Tema 2: Búsqueda

Rosa María Maza Quiroga – rosammq@uma.es

Departamento de Lenguajes y Ciencias de la Computación

Universidad de Málaga







Relación con el Tema 1

¿AGENTE MÁS SIMPLE?

Agente reactivo.

¿AGENTE CON ÉXITO CONSIDERANDO ACCIONES FUTURAS?

Agente basado en objetivos.

También llamado:

Agente resolvente de problemas.

El que veremos en este tema.

Resumen

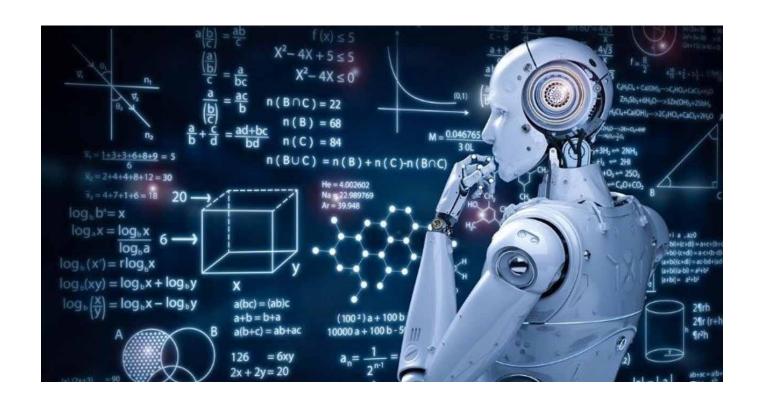
- 1. Agentes resolventes-problemas
- 2. Búsqueda de Soluciones
- 3. Estrategias Búsqueda: No informada
- 4. Estrategias de búsqueda: Informada

1. Agentes resolventes de problemas

Espacio de estados

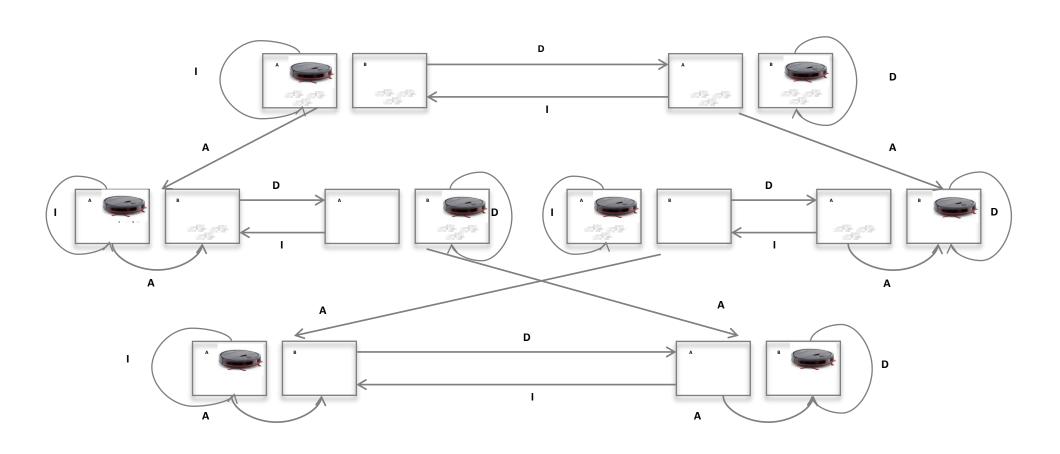
Proceso a seguir en problemas

Espacio de estados: implementación del algoritmo



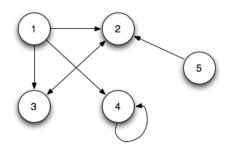


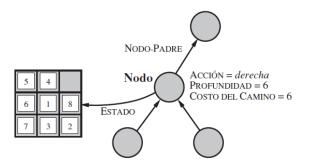
Ejemplo mundo: Mundo Aspiradora



1. Agentes resolventes-problemas: Espacio de estados: agente individual

- ¿Cómo vamos a representar un mundo? Mediante un espacio de estados.
- **Espacio de estados:** es la formalización (representación de una idea mediante recursos formales de un sistema, en este caso, con forma simbólica) de cómo funciona una parte del mundo.
- Un espacio de estados está formado por:
 - Estados
 - Acciones posibles: precondiciones y efectos
- Un espacio de estados NO ES UNA SOLUCIÓN A UN PROBLEMA
- **Espacio de estados**: define implícitamente un **grafo**:
 - Nodos: estados
 - Arcos: acciones
 - Tipo de grafo: Árbol: entre 2 nodos sólo hay 1 camino posible.
- **Espacio de estados** se usa cuando la solución es un plan:
 - Percibo Construyo Razono Devuelvo solución (plan)





1. Agentes resolventes-problemas: Cuando tenemos un problema...

■ Problema: estar en un estado y querer cambiar a otro estado (como la vida ;)).

