Tarea programada 2

Esta tarea puede realizarse en parejas o individual. Por favor asegúrese de enviarle al asistente los dos nombres y números de carné.

Para esta tarea, puede escoger entre los siguientes lenguajes de programación o paquetes:
C/C++, Fortran, Python, Mathematica, Maxima y gnuplot.
Puede usar una combinación de lenguajes o paquetes, y puede usar paquetes adicionales de cálculo científico para C, Fortran of Python (p.ej., GLS, Sympy, Numpy o Matplotlib). El uso de inteligencia artificial está prohibida porque el objetivo de la tarea es ejercitar sus habilidades de solución de problemas. En un documento PDF aparte, usted debe colocar los resultados y respuestas a los enunciados de abajo, y añadir un pequeño párrafo que describa cómo lo hizo, un solo párrafo por problema. Por ejemplo, si usted define una función

```
def puntos_menos_cero(n,L):
    puntos = np.linspace(-L,L,n)
    puntos[np.isclose(puntos,0)] = np.nan
    return puntos
```

su descripción debe contener una frase que diga algo así como "hicimos una función que crea una lista de puntos y se asegura que ninguno de ellos sea cero". Atención: ese párrafo no tiene puntos, pero si no aparece no se calificarán los demás resultados del problema. Ud. debe enviar el código/códigos que utilizó para generar los resultados como archivos adjuntos a su solución. El contenido del párrafo de descripción debe ajustarse al código que usted envió. Se harán controles aleatorios de correspondencia entre lo que dice el párrafo y el código que usted envió. El objetivo de estos controles es disuadir la simple copia de resultados e incentivar que el estudiante (-ae) comprenda cómo se resuelve el problema de forma programada.

Cada problema tiene el mismo valor (1/5), que se reparte equitativamente por cada inciso.

Lista de tareas

Problema 1

Grafique las siguientes funciones (cada línea en la misma gráfica):
- $L_0(x), L_1(x), L_2(x), L_3(x)$ en un intervalo $x > 0$
- $H_0(x), H_1(x), H_2(x), H_3(x)$ en un intervalo que incluya valores negativos y positivos de x.
- $J_0(x), J_1(x), J_2(x), J_3(x)$ en un intervalo $x > 0$
- $J_{-1/2}(x), J_{1/2}(x), J_{3/2}(x)$ en un intervalo adecuado de x
- $Y_{1/2}(x), J_{1/2}(x)$ en un intervalo adecuado de x
- $h_1^{(1)}(x), h_1^{(2)}(x), h_2^{(1)}(x), h_2^{(2)}(x)$ (funciones de Hankel esféricas) en un intervalo adecuado de x.

Problema 2

Demuestre gráficamente que dos polinomios dados de (a) Legendre y (b) Chebyshev son ortogonales. Para ello, siga estos pasos:
- Elija dos combinaciones diferentes de l,m para $P_l(x), P_m(x)$.
- Haga el producto de ambas y no olvide la función peso.
- Grafique ese producto en el intervalo de ortogonalidad.

- Explique gráficamente por qué la integral de esa gráfica es cero.
- ¿Qué tiene que ver este resultado con la paridad de los polinomios?
- Repita este procedimiento con dos polinomios de Chebyshev.

Problema 3

- Haga una función que imprima una lista de los índices posibles de la función asociada de Legendre dado un valor de l. Sugerencia de presentación: haga que el formato de impresión sea como `P_{l}^{m} (x)`, es decir, p.ej., `P_1^0 (x)`.
- Liste todos los armónicos esféricos para $l = 1,2,3,4$ (esto es, imprima las funciones de forma indicada como en el punto anterior)
- Haga una gráfica tridimensional de la parte real de los armónicos esféricos $l = 3,\ m = 0$ y $l = 2,\ m = -2$. Sugerencia: esta gráfica puede hacerla de varias formas. Una muy sencilla es graficar una superficie esférica en 3D de forma paramétrica con `ax.plot_surface()` y colorear los puntos pasándole a esta función el argumento `facecolors=cm.seismic(colors)` donde colors es la parte real normalizada del armónico esférico por graficar.

Problema 4

Considere el problema 1 del segundo examen parcial con $f(r) = J_0(k_{00}r)$, $v = 1$, $a = 2$. Grafique $z(r, t)$ para varios valores de t (usted los elige). ¿Ve cómo vibra la membrana del tambor?

Problema 5

- Calcule el perímetro de una elipse con semieje mayor = 8 y semieje menor = 4, utilizando la integral elíptica que corresponda (puede encontrar una implementación en scipy).
- Considere un péndulo de largo $\ell = 0.8$ m cuya masa puntual se suelta desde $\theta_0 = 70°$ (ese ángulo se mide desde la horizontal). (a) Calcule el periodo de ese péndulo en segundos por medio de la integral elíptica que corresponda. (b) Repita el cálculo con $\theta_0 = 6°$. (c) para ambos ángulos iniciales, calcule el error relativo al periodo calculado con el péndulo simple.

Problema 6

Considere el ejemplo 11.4.4 de las notas de Heidy (solución de la ecuación de difusión en 1D). Tomando en cuenta términos hasta de orden $n = 5$ en la expresión final para la solución completa $u(x, t)$,

- reproduzca el panel derecho de la figura 11.10. Puede en su lugar graficar $u(x)$ para varios valores de t, si le parece más fácil.
- Para $t = 2$ s, calcule el error relativo al límite dado para $t \to \infty$, es decir, $u(x, t \to \infty) = T_0 x / \ell$.