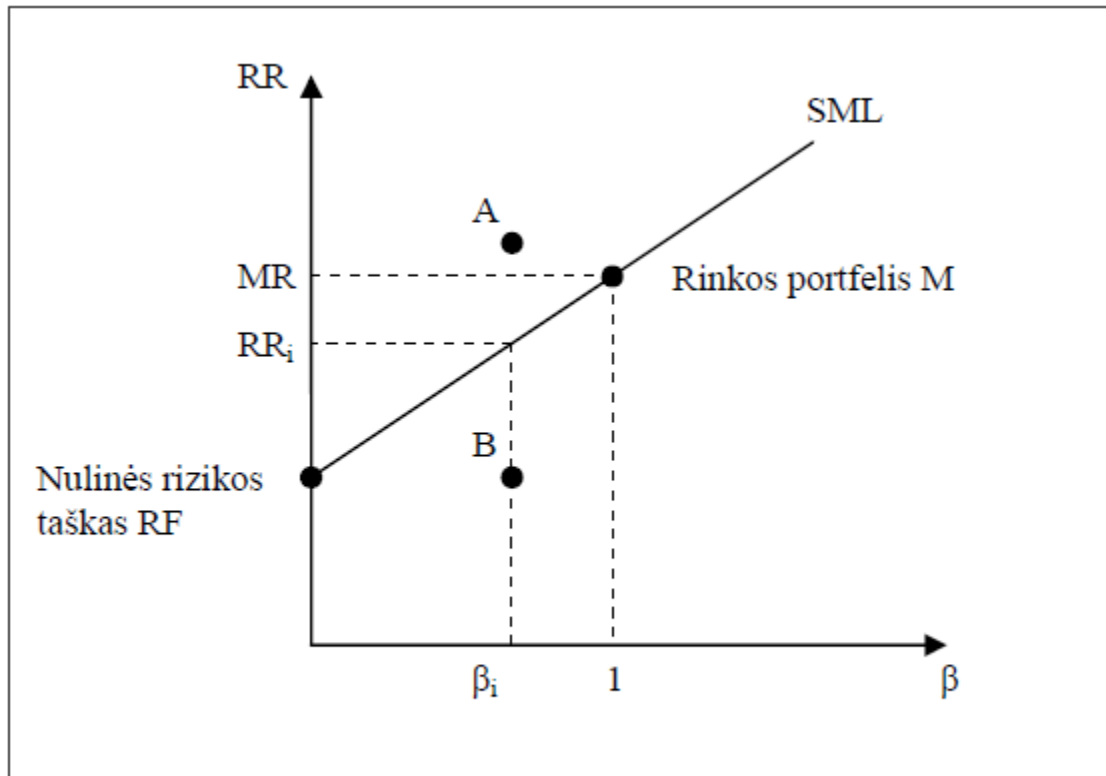
$X$  - visos rinkos grąža.

Pagal CAPM, akcijos tikėtinos grąžos premija priklauso nuo rinkos rezultatų ir specifinės sisteminės rizikos nuo rinkos jautrumo dydžio. Prielaidos yra tokios:

- 1) visi investuotojai vengia rizikos, kuri lygi portfelio pajamų (pelno) normos vidutiniam kvadratiniam nuokrypiui;
- 2) visi investuotojai turi vienodą laiko horizontą (pvz., vienas mėnuo, dveji metai) investiciniam sprendimui priimti;
- 3) visi investuotojai turi vienodą subjektyvų įvertį apie būsimą kiekvieną vertybinio popieriaus pelną ir riziką;
- 4) rinkoje egzistuoja nerizikingoji investicija į turtą, ir kiekvienas investuotojas gali skolintis arba skolinti neribotą jo kiekį su nerizikingąja palūkanų norma;

- 5) į visus vertybinius popierius kapitalą galima investuoti norimu santykiu, nėra išlaidų už sandorius, mokesčių bei apribojimų nepadengtajam pardavimui;
- 6) laisvai prieinama ir vienodai galima informacija apie investicijas visiems investuotojams;
- 7) kapitalo rinkos yra pusiausvyroje.

Iš šių prielaidų daroma implikacija, jog kiekvienas investuotojas turi po mažą dalį visos rinkos ir tam tikrą nerizikingo aktyvo kiekį savo portfelyje, o nerizikingų aktyvo svoris portfelyje nustatomas pagal investuotojų norimą rizikos prisiėmimo kiekį. Teorijos naudojimas ir jos interpretacija aptariama pasitelkiant šį brėžinį:



Šaltinis: V.Sakalauskas, 2003, p.125

2 pav.:

Taške  $RF$  rizikos laipsnis lygus 0. Jei vertybinis popierius yra virš vertybinių popierių rinkos tiesės  $SML$  (taškas  $A$ ), tai reiškia, kad jis nuvertintas, t.y. jis turėtų kainuoti daugiau už tokią teikiamą sisteminę riziką. Šis aktyvas yra patrauklesnis rizikos ir pelno atžvilgiu, todėl pakilus šios akcijos pirkimams ir sumažėjus jo pardavimams akcijos kaina turėtų kilti ir susilyginti su  $SML$  tiese. Ir atvirkščiai, jei vertybinis popierius yra žemiau  $SML$ , tai reiškia, kad jis pervertinamas (taškas  $B$ ), t.y. akcijos kaina yra per didelė su jos teikiama rizika, todėl investuotojai ją turėtų parduoti ir, kainai mažėjant, rizikos ir pelno santykis turėtų susilyginti su  $SML$  tiese. Nors pagal teoriją tokios situacijos neturėtų kilti (kad  $A$  taškas yra aukščiau  $SML$  tiesės ir pan.), virš  $SML$  esančius aktyvus galėtume pirkti, nes jie yra pervertinti. Šiuo principu remsimės ir šiame darbe: bandysime įkainoti kito mėnesio aktyvą ir jei prognozuojama grąža yra didelė, bus perkamos OMX Vilnius indekso pozicijos ir bus tikimasi uždirbti. Tačiau modelis sudaroma bus pagal Arbitražinė aktyvų įkainojimo teoriją, kuri bus aptarta vėliau. Jos interpretacijos negalima paaiškinti Dekarto koordinatų sistema, nes egzistuoja daugiau rizikos faktorių.

CAPM atveju beta(rizikos veiksnys) yra pasirenkamas tos pačios rinkos indeksas, nes rinkos indeksas reprezentuoja visos rinkos portfelį, kurį turėtų būti optimalu pirkti. Kaip minėta anksčiau, prielaidos nėra realistiškos, tačiau ši teorija svarbi interpretuojant riziką, akcijų pelningumą.

