

Relación de ejercicios 1.3 - REPASO

1. Determine las soluciones de los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 a) \quad & \begin{cases} 8x^3 + 8x + 8y = 0 \\ 2y + 8x + 4 = 0 \end{cases} \\
 b) \quad & \begin{cases} 2xe^{x-y} + (x^2 + y^2)e^{x-y} = 0 \\ 2ye^{x-y} - (x^2 + y^2)e^{x-y} = 0 \end{cases} \\
 c) \quad & \begin{cases} 3x^2 - 2\beta x = 0 \\ 3y^2 - 2\beta y = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

2. Use la fórmula del binomio de Newton para desarrollar las siguientes potencias:

$$\begin{aligned}
 a) \quad & (a+b)^7 & b) \quad & (x-1)^4 & c) \quad & \left(2x^3 - \frac{2}{5x^2}\right)^2 \\
 d) \quad & (x-2)^5 & e) \quad & (1-2x)^3 & f) \quad & (z+1/2)^3
 \end{aligned}$$

3. Simplifique y exprese el resultado en forma binómica:

$$a) \quad \frac{1-i}{1+i} \quad b) \quad \frac{5}{1-3i} - \frac{5}{1+3i} \quad c) \quad \frac{1}{2}(1+i)^2 \quad d) \quad i^{2014} \quad e) \quad (1-i)^8$$

4. Exprese en forma binómica las soluciones de la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{z} = \frac{2}{2+3i} + \frac{i}{3-2i}$$

$$5. \text{ Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones: } \begin{cases} z - w + u = 2 - i \\ z + iw = 6 + 8i \\ w + 2iu = -2i \end{cases}$$

6. Resuelva la siguiente ecuación y exprese la solución en forma binómica:

$$z + \bar{z}i - 5 = \frac{3 - z\bar{z}}{2i}$$

$$7. \text{ Calcule el módulo de } z = \frac{(1+2i)^3(4-3i)^4}{(3+4i)^4(2-i)^3}$$

8. Exprese en forma exponencial los siguientes números

$$a) \quad \sqrt{2} - i\sqrt{2} \quad b) \quad (\sqrt{2} - i\sqrt{2})^2 \quad c) \quad -2 + 2i \quad d) \quad -\sqrt{3} - i \quad e) \quad 1 - i\sqrt{3}$$

9. Calcule las siguientes exponenciales complejas

$$a) \quad \exp(1 - \pi i) \quad b) \quad \exp\left(1 - \frac{5\pi}{3}i\right) \quad c) \quad e^{\frac{\pi}{2}i} e^{1 - \frac{3\pi}{4}i}$$

10. Exprese $\sin 3\theta$, $\cos 6\theta$ y $\sin 5\theta$ como polinomios en $\sin \theta$.

11. Exprese $\cos^4 \theta$, $\sin^3 \theta$ y $\cos^5 \theta$ en términos de senos y cosenos de múltiplos de θ .
12. Consideramos los números complejos $z = 1 + i$, $w = -\sqrt{3} + i$
- a) Calcule y simplifique el producto zw
 - b) Utilizando la forma exponencial de z y w , calcule el producto zw y exprese el resultado en forma exponencial y forma binómica.
 - c) A partir de los resultados obtenidos en los dos apartados anteriores, deduzca el valor de $\cos \frac{\pi}{12}$, $\sin \frac{\pi}{12}$ y $\operatorname{tg} \frac{\pi}{12}$
13. a) Calcule las raíces cúbicas de $4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$ y expresaselas en forma binómica. (Indicación: use los valores de $\sin \frac{\pi}{12}$ y $\cos \frac{\pi}{12}$ calculados en el ejercicio anterior.)
- b) Represente gráficamente las raíces calculadas en el apartado anterior.
14. Factorice en \mathbb{R} y en \mathbb{C} los siguientes polinomios.

a) $z^3 + 8$	b) $3x^3 - x^2 - 7x + 5$	c) $x^3 - 12x + 16$
d) $z^4 + 5z^2 + 4$	e) $y^4 + 81$ (*)	f) $x^4 + 9$ (*)

(*) Utilice el procedimiento que se describe en el ejemplo 1.4.19