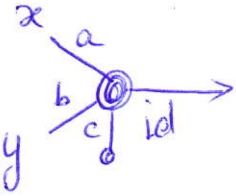
Neurone : 

$F(x,y) = ax + by + c$

L'erreur quadratique avec une série de valeurs connues $(x_i, y_i, z_i)_{i=1,\dots,n}$ s'écrit

$$E(a,b,c) = \sum_{i=1}^{n} \left(z_i - a x_i - b y_i - c \right)^2 .$$

$$\overrightarrow{\text{grad}}\, E(a,b,c) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial E}{\partial a} \\ \dfrac{\partial E}{\partial b} \\ \dfrac{\partial E}{\partial c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{n} (-2)\, x_i \left(z_i - a x_i - b y_i - c \right) \\ \sum_{i=1}^{n} -2\, y_i \left(z_i - a x_i - b y_i - c \right) \\ \sum_{i=1}^{n} -2 \left(z_i - a x_i - b y_i - c \right) \end{pmatrix}$$

Prenons $n = 3$, $(x_1, y_1, z_1) = (0, 0, 3)$
$(x_2, y_2, z_2) = (1, 0, 4)$
$(x_3, y_3, z_3) = (0, 1, 5)$

On a $E(a,b,c) = (3-c)^2 + (4-a-c)^2 + (5-b-c)^2$

alors
$$\overrightarrow{\text{grad}}\, E(a,b,c) = \begin{pmatrix} -2(4-a-c) \\ -2(5-b-c) \\ -2(3-c) - 2(4-a-c) - 2(5-b-c) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2(a+c-4) \\ 2(b+c-5) \\ 2(a+b+3c-12) \end{pmatrix}$$

Algorithme de descente de gradient pour trouver (a,b,c) qui minimise E :

$(a_0, b_0, c_0) = (0,0,0)$, $\delta = 0.2$

$a, b, c = a_0, b_0, c_0$

$i, n = 1, 20$

tant que $i \leq n$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} - \delta\, \overrightarrow{\text{grad}}\, E \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a - 0.2 \times 2(a+b-4) \\ b - 0.2 \times 2(b+c-5) \\ c - 0.2 \times 2(a+b+3c-12) \end{pmatrix}$$

$i = i + 1$