## 2.3 Arbitražinė aktyvų įkainojimo teorija (APT)

Kadangi yra tiriamas rizikingumas investuojant Lietuvos rinkoje naudojant makroekonominis duomenis, rizikos veiksnių bus ne vienas kaip CAPM atveju, o daugiau. Tačiau CAPM yra svarbus tuo, kad jo pagrindu buvo kuriami ir tobulinami kiti aktyvų įkainojimo modeliai, kurie galėjo turėti mažiau apribojimų ir prielaidų, taip pat turėti ir daugiau darančių įtaką rodiklių. Vienas iš patobulintų CAPM yra arbitražinė aktyvų įkainojimo teorija (angl. APT). 1966 m. atsirado pirmosios arbitražo įkainojimo teorijos idėjos, kai B. F. King (1966) pradėjo finansinių aktyvų grąžos pokyčius aiškinti ekonominiais duomenimis. Tačiau APT teorijos kūrėju yra laikomas S. A. Ross (1976), kuris pateikė teorijai reikiamas prielaidas ir matematiškai pagrindė šią teoriją. Teorijos pagrindas yra panašus, kaip ir CAPM, t. y. investuotojai reikalauja rizikos premijos už nediversifikuotos (sisteminės) rizikos prisisėmimą. Tačiau norint praktiškai pritaikyti APT, reikia: apibrėžti veiksnus, įvertinti tų veiksnių įtaką portfeliui, įvertinti veiksnių premiją. APT neatsako į klausimus apie veiksnių gausumą ir svarbumą, į kuriuos turi būti atsižvelgta vertinant laukiamas pajamas. Dažniausiai išskiriama nuo 3 iki 5 tokių veiksnių. Jos formulė:

$$E(Y) - rf = \beta_0 + X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + X_3\beta_3,$$

čia  $E(Y)$  - vidutinė akcijos grąža,

$rf$  - nerizikingo aktyvo grąža,

$(E(Y) - rf)$  - premija už sisteminę riziką,

$\beta$  - aktyvų rizikingumo jautrumas tam tikriems rodikliams,

$X$  - rodiklių rezultatai.

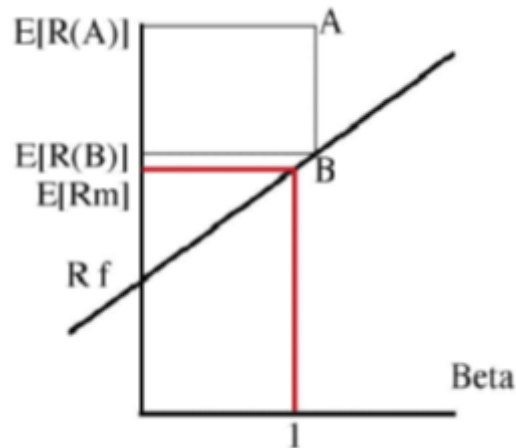
Šis aktyvų įkainojimo modelis yra grindžiamas tuo, jog aktyvo premijinį pelningumą galima numatyti naudojant analizuojamo aktyvo ir daugelio įprastų rizikos veiksnių tarpusavio ryšį. Nenurodoma kokie būtent veiksniai yra svarbūs rizikos premijai, tačiau sukurta S. Ross (1976) arbitražo įkainojimo teorija numato ryšį tarp portfelio pelningumo pasitelkiant daugelio nepriklausomų kintamųjų (makroekonominių veiksnių, tokių kaip infliacija, ekonomikos augimas, tarptautinės gamybos apimtis, palūkanų normos ir t.t.) tiesinę kombinaciją. Darbe bus tiriamas įvairių makroekonominių rodiklių reikšmingumas grąžom ir gebėjimas prognozuoti grąžas remiantis praeities duomenimis. Taigi, pasitelkiant šią įkainojimo teoriją, bus siekiama pasipelninti iš gerai įvertintos kito mėnesio OMX Vilniaus indekso grąžos indeksą perkant arba skolinantis ir parduodant (short sell angl.) OMX Vilniaus indeksą, jei numatomas kito mėnesio neigiama grąža.

Taip pat APT prielaidos yra paprastesnės už CAPM, tačiau vis tiek yra ginčytinos ir negalime teigti, jog realistiškos.

APT taikymo prielaidos:

- 1) finansų rinkos apibūdinamos kaip tobulos ir efektyvios;
- 2) apibrėžtumo atveju investuotojai visada teiks pirmenybę didesnio pelningumo portfeliui;
- 3) egzistuoja tam tikros svarbios sisteminės rizikos, kurios tiesiškai veikia aktyvų pelningumą, t. y. aktyvų pelningumus generuojantį stochastinį procesą galima išreikšti kaip  $n$  rizikos faktorių ar indeksų tiesinę kombinaciją. Be to, investuotojai tas rizikas suvokia ir gali įvertinti aktyvo jautrumą toms rizikoms;
- 4) ekonomikoje yra agresyvių investuotojų, kurie išnaudos aktyvų numatomų pelningumų skirtumus pasinaudodami arbitražu.





3 pav.:

Iliustracija (figure 2):

paveiksle Juoda tiesė B yra S&P 500 indekso vertybinių popierių rinkos tiesė (SML), taškas A yra portfelis, kuris yra aukščiau tiesės. Kai rinka pasiekusi pusiausvyrą, remiantis CAPM tokia situacija neįmanoma, nes galimas tik vienas visiems prieinamas optimalus portfelis. Tačiau pavaizduota situacija yra praktiškai galima. Pagal APT tokia situacija galima, kai yra daugiau rizikos veiksnių nei įskaičiuota modelyje.

Taigi investuotojai pasitelkia šią įkainojimo teoriją, siekdami pasipelnėti iš neteisingai įvertintų (dažniausiai nepakankamai įvertintų) aktyvų. Tačiau neteisingai įkainoto aktyvo kaina skirsis nuo tos, kuri nustatoma šio modelio dėka. Tokiu būdu investuotojai, norintys pasinaudoti arbitražu ir gauti faktiškai nerizikingą pelną, sieks palaikyti trumpas pervertinto aktyvo pozicijas ir kartu laikyti ilgas portfelio (kurio pagrindu yra atliekami APT skaičiavimai) pozicijas.

Jei APT prielaidos patenkinamos, tuomet laukiami pelningumai bus išsidėstę arti SML, o aktyvas turės tiek rizikos charakteristikų, kiek yra veiksnių. APT teorijos prielaidos yra artimesnės realybei negu CAPM, nes ne visi investuotojai elgiasi vienodai rinkoje, net jei jų elgsena grindžiama racionalumu, t. y. APT nereikalauja CAPM prielaidų tenkinimo dėl investuotojų naudingumo funkcijų. Be to, ne kiekvienas investuotojas yra linkęs turėti rinkos portfelį kaip vienintelę alternatyvą, t. y. APT nereikalauja CAPM prielaidos tenkinimo dėl rinkos portfelio savybių (kad jis apima visus rizikingus aktyvus ir yra efektyvus vidurkio-dispersijos prasme). Naudodami Lietuvos makro duomenis, matuojama rizikos premijos, kurios gaunamos už riziką investuojant Lietuvos rinkoje. Makroduomenys iliustruoja Lietuvos ekonominę būklę.

