Lógica Computacional

LEI, 2022/2023 FCT UNL

Aula Prática 3

Semântica da Lógica Proposicional: Equivalência Lógica e Formais Normais.

Pergunta 1. Prove as afirmações seguintes.

- 1. Dupla negação: $\neg\neg\varphi \equiv \varphi$
- 2. Absurdo:
 - (a) $\varphi \wedge \neg \varphi \equiv \bot$
 - (b) $\perp \rightarrow \varphi \equiv \top$
- 3. Leis de De Morgan:

(a)
$$\neg(\varphi \land \psi) \equiv \neg \varphi \lor \neg \psi$$

(b)
$$\neg(\varphi \lor \psi) \equiv \neg\varphi \land \neg\psi$$

4. Disjunção e conjunção como abreviaturas:

(a)
$$(\varphi \lor \psi) \equiv (\neg \varphi \to \psi)$$

(b)
$$(\varphi \wedge \psi) \equiv \neg(\neg \varphi \vee \neg \psi)$$

5. Distributividade:

(a)
$$\varphi \to (\psi \to \delta) \equiv (\varphi \to \psi) \to (\varphi \to \delta)$$

(b)
$$\varphi \lor (\psi \land \delta) \equiv (\varphi \lor \psi) \land (\varphi \lor \delta)$$

(c)
$$(\varphi \wedge \psi) \vee \delta \equiv (\varphi \vee \delta) \wedge (\psi \vee \delta)$$

(d)
$$\varphi \wedge (\psi \vee \delta) \equiv (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \delta)$$

(e)
$$(\varphi \lor \psi) \land \delta \equiv (\varphi \land \delta) \lor (\psi \land \delta)$$

Pergunta 2. Prove as afirmações seguintes usando o algoritmo \mathcal{T} .

1.
$$\models \bot \rightarrow p$$

$$2. \models \top$$

$$3. \models p \lor \neg p$$

$$4. \ \{\neg p \lor q\} \models p \to q$$

5.
$$\{p \to q\} \models \neg p \lor q$$

6.
$$\{\neg(p \land q)\} \models (\neg p \lor \neg q)$$

7.
$$\{\neg p \lor \neg q\} \models \neg (p \land q)$$

8.
$$\{\neg(p \lor q)\} \models \neg p \land \neg q$$

9.
$$\{\neg p \land \neg q\} \models \neg (p \lor q)$$

10.
$$\{p \lor (q \land s)\} \models (p \lor q) \land (p \lor s)$$

11.
$$\{(p \lor q) \land (p \lor s)\} \models p \lor (q \land s)$$

12.
$$\{p \land (q \lor s)\} \models (p \land q) \lor (p \land s)$$

13.
$$\{(p \land q) \lor (p \land s)\} \models p \land (q \lor s)$$

14.
$$\{p \leftrightarrow q\} \models (p \land s) \leftrightarrow (q \land s)$$