

大學入學考試中心
108 學年度學科能力測驗試題
排列與組合

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 6 題，多選題 7 題，選填題第 A 至 G 題共 7 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\frac{3}{\square}$ 與第 19 列的 $\frac{\square}{8}$ 畫記，如：

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\frac{-}{\square}$ 與第 21 列的 $\frac{7}{\square}$ 畫記，如：

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

第壹部分：選擇題（占 65 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 【106 中模指甲 I】

已知 A 、 B 、 C 三個事件， A 、 B 為獨立事件，且 $P(A)=\frac{1}{3}$ ， $P(A \cup B)=\frac{4}{9}$ ，又

$P(C | A \cap B)=P(A \cap B | C)$ ，則 $P(C)=?$

- (1) $\frac{1}{18}$
- (3) $\frac{1}{6}$
- (5) $\frac{5}{18}$

- (2) $\frac{1}{9}$
- (4) $\frac{2}{9}$

2. 【106 北模指考 II】

設甲袋中有 1 號球 1 個、2 號球 2 個、……、9 號球 9 個；而乙袋中有 1 號球 9 個、2 號球 8 個、……、9 號球 1 個。今自兩袋中各隨機選取一球，且每顆球被選取到的機會相等。若此兩球同為 k 號球的機率為 $P(k)$ ， $k=1, 2, 3, \dots, 9$ ，試求當 k 值為多少時機率最大。

- (1) 1
- (2) 3
- (3) 5
- (4) 7
- (5) 9

3. 【106 中模學測 I】

有一試驗，其第一次成功的機率為 p ，若第 k 次成功，則第 $k+1$ 次成功的機率為 $1-p$ ；第 k 次失敗，則第 $k+1$ 次成功的機率為 p 。已知在第三次成功的條件下，第一次成功的機率為 $\frac{2}{3}$ ，則 p 在下列哪一個範圍之中？

- (1) $0 < p < 0.2$
- (2) $0.2 < p < 0.4$
- (3) $0.4 < p < 0.6$
- (4) $0.6 < p < 0.8$
- (5) $0.8 < p < 1$

4. 【105 北模學測 I】

某綜藝節目中，挑戰者可選擇一個特製的公正骰子，與主持人持有的公正骰子(點數為 1、2、3、4、5、6)同時擲出，觀察兩人擲出的點數。若挑戰者骰子點數為主持人骰子點數之倍數時，則挑戰者獲勝！試問挑戰者選擇的特製骰子為下列哪一個時，獲勝機率最高？

- (1) 點數為 1、2、3、4、4、4
- (2) 點數為 1、1、2、2、3、3
- (3) 點數為 1、1、1、2、2、2
- (4) 點數為 1、1、2、3、4、5
- (5) 點數為 2、2、3、3、3、3

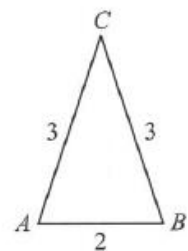
5. 【105 中模學測 II】

有一隻流浪螞蟻阿雄，某一天上帝跟牠說：「有三個地方 A 、 B 、 C 無限期提供食物與住宿，這三個地點之間的距離分別為 2 公里、3 公里、3 公里，如圖(1)，你可以前往取用，但有一個規定務必遵守：不可連續兩天都待在同一地點，隔天必須前往下一個地點，否則這三個地點就會消失。」阿雄聽了為之動容，決定要依靠上帝給的福利過一輩子。已知阿雄隔天所選擇更換的地點機率與到達路程成反比(例如： B 到 A 的機率為

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}, B \text{ 到 } C \text{ 的機率為 } \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}})$$

若阿雄第一天在 B 點，則長期而言，阿雄在 B 點的機率為 p ，以下選項何者正確？

- (1) $p = \frac{1}{3}$
- (2) $p = \frac{1}{4}$
- (3) $p = \frac{3}{8}$
- (4) $p = \frac{5}{14}$
- (5) $p = \frac{9}{22}$



圖(1)

6. 和平大學有 4 個學院,各學院的男女生人數統計如表所示:【92 數乙】

學院 性別	文	理	工	管理	小計
男	600	1000	2400	2000	6000
女	400	1000	600	2000	4000
小計	1000	2000	3000	4000	10000

為瞭解和平大學學生對英美聯軍攻打伊拉克的看法,準備抽樣 100 位學生進行問卷調查。全體 1 萬名學生先編號,從 1 號到 10000 號。其中管理學院的阿雄與阿珠是男女朋友,阿雄編號為 501,阿珠編號為 605。已知阿珠被抽到,在下列各種抽樣方法中,阿雄也被抽到的機率何者最大?