### 3 Duomenų transformacijos

Duomenys yra mėnesiniai ir apima laikotarpį nuo 2002 metų iki 2016 metų, ankstesnių duomenų nepavyko išgauti.

OMX Vilnius indeksas transformuojamas į mėnesinius procentinius pokyčius:  $r(t) = (\log(X(t)) - \log(X(t-1)))$ , čia  $X(t)$  - OMX indekso mėnesinė kaina nuo laiko (mėnesio)  $t$ ,  $r(t)$  yra indekso mėnesinis pokytis procentais. Tokiu pačiu būdu gaunama kitų akcijų indeksų grąža logaritmuojant ir imant pokyčius S&P350 Europe indeksų kainas, kasybos ir karjerų eksploatacijos, mažmeninės prekybos, industrinės produkcijos indeksus. Euribor buvo pateiktas metinėmis palūkanomis, transformuojami į mėnesines palūkanas. Dolerio/euro valiutų kursas, pasitikėjimo ir lūkesčių rodikliai yra imami mėnesiniai pokyčiai.

Tikrinami duomenys po transformacijų ar turi vienetinę šaknį (stacionarumo tikrinimas), atliekamas Dickey-Fuller testas:

	OMX	SP350	SP500	kk	dll	nedarbas	infliacija	mhope	phope	pramhope
p	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.52	0.01	0.01	0.01

	shope	ta	ul	vhope	vp	mp	palukanos	gkl	ip	kursas
p	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.51	0.01	0.01	0.01

Visų kintamųjų, išskyrus infliaciją, p - value mažiau už 0.05, galime atmesti  $H_0$ , kad turi vienetinę šaknį, visi kintamieji, išskyrus infliaciją, yra stacionarūs. Reiškia visus duomenys, išskyrus infliaciją, galime naudoti tyrime.

## 4 Makroekonominų rodiklių reikšmingumas

Yra du pagrindiniai tikslai: ištirti reikšmingumą ir prognozuoti ateities grąžas naudojantis makroekonominis duomenis. Remiamasi anksčiau aptarta teorija, tačiau su pakitusiomis prielaidomis. Manoma, kad CAPM ir APT prielaidos nėra realistiškos, taip pat manoma, jog griežčiausia efektyviosios rinkos hipotezė negalioja, jog vis dėlto yra viešai prieinama informacija (makroekonominiai duomenys), kuri padeda pelningiau investuoti. Tačiau remiamės teorijų išvadomis apie rinkų dėsningumus. Diversifikavus portfelį lieka tik sisteminė rizika, už kurią gauname rizikos premiją. Sudarytas portfelis iš OMX Vilniaus indekso yra gan neblogai diversifikuotas, turintis dešimtis skirtingų akcijų, todėl bus manoma, jog lieka tik sisteminės rizikos. O sisteminė rizika nusako kokio dydžio turi būti premijinė grąža, t. y. kuo didesnė sisteminė rizika, tuo didesnio pelno turėtume laukti. Nustatant rizikos veiksnį vadovaujamasi CAPM ir APT logika, jog reikia įtraukti didesnės rinkos poveikį portfeliui ir makroekonominis duomenis, o jų priklausomybė su premijine portfilio grąža turėtų būti tiesinė. Todėl į prognozavimo ir reikšmingumo modelį įtraukiamas S&P 350 Europe indeksas kaip veiksnys paaškinantis portfelio, sudaryto iš OMX Vilniaus indekso, premijines grąžas, nes Europos rinką galime teigti, jog reprezentuoja S&P 350 Europe, Lietuvos rinka priklauso nuo Europos rinkos. Tai darbo prielaidos yra tokios:

- 1) portfelis, sudarytas pagal OMX Vilnius indeksą, yra pakankamai diversifikuotas ir egzistuoja tik sisteminės rizikos premijos;
- 2) rinkos nėra visada pusiausvyroje ir viešai prieinama informacija padeda prognozuoti OMX Vilniaus indekso grąžas;
- 3) portfelio, sudaryto iš OMX Vilnius indekso, premijinės grąžos yra tiesiškai priklausančios nuo pavėlintų makroekonominų rodiklių.

Nors, pagal APT, sisteminę riziką gali paašškinti makroekonominiai rodikliai, tačiau APT neapibrėžia kurie rodikliai yra tikrai reikšmingi. Todėl kuriant reikšmingumo ir prognozavimo modelius, bus tiriami 17 makroekonominų rodiklių. Visi rodikliai sudėti į modelį ir atmetami pagal žingsninę regresiją minimizuojant AIC. Reikšmingumas tiriamas naudojant dvigubos atrankos (double selection) metodą pagal AIC rodiklį. Pavėlinti rodikliai galbūt gali geriau paašškinti premijinę grąžą, tad rodiklių pavėlinimas nustatomas pagal didžiausią kryžminę koreliaciją. Pradinis ekonometrinis modelis:

$$OMX_t - rf_t = \beta_0 + SP350_t \beta_1 + kasybairkarjerueksplotacija_{t-1} \beta_2 + darbolgyiolkesiai_{t-1} \beta_3 + nedarbas_t \beta_4 + mameninsprekybospasitikjimas_{t-3} \beta_5 + paslaugsektoriauspasitikjimas_{t-12} \beta_6 + pramonspasitikjimas_t \beta_7 + statybpasitikjimas_{t-1} \beta_8 + usakymolkesiai_{t-10} \beta_9 + vartotojpasitikjimas_{t-4} \beta_{10} + versloptrosaktyvumas_t \beta_{11} + mameninprekyba_{t-1} \beta_{12} + gamintojkainlygis_{t-9} \beta_{13} + industrinprodukcija_{t-4} \beta_{14} + EUR/DOLkursas_{t-2} \beta_{15} + u_t$$

Pagal žingsnine regresija minimizuojančia Akaike kriterijų atrenkami tik reikšmingi kintamieji, tada ekonometrinis modelis yra toks:

$$OMX_t - rf_t = \beta_0 + SP350_t \beta_1 + mameninsprekybospasitikjimas_{t-3} \beta_2 + paslaugsektoriauspasitikjimas_{t-12} \beta_3 + pramonspasitikjimas_t \beta_4 + usakymolkesiai_{t-10} \beta_5 + mameninprekyba_{t-1} \beta_6 + gamintojkainlygis_{t-9} \beta_7 + EUR/DOLkursas_{t-2} \beta_8 + u_t$$

