

模糊集的概念与应用

Michal Jezewski

2021 年 1 月 27 日

目录

第一章 模糊数学简介	5
1.1 经典集和模糊集	5
1.2 模糊集的基本定义	7
1.3 拓展定理	7
1.4 模糊关系	7
1.5 模糊集的圆柱拓展和投射	7
1.6 模糊数	7
1.7 本章小结	7

第一章 模糊数学简介

本章主要介绍模糊集和相关的基本问题。第一节介绍集合讨论不同集合的概念：经典集合，模糊集，并且给出了描述模糊集的几种方法。第二节介绍了 t 形, s 形, 以及其他相关的模糊集形式。后续各节介绍了扩展原理 (*extension principle*), 模糊关系, 模糊集的合成, 以及模糊集的圆柱扩展和投射. 第六节讨论了模糊数和他们的基本的算数运算。最后一节总结了本章内容。

1.1 经典集和模糊集

经典集的概念是一个基本思想, 并无明确定义。一般认为, 一个集被认为是若干个具有一定特征区分的对象 (元素) 所组成的。例如, 小于 100 的正整数集, 或者水鸟。通常集合用大写的字母表示 (如 A, B, \dots), 对象用小写字母表示 (如 x, y, \dots)。每一个集合可以被认为是宇宙域 \mathbb{X} 的子集, 宇宙域可以认为是包括了所有对象的”超级集合”。

在经典集中, 一个给定的对象 x 可以属于一个集 A , 或者不属于这个集合, 这两种运算分别被记为 $x \in A$ 和 $x \notin A$ 。特征函数 (χ_A) 可以用来描述一个经典集可以取的两个值: 1 (对象属于集 A) 和 0 (对象不属于集 A)。

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A, \\ 0, & x \notin A \end{cases} \quad (1.1)$$

以下给出定义在经典集上的几种基本运算:

- 积 (交)

$$A \cap B = \{x \in \mathbb{X} \mid x \in A \text{ and } x \in B\} \quad (1.2)$$

- 和 (并)

$$A \cup B = \{x \in \mathbb{X} \mid x \in A \text{ or } x \in B\} \quad (1.3)$$

- 非 (差)

$$\bar{A} = \{x \in \mathbb{X} \mid x \notin A\} \quad (1.4)$$

以上运算在特征函数的基础上依然成立:

$$\chi_{A \cap B} = \chi_A(x) \wedge \chi_B(x) = \min(\chi_A(x), \chi_B(x)) \quad (1.5)$$

$$\chi_{A \cup B} = \chi_A(x) \vee \chi_B(x) = \max(\chi_A(x), \chi_B(x)) \quad (1.6)$$

$$\overline{\chi_A(x)} = 1 - \chi_A(x) \quad (1.7)$$

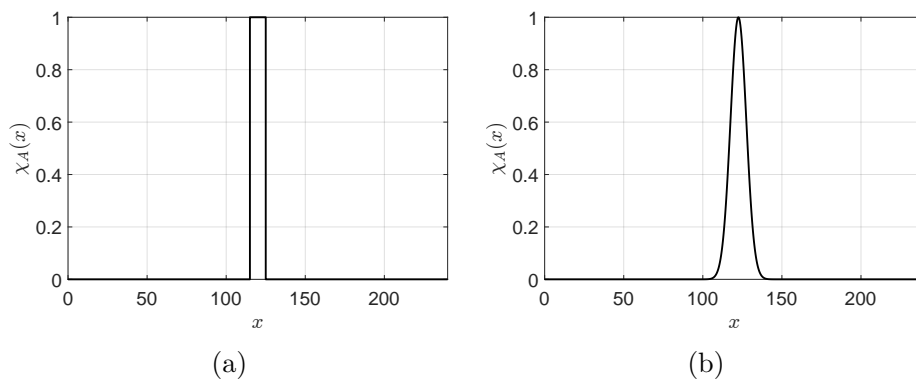


图 1.1: 正常胎心率

例 1.1. 正常胎心率 (*fetal heart rate, FHR*) 是 120 次/分钟, 可以表示为定义在 $\mathbb{X} = [0, 240] \subset \mathbb{R}$ 上的经典集 $[115, 125]$ 。但是实验观察表明, *FHR* 可能大于 125。

用模糊集表示

隶属函数具有以下形式:

- 高斯型

$$\mu_A(x; c, \delta) = \exp\left(-\frac{(x - c)^2}{2\delta^2}\right) \quad (1.8)$$

- 多项式型

$$\mu_A(x; p, q, r, s) = \begin{cases} 0, & x \leq p, \\ \frac{x-p}{q-p}, & p < x \leq q, \\ 1, & q < x \leq r, \\ \frac{s-x}{s-r}, & r < x \leq s, \\ 0, & x > s. \end{cases} \quad (1.9)$$

- 单值型

$$\mu_A(x; x_0) = \delta_{x, x_0} = \begin{cases} 1, & x = x_0 \\ 0, & x \neq x_0 \end{cases} \quad (1.10)$$

1.2 模糊集的基本定义

1.3 拓展定理

1.4 模糊关系

1.5 模糊集的圆柱拓展和投射

1.6 模糊数

1.7 本章小结