Proceso a seguir:

- 1. ¿Cómo <u>representamos</u> un problema? Mediante **espacio de estados**.
- 2. ¿Cómo definimos el problema? Creamos una instancia del problema, formada por:
 - Estado inicial
 - 2. Estado final o condición objetivo.
- 3. Construimos solución: elegir estrategia (algoritmo):

Al elegir una estrategia estamos eligiendo el algoritmo y la manera en que el algoritmo construye la solución:

- ej. Árbol de búsqueda: estructura para encontrar la solución.
 - Existen varios caminos. La estrategia decide qué camino.
- 1. No informada (ciega):
- 2. Informada

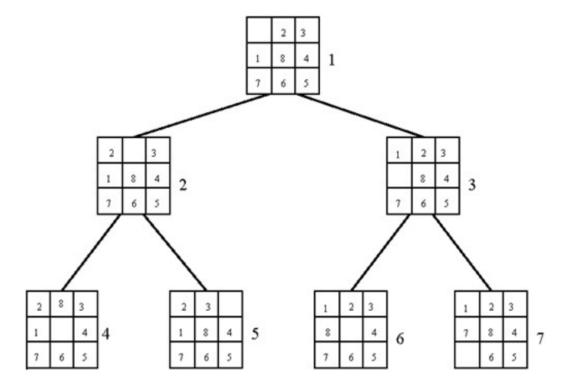
Ejercicio: PUZLE-8

Representación del puzle-8: Espacio de estados

5		8
4	2	1
7	3	6

1. Agentes resolventes-problemas: Solución a problemas

- Contemplar todos los estados: complicado (memoria).
- Por eso, se crean diferentes estrategias.



1. Agentes resolventes-problemas

- 1. Agentes inteligentes deben maximizar su rendimiento.
 - 1. Elegir objetivo y satisfacerlo, implica formulación objetivo.
 - Formulación problema, dado un objetivo, es el proceso de decidir acciones y estados a considerar.
- 2. Agente con distintas opciones inmediatas de valores <u>desconocidos</u> puede decidir qué hacer, examinando las diferentes secuencias posibles de acciones que le conduzcan a estados de valores conocidos y entonces escoger la <u>mejor secuencia</u>.
- 3. <u>**Búsqueda**</u> es el proceso de hallar la secuencia.
 - 1. Algoritmo de búsqueda toma como entrada un problema y devuelve una solución (secuencia de acciones).

1. Agentes resolventes-problemas: Espacio de estados: Implementación del algoritmo

- 1. Problema puede definirse con 4 componentes:
 - **1. Estado inicial**, donde comienza agente.
 - **Acciones** disponibles por el agente:
 - 1. Formalización más común: Función sucesor: <acción, Estado sucesor>
 - **Test objetivo**, determina si un estado es objetivo.
 - 4. <u>Costo camino</u>, asigna un costo numérico a cada camino.

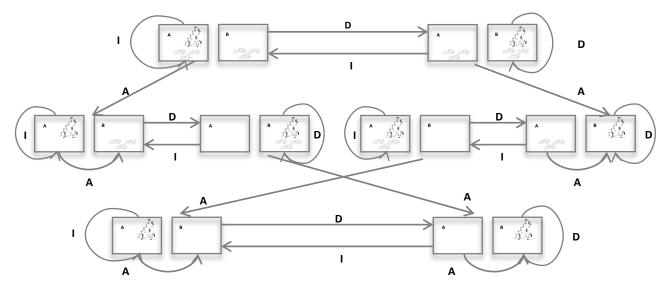
Necesitamos conocer: precondición y efecto de cada acción

Método: devolverá los hijos

Clase:

- Espacio de estados: Todos los estados alcanzables desde el estado inicial. Definido por el estado inicial y la función sucesor.
- 3. <u>Solución</u>: Camino estado inicial a un estado objetivo.
 - 1. Calidad solución: viene dada por el costo del camino.
 - 2. <u>Solución Óptima:</u> coste mínimo de todas las soluciones.

Ejemplo Problema: Mundo Aspiradora



- Estados: Dos localizaciones posibles y cada una puede estar sucia o no \rightarrow 2 x 2^2 =8
- <u>Estado inicial</u>: Cualquier estado.
- <u>Función sucesor</u>: Tres acciones posibles (Izquierda, Derecha, Aspirar)
- <u>Test objetivo</u>, todos los estados cuadrados limpios.
- <u>Costo camino</u>, costo individual es 1, costo camino número pasos que lo componen.

Ejemplo Problema: PUZLE-8

- <u>Estados</u>: Localización de las 8 fichas y el blanco.
- <u>Estado inicial</u>: Cualquier estado.
- <u>Función sucesor</u>: Cuatro acciones posibles (Izquierda, Derecha, Arriba, Abajo)
- <u>Test objetivo</u>, estados coincide con la configuración objetivo.
- Costo camino, costo individual es 1, costo camino número pasos que lo componen.

