Relación de ejercicios 3.2

1. Distinga si las siguientes expresiones son ecuaciones diferenciales y determine el tipo (ordinarias o en derivadas parciales) y el orden.

   a) $x^2 + 3y^2 = 5xy$
   b) $x^2 + 3y'' - 5(y')^3 = 0$
   c) $1 + y + y'' + y''' = 0$
   d) $xy - y' \operatorname{sen} x = 0$
   e) $x\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} - \operatorname{sen} x = \mathrm{e}^x$
   f) $5\left(\dfrac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + xy\dfrac{\partial z}{\partial y} = 3xyz$

2. Consideremos la ecuación $y' + 2y = 0$. Se pide:

   a) Estudie la existencia y unicidad de soluciones.
   b) Compruebe que la función $y = C\mathrm{e}^{-2x}$ es una solución general.
   c) Determine la solución particular que pasa por el punto $(0, 3)$.

3. Consideremos la ecuación diferencial $y' = y^2 - 4$. Se pide

   a) Estudie la existencia y unicidad de soluciones
   b) Resuelva la ecuación (variables separables) y obtener la solución general.
   c) Calcule la solución particular, si existe, que pasa por $(0, 0)$.
   d) Calcule la solución particular, si existe, que pasa por $(0, 2)$.
   e) Calcule la solución particular, si existe, que pasa por $(0, -2)$.

4. Compruebe que la ecuación $xyy' - \ln x = 0$ es de variables separables y resuélvala. ¿Alguna solución pasa por el punto $(1, -2)$?

5. Compruebe que la ecuación $(2x - 3y) + (2y - 3x)y' = 0$ es exacta y resuélvala. ¿Alguna solución pasa por el punto $(1, -2)$?

6. Resuelva la ecuación diferencial lineal $y' + \dfrac{y}{x} = 3x + 4$ y compruebe la solución. ¿Alguna solución pasa por el punto $(2, 6)$?

7. Resuelva la ecuación $y' = \dfrac{xy}{x^2 - y^2}$ utilizando el cambio de variable $y = x \cdot u$ y compruebe la solución.

8. Resuelva la ecuación $yy' - 2y^2 = \mathrm{e}^x$ utilizando el cambio de variable $u = y^2$.

9. Entre los modelos estudiados en el tema, determine qué tipo de ecuación diferencial es cada una de las siguientes:

   a) $(2 + x)y' = 3y$
   b) $y' = \dfrac{3x + 2y}{x}$
   c) $2\cos(2x - y) - y'\cos(2x - y) = 0$
   d) $y' = -2 - y + y^2$
   e) $(x - 1)y' + y = x^2 - 1$
   f) $y' = \dfrac{y + x - 3}{y - x - 1}$
   g) $y' + 2xy = 2x$
   h) $\mathrm{e}^x yy' = \mathrm{e}^{-y} + \mathrm{e}^{-2x-y}$
   i) $y' + 2y = \operatorname{sen} x$
   j) $y^2\mathrm{e}^{xy^2} + 2xyy'\mathrm{e}^{xy^2} = 0$