- (1) 以簡單隨機抽樣法
- (2) 以編號作系統抽樣法
- (3) 將男生、女生各看成一群,再依男女生所占人數比例在兩群中分別作隨機抽樣
- (4) 將各學院各看成一群,再依各學院所占人數比例在四群中分別作隨機抽樣
- (5) 每學院都隨機抽樣同樣人數。(※系統抽樣法基本上是只做第一次隨機抽樣後,就採取一固定間隔數抽出一樣本。例如:1 到 100 號隨機抽一個號碼 m ,後面所抽出的樣本就是 $100+m, 200+m, \dots, 9900+m$ 。)

二、多選題 (占 35 分)

說明:第 7 題至第 13 題,每題有 5 個選項,其中至少有一個是正確的選項,請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定,所有選項均答對者,得 5 分;答錯 1 個選項者,得 3 分;答錯 2 個選項者,得 1 分;答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者,該題以零分計算。

7. 【106 中模學測 I】

A 、 B 兩隊在 7 戰 4 勝的比賽中，假設某隊已經贏 ω 場，輸 ℓ 場，則此隊下一場贏的機率為 $\frac{\omega+1}{\ell+\omega+2}$ ，則：

- (1) 設 A 隊已經贏 3 場輸 2 場，則下一場 A 隊獲勝的機率為 $\frac{4}{7}$
- (2) 兩隊打完平手的情形下，下一場贏的機率兩隊皆為 $\frac{1}{3}$
- (3) A 隊 4：0 獲勝的機率為 $\frac{1}{5}$
- (4) 比完 5 場後， A 隊 3 勝 2 負的機率為 $\frac{4}{7}$
- (5) 要打到第 7 場才決勝負的機率為 $\frac{1}{7}$

8. 【106 北模指乙 I】

熱舞社為準備成果發表，社員相約每週六下午到校練習。每次練習時，社長出席的機率是 0.5，副社長出席的機率是 0.6，社長、副社長至少有一人出席的機率是 0.9。請選出正確的選項。

- (1) 社長、副社長均出席的機率是 0.3
- (2) 社長、副社長均未出席的機率是 0.1
- (3) 若已知社長出席，則副社長也出席的機率是 0.4
- (4) 若已知社長未出席，則副社長出席的機率是 0.6
- (5) 社長出席與否與副社長出席與否是獨立事件

9. 【105 北模學測 I】

坐標平面上以原點為中心，半徑為 1 的圓上有一個內接正六邊形，已知 $P_1(1, 0)$ 為其中一個頂點，順時針方向頂點依序為 P_2, P_3, P_4, P_5, P_6 。今在 P_1 上放置一個棋子，並擲一顆公正的骰子若干次，若每次點數出現 k 點，則棋子就依順時針方向往相鄰頂點跳動 k 步，例如：第一次擲出 2 點，則棋子將從 P_1 移動到 P_3 ；第二次擲出 5 點，則棋子接著從 P_3 移動到 P_2, \dots ，依此類推。請問下列哪些選項正確？

- (1) 棋子從 P_1 開始，擲兩次骰子，則最後的位置在 P_1 的機率為 $\frac{1}{6}$
- (2) 棋子從 P_1 開始，擲兩次骰子，則最後的位置在 P_2 的機率為 $\frac{1}{6}$
- (3) 棋子從 P_1 開始，擲三次骰子，則最後的位置在 P_1 的機率為 $\frac{1}{36}$
- (4) 棋子從 P_1 開始，擲 n 次骰子 ($n \geq 2$)，令最後的位置在 P_1 的機率為 a_n ，則 $a_{n+1} = \frac{1}{6} a_n$
- (5) 棋子從 P_1 開始，擲六次骰子，則最後的位置在 P_1 的機率為 $\frac{1}{6}$

10. 【105 北模學測 II】

阿松申辦提款卡時，依銀行規定須自訂 4 個阿拉伯數字排成一組密碼。某天阿松欲提款時發現他忘了正確密碼，只記得是由奇數 1, 3, 5, 7, 9 中取出相異四個數字排列而成，現若依此隨機輸入號碼，試問下列選項哪些是正確的？

- (1) 他第一次就猜對的機率為 $\frac{1}{120}$
- (2) 提款機設定當輸入的密碼錯誤達三次時，會沒收該提款卡，阿松嘗試輸入不同密碼，則他的提款卡會被沒收的機率為 $\frac{39}{40}$

承上述條件，若有一種智慧型提款機，每次輸入數字後會給提示，提示的口訣為「 $mAnB$ 」，其中 mA 表示輸入的數字當中有 m 個不但中了而且數字是在正確的位置， nB 表示輸入的數字當中有 n 個中了但是數字的位置不正確。例如：密碼為 7135，若輸入 3159，則提示為「1A2B」。假使能善用提示，試問下列選項哪些是正確的？