5		8
4	2	1
7	3	6

Posible estado inicial

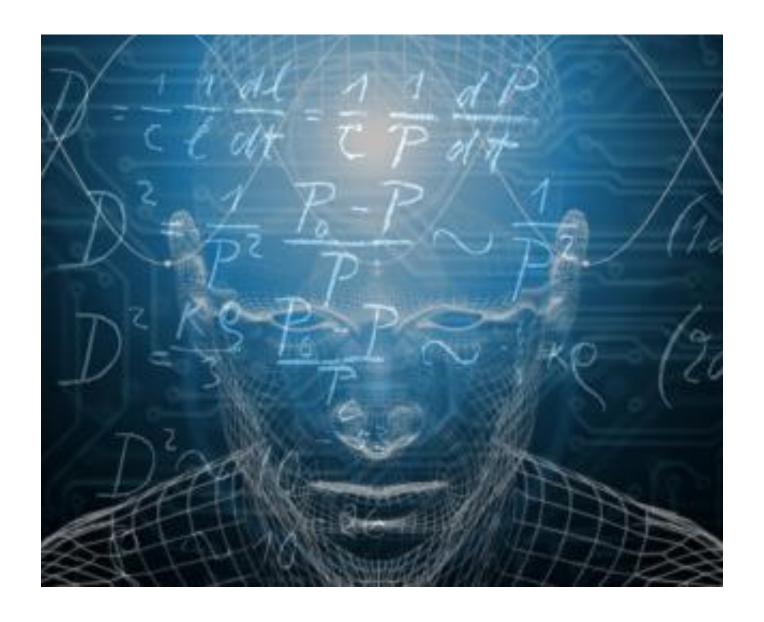
1	2	3
4	5	6
7	8	

Estado final

2. Búsqueda de soluciones

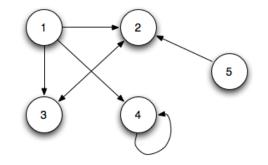
Resolución de problema

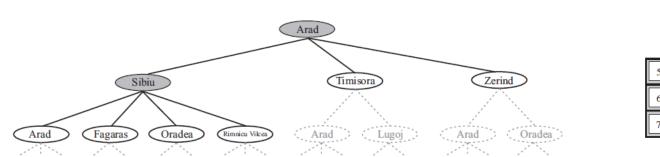
Rendimiento de la resolución

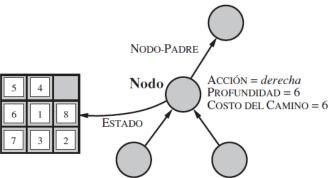


2. Búsqueda de soluciones: Resolución problema

- Espacio de estados: definición del mundo mediante un grafo:
 - Nodos: estados
 - Arcos: acciones
 - Tipo de grafo: Árbol: entre 2 nodos sólo hay 1 camino posible.

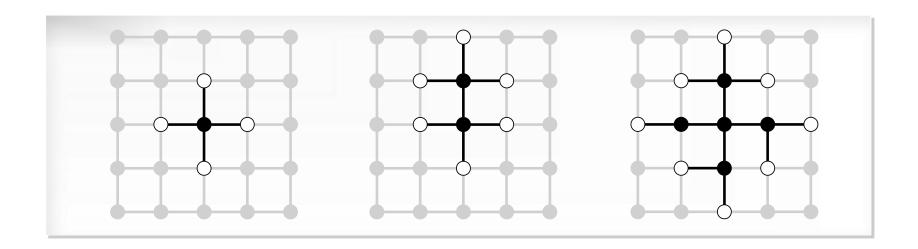






2. Búsqueda de soluciones: Resolución problema

- Frontera: La colección (conjunto) de nodos (nodos hoja) que se genera pero no se ha expandido.
 - La estrategia de búsqueda será una función que seleccione del conjunto el siguiente nodo a expandir.



2. Búsqueda de soluciones: Rendimiento de la resolución

- Completitud: garantizado <u>algoritmo encuentra solución cuando existe</u>.
- Admisibilidad: cuando encuentra la solución, ésta es óptima.
- Optimización: encuentra la estrategia la solución óptima.
- Complejidad en tiempo: cuanto tarda en encontrar la solución.
- Complejidad en espacio: cuanta memoria necesita para el funcionamiento de la búsqueda.

Eficiencia:

- Coste de la búsqueda: complejidad en tiempo y también uso memoria.
- Coste total: coste de la búsqueda y coste del camino solución encontrado.

