

第02回課題

問1

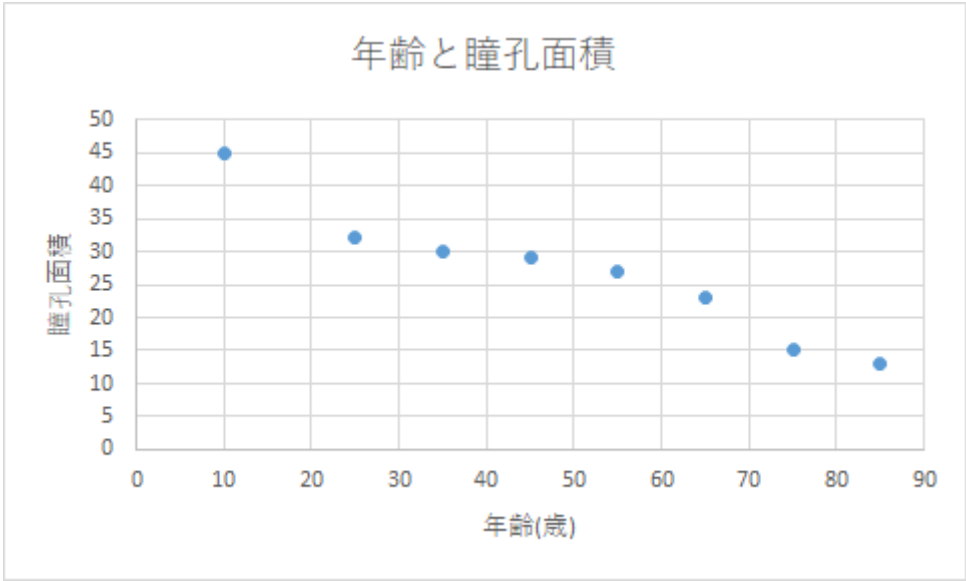
次の表は当院で測定された、年代および年代ごとの平均瞳孔面積との関係である。以下の問に答えよ。

ただし、年代には幅があるためその中間の値を代表値として計算すること。（20-30なら25歳として扱う）

適宜電卓などを用いても良いが、ExcelやPython等の関数で直接値を計算することは禁止。

年代(歳)	平均瞳孔面積(mm2)
0-20	45
20-30	32
30-40	30
40-50	29
50-60	27
60-70	23
70-80	15
80-90	13

（1）上の表に関して、横軸を年齢、縦軸を瞳孔面積として散布図を書け。



（2）年齢の平均・分散・標準偏差を求めよ。

（3）瞳孔面積の平均・分散・標準偏差を求めよ。

（4）年齢と瞳孔面積の共分散を求めよ。

（5）年齢と瞳孔面積の相関係数を求めよ。

年代	年齢（代表値）	瞳孔面積		年齢の偏差	面積の偏差	偏差同士の積
0-20	10	45		-39.375	18.25	-718.59375
20-30	25	32		-24.375	5.25	-127.96875
30-40	35	30		-14.375	3.25	-46.71875
40-50	45	29		-4.375	2.25	-9.84375
50-60	55	27		5.625	0.25	1.40625
60-70	65	23		15.625	-3.75	-58.59375
70-80	75	15		25.625	-11.75	-301.09375
80-90	85	13		35.625	-13.75	-489.84375
						↓平均をとる
平均	49.375	26.75			共分散	-218.90625
分散	571.4844	89.6875				↓標準偏差sx, syで割る
標準偏差	23.90574 (=sx)	9.470348 (=sy)			相関係数	-0.9669188

（６）以下の選択肢の中で確実に正しいものを全て選べ。

×ア. 年齢の高低と瞳孔面積の大小に明らかな関係は認められない。

○イ. 年齢と瞳孔面積との間には非常に強い負の相関がある。

相関係数が-0.9を下回っており、非常に強い負の相関があると言ってよい。

×ウ. 加齢が原因で瞳孔面積が縮小する。

年齢の増加と瞳孔面積の縮小に相関関係はあるが、因果関係は明らかでない。

×エ. 瞳孔面積の中央値は瞳孔面積の平均値より小さい。

$$\frac{29 + 27}{2} = 28 > 26.75$$

○オ. 瞳孔面積が40mm2のとき、偏差値は約64である。

$$\frac{40 - 26.75}{9.47} \times 10 + 50 \approx 64$$

（７）測定機器に故障があり、実はすべての瞳孔面積のデータが10%小さく測定されていたことがわかった。このとき、年齢と正しい瞳孔面積との相関係数はいくつか。

実際の面積は上のデータの10/9倍となる。このとき面積の標準偏差は10/9倍、共分散も10/9倍となるので、**相関係数は変化せず-0.9669...のまま**となる。

問2

以下の問題ではジョーカーの無い52枚のトランプを扱うこととし、カードを引く際はどのカードも同様に確からしいとする。

- (1) トランプからカードを1枚引くとき、そのカードがスペードである確率を求めよ。

$$\frac{1}{4}$$

- (2) トランプからカードを1枚引くとき、そのカードがスペードかエースである確率を求めよ。

$$\frac{13 + 4 - 1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

- (3) トランプからカードを1枚引くとき、そのカードが10より大きい確率を求めよ。

$$\frac{3}{13}$$

- (4) トランプからカードを3枚引き、その順番に横一列に並べるとき、並べ方は全部で何通りあるか。

$$52 \times 51 \times 50 = 132600$$

- (5) トランプからカードを3枚引いて手札にすると、その組み合わせは全部で何通りあるか。

$${}_{52}C_3 = \frac{52 \times 51 \times 50}{3 \times 2 \times 1} = 22100$$

- (6) トランプからカードを3枚引いて手札にすると、3枚ともスペードである確率を求めよ。(発展問題)

解答1 1枚目がスペード→2枚目もスペード→3枚目もスペード と考えてそれぞれ確率を掛ける

$$\frac{13}{52} \times \frac{12}{51} \times \frac{11}{50} = \frac{11}{850}$$

解答2 「全部のカードから3枚引く組」うち「スペードのみから3枚引く組」の割合と考える

$$\frac{{}_{13}C_3}{{}_{52}C_3} = \frac{\frac{13 \times 12 \times 11}{3 \times 2 \times 1}}{\frac{52 \times 51 \times 50}{3 \times 2 \times 1}} = \frac{13 \times 12 \times 11}{52 \times 51 \times 50} = \frac{11}{850}$$