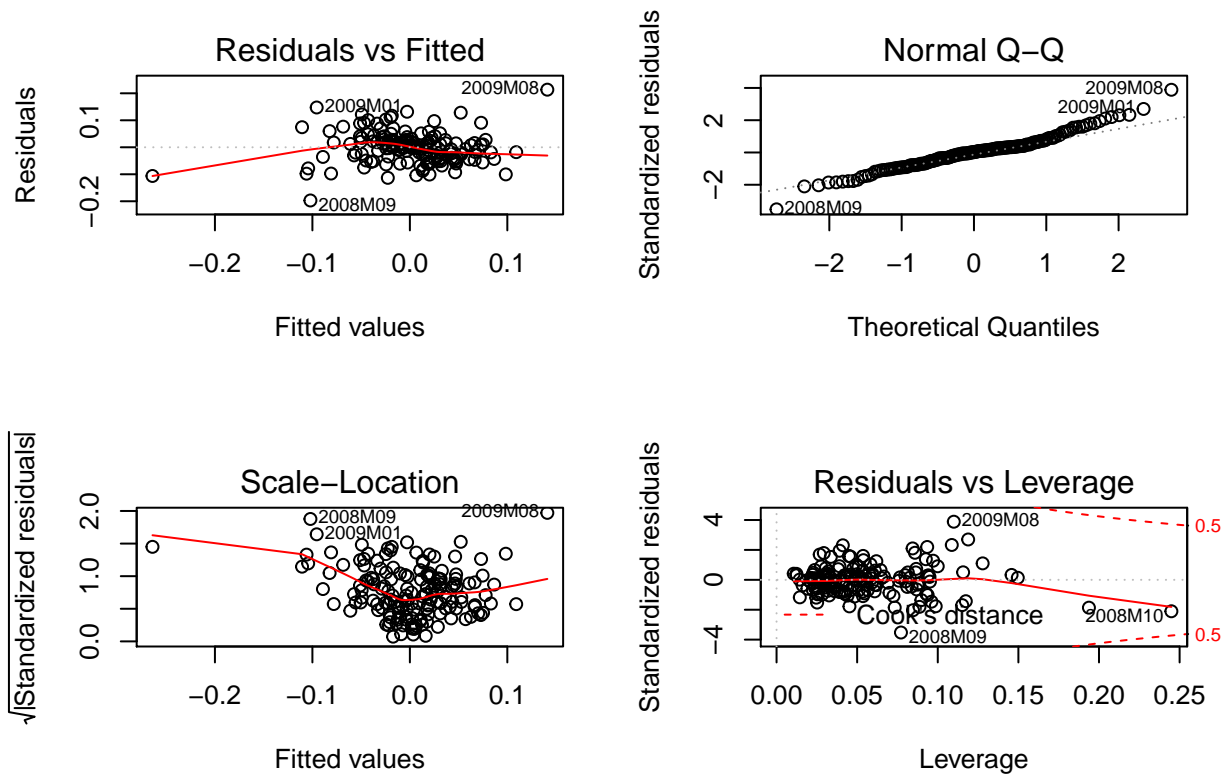
Atliktas paklaidų homoskedastiškumo testas - paklaidų homoskedastiškumo prielaida pažeista. Tai gali iškreipti modelio statistines išvadas, todėl taikoma stabilizuotų liekamųjų paklaidų regresija. Pritaikyta HC3 pataisa:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	0.0069337	0.0048435	1.431540	0.1543696
SP350	0.5356981	0.1323451	4.047737	0.0000828
lag(mhope, 3)	0.1876504	0.0997607	1.881006	0.0619223
lag(phope, 12)	0.1055229	0.0860481	1.226325	0.2220109

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
lag(pramhope, 0)	0.2407311	0.1270575	1.894663	0.0600745
lag(ul, 10)	0.0443947	0.0237740	1.867361	0.0638157
lag(mp, 1)	0.1027893	0.0547842	1.876258	0.0625758
lag(gkl, 9)	-1.5685382	0.4811534	-3.259954	0.0013808
lag(kursas, 2)	0.3456334	0.1244855	2.776496	0.0062006

```
## $r.squared
## [1] 0.4282868
```

Kintamiesiems atrinkti ankstiniai(lag'ai) pagal didžiausią kryžminę koreliaciją su OMX Vilnius indekso gražomis. Sudarytas modelis iš daugybės kintamųjų ir atliktas stepAIC. Didelė dalis makroekonominių duomenų buvo nereikšmingi, tačiau aptikome ir keletą reikšmingų kintamųjų. Modelis paaiškina apie 34 procentų OMX Vilnius indekso gražos pokyčių.



```
##
## Shapiro-Wilk normality test
##
## data: modelis$res
## W = 0.97527, p-value = 0.006145
```

Tikrinama autokoreliacija:

```
##
## Box-Ljung test
##
## data: modelis$res
## X-squared = 0.51929, df = 1, p-value = 0.4711
```

Tikrinamas normalumas paklaidų:

```
##
## Shapiro-Wilk normality test
##
## data: modelis$residuals
## W = 0.97527, p-value = 0.006145
```

## 5 Premijinių grąžų prognozavimas

### 5.1 Prognozuojantis modelis

Tarkime  $t$  žymi mėnesį, kurį žinome vėliausiai iš 169 mėnesių ir iš turimų  $t$  mėnesių prognozuojamas  $t+1$  mėnesio premijinės grąžos. Surinkta iš viso 170 mėnesių duomenys. Vertinant kito mėnesio OMX Vilniaus premijines grąžas, t.y. laiko momentui  $t+1$ , modelyje kintamųjų duomenys gali būti vėliausias  $t$  laiko momento, nes turi būti žinomi rodiklių duomenys  $t$  laiko momentu. Dėl paprastumo premijinę grąžą žymėsime  $R(t+1) := Y_{t+1}$ . Duomenų pavėlinimus renkantis pagal kryžminę koreliaciją (visi aiškinantieji rodikliai turi būti ankstesni negu prognozuojamų premijinių grąžų mėnesiai) ir atrenkami kintamieji pagal žingsninę regresiją minimizuojant AIC. Tokiu algoritmu gaunamas prognozavimo modelis:  $R(t+1) = \beta_0 + SP350_t\beta_1 + mameninsprekybospatitikjimas_{t-3}\beta_2 + paslaugsektoriauspasitikjimas_{t-12}\beta_3 + pramonspasitikjimas_t\beta_4 + usakymolkesiait_{t-10}\beta_5 + mameninprekyba_{t-1}\beta_6 + gamintojkainlygis_{t-9}\beta_7 + EUR/DOLkursas_{t-2}\beta_8 + u_{t+1}$

$k$ -uoju mėnesiu vadinsime mėnesį nuo kurio pradama prognozuoti kito mėnesio premijinė grąža, t. y. turint  $k$ -tuosius mėnesius įvertinamas prognozuojantis modelis OLS metodu ir prognozuojamas  $k+1$  mėnesis, tada turint  $k+1$  mėnesius vėl naujai įvertinamas prognozuojantis modelis OLS metodu ir prognozuojamas  $k+2$  mėnesio premijinė grąža ir t.t. iki 169-to mėnesio, kai iš turimų 169 mėnesių įvertinamas prognozuojantis modelis ir prognozuojamas paskutinio turimo mėnesio premijinė grąža. Iš turimų  $t = k, k+1, \dots, 169$  prognozuojama atitinkamai  $t = k+1, k+2, \dots, 170$  mėnesiai.

