第 12 次作业

1. 假设总体服从指数分布（参数为λ），$X_1,\cdots X_n$为其独立随机样本，请给出λ的假设检验（仿照课上正态总体均值检验的例子分别讨论双边和单边两种情形）.

2. 假设总体服从均匀分布$U(0,\theta)$（参数为θ），$X_1,\cdots,X_n$为其独立随机样本，给定$\theta_0>0$，定义检验的功效为$1-\beta(R)$（这里$\beta(R)$是拒绝域R所对应的检验的第二类错误发生概率），考虑假设检验：$H_0:\theta=\theta_0$ v.s. $H_1:\theta>\theta_0$，检验水平为α.

   （1） 请基于矩估计量建立检验并给出检验的功效.

   （2） 请基于极大似然估计量建立检验并给出检验的功效.

3. 假设全国年人均病假为 5.1 天，病假天数服从正态分布. 而某公司随机调查了雇员 49 人，年人均病假 7 天，标准差为 2.5 天. 问：该公司雇员是否比常人容易生病？请通过假设检验说明理由.

4. 从一批灯泡中随机地取 5 只作寿命试验，测得寿命（小时）为

   1050　1100　1120　1250　1280

   假设灯泡寿命服从正态分布，灯泡批次合格标准是平均寿命不少于 1180 小时.

   （1） 这批灯泡合格吗？请通过假设检验说明理由.

   （2） 如果将（1）中的原假设与备择假设互换，结论如何？请尝试说明原因.

   （3） 如果将（1）（2）中假设检验的检验水平α选得很大，甚至接近于 1，结果如何呢？

5. 某种元件的寿命（小时）服从正态分布，现测得 16 只元件的寿命如下：

   159　280　101　212　224　379　179　264

   222　362　168　250　149　260　485　170

   问：是否有理由认为元件的寿命大于 225 小时？请利用临界值法进行检验. 取检验水平$\alpha=0.05$.

6. 假设总体服从$P(\lambda)$（Poisson 分布），$X_1,\cdots,X_n$为其独立随机样本，考虑假设检验：H_0：$\lambda=\lambda_0$ v.s. H_1：$\lambda\neq\lambda_0$，请给出基于*大样本*方法的检验水平为α的检验.

7. 针对某一个检验准则假设我们测试了 4000 个真的原假设，1000 个假的原假设（现实中我们当然不会知道所检验的原假设中有多少为真多少为假），结果如表所示.

（1） 原假设为真的情况下第一类错误的比例是多少？

（2） 拒绝了原假设时第一类错误的比例是多少？你能从中得到什么启示呢？

（3） 原假设为假的情况下第二类错误的比例是多少？

（4） 这个检验的功效大概是多少？

	真实情况	
决策	H_0 为真	H_0 为假
不拒绝 H_0	3800	500
拒绝 H_0	200	500
合计	4000	1000

8. 对于某种癌症疾病，过去一直用外科方法进行治疗，治愈率为 2%，某医生用化学疗法治疗了 200 名患者，有 6 人被治愈，从而新方法治愈率为 3%，比外科方法治愈率高，因此化学疗法比外科疗法更有效.

（1） 上述判断是否科学？请设计一个科学的判断方法.

（2） 请依据你的判断方法给出判断结果.

9. （计算机实验）考虑题 6 中检验，令 $\lambda_0=1$，$n=20$ 和 $\alpha=0.05$. 随机模拟 $X_1,\cdots,X_n\sim P(\lambda_0)$，并重复 1000 次检验，记录拒绝原假设的次数. 犯第一类错误的比例与 0.05 有多接近？