

Relación de ejercicios 1.1 (Lecciones 1.1, 1.2 y 1.3)

1. Consideremos la definición de las funciones hiperbólicas que se presenta en la sección 1.1.2 de la página 9 de los apuntes.

- a) Compruebe que $\cosh(0) = 1$ y que $\sinh(0) = 0$
 b) Demuestre que $\frac{d}{dx} \cosh(x) = \sinh(x)$, y que $\frac{d}{dx} \sinh(x) = \cosh(x)$
 c) Demuestre que $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

2. Determine las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $(x-2)(x+2) = 5$ b) $(x^3-2)e^{x^2-1} = 0$
 c) $(2x^2+3x-5)\ln(x^2-3) = 0$ d) $3-2x = \sqrt{2x+3}$

3. Determine las soluciones de los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} 3x^2 - 3y = 0 \\ 3y^2 - 3x = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ 4 - x^2 = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x^2y + xy^2 = 0 \\ x^2 - y^2 = 0 \end{cases}$
 d) $\begin{cases} 6x - 2\lambda x = 0 \\ 3y^2 - 2\lambda y = 0 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$ e) $\begin{cases} -\frac{1}{4}ye^{-\frac{xy}{4}} - 2\lambda x = 0 \\ -\frac{1}{4}xe^{-\frac{xy}{4}} - 2\lambda y = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

4. Desarrolle y simplifique las siguientes expresiones

a) $\left(4x - \frac{1}{2}\right)^4$ b) $(x+y)^2 - (x-y)^2$ c) $(x+y)^8 - (x-y)^8$

5. Ayudándose de la fórmula del binomio de Newton calcule:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^5}{(n+1)^6 - n^6}$$

6. Transforme los polinomios usando la técnica de completar cuadrados:

a) $9x^2 - 6x + 2$ b) $5x^2 + 7x + 2$ c) $3x^2 + 1$