大學入學考試中心 108 學年度學科能力測驗試題 數據分析

—作答注意事項—

考試時間:100分鐘

題型題數:單選題6題,多選題7題,選填題第A至G題共7題

作答方式:用2B鉛筆在「答案卡」上作答;更正時,應以橡皮擦擦拭,切勿

使用修正液 (帶)。未依規定畫記答案卡,致機器掃描無法辨識答

案者,其後果由考生自行承擔。

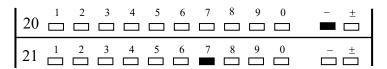
選填題作答說明:選填題的題號是 A,B,C,.....,而答案的格式每題可能不同,考生必須依各題的格式填答,且每一個列號只能在一

個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例:若第 B 題的答案格式是 $\frac{(8)}{(9)}$,而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$,則考生

必須分別在答案卡上的第18列的□ 與第19列的□ 畫記,如:

例:若第 C 題的答案格式是 $\frac{202}{50}$,而答案是 $\frac{7}{50}$ 時,則考生必須分別在答案 卡的第 20 列的 $\frac{1}{50}$ 與第 21 列的 $\frac{7}{50}$ 畫記,如:



※試題後附有參考公式及可能用到的數值

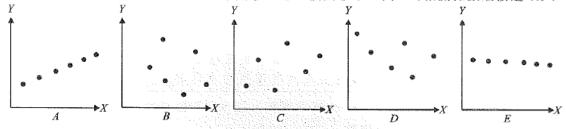
第壹部分:選擇題(占65分)

一、單選題(占30分)

說明:第1題至第6題,每題有5個選項,其中只有一個是正確或最適當的選項,請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者,得5分;答錯、未作答或畫記多於一個選項者,該題以零分計算。

1.【106 中模學測 I】

下列各圖為不同的資料 Y 對 X 的散布圖形,哪一個圖形中 X 與 Y 的相關係數最接近 0.5?



- (1) A
- (2) B
- (3) C
- (4) D
- (5) E

2.【106 南模學測】

現有 A、B兩組數據,只知下表中的資訊。

	內含資料數	最小數據	最大數據
A組	10 筆	15	25
B組	20 筆	35	45

若A組標準差的最大可能值爲 σ_a ,最小可能值爲 σ_a ;

而 B組標準差的最大可能值為 σ_B ,最小可能值為 σ_b ,則下列何者正確?

- (1) $\sigma_A = \sigma_B$
- (2) $\sigma_A < \sigma_B$
- (3) $\sigma_a = \sigma_b$
- (4) $\sigma_a < \sigma_b$
- (5) 條件不足,無法判斷

3. 【104 北模學測 I】

將兩組非零相關的資料 $X: x_1, x_2, \dots, x_n; Y: y_1, y_2, \dots, y_n$ 各作線性變換成 $X': x'_1, x'_2, \dots, x'_n; Y': y'_1, y'_2, \dots, y'_n,$ 其中,X'=a+cX; Y'=b+dY, $a \cdot b \cdot c \cdot d$ 為實數。則下列哪組序組 (a,b,c,d) 必使變換前後兩組資料的相關係數改變? (1)(1,1,2,3)

- (2)(-1,1,-2,-3)
- (3)(0,1,2,3)
- (4)(-3, -2, -2, 1)
- (5)(-7, -5, -3, -1)

4.【103 北模學測 I】

研究五個岩石樣本中某兩元素的含量,令數據 X 爲第一種元素含量,數據 Y 爲第二種元素含量:

X	8	10	11	12	14
Y	9	k	10	11	13

已知由最小平方法求得 Y 對 X 的最適合直線(迴歸直線)為 $y = \frac{4}{5}x + \frac{6}{5}$,試問 k 之值為

何?

- (1) 7
- (2) 8
- (3) 9
- (4) 10
- (5) 11

5.【103 北模學測 II】

一筆統計資料有 11 個數據如下(不完全依大小排列): 2,4,4,5,5,6,7,8,11,x和 y,已知這些數據的算術平均數和中位數都是 6。請問此筆數據資料的標準差比較接近哪一個整數?

- (1) 5
- (2) 4
- (3) 3
- (4) 2
- (5) 1

6. 某班有 48 名學生,某次數學考試之成績,經計算得算術平均數為 70 分,標準差為 σ分。後來發現成績登錄有誤,某甲得 80 分卻誤記為 50 分,某乙得 70 分卻誤記為 100 分,更正後重算得標準差為 σ 1 分。試問 σ 1 與 σ 之間,有下列哪一大小關係?