Prognozuojama ir reali rizikų premijinės OMX Vilniaus indekso grąžos:

```
progn=numeric()
for(i in 12:168){
  modelis = lm(OMX ~ lag(SP350,1) + lag(phope,12) + lag(ul,10)+lag(mhope, 3)+ lag(gkl, 9)+ lag(ip,1)
  a=predict(modelis, data3[1:i+1,])
  progn=append(progn,a[length(a)])
}
```

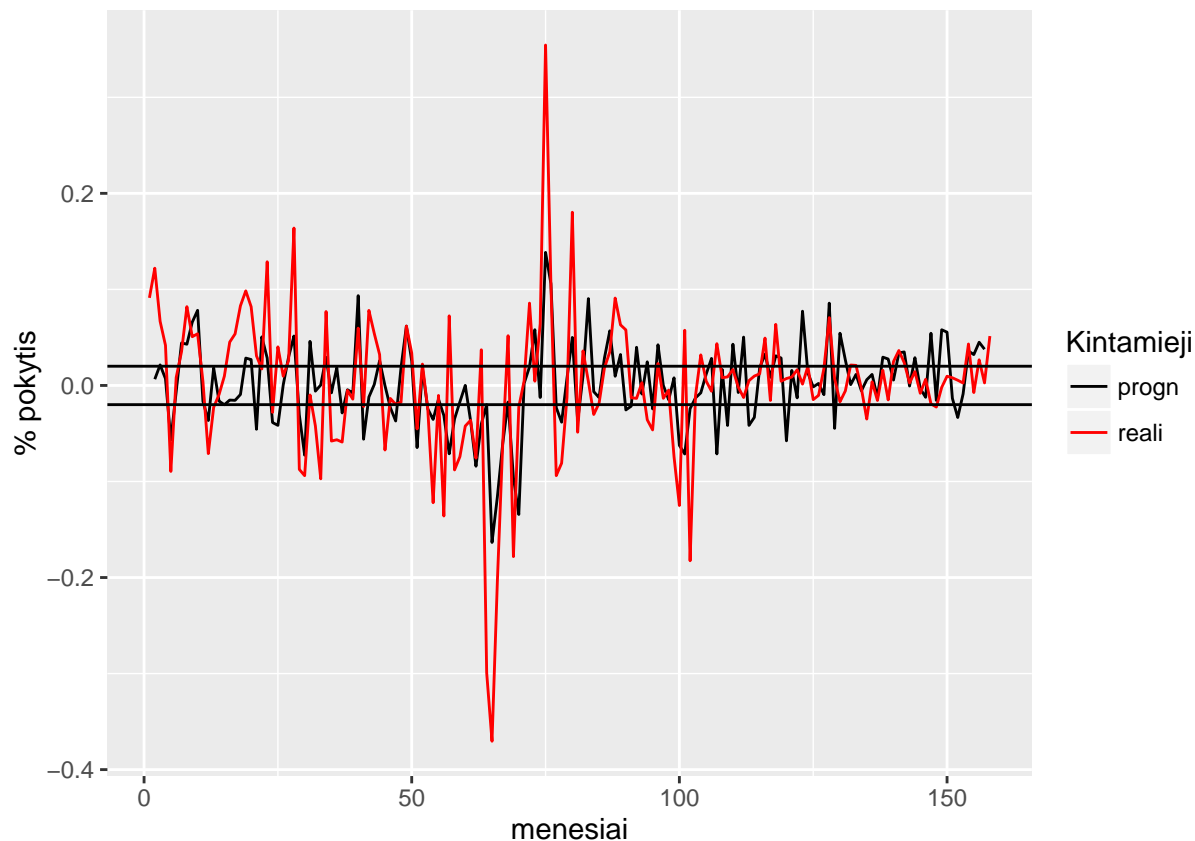
```
progn=as.numeric(progn)
a=cbind(progn,data3$OMX[13:length(data3$OMX)])
```

```
## Warning in cbind(progn, data3$OMX[13:length(data3$OMX)]): number of rows of
## result is not a multiple of vector length (arg 1)
```

```
a=data.frame(a)

menesiai=c(1:158)
a=cbind(menesiai,a)
rownames(a)=NULL
colnames(a)=c("menesiai", "progn", "reali")
akc = melt(a, id=c("menesiai"))
ggplot(akc) + geom_line(aes(x=menesiai, y=value, colour=variable)) +
  scale_colour_manual(values=c(1:2))+ylab("% pokytis")+
  guides(col=guide_legend(title="Kintamieji")) +
  geom_hline(yintercept = 0.02) + geom_hline(yintercept ==-0.02)
```

```
## Warning: Removed 2 rows containing missing values (geom_path).
```



##Prognozuojančio modelio testavimas

Strategija: perkamas portfelis, reprezentuojantis OMX Vilnius indeksą,  $t$  laiko momentu, jei  $t+1$  laiko momentu prognozuojama didesnė negu 2% premijinė grąža ir portfelis yra parduodamas kitą mėnesį, kai jau žinoma premijinė grąža ir matome investavimo rezultatą. Taigi jei  $\widehat{R(t+1)} > 2$ , perkamas portfelis, lygiai toks pat kaip OMX Vilnius indeksas, ir fiksuojam mėnesio grąžą. Kad išnaudoti prognozuojamą kritimą, pasiskolinamas ir parduodamas (angl. short sell) portfelis, sudarytas pagal OMX Vilniaus indeksą. Kitaip tariant, jei  $\widehat{R(t+1)} < 2$ , tai pasiskolinamas ir parduodamas (angl. short sell) portfelis, sudarytas pagal OMX Vilniaus indeksą, ir kitą mėnesį grąžinama akcijos skola, fiksuojama sandorio grąža. Šiuo atveju grąža bus teigiama jei bus indekso akcijų kritimas. Taigi, turint  $t$  mėnesių duomenis, gaunamas įvertis  $\widehat{R(t+1)}$  pagal įvertinį:  $\widehat{R(t+1)} = \beta_0 + SP350_t \beta_1 + mameninsprekybospasitikjimas_{t-3} \beta_2 + paslaugsektoriauspasitikjimas_{t-12} \beta_3 + pramonspasitikjimas_t \beta_4 + usakymolkesiai_{t-10} \beta_5 + mameninprekyba_{t-1} \beta_6 + gamintojkainlygis_{t-9} \beta_7 + EUR/DOLkursas_{t-2} \beta_8 + u_{t+1}$ . Kai  $\widehat{R(t+1)} > 2$ , bus perkama ir po mėnesio parduodama; kai  $\widehat{R(t+1)} < 2$  bus pasiskolinama ir parduodama, kitą mėnesį atperkamos akcijos (mėnesio short sell'as).