3. Estrategias de búsqueda

No informadas



3. Búsquedas no informadas

- No tienen información adicional acerca de los estados más allá de la que proporciona el problema.
- Generan <u>sucesores</u>.
- Distinguen si un <u>estado</u> es el <u>objetivo</u> o <u>no</u>.
- Estrategias (algoritmos):
 - 1. Primero en anchura (Breadth-first)
 - 2. Anchura con costes = Costo uniforme (Dijkstra)
 - Primero en profundidad (Depth-first)
 - 4. Profundidad limitada
 - 5. Profundidad iterativa

'Búsquedas con árbol'

'Búsquedas con retroceso' (Backtrack)

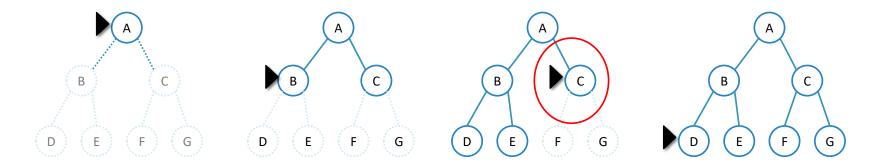
Los problemas de búsqueda de <u>complejidad-exponencial</u> <u>no</u> pueden resolverse por <u>métodos sin información</u>, salvo casos pequeños.

3. Búsquedas no informadas: FIFO (First In First Out)



3. Búsquedas no informadas: 1. Primero en Anchura (FIFO)

- Expanden todos los nodos a una <u>profundidad</u> en el árbol de búsqueda <u>antes</u> de expandir cualquier nodo del <u>próximo nivel</u>.
- Algoritmo de satisfacción (no hay preferencia).
- Óptima si todas las acciones tienen mismo coste.
- Problema: grandes requisitos de memoria, más que tiempo de ejecución.



3. Búsquedas no informadas:2. Anchura con costes (Dijkstra)



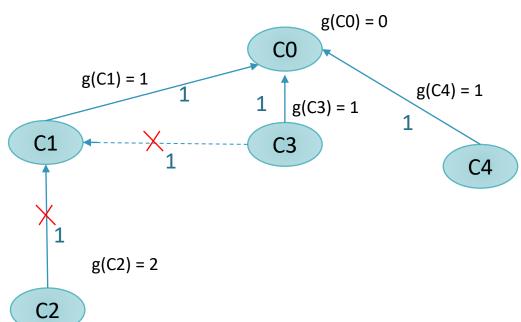
- Función g(n): para cada nodo en el camino de búsqueda, g(n) será el coste del camino guardado en el árbol desde el Estado inicial hasta n. Cola con prioridad.
- <u>Expande</u> el <u>nodo</u> n con <u>menor coste</u>.
- No importa el número de pasos que tiene un camino, pero sí su coste total.
- Óptima con cualquier función de coste.
- Analizamos el caso sin ciclos:
 - Podría darse bule infinito si existe un ciclo de coste 0 que conduce al mismo estado.

Ejercicio: Distancia en Km entre ciudades.

Ejercicio: distancia entre ciudades

Aplicar el algoritmo de Dijkstra para encontrar la ruta más corta entre la ciudad CO y la C3, dada la siguiente

tabla que indica las ciudades conectadas y los Km entre ciudades.



	CO	C2	С3	C4	C5
СО		1		1	1
C1	1		1	1	
C2		1			1
С3	1	1			
C4	1		1		

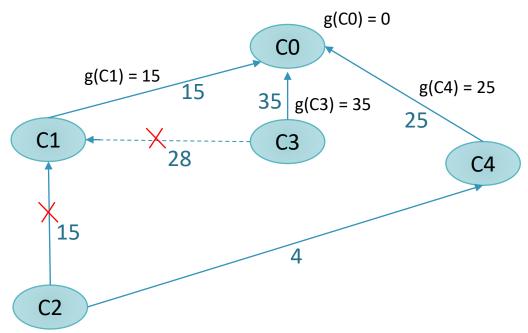
Iteraciones	Abiertos n(g(n))
1	CO(0) Seleccionamos CO para expansión.
2	Ordenar en orden creciente: C1(1), C3(1), C4(1) Seleccionamos C1 para expansión.
3	Ordenamos en orden creciente: C3(1), C4(1), C2(2) Seleccionamos C3 para expansión.
4	C3 es seleccionado para expansión, y es el objetivo.
Solución	C0 – C3 Coste = 1

Resolver por Dijkstra con costes iguales (g(n)=0) es lo mismo que hacer algoritmo primero en anchura.

Ejercicio: distancia entre ciudades

Aplicar el algoritmo de Dijkstra para encontrar la rusa más corta entre la ciudad CO y la C3, dada la siguiente

tabla que indica las ciudades conectadas y los Km entre ciudades.



g(C2) = 15 + 15 = 30

	c0	c1	c2	c3	c4
с0		15		35	25
c1	15		15	28	
c2		15			4
c3	35	28			
c4	25		4		

Iteraciones	Abiertos n(g(n))
1	CO(0) Seleccionamos CO para expansión.
2	Ordenar en orden creciente: C1(15), C4(25), C3(35) Seleccionamos C1 para expansión.
3	Ordenamos en orden creciente: C4(25), C2(30), C3(35) Seleccionamos C4 para expansión.
4	Actualizar valor de C2. Ordenar creciente: C2(29), C3(35)
5	C3(35) es seleccionado para expansión, y es el objetivo.
Solución	C0 – C3 Coste = 35