(1) σ 1< σ -5 (2) σ -5 $\leq \sigma$ 1< σ (3) σ 1= σ (4) σ < σ 1 $\leq \sigma$ +5 (5) σ +5< σ 1

二、多選題(占35分)

說明:第7題至第13題,每題有5個選項,其中至少有一個是正確的選項,請將正確選項 畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定,所有選項均答對者, 得5分;答錯1個選項者,得3分;答錯2個選項者,得1分;答錯多於2個選項 或所有選項均未作答者,該題以零分計算。

7.【107 北模學測 I】

,兩變數 X與 Y的 10 筆資料 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) ,……, (x_{10}, y_{10}) 。 令 μ_X 、 μ_Y 分別為 X 、 Y 的平均數, σ_X 、 σ_Y 分別為 X 、 Y 的標準差。將資料標準化為 X' 和 Y' $\left(\text{即 } x_i' = \frac{x_i - \mu_X}{\sigma_X} \text{ , } y_i' = \frac{y_i - \mu_Y}{\sigma_Y} \right)$,

已知X',Y'的相關係數為r,請選出正確的選項。

$$(1)\sum_{i=1}^{10} x_i' = 0$$

$$(2) x_{i'}$$
, $i=1$, 2, ……, 10 的標準差為 1

$$(3)\sum_{i=1}^{10} x_i' y_i' = 10$$

- (4) Y' 對 X' 的最適合直線必過原點
- (5) Y'對 X'的最適合直線斜率不可能大於 1

8.【106 北模學測 I】

有 30 筆數據 (x_1, y_1) ' (x_2, y_2) ' (x_3, y_3) ' …… ' (x_{30}, y_{30}) ' 其中 $\sum_{i=1}^{30} x_i = 1800$ ' $\sum_{i=1}^{30} y_i = 2100$ '

x 與 y 相關係數為 0.9,且 y 對 x 的迴歸直線過點 (20,40),試問下列哪些選項是正確的?

- (1)迴歸直線的斜率為 0.9
- (2) x 的標準差大於 v 的標準差
- (3)迴歸直線過點 (30,50)
- (4)若 $u_i = 4x_i + 6$, $v_i = -6y_i + 20$ ($i = 1, 2, 3, \dots, 30$),則 u 與 v 的相關係數為 0.9
- (5)函數 $f(x) = \sum_{i=1}^{30} (x x_i)^2$ 在x = 60 時有最小值

9.【106 北模學測 I】

將 7 名高三學生今年學測的數學成績,由小到大依序排列,得出此 7 人的數學成績中位數為 12 級分,而唯一的眾數是 10 級分。關於此 7 人學測的數學成績,下列哪些選項是正確的?

- (1)此7名學生數學成績全距之最小值為3級分
- (2)當數學成績全距為最小值時,此7名學生數學級分只有3種相異的分數
- (3)當數學成績全距為最小值時,此7名學生數學級分的可能組合只有一種
- (4)當數學成績全距為最小值時,此7名學生數學級分的平均值高於中位數
- (5)當數學成績全距為最小值時,此7名學生數學級分的標準差小於2級分

10.【106 北模學測 II】

甲乙兩人練習 5k 慢跑,甲於 A 場地練習 10 次、 B 場地練習 2 次;乙於 A 場地練習 2 次、 B 場地練習 10 次。若甲在兩場地的平均練習時間皆分別少於乙兩場地的平均練習時間,則下列哪些選項是正確的?(假設 4 個平均時間皆相異)

- (1)甲所有練習時間的平均一定比乙所有練習時間的平均還少
- (2)甲所有練習時間的平均為甲兩場地平均值和的一半
- (3)甲所有練習時間的平均介於甲兩場地的平均值之間
- (4)甲的最快練習時間必少於乙的最快練習時間
- (5)甲所有練習時間的標準差一定比乙所有練習時間的標準差還少

11.【104 中模學 II】

已知x與y為相異的實數,則下列哪些數據的標準差與數據 $x \times x \times y$ 的標準差相同?

- $(1) x \cdot y \cdot y$
- $(2) x \cdot x \cdot y \cdot y$
- $(3) x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y$
- $(4)x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y$
- $(5)x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y$

12.【103 北模學測 III】

某班期末考數學科成績 x_i 的算術平均數 μ_x 爲 36 分,標準差爲 σ_x 爲 9 分。因爲成績太低,數學老師想替每位同學加分,提出了三個方案:(每種方式加分後沒有超過 100 分的情形)

方案一:每個人都以 $y_i = \frac{3}{2}x_i + 6$ 方式加分

方案二:每個人都以 $z_i = 10\sqrt{x_i}$ 方式加分方案三:每個人都以 $w_i = x_i + 24$ 方式加分

則下列敘述哪些正確?