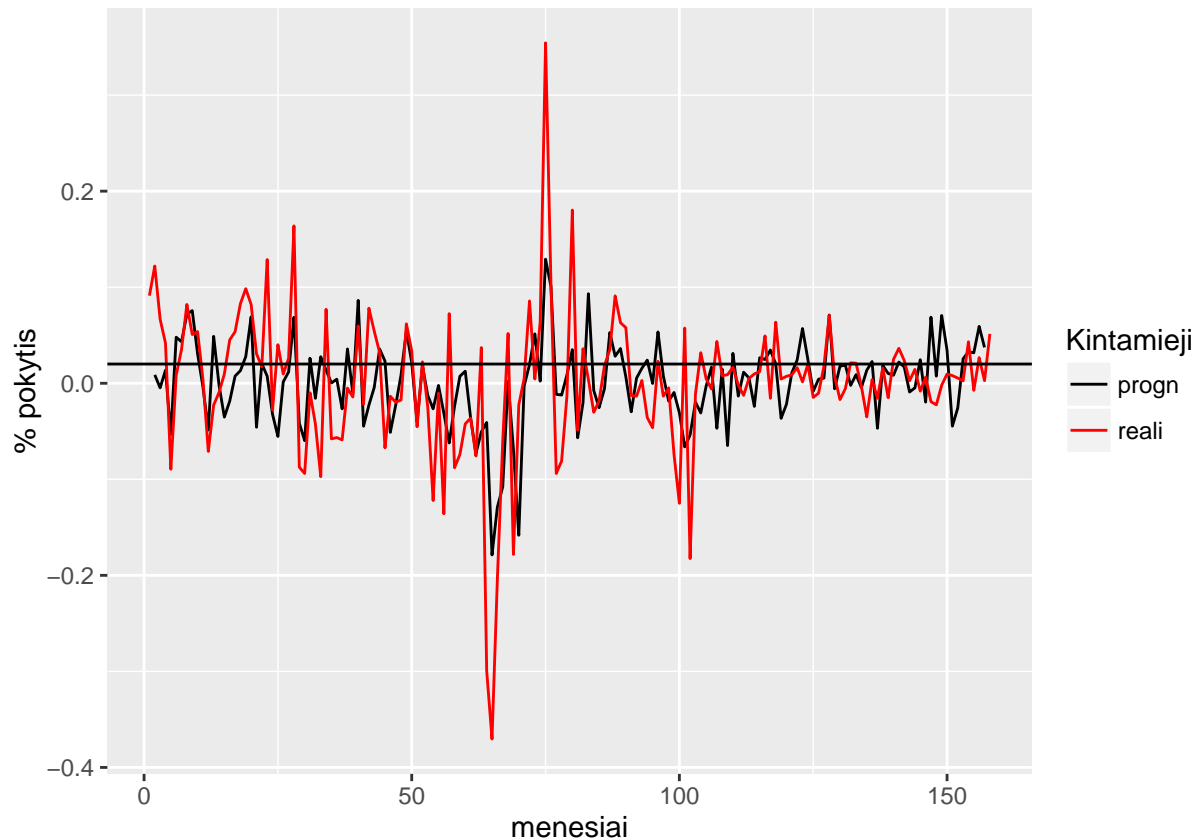
Ši strategija pratestuojama su atsitiktiniu investavimu, kuris yra generuotas monte carlo metodu. Atsitiktinio investavimo sąlygos tokios pačios: tiek pat pirkimų kaip ir su strategija, jei buvo galimybė tą mėnesį investuoti su strategija, tai su atsitiktiniu investavimu taip pat. Galimi mokesčiai neįtraukiami į skaičiavimus.

Šių modelių prognozių grafikas remiantis modeliu ir tuo metu turima imtimi (prognozuojama  $t+1$ -ojo mėnesio grąža iš  $t$  mėnesių). Linijos eina ties -2% ir +2 % grąža, ši riba svarbi kaip matysime vėliau, naudojantis prognozuojan

Prognozuojama ir reali akcijų grąža:

```
## Warning in cbind(progn, data3$OMX[13:length(data3$OMX)]): number of rows of
## result is not a multiple of vector length (arg 1)
```

## Warning: Removed 2 rows containing missing values (geom\_path).



Kadangi yra modeliai, remiantis jais bus bandoma investuoti. Čia aprašoma galimos investavimo strategija, į mokesčius bus neatsižvelgiama. Strategija: tarkime dabar  $t$  mėnesis ir turimi mėnesio  $t$  ir ankstesnių mėnesių duomenys, prognozuojama  $t+1$  mėnesio grąža pagal modelį (įvertinį) nr. 1), gaunamas įvertis  $r(t+1)$ . Modelio koeficientai (betos) prie kintamųjų įvertinamos mažiausių kvadratų metodu iš turimų duomenų laiko momentu  $t$ . Jei  $r(t+1) > 2$  (matuojama %), tai tada bus perkama OMX Vilnius indeksas  $t$  laiko momentu ir parduodama  $t+1$  laiko momentu, tikroji grąža bus lygi  $OMX(t+1)$ . Bandoma atlikti tik pelningesnius pirkimus prognozuojant  $t+1$  grąžą, todėl įvertis ne tik teigiamas turi būti, bet ir didesnis už pasirinktą skaičių, šiuo atveju už 2%.

Strategijos pelningumas, kai nuo  $k$ -tojo imties mėnesio prognozuojamas  $k+1$  mėnesio grąža ir naudojama strategija. Čia  $k$  sveikasis skaičius mažesnis už 169 (visų turimų duomenų skaičius - 1). Tada imama  $k+1$  imtis ir prognozuojama  $k+2$  mėnesio grąža ir naudojama pirkimo strategija ir t.t. kol pasiekiamas 169 mėnesis ir prognozuojamas paskutinis 170-tas mėnesis. Jeigu  $k$ -tojo mėnesio indeksas perkamas, tuomet  $OMX(k)$  sumuojama su kitais pirkimais. Skaitoma, kad perkama su vienodu pinigų kiekiu kiekviename pirkime, taigi grąžų suma bus turto prieaugis procentais. Rezultatas:

`kable(lentele)`

prad. imt. dyd.	strateg. grąža %	vid. atsit.pirk. grąža %	tikim., kad geriau už atsikt. pirk.	pirk. sk.	strat. vid. g
30	1.596	-0.151	1.000	55	
70	1.217	-0.184	1.000	36	
100	0.352	0.092	0.954	27	
130	0.189	0.140	0.762	18	
140	0.081	0.091	0.438	14	
150	0.084	0.075	0.590	10	



Pradini imties dydis anksčiau buvo vadintas  $k$ -tuoju mėnesiu strategijos pritaikymo apraše.

