# د) ضرب ماتریس‌های استراسن

- این روش برای ماتریس‌های 2*2 چندان جالب نیست
- فرمول‌های استراسن به گونه‌ای هستند که می‌توانیم ماتریس‌های بزرگتر را به صورت افراز ۴ ماتریس کوچکتر در نظر گرفت

$$\begin{array}{cc} & \leftarrow n/2 \rightarrow \\ \updownarrow n/2 & \left[\begin{array}{c|c} C_{11} & C_{12} \\ \hline C_{21} & C_{22} \end{array}\right] \end{array} = \left[\begin{array}{c|c} A_{11} & A_{12} \\ \hline A_{21} & A_{22} \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{c|c} B_{11} & B_{12} \\ \hline B_{21} & B_{22} \end{array}\right]$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1,n/2} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2,n/2} \\ & \vdots \\ a_{n/2,1} & \cdots a_{n/2,n/2} \end{bmatrix}.$$

$$M_1 = (A_{11} + A_{22})(B_{11} + B_{22}),$$

$$C_{11} = M_1 + M_4 - M_5 + M_7$$

## د) ضرب ماتریس‌های استراسن

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 8 & 9 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

$$\overbrace{\begin{bmatrix} C_{11} & \vdots & C_{12} \\ \cdots & & \cdots \\ C_{21} & \vdots & C_{22} \end{bmatrix}}^{\leftarrow 2 \rightarrow} = \left[\begin{array}{cc:cc} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hdashline 9 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{cc:cc} 8 & 9 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hdashline 7 & 8 & 9 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{array}\right]$$

## د) ضرب ماتریس‌های استراسن

$$
\begin{aligned}
m_1 &= (a_{11} + a_{22})(b_{11} + b_{22}) \\
m_2 &= (a_{21} + a_{22})\, b_{11} \\
m_3 &= a_{11}\,(b_{12} - b_{22}) \\
m_4 &= a_{22}\,(b_{21} - b_{11}) \\
m_5 &= (a_{11} + a_{12})\, b_{22} \\
m_6 &= (a_{21} - a_{11})(b_{11} + b_{12}) \\
m_7 &= (a_{12} - a_{22})(b_{21} + b_{22}),
\end{aligned}
$$

$$
C = \begin{bmatrix} m_1 + m_4 - m_5 + m_7 & m_3 + m_5 \\ m_2 + m_4 & m_1 + m_3 - m_2 + m_6 \end{bmatrix}.
$$

$$
\begin{aligned}
M_1 &= (A_{11} + A_{22}) \times (B_{11} + B_{22}) \\
&= \left( \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \right) \times \left( \begin{bmatrix} 8 & 9 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \right) \\
&= \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 11 & 13 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 17 & 10 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}.
\end{aligned}
$$

# د) ضرب ماتریس‌های استراسن

```
function C=sterasen(A,B)
  n=max(size(A));
  if (n==2)
    C=A*B;
  else
    A11=A(1:n/2,1:n/2);
    A12=A(1:n/2,n/2+1:n);
    A21=A(n/2+1:n,1:n/2);
    A22=A(n/2+1:n,n/2+1:n);
    B11=B(1:n/2,1:n/2);
    B12=B(1:n/2,n/2+1:n);
    B21=B(n/2+1:n,1:n/2);
    B22=B(n/2+1:n,n/2+1:n);
```

```
    M1=sterasen(A11+A22,B11+B22);
    M2=sterasen(A21+A22,B11);
    M3=sterasen(A11,B12-B22);
    M4=sterasen(A22,B21-B11);
    M5=
    M6
    M7
    C11=M1+M4-M5+M7;
    C12
    C21
    C22
    C(1:n/2,1:n/2)=C11;
    C(1:n/2,n/2+1:n)C12;
    C(n/2+1:n,1:n/2)=C21;
    C(n/2+1:n,n/2+1:n)=C22;
  end
end
```

## د) ضرب ماتریس‌های استراسن

### تحلیل پیچیدگی زمانی تعداد جمع‌ها و تفریق‌ها در حالت معمول

این روش برای ضرب دو ماتریس ۲×۲، به **۷ عمل ضرب** و **۱۸ عمل جمع و تفریق** نیاز دارد

$$T(n) = 7T\left(\frac{n}{2}\right) + 18\left(\frac{n}{2}\right)^2 \quad \text{for } n > 1,\ n \text{ a power of } 2$$
$$T(1) = 0$$

پس از حل این رابطه بازگشتی به پیچیدگی زمانی در حالت معمول به صورت زیر خواهیم رسید.

$$T(n) = 6n^{\lg 7} - 6n^2 \approx 6n^{2.81} - 6n^2 \in \Theta\left(n^{2.81}\right).$$