- (3) 在第一次輸入就猜到「1A3B」的機率為 $\frac{1}{15}$
- (4) 他在第一次猜到「1A3B」的條件下，第二次猜到「4A0B」的機率為 $\frac{1}{8}$
- (5) 他在第一次猜到「1A3B」且在第二次猜到「4A0B」的機率為 $\frac{1}{120}$

11. 一袋中裝有 $n(n>1)$ 個紅球和 5 個白球, 每次抽獎是從袋中一次取出兩個球, 若兩個球不同色則為中獎, 每次抽獎後將球放回袋中。一次抽獎的中獎機率為 p_1 , 若三次抽獎恰有一次中獎的機率為 p_3 , 則當 $p_1=p, n=k$ 時, p_3 有最大值為 p_M , 則下列哪些選項正確?

$$(1) p_1 = \frac{10n}{(n+5)(n+4)}$$

$$(2) p_3 = 3p_1(1-p_1)^2$$

$$(3) p = \frac{1}{2}$$

$$(4) k = 20$$

$$(5) p_M = \frac{4}{9}$$

12. 【106 北模學測 I】

根據美國一項對於國民罹患癌症死亡的病例研究報告指出, 肝癌是亞裔美國人罹患癌症的死亡主因之一; 而導致肝癌的其中一個重大因素, 就是 B 型肝炎病毒, 而 B 型肝炎病毒更可以透過體液傳播, 美國一半的 B 型肝炎帶原者都是亞裔, 比其他種族高危險。華埠醫療中心醫生表示, B 型肝炎在亞洲非常普遍, 尤其是透過母體傳染給嬰兒, 不少亞裔新移民亦將 B 型肝炎病毒一同「移民」到美國, 現在每 12 個亞裔就有 1 個帶有 B 型肝炎病毒。而且雖然亞裔人口只占美國人口的 5%, 但全美國 B 型肝炎帶原者中亞裔就占 50%, 比例相當高。根據上述研究報告內容, 請選出正確的選項。

- (1) 亞裔的肝癌患者人數高於非亞裔的肝癌患者人數
- (2) 亞裔 B 型肝炎帶原者之人數與非亞裔 B 型肝炎帶原者之人數相當
- (3) 亞裔 B 型肝炎帶原者之比率為非亞裔 B 型肝炎帶原者之比率的 19 倍
- (4) 隨機選取一個非亞裔驗血, 此人為 B 型肝炎帶原者的機率高於 5%
- (5) 隨機選取一人驗血, 檢驗結果不是 B 型肝炎帶原者, 則此人為亞裔的機率是 50%

13. 【107 北模學測 I】

蔬果的農藥殘留一直是消費者關注的議題。某年，政府提出市售蔬果農藥殘留之監測計畫，由各縣市衛生局每月抽送蔬果檢體 6 件至藥物食品檢驗局的檢驗站、衛生局區域聯合分工檢驗體系之農藥殘留實驗室。依據衛生福利部公告食品中殘留農藥檢驗方法—多重殘留分析方法以及二硫代胺基甲酸鹽類之檢驗予以檢測。另增加液相層析串聯質譜儀分析，農藥檢驗項目共 187 種。本次計畫共抽驗 1761 件檢體，檢驗之部分結果如下：

表 1：市售農產品農藥殘留依市場別分析統計表

市場別	抽驗件數	檢出農藥		不符規定	
		件數	%	件數	%
傳統市場	427	141	33.0	23	5.4
非傳統市場	1334	425	31.9	49	3.7
總計	1761	566	32.1	72	4.1

表 2：市售農產品中有機蔬果與非有機蔬果農藥殘留分析統計表

類別	抽驗件數	檢出農藥		不符規定	
		件數	%	件數	%
有機	121	3	2.5	0	0
非有機	1640	563	34.3	72	4.4
總計	1761	566	32.1	72	4.1

(資料來源：藥物食品檢驗局調查研究年報.26：第 225～255 頁，2008 年)

上列各表中，不符規定之檢體原因有兩類：一為檢驗出的殘留農藥超過殘留容許限量，二為檢驗出不得檢出之農藥。若已知抽驗檢體源自於傳統市場之有機蔬果檢出農藥者有 1 件，不符規定者為 0 件；抽驗檢體源自於非傳統市場之非有機蔬果檢出農藥者有 423 件，不符規定者有 49 件。請根據上述資料選出正確的選項。

- (1)在市售農產品之檢體中，非有機蔬果農藥殘留檢驗結果不符規定者約有 4.4 %
- (2)在市售農產品之檢體中，源自於傳統市場且檢出農藥者約有 33 %
- (3)在檢體源自於傳統市場的條件下，檢驗出農藥者約有 33 %
- (4)在檢體源自於傳統市場的條件下，有機蔬果檢驗出農藥者不超過 1 %