Nėra nustatyto modelio, kiekvienam mėnesiui didėjant gali keistis modelis ir koeficientai. Modelis sudaromas pagal tokį algoritmą: nustatomas geriausias vėlinimas kintamajam pagal kryžminę koreliaciją, reikšmingiausi kintamieji atrinkami pagal žingsninia regresij AIC. Lyginama kartu su atsitiktiniu investavimu.

prad. int. dyd.	strateg. graza %	vid. atsit.pirk. graza %	tikim., kad geriau uz atsikt. pirk.	pirk. sk.	strat. vid. g
30	1.596	-0.151	1.000	55	
70	1.217	-0.184	1.000	36	
100	0.352	0.092	0.954	27	
130	0.189	0.140	0.762	18	
140	0.081	0.091	0.438	14	
150	0.084	0.075	0.590	10	

Strategija geriau pasirodė nei atsitiktinis investavimas.

```
pirkimai=function(pradzia,formula_prog){
  pirkti=numeric()
  for(i in pradzia:168){
    modprog <- lm( formula_prog, data = data3[1:i,])
    a=predict(modprog, data3[1:i+1,])
    a=a[length(a)]
    if(matrix(a)[1]>0.02){pirkti=append(pirkti,i+1)}
  }
  return(pirkti)
}

pirkimai=pirkimai(30,formula_prog)
sum(data3$OMX[31:170]>0)
```

```
## [1] 75
```

```
sum(data3$OMX[31:170]<0)
```

```
## [1] 65
```

```
sum(data3$OMX[pirkimai]>0)
```

```
## [1] 38
```

```
sum(data3$OMX[pirkimai]<0)
```

```
## [1] 17
```

```
sum(data3$OMX[31:170]>0)/sum(data3$OMX[31:170]<0)
```

```
## [1] 1.153846
```

```
sum(data3$OMX[pirkimai]>0)/sum(data3$OMX[pirkimai]<0)
```

```
## [1] 2.235294
```

```
pirkimai2=function(pradzia){  
  pirkti=numeric()  
  for(i in pradzia:168){  
  
    lagdata=data.frame()  
    for (u in 3:length(data4[1,])){  
      ccfvalues <- Find_Max_CCF(data4$OMX,data4[1:i,u],u)  
      if(u==3){lagdata=ccfvalues}  
      else{lagdata=rbind(lagdata,ccfvalues)}  
    }  
  
    mod=lm(OMX~lag(SP350,lagdata[1,2])+lag(kk,lagdata[2,2])+lag(d11,lagdata[3,2])+lag(nedarbas,lagdata[4,2]))  
  
    modprog=stepAIC(mod, direction="both")  
  
    a=predict(modprog, data4[1:i+1,])  
    a=a[length(a)]  
    if(matrix(a)[1]>2){pirkti=append(pirkti,i+1)}  
  }  
  
  return(pirkti)  
}
```

## 6 Literatūra

- [1] Mauri Paavola, Tests of the Arbitrage Pricing Theory using Macroeconomic Variables in the Russian Equity Market.
- [2] Chris Brooks, Introductory Econometrics for Finance.
- [3] Prabath Suranga Morawakage, Relationship between Macro – Economic Variables and Stock Market Performance of Colombo Stock Exchange.
- [4] Sagarika Mishra, Do Macro - Economic Variables explain Stock - Market Returns? Evidence using a Semi-Parametric Approach.
- [5] University of Pennsylvania, The Capital Asset Pricing Model: An Application of Bivariate Regression Analysis.
- [6] Aistė Launagaitė, Vertybinių popierių rizikos ir pelningumo modelių įvertinimas.
- [7] Oleg Urminsky, Christian Hansen, Victor Cherzohukov, Using Double-Lasso Regression for Principled Variable Selection.
- [8] <http://ec.europa.eu/eurostat/data/database>

## A Priedai:

### A.1 Kintamieji

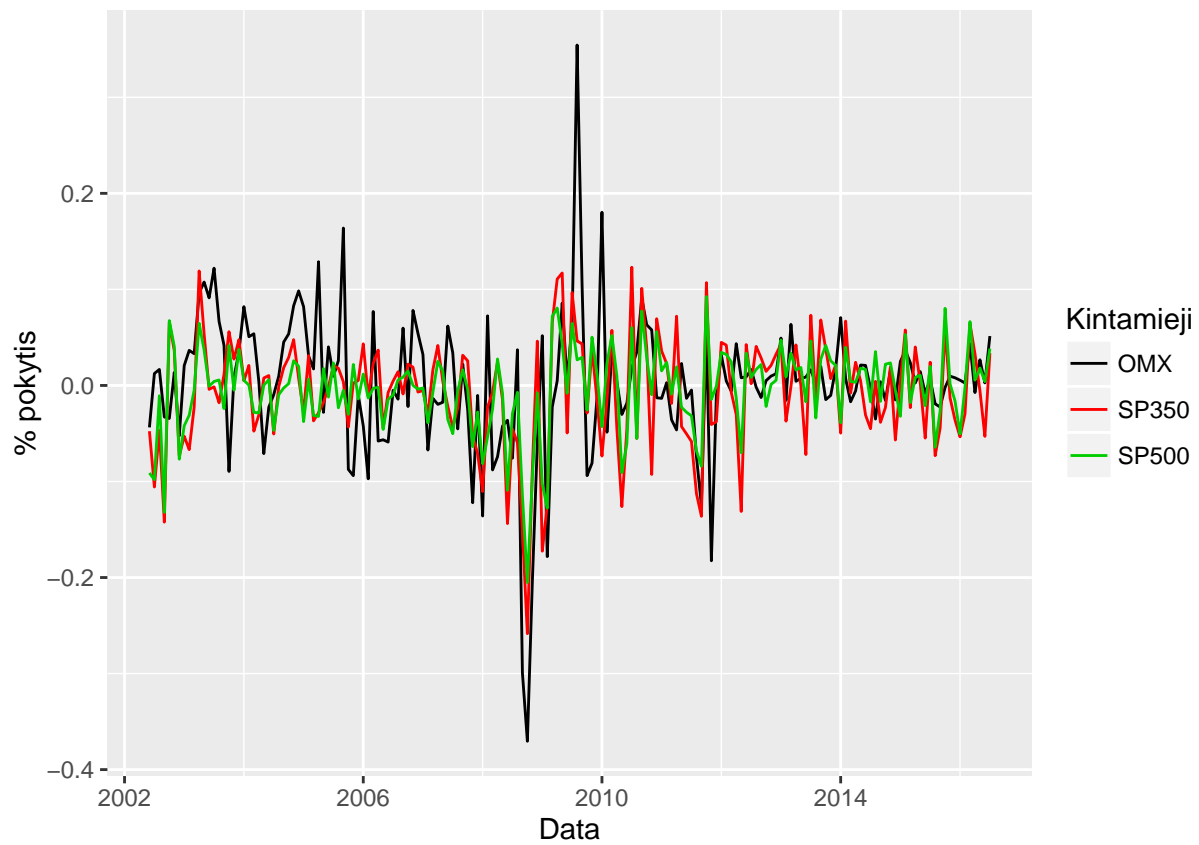
Darbe naudojami mėnesiniai duomenys nuo 2002 metų birželio iki 2016 metų liepos. Duomenys gauti iš Eurostat ir Europos Centrinio Banko svetainių. Susiduriama su mėnesinių rodiklių trūkumu: BVP, gyventojų pajamos, pinigų paklausa yra ketvirtiniai duomenys. Taip pat žvelgiant pasauliniu mastu, Vilniaus akcijų birža yra smulki, o akcijų likvidumas čia taip pat žemas. Nepaisant šių problemų, buvo rasta koreliacija tarp kai kurių makroekonominių duomenų ir OMX Vilnius indekso gražų.

