

# 大學入學考試中心

## 108 學年度學科能力測驗試題

### 排列與組合

#### —作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 6 題，多選題 7 題，選填題第 A 至 G 題共 7 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的  $\frac{3}{\square}$  與第 19 列的  $\frac{\square}{8}$  畫記，如：

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的  $\frac{-}{\square}$  與第 21 列的  $\frac{7}{\square}$  畫記，如：

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

第壹部分：選擇題（占 65 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 學校某社團對於在學期中非社員要申請加入該社團，採取由幹部記名投票來決定是否能通過成為新社員，方式如下：
- a. 出席表決的幹部人數必須至少為全體幹部人數的四分之三。
  - b. 出席表決的幹部只能投票同意或投票不同意，不可棄權或不表示意見。
  - c. 同意票數必須多於不同意票數。
- 同時符合以上三條件方可獲准加入該社團。今有非社員曉華申請加入該社團，而本學期全體幹部共八人，若小華獲准加入該社團的記名投票方式有  $n$  種，則
- (1)  $n < 1000$
  - (2)  $1000 < n < 1100$
  - (3)  $1100 < n < 1200$
  - (4)  $1200 < n < 1300$
  - (5)  $1300 < n < 1400$       【107 北模學測 II】

2. 若數列  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2018}$  中每一項皆為  $0, 1, -1, 2, -2$  的其中一個數，則  $a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_{2018}$  之值有幾種可能？【106 中模指乙 I】
- (1)  $5^{2018}$       (2)  $1 + 4^{2018}$       (3)  $3 + 2^{2018}$       (4) 4039      (5) 2019

3. 城都地區的傳說寶可夢降臨！寶可夢公司有新活動，將於 9、10、11 月於各大洲陸續推出水君、雷公、炎帝。公司想了解水君、雷公、炎帝這三隻神獸，哪一隻神獸是寶可夢訓練家所喜歡的，於是調查了 350 個寶可夢訓練家，得到的資訊如下：

- ① 三種神獸都不喜歡的有 46 人。
- ② 喜歡雷公的人中，有  $\frac{1}{3}$  的人喜歡炎帝但不喜歡水君。
- ③ 只喜歡水君的有 98 人。
- ④ 三種神獸都喜歡的有 14 人。
- ⑤ 喜歡炎帝的有 184 人。
- ⑥ 同時喜歡水君和炎帝的有 56 人。
- ⑦ 喜歡不只一種神獸的有 82 人。

試問"只喜歡"雷公的有多少人？【106 中模學測 II】

- (1) 14 人            (2) 22 人            (3) 33 人            (4) 54 人            (5) 60 人

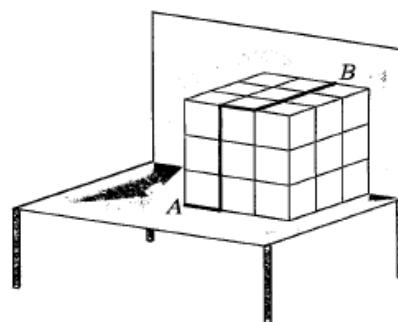
4. 近年來，臺灣的紅茶頗受好評，有五種主要產品為：阿薩姆紅茶、紅玉紅茶、紅韻紅茶、蜜香紅茶與日月潭紅茶；購買時以兩罐為一組裝成禮盒，這兩罐產品可以相同，也可以不同。某人想同時買三和禮盒，這三盒禮盒可以相同，也可以不同，試問他有幾種組合方式？【104 中模指乙 I】

- (1) 680 種    (2) 455 種    (3) 220 種    (4) 120 種    (5) 45 種

5. 大慶百貨公司舉辦情人節促銷活動，規劃連續三個周末在大廣場播放 6 部不同的電影，下午一場，晚上一場，每一場播放一部，其中 2 部為愛情片、2 部為劇情片、2 部為動畫片。若 2 部愛情片於同一週播放，2 部劇情片於不同週不放，則會有幾種播放的方法？【105 北模指乙 I】

(1) 48 種                      (2) 66 種                      (3) 72 種                      (4) 96 種                      (5) 144 種

6. 右圖是一顆  $3 \times 3$  的魔術方塊，也就是在一個正立方體中，每一面均有九個大小相等的正方形。現將其中一面僅靠在牆面，並靜置在桌面上(如右圖所示)，試求一隻螞蟻沿著格線或稜線，從 A 點走捷徑到 B 點，有幾種不同的走法？(舉例說明：圖中粗線即為滿足條件之一條路徑)【105 北模學測 II】



(1) 28 種                      (2) 56 種                      (3) 74 種  
(4) 110 種                      (5) 138 種

## 二、多選題（占 35 分）

說明：第 7 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7. 已知  $S = \{x | 0 \leq x \leq 99, x \text{ 為整數}\}$ ，則下列敘述哪些正確？【106 南模指考】