(1) 無論採取何種方案加分,加分後的平均都爲60分

(2) 採取方案二,加分後的標準差 σ 爲 30 分

(3) 採取方案一,所得成績的標準差爲 σ_y ;採取方案三,所得成績的標準差爲 σ_w ;則 $\sigma_v > \sigma_w$

(4) 採取方案一所得成績與原始成績的相關係數爲 r_{xy} ;採取方案三所得成績與原始成績的相關係數爲 r_{xy} ;則 $r_{xy} = r_{xy}$

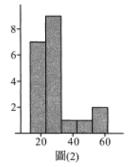
(5) 方案一成績 y_i 對原始成績 x_i 的迴歸直線,和方案三成績 w_i 對原始成績 x_i 的迴歸直線 相同

13.【103 北模學測 I】

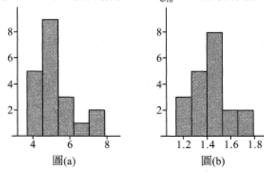
統計分析有時會利用一些數學函數來轉換資料數值,產生比原始資料更佳的統計特性,例如找到一個函數其轉換值的直方圖比原始資料具有「對稱性」。一實驗研究某單細胞暴露在鈹金屬元素下的活動情形,下列數據記錄此單細胞分裂時間,令其爲 X:

17.9 28.1 31.2 13.7 46.0 25.8 16.8 34.8 62.3 28.0 19.5 21.1 31.9 28.9 60.1 23.7 18.6 21.4 26.6 26.2

 $\mathbf{B}(2)$ 爲 X 的 直 方 \mathbf{B} :



將其分別轉換爲平方根值 $Y = \sqrt{X}$ 及對數值 $Z = \log_{10} X$,並製作直方圖:



試問下列選項何者正確?

- (1) 圖(a)應爲數據 Z 的直方圖
- (2) 圖(b)應爲數據 Z的直方圖
- (3) 由直方圖結果,對此研究數據而言,轉換值 $Z = \log_{10} X$ 的對稱性比轉換值 $Y = \sqrt{X}$ 較佳
- (4) 若 μ_X 、 μ_Y 分別爲數據 X、Y的算術平均數,則 $\mu_Y = \sqrt{\mu_X}$
- (5) 若 M_x 、 M_z 分別為數據 X、Z的中位數,則 $M_z = \log_{10} M_X$

第貳部分:選填題(占35分)

說明:1.第A至G題,將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(14-30) 2.每題完全答對給5分,答錯不倒扣,未完全答對不給分。

A. 【106 中模學測 II】

有一組二維數據如下表所示:

x	8	9	10	. 11	12	13
y	11	12	10	8	9	12

請從這六筆資料當中去掉一筆資料,使得 x 與 y 的相關係數最小,此時 y 對 x 的迴歸直

線爲
$$y = mx + k$$
, 則數對 $(m, k) = (202)$ (23))。

B. 有一筆數據 x_1,x_2,x_3 的標準差是 $2\sqrt{5}$,則二次函數 $f(x)=(x-x_1)^2+(x-x_2)^2+(x-x_3)^2$ 的最小值為

C. 假設有n個數據的資料成等差數列,且其公差為 $\sqrt{\frac{3}{2}}$ 。若此資料的變異數 $\sigma^2=231$ 。試求 $n=__$

D. 3. 有一組資料如右:10,2,5,2,2,4,x,若此資料的算術平均數、中位數及眾數依照大小次序排列 起來恰好形成一個等差數列,而且公差大於 0。則滿足此條件的所有可能 x 值之總和為___

参考公式及可能用到的數值

- 1. 首項為a,公差為d的等差數列前n項之和為 $S = \frac{n\left(2a + (n-1)d\right)}{2}$ 首項為a,公比為 $r(r \neq 1)$ 的等比數列前n項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$
- 2. 三角函數的和角公式: $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ $\cos(A+B) = \cos A \cos B \sin A \sin B$ $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 \tan A \tan B}$
- 3. $\triangle ABC$ 的正弦定理: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑) $\triangle ABC$ 的餘弦定理: $c^2 = a^2 + b^2 2ab\cos C$
- 4. 一維數據 $X: x_1, x_2, ..., x_n$,算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i$ 標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n (x_i \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n}\left((\sum_{i=1}^n x_i^2) n\mu_X^2\right)}$
- 5. 二維數據 $(X,Y):(x_1,y_1),(x_2,y_2),...,(x_n,y_n)$,相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^n (x_i \mu_X)(y_i \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$ 迴歸直線(最適合直線)方程式 $y \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x \mu_X)$
- 6. 參考數值: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{6} \approx 2.449$, $\pi \approx 3.142$
- 7. 對數值: $\log_{10} 2 \approx 0.3010$, $\log_{10} 3 \approx 0.4771$, $\log_{10} 5 \approx 0.6990$, $\log_{10} 7 \approx 0.8451$
- 8. 角錐體積= $\frac{1}{3}$ 底面積×高

第 10 頁 共 7 頁 108 年學測 數學考科

(-4/5,18) 60