20161 学期　大学物理 A（2）期末考试

A 卷　参考答案及评分标准

一、判断题（每小题 2 分，共计 20 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	F	F	T	F	F	F	T	F	F	F

二、选择题（每小题 3 分，共计 24 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	D	D	A	C	B	A

三、计算题（8 分）

1. 在 S 系中 $\Delta x = x_2 - x_1 = 12\times10^4 - 6\times10^4 = 6\times10^4$，

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 2\times10^{-4} - 1\times10^{-4} = 1\times10^{-4},$$

在 S' 系中 $\Delta t' = 0$，

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x\right) = 0 \qquad (3\text{ 分})$$

$$v = \frac{\Delta t}{\Delta x}c^2 = \frac{1\times10^{-4}}{6\times10^4}\times9\times10^{16} = \frac{1}{2}c = 1.5\times10^8\ \text{m/s} \qquad (1\text{ 分})$$

2. $$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t) = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}(\Delta x - v\Delta t) \qquad (3\text{ 分})$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}}(6\times10^4 - 1.5\times10^8\times1\times10^{-4}) = 3\sqrt{3}\times10^4 \approx 5.2\times10^4\ \text{m} \qquad (1\text{ 分})$$

四、计算题（8分）

1. $E_k = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = (\gamma - 1)m_0c^2$ （3分）

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) m_0c^2 = \frac{2}{3}m_0c^2$$ （1分）

2. 由 $E^2 = E_0^2 + p^2c^2$ 得

$$p = \frac{\sqrt{E^2 - E_0^2}}{c} = \frac{\sqrt{(\gamma^2 - 1)}}{c}E_0 = \frac{4}{3}m_0c$$ （2分）

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{3}{4}\frac{h}{m_0c}$$ （2分）

五、计算题（8分）

1. 根据归一化条件，

$$\int_0^{v_0} A(v_0 - v)v dv = 1 \quad 或 \quad \int_0^{\infty} A(v_0 - v)v dv = 1$$ （2分）

$$A = \frac{6}{v_0^3}$$ （1分）

2. $\overline{\varepsilon_k} = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{1}{2}m\int_0^{v_0} A(v_0 - v)v^3 dv$ （3分）

$$= \frac{1}{40}mAv_0^5 = \frac{3}{20}mv_0^2$$ （2分）

备注：第2问中，

积分公式正确（包括被积函数或积分上下限），答案正确的给5分；

积分公式正确（包括被积函数或积分上下限），答案错误的给3分

积分公式错误（包括被积函数或积分上下限）的不给分；

六、计算题（16分）

1. 由光栅方程 $d\sin\theta = k\lambda$ （3分）

$$d\sin\frac{\pi}{2} = k_{\max}\lambda,\ k_{\max} = \frac{d}{\lambda}$$ （1分）

$$k_{1,\max} = \frac{d}{\lambda_1} = \frac{2640\times10^{-9}}{440\times10^{-9}} = 6$$ （1分）

$$k_{2,\max} = \frac{d}{\lambda_2} = \frac{2640\times10^{-9}}{660\times10^{-9}} = 4$$ （1分）

用混合光照射光栅，可以观测到的最大衍射级次为 $k_{\max}=5$. （1分）

2. 除中央明纹外，两种波长的光经衍射后主明纹中心第1次重合时

$$d\sin\theta = k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2$$ （1分）

$$k_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}k_2 = \frac{660}{440}k_2 = \frac{3}{2}k_2$$

当 $k_1=3$，$k_2=2$ 时，两种波长的光经衍射后主明纹中心第1次重合. （2分）

$$\theta = \arcsin\left(\frac{k_1\lambda_1}{d}\right) = \arcsin\left(\frac{3\times440\times10^{-9}}{2640\times10^{-9}}\right) = \frac{\pi}{6}$$ （2分）

3. $\Delta x = x_{\lambda_2} - x_{\lambda_1} = \frac{f}{d}\lambda_2 - \frac{f}{d}\lambda_1$ （3分）

$$= \frac{1}{2640\times10^{-9}}\left(660\times10^{-9} - 440\times10^{-9}\right) = \frac{1}{12}\text{ m}$$ （1分）

