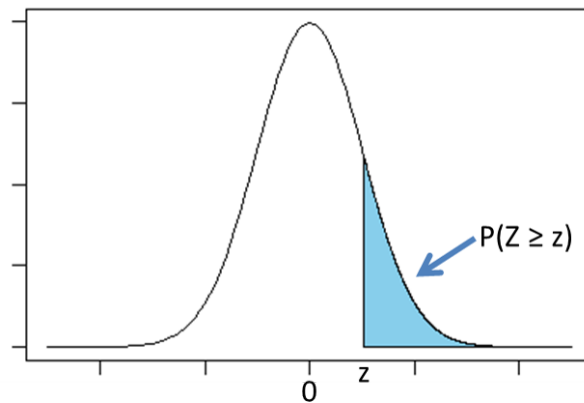


## 第04回課題

### 問1

次のグラフは標準正規分布であり、水色の部分の面積は確率変数 $Z$ が $z$ 以上である確率である。

この確率が $\alpha\%$ のとき、 $z$ のことを**上側 $\alpha\%$ 点**と呼ぶ。



以下の設問において、標準正規分布の

上側10%点は1.28、上側5%点は1.64、上側2.5%点は1.96、上側0.5%点は2.58であることを用いても良い。

日本人男性  $n$  人をランダムに選んで身長を測定したところ、平均値は 172 cmであった。ただし、日本人男性の身長の母分散は  $\sigma^2 = 5.5^2$  であるとし、日本人男性の身長は正規分布に従うものとする。

(1)  $n = 100$ のとき、日本人男性の身長の母平均  $\mu$  の **90 %**信頼区間を求めよ。

中心極限定理から、身長の平均は「平均  $\mu$ 、標準偏差  $\frac{5.5}{\sqrt{n}}$ 」の正規分布に従う。

90%信頼区間を考えると、両端の面積はそれぞれ  $\frac{100-90}{2} = 5\%$ なので、上側5%点（1.64）を用いる。

従って、

$$\begin{aligned}\mu - 1.64 \times \frac{5.5}{\sqrt{100}} &\leq 172 \leq \mu + 1.64 \times \frac{5.5}{\sqrt{100}} \\ 172 - 1.64 \times \frac{5.5}{\sqrt{100}} &\leq \mu \leq 172 + 1.64 \times \frac{5.5}{\sqrt{100}} \\ 171.098 &\leq \mu \leq 172.902\end{aligned}$$

(2)  $n = 100$ のとき、日本人男性の身長の母平均  $\mu$  の **95 %**信頼区間を求めよ。

95%信頼区間を考えると、両端の面積はそれぞれ  $\frac{100-95}{2} = 2.5\%$ なので、上側2.5%点（1.96）を用いる。

$$\begin{aligned}\mu - 1.96 \times \frac{5.5}{\sqrt{100}} &\leq 172 \leq \mu + 1.96 \times \frac{5.5}{\sqrt{100}} \\ 172 - 1.96 \times \frac{5.5}{\sqrt{100}} &\leq \mu \leq 172 + 1.96 \times \frac{5.5}{\sqrt{100}} \\ 170.922 &\leq \mu \leq 173.078\end{aligned}$$

(3)  $n = 100$ のとき、日本人男性の身長之母平均  $\mu$  の **99%**信頼区間を求めよ。

99%信頼区間を考えると、両端の面積はそれぞれ  $\frac{100-99}{2} = 0.5\%$ なので、上側0.5%点（2.58）を用いる。

$$\begin{aligned}\mu - 2.58 \times \frac{5.5}{\sqrt{100}} &\leq 172 \leq \mu + 2.58 \times \frac{5.5}{\sqrt{100}} \\ 172 - 2.58 \times \frac{5.5}{\sqrt{100}} &\leq \mu \leq 172 + 2.58 \times \frac{5.5}{\sqrt{100}} \\ 170.581 &\leq \mu \leq 173.419\end{aligned}$$

(4)  $n = 1000$ のとき、日本人男性の身長之母平均  $\mu$  の **95%**信頼区間を求めよ。

$$\begin{aligned}\mu - 1.96 \times \frac{5.5}{\sqrt{1000}} &\leq 172 \leq \mu + 1.96 \times \frac{5.5}{\sqrt{1000}} \\ 172 - 1.96 \times \frac{5.5}{\sqrt{1000}} &\leq \mu \leq 172 + 1.96 \times \frac{5.5}{\sqrt{1000}} \\ 171.659 &\leq \mu \leq 172.341\end{aligned}$$

(5)  $n = 10000$ のとき、日本人男性の身長之母平均  $\mu$  の **95%**信頼区間を求めよ。

$$\begin{aligned}\mu - 1.96 \times \frac{5.5}{\sqrt{10000}} &\leq 172 \leq \mu + 1.96 \times \frac{5.5}{\sqrt{10000}} \\ 172 - 1.96 \times \frac{5.5}{\sqrt{10000}} &\leq \mu \leq 172 + 1.96 \times \frac{5.5}{\sqrt{10000}} \\ 171.8922 &\leq \mu \leq 172.1078\end{aligned}$$

## 問2

区間推定について述べられた文章のうち、正しいものを全て選べ。

- 信頼係数（信頼区間の前につく90%, 95%, 99%などの数字）は自由に設定してよい正しい。
- 標本から推定された母平均の95%信頼区間の中には、95%の確率で母平均が含まれている正しくない。  
95%信頼区間とは、「 $n$ 人の標本をとってきて真の値（問1の例では $\mu$ ）の区間を推定する作業を100回行ったとき、95回くらいはその区間の中に真の値が含まれている」という意味。  
算出された1回の区間の中に真の値が含まれる確率とは異なる。
- 信頼係数が大きいほど、信頼区間の幅は狭くなる正しくない。問1参照。
- サンプルサイズが大きいほど、信頼区間の幅は狭くなる正しい。問1参照。

