

第 14 次作业

1. 假设总体服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 参数 σ^2 已知, X_1, \dots, X_n 为其独立随机

样本, 请给出假设 $H_0: \mu = \mu_0$ vs $H_1: \mu \neq \mu_0$ 的似然比检验, 并将结果与之

前的 Z 检验相比较. 取检验水平 $\alpha = 0.05$.

2. Mendel 把饱满的黄颜色豌豆和皮皱的绿颜色豌豆杂交, 产生四种可能后代: 饱满的黄颜色的、皮皱的黄颜色的、皮皱的绿颜色的、饱满的绿颜色的. 他的遗传理论预测每一种类型的个数服从多项分布, 概率为

$$p_1 = \frac{9}{16}, p_2 = \frac{3}{16}, p_3 = \frac{3}{16}, p_4 = \frac{1}{16}.$$

在 $n = 556$ 次试验中, 观察到的每种类型个数分别为 315, 101, 108, 32. 请利用似然比检验验证 Mendel 的理论.

3. 下面的数据是两家图像制作公司制作图片的运行时间:

公司	时间 (min)							
A	102	86	98	109	92			
B	81	165	97	134	92	87	114	

假设两总体是近似正态分布的, 检验两总体的方差是否相等.

4. 在一台自动机床上加工直径为 2.050mm 的轴, 现相隔 2 小时取容量都为 10 的两组样本, 数据如下表 (单位: mm):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
一组	2.066	2.063	2.068	2.060	2.067	2.063	2.059	2.062	2.062	2.060
二组	2.063	2.060	2.057	2.056	2.059	2.058	2.062	2.059	2.059	2.057

假设轴直径的分布是正态的, 由于样本取自同一台机床, 可以认为方差相同.

- (1) 这台机床的生产是否稳定?
- (2) 数据是否支持前述方差相同的假设?

请通过假设检验分别进行说明, 取检验水平 $\alpha = 0.05$.

5. 将学习能力、爱好等基本条件相近的同学匹配成 10 对, 然后从每对中抽取一人组成甲组, 余下的 10 人组成乙组. 甲组由专业的地理老师讲授地理课, 乙组由数学老师兼讲地理课. 经过一阶段学习后测试, 成绩如下表:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
甲组	93	72	91	65	81	77	89	84	73	70

乙组	76	74	80	52	63	62	82	85	60	72
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

假设两组成绩服从二元正态分布，试问两组成绩是否有差异？请通过假设检验进行说明，取检验水平 $\alpha = 0.05$.

6. 考虑课上硬币的例子，已知两种外观一样的硬币装在袋子里，试验设计为随机选取一个独立掷 10 次，观测正面向上次数（表示为随机变量 X ）。请在以下两种情形下进行 Bayes 假设检验： $H_0: p = 0.5$ vs $H_1: p = 0.7$.

- (1) 袋子中两种硬币个数相同.
- (2) 袋子中均匀硬币个数是另一种硬币个数的 10 倍.

请构建检验准则，并计算相应的两类错误的概率.

7. 假设有两个正态总体 A 和 B. 从总体 A 随机抽取 10 个数据，得到 6 个 100 和 4 个 99；从总体 B 随机抽取 2 个数据，得到的是 -100 和 -200. 现在对两个总体均值分别进行单尾 t 分布假设检验： $H_0: \mu = 100$ vs $H_1: \mu < 100$ ，取检验水平 $\alpha = 0.05$.

- (1) 你的结论如何？
- (2) *你对题目从提出到结论有何看法？