3. Búsquedas no informadas: LIFO (Last In Last Out)



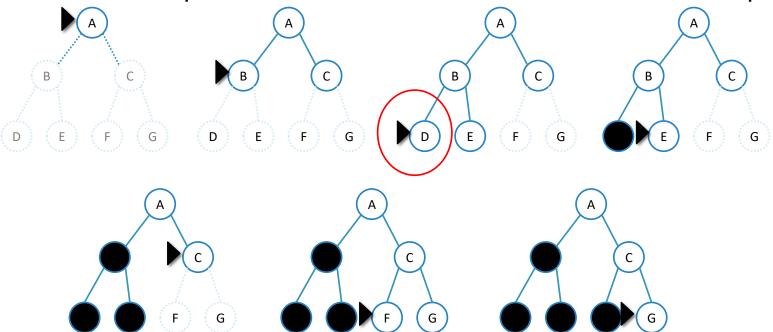
3. Búsquedas no informadas: Algoritmos Backtrack

- Útiles para problemas que se representen como:
 - Árboles finitos.
 - Grafos acíclicos dirigidos finitos.
- Ver vídeo disponible en el campus virtual: Algoritmos Backtrack

3. Búsquedas no informadas:3. Primero en Profundidad (LIFO)



Expande el nodo más profundo en la frontera actual del árbol de búsqueda.

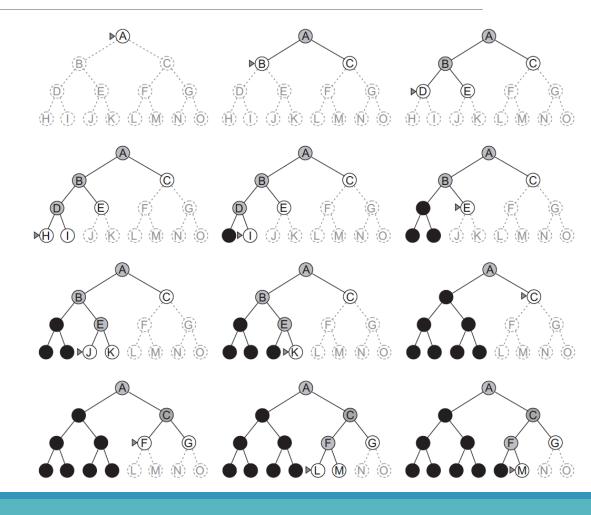


- Algoritmo no óptimo y no completo, ya que puede existir profundidad ilimitada.
 - Completo: únicamente en árboles o grados acíclicos dirigidos y finitos.

3. Búsquedas no informadas:3. Primero en Profundidad (LIFO)

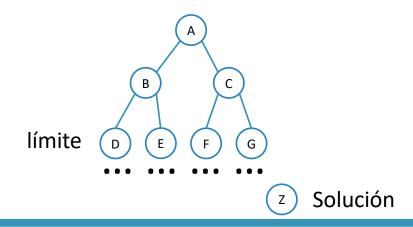


- Memoria: requisitos modestos.
- Almacena sólo <u>UN camino</u> desde la raíz a UN nodo hoja, junto con los nodos hermanos no expandidos para cada nodo del camino.
- Cuando el nodo ha sido expandido, se <u>quita de la</u> <u>memoria</u> cuando todos sus descendientes han sido explorados.
- **Problema**: camino muy largo previo al objetivo.
- En el ejemplo de la derecha:
- Nodos de profundidad 3 no tienen sucesores.
- M es el nodo objetivo.
- Los nodos que han sido expandidos y no tienen descendientes en la frontera se quitan de la memoria (nodos en negro).



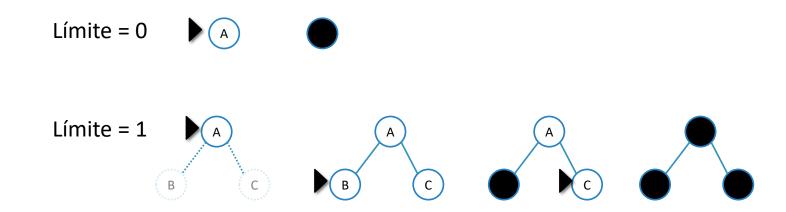
3. Búsquedas no informadas:4. Profundidad limitada

- Se define límite de profundidad l.
 - Evita problema de caminos ilimitados o muy largos.
 - Nodos a profundidad / se les trata como si no tuviesen sucesor.
- Problema: Incompletitud si I < d, objetivo fuera alcance del límite profundidad.</p>
- Se usa cuando tenemos buena estimación del nivel en el que está la solución.



