Relación de ejercicios 2.3

1. Identifique y clasifique (si existen) los puntos críticos de los siguientes campos:
   a) $f_1(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$
   b) $f_2(x, y) = (x^2 + y^2)\mathrm{e}^{x-y}$
   c) $f_3(x, y) = 2x^4 + 4x^2 + y^2 + 8xy + 4y + 3$
   d) $f_4(x, y) = \ln(1 + x^2y^2)$

2. Determine y clasifique los puntos críticos de $f(x, y) = x^3+y^3$ sobre la restrición $x^2 + y^2 = 1$.

3. Consideramos el campo $f(x, y) = 3x^2 + y^3$:

   a) Determine, sin clasificar, todos los puntos críticos del campo f sobre la curva $x^2 + y^2 = 9$

   b) Uno de los puntos obtenidos en el apartado anterior debe ser $(\sqrt{5}, 2)$: clasifique este punto.

4. Consideremos la función $f(x, y) = -3xy^2 + 4y^2 - 10xy + 12y + 4x^2 - 15x + 14$.

   a) Compruebe que $(1, -1)$ es un punto crítico de $f(x, y)$ sujeto a la condición $x - 2y - 3\mathrm{e}^{x+y} = 0$.

   b) Clasifique el punto crítico del apartado anterior.

5. Sabemos que $(2, 1)$ es un punto crítico de un campo $f(x, y)$ sujeto a la restricción $x^3 + y^2 - 4xy - y = 0$, siendo $\alpha = \frac{1}{2}$ el multiplicador de Lagrange y $\nabla^2 f(2, 1) = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$. Determine si el punto crítico es máximo o mínimo.

6. Halle los valores máximo y mínimo del campo escalar $f(x, y) = \exp\left(\frac{-xy}{4}\right)$ en la región $x^2 + y^2 \leq 2$.

7. Halle los valores máximo y mínimo del campo escalar $f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 1$ en la región triangular cerrada del primer cuadrante acotada por las rectas $x = 0$, $y = 4$, $y = x$.