Ejercicio 6

Ana Buendía Ruiz-Azuaga

March 13, 2022

1 Ejercicio 6

1.1 Apartado 1

Sea p el factor primo que tiene mayor periodo
$p = 7789$
Calcula los convergentes de $\sqrt{p}$.
Calculamos los convergentes para p:

```
A[0]= 88, B[0]= 1
A[1]= 265, B[1]= 3
A[2]= 353, B[2]= 4
A[3]= 4148, B[3]= 47
A[4]= 240937, B[4]= 2730
A[5]= 245085, B[5]= 2777
A[6]= 976192, B[6]= 11061
A[7]= 34411805, B[7]= 389912
A[8]= 654800487, B[8]= 7419389
A[9]= 689212292, B[9]= 7809301
A[10]= 1344012779, B[10]= 15228690
A[11]= 3377237850, B[11]= 38266681
A[12]= 8098488479, B[12]= 91762052
A[13]= 92460611119, B[13]= 1047649253
A[14]= 193019710717, B[14]= 2187060558
A[15]= 285480321836, B[15]= 3234709811
A[16]= 1620421319897, B[16]= 18360609613
A[17]= 1905901641733, B[17]= 21595319424
A[18]= 13055831170295, B[18]= 147932526157
A[19]= 54129226322913, B[19]= 613325424052
A[20]= 67185057493208, B[20]= 761257950209
A[21]= 255684398802537, B[21]= 2897099274679
A[22]= 2112660247913504, B[22]= 23938052147641
A[23]= 2368344646716041, B[23]= 26835151422320
A[24]= 4481004894629545, B[24]= 50773203569961
A[25]= 15811359330604676, B[25]= 179154762132203
A[26]= 36103723555838897, B[26]= 409082727834367
A[27]= 521263489112349234, B[27]= 5906312951813341
A[28]= 1599894190892886599, B[28]= 18128021583274390
```

A[29]= 2121157680005235833, B[29]= 24034334535087731
A[30]= 5842209550903358265, B[30]= 66196690653449852
A[31]= 31332205434522027158, B[31]= 355017787802336991
A[32]= 99838825854469439739, B[32]= 1131250054060460825
A[33]= 4324401717176707935935, B[33]= 48998770112402152466
A[34]= 4424240543031177375674, B[34]= 50130020166462613291
A[35]= 22021363889301417438631, B[35]= 249518850778252605630
A[36]= 48466968321634012252936, B[36]= 549167721722967824551
A[37]= 70488332210935429691567, B[37]= 798686572501220430181
A[38]= 189443632743504871636070, B[38]= 2146540866725408684913
A[39]= 638819230441450044599777, B[39]= 7238309172677446484920
A[40]= 828262863184954916235847, B[40]= 9384850039402855169833
A[41]= 11406236451845863955665788, B[41]= 129241359684914563692749
A[42]= 12234499315030818871901635, B[42]= 138626209724317418862582
A[43]= 19492372617730814703419031 3, B[43]= 2208634505549675846631479
A[44]= 157162430873349599514542413 9, B[44]= 17807702254121724191914414
A[45]= 17665480349108041421796144 52, B[45]= 20016336759671400038545893
A[46]= 68712684134659084216842674 95, B[46]= 77856712533135924307552093
A[47]= 29251621688774437828916684432, B[47]= 33144318689221509726875426 5
A[48]= 36122890102240346250600951927, B[48]= 40929989942535102157630635 8
A[49]= 65374511791014784079517636359, B[49]= 74074308631756611884506062 3
A[50]= 10149740189325513033011858828 6, B[50]= 11500429857429171404213669 81
A[51]= 47136411936403530539999198950 3, B[51]= 53409150292892346805305285 47
A[52]= 57286152125729043573011057778 9, B[52]= 64909580150321518209518955 28
A[53]= 16170871618786161768602131450 81, B[53]= 18322831059353538322434319603
A[54]= 38070358450145227894505368679 51, B[54]= 43136620133739228465820534734
A[55]= 54241230068931389663107500130 32, B[55]= 61459451193092766788254854337
A[56]= 92311588519076617557612868809 83, B[56]= 10459607132683199525407538907 1
A[57]= 23886440710708462477833323774998, B[57]= 27065159384675675729640563247 9
A[58]= 57004040273324586711427934430979, B[58]= 64589925902034550984688665402 9
A[59]= 80890480984033049189261258205977, B[59]= 91655085286710226714329228650 8
A[60]= 38056596420945678346847296725488 7, B[60]= 43121026704887545784200558000 61
A[61]= 46145644519348983265773422546086 4, B[61]= 52286535233558568455633480865 69
A[62]= 84202240940294661612620719271575 1, B[62]= 95407561938446114239834038866 30
A[63]= 13034788545964364487839414181766 15, B[63]= 14769409717200468269546751973199
A[64]= 60559378277886924112619728654222 11,
B[64]= 68618395062646485020170411779426
A[65]= 19471292337962513682569860014443248,
B[65]= 22062459490513992177605798731 1477
A[66]= 25527230165751206093831832879865459,
B[66]= 28924298996778640627822839909 0903
A[67]= 22368913366397216243322452305336692 0,
B[67]= 25345685146474311720018851800387 01
A[68]= 33808642351253336425921996786803692 59,
B[68]= 38307770709679253986306506099671418
A[69]= 36045533687893058050254242017337361 79,
B[69]= 40842339224326685158308391279710119
A[70]= 50240058029386309107922714301218939586,
B[70]= 56925818062592616104431559273590296 5
A[71]= 53844611398175614912948138502952675765,