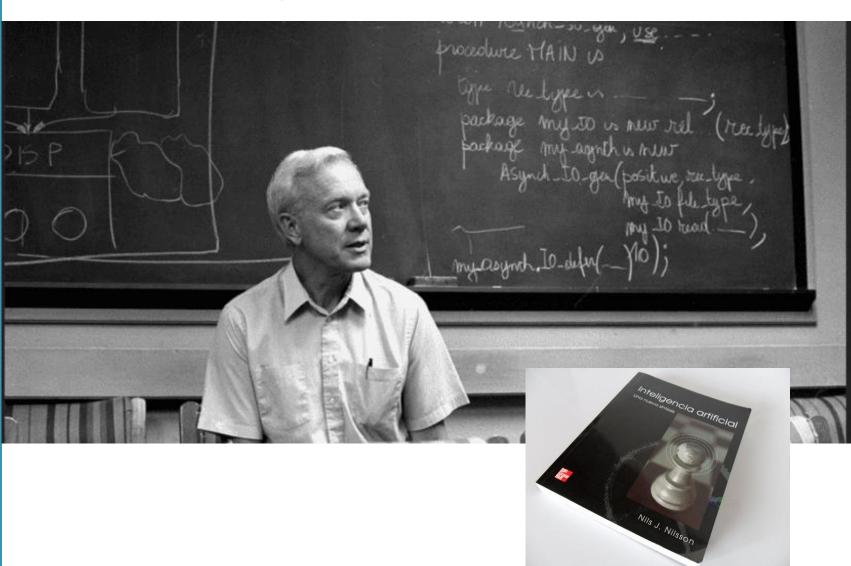
3. Búsquedas no informadas:5. Profundidad Iterativa

- Si en Profundidad limitada no tenemos una buena estimación del nivel donde se encuentra el objetivo, utilizamos este algoritmo.
- Es el preferido cuando hay un espacio grande de búsqueda y no se conoce la profundidad de la solución.
- Combina ventajas de Primero en Profundidad y Primero en Anchura.
 - Llamamos a Primeo en profundidad para cada nivel hasta encontrar la solución.



Nils John Nilsson: pionero en robótica e IA (1933-2019) - coautor A*

4. Estrategias de búsqueda Informadas



4. Búsquedas informadas

- **Estrategias de búsqueda informada** puede encontrar <u>soluciones</u> de manera <u>más</u> <u>eficiente</u> que una estrategia no informada.
- Selecciona un nodo para la expansión basada en una función de evaluación f(n).
 - Normalmente se expande el nodo con la evaluación más baja.
- Función heurística h(n), forma más común de transmitir el conocimiento adicional del problema al algoritmo de búsqueda.
 - Heurístico: es un proceso para llegar a un objetivo (eureka!: lo encontré!), 'la cuenta la vieja'
 - Gran parte de nuestro conocimiento (como humano) es heurístico.
 - La mayoría de las veces ayuda a encontrar una solución buena.
 - Propia de cada problema

4. Búsquedas informadas

Estrategias (algoritmos):

```
    A*
    Voraz (greedy)

            (asignatura: previa a ésta)

    *Búsquedas con árbol*
```

- 3. Poda alfa-beta (asignatura: previa a ésta) 'Búsquedas con retroceso'
- 4. BID con heurística (asignatura: Inteligencia Artificial para juegos)

Ejemplo mapa de carreteras

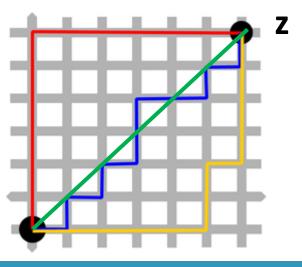
- Objetivo: ciudad z
- Coste: distancia en Km
- Función heurística: h(n) = distancia directa entre nodo n hasta z



Caso real: los GPS miden sobre una esfera por lo que son arcos y no rectas.

Ejemplo distancia en una malla

- Objetivo: ciudad z
- Coste: 1 por movimiento
- Movimientos (arriba, abajo, izquierda, derecha)
- Definimos función heurística para este problema.
- Función heurística h(n) = distancia directa del nodo n hasta z.
- Ejemplos de funciones heurísticas:
 - Función heurística 1: $h_1(n)$ = distancia en euclídea a z
 - Función heurística 2: $h_2(n) = \frac{\text{distancia de Manhattan a z}}{n}$
 - •
 - Función heurística n: $h_n(n)$...



Estado objetivo

Ejemplo distancia en una malla

Definiendo las heurísticas:

Distancia euclídea:

La distancia entre dos puntos es la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las diferencias de las coordenadas.

$$h(n) = \sqrt{(F - Fo)^2 + (C - Co)^2}$$

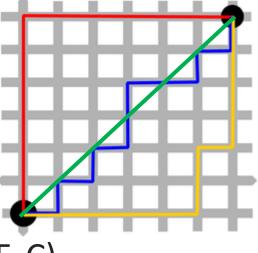
Distancia de Manhattan:

La distancia entre dos puntos es la suma de las diferencias absolutas de sus coordenadas

$$h(n) = |F - Fo| + |C - Co|$$

Estado objetivo

$$\mathbf{Z} = (Fo, Co)$$



$$n = (F, C)$$

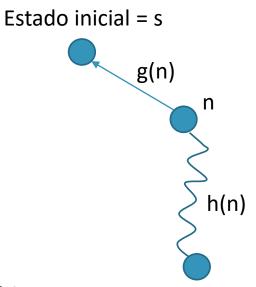


4. Búsquedas informadas: Voraz (greedy)

- Expandir nodo más cercano al objetivo, basándose que conduce rápidamente a una solución.
 - f(n) = h(n): coste estimado del camino más barato desde el nodo n a un nodo objetivo.
- Ejemplo h(n) = distancia en línea recta entre dos ciudades.
- Algoritmo no óptimo e incompleto.