- (1) 若  $P = \{(a,b,c) | a, b, c \in S\}$ ，則  $n(P) = 3^{100}$
- (2) 若  $Q = \{(a,b,c) | a < b < c, \text{ 其中 } a, b, c \in S\}$ ，則  $n(Q) = C_3^{100}$
- (3) 若  $R = \{(a,b,c) | a \leq b \leq c, \text{ 其中 } a, b, c \in S\}$ ，則  $n(R) = C_3^{102}$
- (4) 若從  $S$  中取出相異三數，則可組合出  $P_3^{100}$  個不同的三位數
- (5) 若從  $S$  中取出相異三數，三數成等差的機率為  $\frac{2C_2^{50}}{C_3^{100}}$

8. 媽媽每天到好高級蔬果店購買食材，家中固定只買以下蔬菜和水果：

蔬菜：胡蘿蔔、小白菜、玉米、南瓜、馬鈴薯、花椰菜這六種。

水果：香蕉、鳳梨、水梨、葡萄這四種。

若家中星期六、日都買外食，星期一到星期五都自己做飯，而做飯的這幾天之中，每天都使用三種不同的蔬菜，以及兩種不同的飯後水果，則下列各敘述哪些是正確的？(以下都指一天的使用與否，不討論三餐的使用情形。另外，每個星期一的選擇不受到上一個星期五選擇的影響。)【106 中模學測 I】

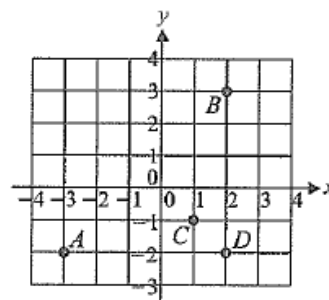
- (1) 若每天使用的蔬菜和水果都沒有限制，則一週 5 天使用蔬菜和水果可能的組合超過  $10^{10}$  種
- (2) 若每天使用的蔬菜最多只有 1 種和前一天相同，則一週 5 天使用蔬菜可能的組合為 180000 種
- (3) 若每天使用的水果最多只有 1 種和前一天相同，則一週 5 天使用水果可能的組合為 3750 種
- (4) 若每天使用的蔬菜和水果合計都恰有 3 種和前一天相同，則一週 5 天使用蔬菜和水果可能的組合超過  $10^{10}$  種
- (5) 若每天使用的蔬菜和水果合計都和前一天完全不同，則一週 5 天使用蔬菜和水果可能的組合少於 150 種

9. 設  $f(x) = (x^2 - 2x)^{100}$ ，則下列係數哪些是正確的？【100 北模學測 I】

- (1) 多項式  $f(x)$  展開後所有係數總和為 1
- (2) 整數  $f(3)$  的個位數字為 1
- (3) 多項式  $f(x)$  除以  $(x-1)^2$  餘式為 1
- (4) 多項式  $f(x)$  除以  $(x-1)^4$  之餘式為  $1 - 100(x-1)^2$
- (5) 多項式  $f(x)$  展開後  $x^{101}$  的係數為  $-200$

10. 如圖，直角坐標平面上， $A(-3, -2)$ ， $B(2, 3)$ ， $C(1, -1)$ ， $D(2, -2)$ ，今從 A 沿著格線走捷徑到 B，則下列哪些是正確的選項？【105 中模學測 I】

- (1) 走法共有 252 種
- (2) 必經過 C 的走法有 16 種
- (3) 不經過 C 也不經過 D 的走法有 226
- (4) 必經第四象限的走法有 26 種
- (5) 經過原點且在原點處要轉彎的走法有 100 種



11. 大臺北地區因為鉛管問題使得人心惶惶，最近也開始了一連串的換管工程，4 月份有 30 個工作天，共 9 個路段需進行工程，由於人力不足，所以每天都要開工且只能做一個路段，每一個路段未完成前不能進行下一個路段的工程，工程路段以及所需工作天數如下：

信義路、忠孝西路、仁愛路：以上 3 個路段都各需 5 天；

忠孝東路、和平東路、和平西路：以上 3 個路段都各需 4 天；

同德路、莊敬路、松信路：以上 3 個路段都各需 1 天；

請問松信路哪幾天可能會遇到換管工程？【104 中模指乙 I】

- (1) 4 月 2 日    (2) 4 月 4 日    (3) 4 月 7 日    (4) 4 月 20 日    (5) 4 月 26 日

12. 數列  $a_1, a_2, a_3, a_4$  中每一項皆為  $-1$  或  $0$  或  $1$ ，下列敘述哪些是正確的？

- (1) 數列  $a_1, a_2, a_3, a_4$  共有 64 種不同的可能情形 【104 北模指考 II】
- (2) 若  $(a_1 - a_2) \times (a_2 - a_3) \times (a_3 - a_4) \neq 0$ ，則數列  $a_1, a_2, a_3, a_4$  共有 24 種不同的可能情形
- (3)  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$  共有 9 種不同的可能情形
- (4)  $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4$  共有 3 種不同的可能情形
- (5) 設方陣  $A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix}$ ，且方陣  $A$  的行列式之值為 2 (即  $\det(A) = 2$ )，則方陣  $A$  共有 16 個不同的可能情形

