TAREA CALIFICADA

Padilla Arellano Alejandro Manuel

En la década de 1920, Wilhelm Ackermann y Gabriel Sudan, entonces estudiantes de David Hilbert, estudiaron los fundamentos de la computabilidad. Sudán es el primero en dar un ejemplo de una función primitiva recursiva pero no recursiva, luego llamada función de Sudán. Poco después y de forma independiente, en 1928, Ackermann publicó su propio ejemplo de una función primitiva recursiva pero no recursiva. Originalmente, Ackermann considera una función ϕ(m, n, p) dependiente de tres variables.

Más tarde, Rózsa Péter y Raphael Robinson dan una función de solo dos variables; es esta última la que se conoce hoy como la función de Ackermann.

La función de Ackermann-Péter se define recursivamente de la siguiente

$$A(m,n) = \begin{cases} n+1 & \text{si } m = 0 \\ A(m-1,1) & \text{si } m > 0 \text{ et } n = 0 \\ A(m-1, A(m, n-1)) & \text{si } m > 0 \text{ et } n > 0. \end{cases}$$

manera:

Elaborar el algoritmo iterativo a partir de este algoritmo recursivo, calcular su función tiempo y notación asintótica

Solucion codigo: https://github.com/Mapach33/ADA

Crecimiento de la función

A través de su definición recursiva, es posible observar el crecimiento extremadamente acelerado de la función para valores pequeños de mmm. Para ilustrarlo, se pueden considerar algunos casos particulares:

- A(0,n) = n+1
- A(1,n) = n+2
- A(2,n) = 2n+3
- A(3,n) = 2n+3−3
- A(4,n) crece como una torre de exponentes de 2 de altura n+3, es decir, A(4,n) = 2 ↑↑ (n+3) − 3, utilizando la notación de Knuth para potencias iteradas.

A partir de m=4, el crecimiento es tan grande que no puede representarse mediante funciones primitivas recursivas. Este comportamiento hace que la función de Ackermann sea una herramienta útil para analizar la eficiencia y los límites de algoritmos recursivos profundos.

Análisis de la función tiempo

Sea T(m,n) la función que cuenta el número de llamadas recursivas necesarias para computar A(m,n). Debido a que en el caso m>0 y n>0, la definición implica una doble recursión es decir, se hace una llamada dentro de otra—, la función tiempo crece aún más rápidamente que la propia función de Ackermann. Esta propiedad hace que sea imposible acotar T(m,n) mediante una función primitiva recursiva.

En particular:

- Para m = 0, $T(0,n) \in O(1)$
- Para m = 1, $T(1,n) \in O(n)$
- Para m = 2, $T(2,n) \in O(n)$
- Para m = 3, $T(3,n) \in O(2n)$
- Para m = 4, $T(4,n) \in O(2 \uparrow\uparrow n)$, donde $\uparrow\uparrow$ denota tetración

Cuando m no es constante, la complejidad de la función de Ackermann excede cualquier función que pueda expresarse en notación O(f(n)))) con f primitiva recursiva. Por tanto, se concluye formalmente que:

$T(m,n) \notin O(f(n))$ para toda función primitiva recursiva f.