

Relación de ejercicios 3.1

1. Las expresiones $\frac{1}{x}$ y $\frac{2}{2x}$ son iguales, sin embargo, si calculamos la integral (inmediata) de cada una de ellas, obtenemos los siguientes resultados:

$$\int \frac{1}{x} dx = \log |x| + C \quad \text{y} \quad \int \frac{2}{2x} dx = \log |2x| + C$$

¿Son esos dos resultados realmente distintos?

2. Calcule las siguientes integrales observando que son inmediatas:

$$\begin{array}{ll} a) \int (4x^3 - 3x^2 + \frac{1}{2}x - \pi) dx & b) \int \sqrt[3]{x^2} dx \\ c) \int \cos x \sin^3 x dx & d) \int x \sin x^2 dx \end{array}$$

3. Calcule las integrales siguientes utilizando el método de integración por partes.

$$a) \int e^{2x} \cos x dx \quad b) \int x^5 \sin x^3 dx \quad c) \int \sin^2 x dx$$

4. Calcule las integrales

$$a) \int \operatorname{tg} x dx \quad b) \int (\ln x)^2 dx$$

y deduzca a partir de ellas las integrales siguientes:

$$c) \int e^x \operatorname{tg} e^x dx \quad d) \int \frac{(\ln(\operatorname{arctg} x))^2}{1+x^2} dx$$

5. Calcule las siguientes integrales racionales:

$$\begin{array}{ll} a) \int \frac{x^2}{x+1} dx & b) \int \frac{x^2}{(x+1)^2} dx \\ c) \int \frac{3}{9x^2-6x+2} dx & d) \int \frac{3x-1}{9x^2-6x+2} dx \end{array}$$

6. Utilice la descomposición en fracciones simples para calcular la integral

$$\int \frac{x^2 + 6x + 5}{x^3 - x^2 - x - 2} dx$$

7. Las siguientes integrales son de tipo racional pero dos de ellas, se pueden calcular de manera inmediata o por sustitución directa. Identifique y calcule esas dos integrales.

$$a) \int \frac{x}{4+x^4} dx \quad b) \int \frac{x^3}{4+x^4} dx \quad c) \int \frac{x^2}{4+x^4} dx$$

8. Utilice el cambio de variable $t = e^x$ para calcular las integrales

$$a) \int \frac{e^x dx}{1-e^x} \quad b) \int \frac{e^x dx}{1-e^{2x}}$$

9. Consideramos la integral $\int \cos^5 x \, dx$

- a) Calcúlela utilizando la forma compleja de las funciones trigonométricas.
 b) Calcúlela utilizando el cambio de variable $\sin x = t$.

10. Calcule las siguientes integrales teniendo en cuenta que son funciones racionales en seno y coseno y utilizando el cambio más adecuado según lo explicado en la sección [3.1.4.1](#).

a) $\int \sin^2 x \cos^3 x \, dx$ b) $\int \frac{dx}{1 + \cos x}$

11. Calcule la integral $\int \frac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{x}} \, dx$ utilizando el cambio de variable $x = \sin^2 t$

12. Resuelva las siguientes integrales irracionales, utilizando el cambio más adecuado según lo explicado en la sección [3.1.4.2](#).

a) $\int \frac{x \, dx}{\sqrt{5-4x-x^2}}$ b) $\int (x-3)\sqrt{x^2-6x} \, dx$

13. Calcule las siguientes integrales prestando especial atención al indicador de la variable (dx o dy) de integración.

a) $\int x \, dx$ b) $\int 2xy^2 \, dx$ c) $\int \frac{x}{y^2 + x^4} \, dx$
 d) $\int x \, dy$ e) $\int 2xy^2 \, dy$ f) $\int \frac{x}{y^2 + x^4} \, dy$