B[71]= 610100519850252846202623984015613084
A[72]= 211773892223913153846767129810076966881,
B[72]= 23995597401766846996521875447827422l7
A[73]= 477392395846001922606482398123106609527,
B[73]= 54092200002036222455069990735810975l8
A[74]= 689166288069915076453249527933183576408,
B[74]= 78087797403803069451591866183638397l5
A[75]= 185572497198583207551298145398947376234l,
B[75]= 210267794809642361358253723103087769l8
A[76]= 81120661760132433785051753438910786257l0,
B[76]= 9191589766423725148846067585959894768l7
A[77]= 996779114799907545401815679788055238812l,
B[77]= 11294267714520148762428604816990772467l
A[78]= 436727085539973487901285917652754831315069,
B[78]= 49484510149079012193327607471656311087l2
A[79]= 132014904776791953915787590975614504633333O,
B[79]= 14958295721868905145622568289666801050811
A[80]= 703747232437957118369066546643348006298l719,
B[80]= 797399296242524269474456021954996363627l7
A[81]= 153950936965270619065392068426231051722967l8,
B[81]= 17443815497037375904051377268066607377634l5
A[82]= 224325660209066330902298723090565852352784l7,
B[82]= 254178084594626185987959374876165710139112
A[83]= 826927917592469611772288237697928608781322l9,
B[83]= 936972408754252317004391897309163204193681
A[84]= 11801316506503640895714334050861566375291296l3,
B[84]= 133717918071541586240494459372044505688506l6
A[85]= 244295609305997514032009563394210613593639l615,
B[85]= 27680556023062569656103283771718064341894973
A[86]= 850899992983028951053172030691247504533830453l,
B[86]= 964134598763418673193592972523586435945355l5
A[87]= 109519560228902646508518159408545811812746961l53,
B[87]= 12409401589940443688446258102407670793643053l8
A[88]= 194609559527205541613835362477670562266130006l1,
B[88]= 22050747577574630420382187827643535153096610l3
A[89]= 166639603644654697941920105922991030994178701l681,
B[89]= 188815382210537487051503760723555952018415936l2
A[90]= 519379766886684647987143854016740149209149105l734,
B[90]= 588496894209187091574893469998311391208344418l9
A[91]= 686019370531339345929063959939731180203327807l415,
B[91]= 77731227641972457862639723072186734322676035l1
A[92]= 326345724901204203170339969377566487002246033539l4,
B[92]= 369774599988808540608048239288578076411538583l93
A[93]= 202667628646035915361494621225937204003380898l19779,
B[93]= 22963788275748237015109291588036551927919075390l9
A[94]= 235302201136156335678528618163693852703605501551l73,
B[94]= 266615342756363224211897739809223326920344612l302
A[95]= 13791786343268175937541377120444064675214084059564l4,
B[95]= 156271459653929849121058161492648215388091381541l9
A[96]= 161448083546297392943266633020810032022501390750817,

```
B[96]= 18293299392956617154224793547357054808012584277 21
A[97]= 46081403052527654526194703724606071079714362209727 8,
B[97]= 52213744751306219220555403243978931154834306708 61
A[98]= 52304024193243393908246840427274778507910812338208 75,
B[98]= 59264449165732502858033422923112529751118995807192
A[99]= 10921618869173955326911315122701016412379306089739028,
B[99]= 12375027280659562763812238617062295261772142228524 5
A[100]= 27073640157672250044647314288129510675549693413298931,
B[100]= 30676499477892375813427819526435843498656184037768 2
A[101]= 37995259026846205371558629410830527087929899503037959,
B[101]= 43051526758551938577240058143498138760428326266292 7
A[102]= 65068899184518455416205943698960037763478692916336890,
B[102]= 73728026236444314390667877669933982259084510304060 9
A[103]= 12743043435326968582794715596910712445940241649134388 69,
B[103]= 14438840252509939119999297338722438016830340220434498
A[104]= 44665720922828908495197710532886453598554324464886697305,
B[104]= 50609668910021231234388208563198467041165275281824803 9
A[105]= 13527146711201942234387260315835043204025699755957353 0784,
B[105]= 15327289075531468761516455542346764492517885986751786 15
A[106]= 17993718803484833083907031369123688563881132202446022808 9,
B[106]= 20388255966533591884955276398666611196634413514934266 54
A[107]= 10571628373133222611009950797250089799091313674978266759946,
B[107]= 11978461351344797980889224866650102138973138698529392454 7
A[108]= 11646784929250029705194852908344222467564326174678539458749 5,
B[108]= 13196695742445811370863102629713778964067086981897265966 71
A[109]= 12703947766563351966295847988069231447473457542176366134744 1,
B[109]= 14394541877580291168952025116378789177964400851750205212 18
A[110]= 49758628228940085604082396872551916809984698801207637862981 8,
B[110]= 56380321375186684877719177978850146497960289537147881603 25
```

1.2 Apartado 2

Calcula las soluciones de las ecuaciones de Pell, $x^2 - py^2 = 1$

Como el período de p es impar (111) tenemos que la menor solución de $x^2 - py^2 = -1$ es:

a = 49758628228940085604082396872551916809984698801207637862981 8,

b = 56380321375186684877719177978850146497960289537147881603 25

donde a y b se han obtenido como los convergentes en el paso 110 (A[110] y B[110]).

1.3 Apartado 3

Calcula las unidades del anillo de enteros cuadráticos $\mathbb{Z}[\sqrt{p}]$**.**

1.4 Apartado 4

¿ Es $\mathbb{Z}[\sqrt{p}]$ **el anillo de enteros del cuerpo** $\mathbb{Q}[\sqrt{p}]$**?**