七、计算题（16 分）

1. 方法一：

$$W_{AB}=\int_{V_A}^{V_B} pdV=\frac{1}{2}(-p_B+p_A)(V_B-V_C)=\frac{1}{2}(p_B+p_A)(V_B-V_A)=5pV \qquad (3\text{ 分})$$

方法二：

由 $\frac{p-p_A}{p_B-p_A}=\frac{V-V_A}{V_B-V_A}$ 得，$p=p_A-\frac{p_B-p_A}{V_B-V_A}(V-V_A)$

$$W_{AB}=\int_{V_A}^{V_B} pdV=\int_{V_A}^{V_B}\left[p_A-\frac{p_B-p_A}{V_B-V_A}(V-V_A)\right]dV=5pV$$

$$W_{BC}=p_B(V_C-V_B)=p_B(V_A-V_B)=-2pV \qquad (2\text{ 分})$$

$$W_{CA}=0 \qquad (1\text{ 分})$$

$$W=W_{AB}+W_{BC}+W_{CA}=3pV \qquad (2\text{ 分})$$

2. 由 $p_C=p_B=p, V_C=V_A=V$ 得

$$p_CV_C=\nu RT_C$$

$$T_C=\frac{pV}{R} \qquad (3\text{ 分})$$

3. $Q=Q_{BC}+Q_{CA}=\nu C_{p,m}(T_C-T_B)+\nu C_{V,m}(T_A-T_C)$ （4 分）

$$=\frac{7}{2}R\left(\frac{pV}{R}-\frac{p_BV_B}{R}\right)+\frac{5}{2}R\left(\frac{p_AV_A}{R}-\frac{p_CV_C}{R}\right)=\frac{1}{2}pV \qquad (1\text{ 分})$$

附加题阅卷要求：

附加题主要解题过程或最终计算结果正确才可按评分标准给分，只写出部分公式或只写结果不给分。

附加题（30分）

1. （10 分）

$$r=\frac{mv}{Be}$$

$$v=\frac{Ber}{m}$$

根据光电效应方程 $h\nu=W_0+\frac{1}{2}mv^2$

$$W_0=h\nu-\frac{1}{2}mv^2=h\frac{c}{\lambda}-\frac{B^2e^2r^2}{2m}$$

2. （20 分）

(1) 根据已知条件和速度变换

$$p_x'=m'v_x'=m\frac{1-\frac{uv_x}{c^2}}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}}\frac{v_x-u}{1-\frac{uv_x}{c^2}}$$

$$=m\frac{v_x-u}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}}=\frac{p_x-\frac{u}{c^2}E}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}}$$

利用了 $E=mc^2\rightarrow m=\frac{E}{c^2}$

$$E'=m'c^2=m\frac{(1-\frac{uv_x}{c^2})c^2}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}}=\frac{E-p_xu}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}}$$

(2) 由力的定义

$$F_x' = \frac{dp_x'}{dt'} = \frac{\frac{dp_x'}{dt}}{\frac{dt'}{dt}} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{p_x - \frac{u}{c^2}E}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}}\right)}{\frac{1-\frac{uv_x}{c^2}}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}}} = \frac{c^2\frac{dp_x}{dt} - u\frac{dE}{dt}}{c^2 - uv_x}$$

$$E = \sqrt{(pc)^2 + (m_0c^2)^2}$$

有
$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2}\frac{c^2\frac{d}{dt}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)}{\sqrt{(pc)^2 + (m_0c^2)^2}} = \frac{1}{2}\frac{c^2(2p_x\frac{dp_x}{dt} + 2p_y\frac{dp_y}{dt} + 2p_z\frac{dp_z}{dt})}{mc^2}$$

$$= v_xF_x + v_yF_y + v_zF_z = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

最后得

$$F_x' = \frac{dp_x'}{dt'} = \frac{c^2\frac{dp_x}{dt} - u\frac{dE}{dt}}{c^2 - uv_x} = \frac{(F_x - \frac{u}{c^2}\vec{F}\cdot\vec{v})}{1-\frac{uv_x}{c^2}}$$