

Guía Básica de Ejercicios con Funciones

DOMINIO E IMAGEN DE UNA FUNCIÓN

- 1) Indique en las siguientes funciones cuál es su dominio y su imagen. Clasifíquelas. Utilice un software para observar el comportamiento de la misma y su gráfica.

a) $y = x + 2$

b) $y = x^2$

c) $y = \sqrt{x}$

d) $y = \frac{1}{x-2}$

e) $y = \frac{1}{x^2-9}$

f) $y = \ln(x)$

g) $y = e^x$

h) $y = \text{sen}(x)$

i) $y = \text{cos}(x)$

j) $y = \text{tan}(x)$

ENTORNO E INTERVALO

- 1) Describa por comprensión el conjunto que representan los siguientes intervalos y entornos numéricos.

a) $(1; 5) =$

b) $[2; 7] =$

c) $(-\infty; 4) =$

d) $[3; +\infty) =$

e) $E(3; 2) =$

f) $E^*(1; 1) =$

- 2) Describa cuál es el intervalo o entorno que representan los siguientes conjuntos.

a) $I = \{x \in \mathbb{R} / -3 < x \leq 4\}$

b) $I = \{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x \leq 1\}$

c) $I = \{x \in \mathbb{R} / -3 < x \leq 4\}$

d) $I = \{x \in \mathbb{R} / x \leq 4\}$

e) $E = \{x \in \mathbb{R} / 0 < x < 1 \cup 1 < x < 2\}$

FUNCIÓN LINEAL

1) Grafique de manera manual y por software las siguientes funciones lineales:

- a) $y = 2x + 1$
- b) $y = 2x - 5$
- c) $y = -\frac{1}{2}x + 3$
- d) $y = -3x + 16$

2) Responda las siguientes preguntas:

- a) ¿Cómo se comportan las rectas **a** y **b**? ¿Por qué?
- b) ¿Cómo se comportan las rectas **b** y **c**? ¿Por qué?
- c) ¿Cuál es el punto de intersección de **a** y **d**?
- d) ¿Cuál sería la recta que pasa por el punto $P(2; -1)$ y que es paralela a la recta **a**?
- e) ¿Cuál es la recta que pasa por el punto $P(1; 4)$ y que es perpendicular a la recta **b**?
- f) ¿Cuál es la recta que pasa por los puntos $P(-2; -8)$ y $Q(1; 7)$?

FUNCION CUADRÁTICA

1) Grafique e identifique los puntos notables de las siguientes funciones cuadráticas:

- a) $y = 2x^2 - 2$
- b) $y = x^2 + x - 6$
- c) $y = -x^2 - x + 6$
- d) $y = -\frac{5}{4}x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{4}$
- e) $y = x^2 - 6x + 9$

2) Responda las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuáles son las raíces de la función **a**?
- b) ¿Cuál es el vértice de la función **b**?
- c) ¿Cómo se comportan las funciones **c** y **b** mutuamente?
- d) ¿Cómo se comporta la función **e** respecto del eje de las abscisas?
- e) ¿Cuáles son los puntos en común que comparten las curvas **d** y **b**?
- f) ¿Cuál es la parábola que pasa por los puntos $P(1; -4)$, $Q(-2; -16)$ y $R(5; 72)$?

INTERSECCIÓN DE FUNCIONES

- 1) Calcule las coordenadas del punto (o de los puntos) de intersección de las siguientes curvas:

a) $y = 3x - 2$ y $y = 2x + 1$

b) $y = -x - 1$ y $y = 2x^2 + x - 5$

c) $y = x^2 - 2x + 4$ y $y = -x^2 + 4x$

PREGUNTAS DE AUTOEVALUACIÓN

- 1) Una función es una _____ entre dos conjuntos A y B, en los cuales a cada _____ del conjunto A se lo relaciona con _____ elemento del B.
- 2) Cuando una función entre dos conjuntos A y B relacionan un único elemento en A con B, y viceversa, la función se denomina _____.
- 3) Cuando todos los elementos del conjunto de llegada B son imagen de al menos un elemento de A en la función, se dice que la función es _____.
- 4) Si una función es _____ y _____ simultáneamente, la función se define como _____.
- 5) Un entorno reducido es la unión de dos _____.
- 6) El eje de las ordenadas es _____ de la curva de la función $f(x) = \ln(x)$
- 7) Las funciones irracionales de índice _____ carecen de dominio negativo.
- 8) Una función lineal es paralela a otra que tiene la misma _____.
- 9) Una función cuadrática puede o no contener _____ reales.
- 10) El _____ de una parábola es el valor máximo o mínimo que la función puede adquirir.
- 11) Dos rectas que no son paralelas siempre poseen un _____ en común.
- 12) Si una función cuadrática no posee _____, esto implica que la función no corta al eje de las _____.

DESAFÍOS PROPUESTOS A REALIZAR EN GRUPOS

- 1) Codificar un programa en Python que permita ingresar los coeficientes de dos funciones lineales y arroje como resultado las coordenadas del punto de intersección de ambas rectas. En el caso de ser paralelas, informar al usuario que las funciones lineales no poseen punto en común. (30 puntos)

Ejemplo:

$$\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = x + 8 \end{cases} \quad P(3; 11)$$

- 2) Codificar un programa en Python que permita ingresar los coeficientes de una función cuadrática y calcule sus raíces reales. En el caso de ser complejas, informar al usuario la situación del resultado. (30 puntos)

Ejemplo:

$$y = x^2 + 7x - 30 \quad \text{Raíces } x_1 = 3 \text{ y } x_2 = -10$$

- 3) Codificar un programa en Python que permita ingresar los coeficientes de una función lineal y de una función cuadrática, y como resultado arroje las coordenadas de los puntos de intersección de ambas curvas, en el caso de ser valores reales. El programa además deberá informar al usuario si las funciones son secantes, tangentes o exteriores una con otra. (40 puntos)

Ejemplo:

$$y = x^2 - 2x + 4 \quad y = x + 2$$

Puntos en común $P_1(1; 3)$ $P_2(2; 4)$

¡Las funciones son secantes!