- S&P 350 Europe - tai indeksas sudarytas iš 350 didžiausių Europos imonių akcijų.
- S&P 500 - tai indeksas sudarytas iš 500 didžiausių Amerikos imonių akcijų.
- Euribor 3 mėnesių - palūkanų norma už kurią Europos bankai skolina pinigus vieni kitiems trijų mėnesių laikotarpiui.
- Euro ir JAV dolerio valiutos kursas.
- Nedarbas - darbingų nedirbančių žmonių skaičius 1000 žmonių.
- Pramonės gamintojų kainos - matuoja vidutinę kainų raidą, visų produktų bei paslaugų iš pramonės sektoriaus ir parduotų vidinėje rinkoje. Procentinis pokytis nuo praeito mėnesio.
- Infliacija - 12 mėnesių infliacija apskaičiuota pagal mažmeninės prekybos indeksą.
- Industrinė produkcija - indeksas matuoja produkcijos kiekį nuo gamybos, kasybos, elektros ir dujų pramonės. Atskaitiniai metai 2010 (2010m. indeksas = 100).
- Darbo lygio ir užsakymų lūkesčiai - mėnesinės apklausos, teigiamų ir neigiamų atsakymų santykis.
- Pasitikėjimo indikatoriai - pramonės, mažmeninės prekybos, vartotojų, paslaugų, statybų. Tai yra apklausų teigiamų ir neigiamų atsakymų santykis.
- Mažmeninė prekyba, išskyrus variklinių transporto priemonių ir motociklų prekybą- indeksuotas rodiklis (2010m indeksas = 100).

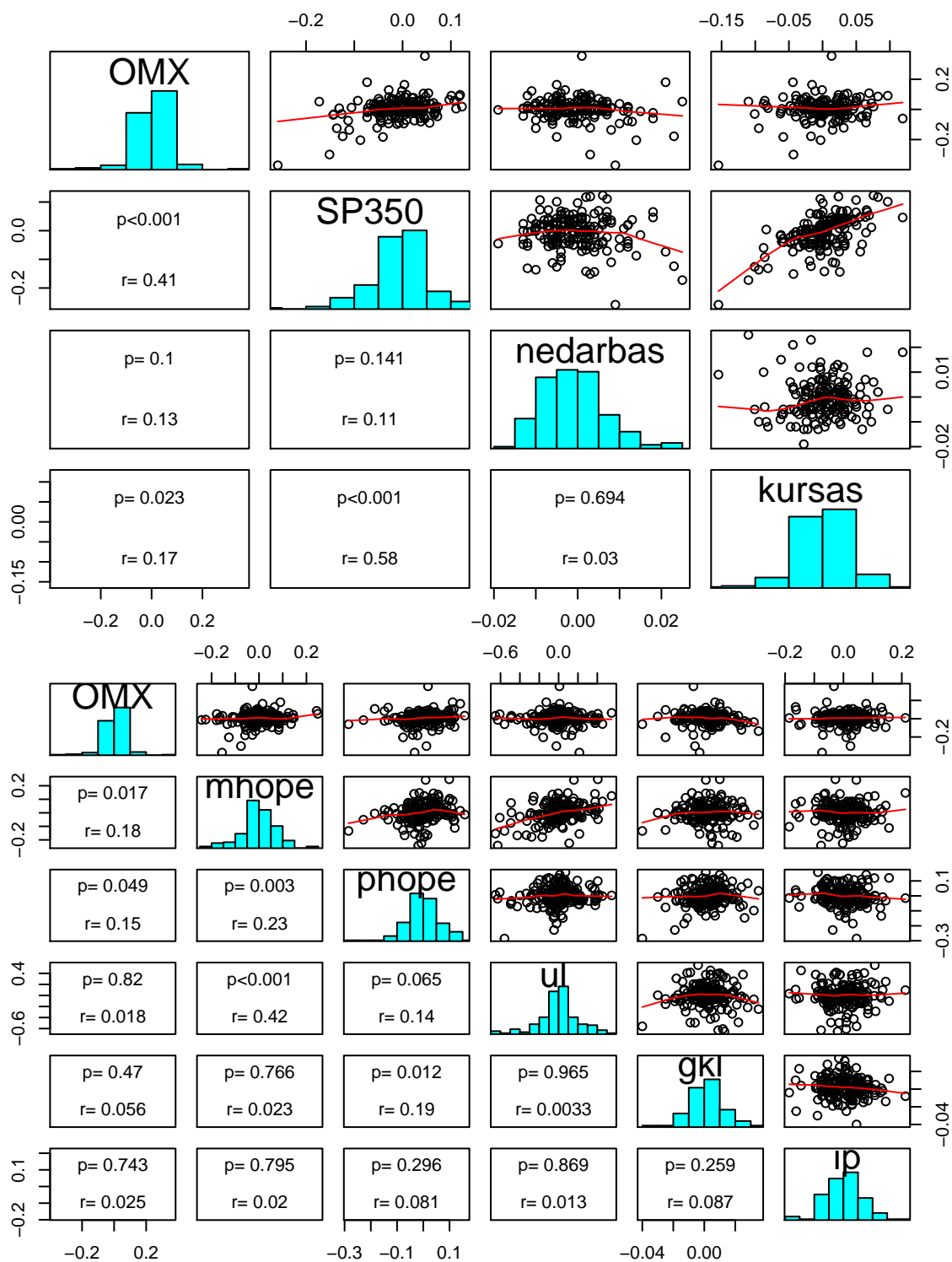
### A.2 Duomenų vizualizacija

S&P350 Europe indeksas yra įtraukiamas, remiantis CAPM. Galima teigti, jog OMX Vilniaus indeksas yra stipriai susijęs su S&P350 indeksu ir šis indeksas gerai apibūdina sistemine riziką kaip ir kitoms Europos rinkoje esančioms akcijoms. Pagal CAPM turėtų matytis koreliacija tarp OMX Vilniaus indekso ir S&P 350 Europe. Koreliacija aiškiai matoma grafike. Tai patvirtina, jog reikėtų bandyti įtraukti Europos indeksą aiškinant gražų premijos riziką.

Akcijų indeksų mėnesiniai procentiniai pokyčiai:



Kintamųjų koreliacija su OMX Vilnius.  $r$  - koreliacijos koeficientas,  $p$  - koreliacijos reikšmingumas:



- Kaip ir buvo tikėtasi tarp kintamųjų ir OMX Vilnius rasta nestipri koreliacija, tačiau reikšminga.