4. Búsquedas informadas: Algoritmo A*

- Evalúa los nodos con la función de evaluación f(n): f(n) = g(n) + h(n)
 - **f(n) función de evaluación**: estimación del coste de un camino solución que pasa por n.
 - g(n) **coste** en el árbol desde origen hasta n.
 - h(n) **estimación** del coste desde n hasta el objetivo.
- Es un algoritmo de optimización.
- Selección de nodos abiertos = cola con prioridad.
- Dos caminos al mismo nodo: nos quedamos con el de menor g(n).
- Ordena la lista de abiertos por el menor valor de f(n).
- El objetivo lo encuentra cuando el nodo objetivo está en la lista de abiertos.



Estado objetivo

Ejemplo Puzle-8: Algoritmo A*

- \triangleright Resolver el problema con h1(n) = número de piezas descolocadas.
- \triangleright Resolver el problema con h2(n) = suma de las distancias de Manhattan para cada pieza.
- \blacktriangleright h_1 vs h_2 : ¿Qué heurístico es mejor?

Informalmente: h2 es más preciso que h1, porque h2 aproxima mejor la función de la realidad.

Formalmente: ver Propiedad más formado en propiedad 2 (a continuación).

A* encuentra la solución óptima para los dos casos anteriores. Pero...

¿encuentra siempre la solución óptima?

4. Búsquedas informadas: Algoritmo A* Propiedades: Propiedad 1 - Admisibilidad

- Admisibilidad: cuando encuentra una solución, ésta es óptima.
- Defino:

 $h^*(n) \equiv$ coste mínimo REAL desde n hasta el objetivo (no lo conocemos). $c^* \equiv$ coste de la solución óptima (no lo conocemos aún, lo conoceremos cuando resolvamos el problema de manera óptima).

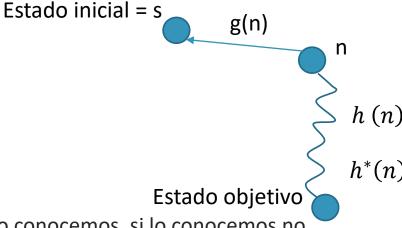
- Supongamos:
- h(n) = 0 Dijkstra (no hay heurística, estrategia no informada (a ciegas) y h^* no lo conocemos, si lo conocemos no habría búsqueda.
- Defino heurístico admisible (también llamado optimista):
 - a) $h(n) \leq h^*(n) \quad \forall n$

Será admisible si cumple esta propiedad.

Propiedad 1:

 $\forall \ arco(n, n') \ c(n, n') \ge \in \ge 0$ y el heurístico es admisible, entonces A* es admisible incluso en grafos infinitos.

- Si hay una solución, el algoritmo A* encuentra la óptima.
- Si el camino crece infinitamente, el coste también (por eso se pone esta condición).



4. Búsquedas informadas: Algoritmo A* Propiedades: Propiedad 1 - Admisibilidad

- **Ejemplo Puzle-8:**
- $\succ h_1$ ¿es un heurístico optimista?

Ej: si tengo 3 piezas mal colocadas, voy a tener que hacer 3 movimientos para resolver el puzle, o ¿puede que haga menos?

En cada movimiento sólo puedo mover una pieza.

Sí es optimista [©]

$\succ h_2$ ¿es un heurístico optimista?

Si muevo una pieza, tendré que moverla tantas filas o columnas como de lejos esté.

Sí es optimista 😊

Conclusión sobre heurística

Sé optimista y encontrarás el óptimo ©

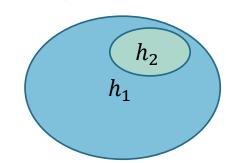


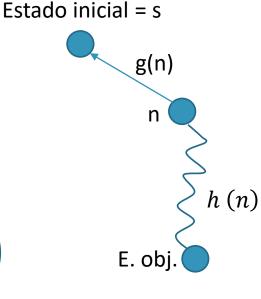
Kismet

Definición: Propiedad más informado:

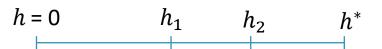
Dado 2 heurísticos admisibles (optimistas):

- h_2 está más informado que h_1 si se cumple $h_2(n) > h_1(n) \ \forall \ n \neq E.\ obj.$
- Si el heurístico es mejor en un nodo, ese heurístico es informado.
- Propiedad 2:
- Si A* selecciona n con h_2 , también lo selecciona con h_1 .