13. 下列哪些選項與方程式  $x + 2y + 3z = 2017$  的「正整數解的個數」相等？

- (1)  $a + b + c = 2017$  且  $a > b > c$  正整數解的個數 【106 北模學測 II】
- (2)  $a + 2b + 3c = 4034$  正整數解個數的一半
- (3) 滿足  $2 < x + 2y < 2017$  的正整數格子點  $(x, y)$  個數
- (4) 滿足  $4 < 2y + 3z < 2017$  的正整數格子點  $(y, z)$  個數
- (5)  $A(2017, 0, 0)$ ,  $B\left(0, \frac{2017}{2}, 0\right)$ ,  $C\left(0, 0, \frac{2017}{3}\right)$ ，在  $\triangle ABC$  內部 (不含邊界) 的格子點個數

## 第貳部分：選填題（占 35 分）

說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (14-30)  
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 某高中籃球隊五人進行賽前籃球傳接球練習，要求每人接球後再傳給其他四人中的其中一人。練習時場上只有一顆籃球且練習一開始由甲生持球並傳球給某一位同學，這是第一次傳球；若第五次傳球後，球又回到甲生手中，則共有⑬⑭⑮種傳球方式

【106 北模指乙 I】

- B. 有四隻不同鸚鵡、三隻不同金絲雀任意分到三個不同籠子之中。放置規則如下：鸚鵡在每個籠子中至多兩隻；三隻金絲雀需放在同一個籠子之中。鸚鵡與金絲雀可同籠，籠子亦可空置，其他情形則不限制。例如：A 籠子中放置某兩隻鸚鵡與三隻金絲雀，B 籠子空置，C 籠子中放置另外兩隻鸚鵡。請問分配方式共有⑯⑰⑱種【106 北模指乙 I】

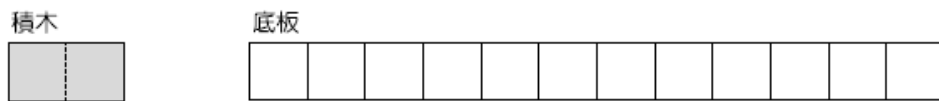
- C. 某公司有 6 位員工，負責今天商品展覽會早上及下午的值班，公司在商品展覽會設置甲、乙兩個攤位，早上需要有 4 位員工，其中 2 人值班甲位，令 2 人值班乙攤位；下午也需要有 4 位員工，其中 2 人值班甲攤位，另 2 人值班乙攤位。公司規定早上及下午來甲攤位的值班員工不可以由同一人擔任，同時早上及下午來乙攤位的值班員工也不可以由同一人擔任，則公司對於員工在商品展覽會的值班工作安排共有⑲⑳㉑㉒種【106 南模學測】



- D. 我們可以將正整數  $n$  寫成一個或多個正整數的和，同時將不同的順序視為不同的方式，例如： $3 = 2 + 1 = 1 + 2 = 1 + 1 + 1$ ，則 3 有四種不同的相加方式。如上所述，試問 12 有 (23) (24) (25) (26) 種不同的相加方式。【106 北模學測 I】
- E. 若有一群人，任意取完 2 本相同書籍的方法數超過 1000 種，試問這一群人至少有 (27) (28) 個人 【105 北模學測 II】
- F. 甲、乙、丙、丁、戊五人參加歌唱比賽，評審團三位評審在賽後講評時透漏了以下訊息：  
評審 A：「甲不是最差的。」  
評審 B：「乙唱得比丙來得好些。」  
評審 C：「冠軍不是乙、丁。」  
試求在沒有名次相同，且符合評審講評的條件下，有 (29) (30) 種不同名次的排列狀況 【105 北模學測 I】

G. 【105 北模學測 I】

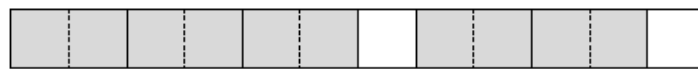
翔翔手上有許多塊規格為  $1 \times 2$  的長方形積木，想要拼裝在一個規格為  $1 \times 12$  的底板上。



若規定積木只能拼在底板上(不能疊高)，不能超出底板範圍，積木與積木之間可緊鄰或恰間隔一個空位。翔翔將每一塊積木放置後，便不再移動位置，直到無法再放置任何積木為止。例如圖(一)、圖(二)為其中 2 種可能的積木擺放方式；而圖(三)因尚有空位能放置積木，故為不合之情況。



圖(一)



圖(二)



圖(三)

則翔翔共有 ③①③② 種不同的排列方法。(註：無須考慮旋轉、翻轉的情形)

### 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為  $a$ ，公比為  $r (r \neq 1)$  的等比數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ （ $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓半徑）

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

$$\text{標準差 } \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2 \right)}$$

5. 二維數據  $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，相關係數  $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線（最適合直線）方程式  $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

8. 角錐體積  $= \frac{1}{3} \text{底面積} \times \text{高}$

441143

235  
135  
1234  
134  
234  
145

104  
162  
1710  
2048  
45  
21  
21