第貳部分：選填題（占 35 分）

說明：1.第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（14-30）

2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

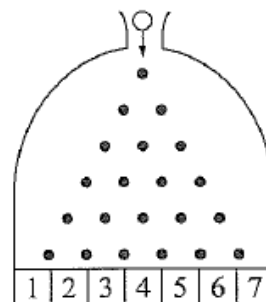
A. 【107 北模學測 I】

台彩公司推出「雙贏彩」，玩法為從 01~24 的號碼中任選 12 個號碼進行投注。開獎時，開獎單位將隨機開出 12 個號碼，你的 12 個選號如果全部對中當期開出之 12 個號碼，或者全部未對中，均為中頭獎。恰中 11 個號碼或恰中 1 個號碼則得二獎。現有某公司模仿「雙贏彩」推出「小雙贏彩」，玩法為從 01~12 的號碼中任選 6 個號碼進行投注。開獎時，開獎單位隨機從 01~12 的號碼中開出 6 個號碼為獎號，你的 6 個選號如果全部對中獎號或者全部未對中，均為中頭獎。恰中 5 個號碼或恰中 1 個號碼則得二獎。請問投注一注小雙贏

彩得二獎的機率為 $\frac{\textcircled{31}}{\textcircled{32}\textcircled{33}}$ 。(化為最簡分數)

B. 【106 北模指甲 I】

在士林夜市的彈珠臺遊戲機，由上方落下的彈珠，會撞擊到釘柱而隨機的向左或向右落下又繼續撞擊下一層。如右圖，最後會落到下方編號 1~7 的格子中，若彈珠每次向左或向右落下的機率相等，則彈珠落到 1~7 號的格子內，出現的最大機率為 $\frac{\textcircled{15}}{\textcircled{16}\textcircled{17}}$ 。(化為最簡分數)



C. 【106 北模學測 I】

阿明參加同樂會摸彩，摸彩箱中有 15 支籤，其中有一支籤獎金金額為 1000 元，有兩支籤獎金金額為 500 元，有三支籤獎金金額為 300 元，有四支籤獎金金額為 100 元，另外五支籤為「銘謝惠顧」。摸彩規則如下：每次限抽一支籤，若抽中有獎金的籤，可獲得籤上所標示的獎金金額，若抽中「銘謝惠顧」的籤，則不放回箱中並繼續摸彩，直到抽中有獎金的籤為止，但是得獎的金額必須減半，例如：抽中兩支「銘謝惠顧」後才抽中 1000 元的話，則可獲得 500 元的獎金。請問根據此規則，阿明獲得獎金超過 310 元的機率為 $\frac{\textcircled{29}}{\textcircled{30}\textcircled{31}}$ 。(化為最簡分數)

D. 【105 北模指甲 I】

投擲一顆公正的骰子(六個面的點數分別為 1、2、3、4、5、6 且每面出現的機會均等)兩次，設第一次與第二次所得到的點數分別為 p 、 q 。請問：在 p 、 q 中至少有一數為 5 的條件下，方程式 $x^2 + px + q = 0$ 有實根的機率為 $\frac{\textcircled{9}}{\textcircled{10}\textcircled{11}}$ 。(化為最簡分數)

E. 【105 北模指甲 I】

現有八枚相同的硬幣，每次至少取一枚，一直到取完為止。設每一種取法的機率相等，則在已知第二次取三枚的情況下，總共取了四次才取完的條件機率為 $\frac{\textcircled{10}}{\textcircled{11}}$ 。(化為最簡分數)

F. 【105 中模指甲 II】

現有八枚相同的硬幣，每次至少取一枚，一直到取完為止。設每一種取法的機率相等，則在已知第二次取三枚的情況下，總共取了四次才取完的條件機率為 $\frac{\textcircled{10}}{\textcircled{11}}$ 。(化為最簡分數)

G. 甲說實話的機率為 $\frac{1}{2}$, 乙說實話的機率為 $\frac{1}{3}$, 今有一箱中裝有 3 白球, 7 黑球, 自箱中任取一球, 每球被取出的機會均等, 則甲、乙兩人都說是白球, 且此球確為白球的機率為_____

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ （ R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑）

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

$$\text{標準差 } \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2 \right)}$$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線（最適合直線）方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

8. 角錐體積 $= \frac{1}{3} \text{底面積} \times \text{高}$

1. 1
2. 3
3. 3
4. 1
5. 4
6. 3
7. 135
8. 23
9. 125
10. 12345
11. 1245
12. 23
13. 34
- A. $6/77$
- B. $5/16$
- C. $7/30$
- D. $7/11$
- E. $3/8$
- F. $2/15$
- G. $108/115$