- **Ejemplo Puzle-8:**
- $h_0 = 0$ (Dijkstra)
- h_1 = número piezas descolocadas.
- h_2 = suma de distancia de Manhattan de piezas mal colocadas.



- Ejemplo Puzle-8:
- ¿Qué heurístico es el más informado?
- $h_0 = 0$ (Dijkstra)
- o h_1 = número piezas descolocadas.
- \circ h_2 = suma de distancia de Manhattan de piezas mal colocadas.
- \succ ¿ h_2 está más informado que h_1 ?
- No
- o $h_2(n) \geq h_1(n) \ \forall \ n$ Ante esta situación es mejor h_2 , pero no podemos decir que sea más informado que h_1
- \succ ¿Toda heurística siempre estará más informada que h_0 ? No porque podemos definir una heurística que sea 0 antes de llegar al estado objetivo.

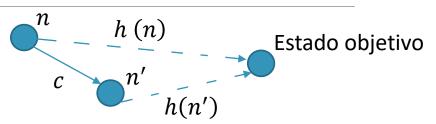
- Definición: Restricción de monotonía:
- h cumple la restricción de monotonía si $h(n) \le c + h(n')$
- Cuando esto se cumple, y tenemos un camino:

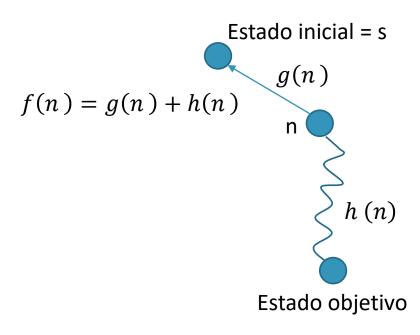
s, n_1 , n_2 , n_3 , ... se cumple $f(s) \le f(n_1) \le f(n_2) \le f(n_3)$ secuencia monótona no decreciente.

Propiedad 3:

Si h es monótono, A^* expande cada nodo como mucho una vez (nunca encuentra un camino mejor a un nodo ya cerrado).

- Si h se obtuvo por relajación, entonces es monótono.
- Si es monótono entonces también es admisible (al revés no).
- Si hemo tenido que reabrir un nodo, no es monótono.





- Forma de comprobar monotonía: $h(n) h(n') \le c(n, n')$
- \clubsuit Ejemplo Puzle-8 **comprobar monotonía de heurística h_1** = número de piezas mal colocadas (primer ejercicio hecho en clase). Suponemos que estamos en posición n, hay k piezas descolocadas y el coste de mover es 1.
- o ¿Qué puede ocurrir? Describo todos los casos posibles:
 - p estaba descolocada y la coloco (acerco a solución)

$$h(n) - h(n') = k - (k-1) = k - k + 1 = 1 \le 1$$
 Cumple monotonía

• p estaba colocada y la descoloco (alejo de la solución)

$$h(n) - h(n') = k - (k+1) = k - k - 1 = -1 \le 1$$
 Cumple monotonía

• p estaba descolocada y lo sigue estando (me mantengo a la misma distancia).

$$h(n) - h(n') = k - k = 0 \le 1$$
 Cumple monotonía

 \circ Todos los casos posibles son monótonos, así que la heurísica h_1 es monótona.

- Forma de comprobar monotonía: $h(n) h(n') \le c(n, n')$
- Ejemplo Puzle-8 comprobar monotonía de heurística h_2 = distancia de Manhattan (segundo ejercicio hecho en clase). Suponemos que estamos en posición n, hay k piezas descolocadas y el coste de mover es 1.
- o ¿Qué puede ocurrir? Describo todos los casos posibles:
 - p estaba descolocada y la coloco (acerco a solución)

$$h(n) - h(n') = k - (k-1) = k - k + 1 = 1 \le 1$$
 Cumple monotonía

• p estaba colocada y la descoloco (alejo de la solución)

$$h(n) - h(n') = k - (k+1) = k - k - 1 = -1 \le 1$$
 Cumple monotonía

- p estaba descolocada y lo sigue estando (este caso no puede ocurrir con esta heurística).
- \circ Todos los casos posibles son monótonos, así que la heurísica h_2 es monótona.

4. Búsquedas informadas: Algoritmo A* Conclusión tras las propiedades

- 1. Si el heurístico es monótono y admisible entonces A* es el mejor que Dijkstra.
- 2. Esto me dice que se harán menos iteraciones que en Dijkstra (menor tiempo).
- 3. Función de evaluación: determina el criterio para continuar buscando:

Estrategia	Función evaluación
Dijkstra	f(n) = g(n)
Greedy	f(n) = h(n)
A*	f(n) = g(n) + h(n)

4. Cuando nos encontramos dos caminos a un nodo, elegir en función de f(n).