

POLITECHNIKA WROCŁAWSKA

WYDZIAŁ MATEMATYKI

---

# Symulacja Monte Carlo Modelu Isinga

---

**Marcelina Kosiorowska 268772**

**Kurs:** Fizyka układów złożonych

**Prowadząca:** Prof. dr hab. Katarzyna Weron

**Data:** 15.06.2023

# Spis treści

<b>1 Konfiguracja spinów dla sieci <math>L \times L = 10 \times 10</math></b>	<b>2</b>
1.1 Dla temperatury $T_1 = 1$ . . . . .	2
1.2 Dla temperatury $T_2 = 2.27$ . . . . .	2
1.3 Dla temperatury $T_3 = 4$ . . . . .	2
<b>2 Konfiguracja spinów dla sieci <math>L \times L = 80 \times 80</math>.</b>	<b>3</b>
2.1 Dla temperatury $T_1 = 1$ . . . . .	3
2.2 Dla temperatury $T_2 = 2.27$ . . . . .	3
2.3 Dla temperatury $T_3 = 4$ . . . . .	3
<b>3 Pojedyncze trajektorie dla sieci <math>L \times L = 10 \times 10</math>.</b>	<b>4</b>
3.1 Dla temperatury $T = 1$ . . . . .	4
3.2 Dla temperatury $T = 1.7$ , czyli dla $T < T^*$ . . . . .	4
3.3 Dla temperatury $T = 2.27$ , czyli dla $T = T^*$ . . . . .	5
3.4 Dla temperatury $T = 3.5$ , czyli dla $T > T^*$ . . . . .	5
<b>4 Pojedyncze trajektorie dla sieci <math>L \times L = 20 \times 20</math>.</b>	<b>6</b>
4.1 Dla temperatury $T = 1$ . . . . .	6
4.2 Dla temperatury $T = 1.7$ , czyli dla $T < T^*$ . . . . .	6
4.3 Dla temperatury $T = 2.27$ , czyli dla $T = T^*$ . . . . .	7
4.4 Dla temperatury $T = 3.5$ , czyli dla $T > T^*$ . . . . .	7
<b>5 Pojedyncze trajektorie dla sieci <math>L \times L = 40 \times 40</math>.</b>	<b>8</b>
5.1 Dla temperatury $T = 1$ . . . . .	8
5.2 Dla temperatury $T = 1.7$ , czyli dla $T < T^*$ . . . . .	8
5.3 Dla temperatury $T = 2.27$ , czyli dla $T = T^*$ . . . . .	9
5.4 Dla temperatury $T = 3.5$ , czyli dla $T > T^*$ . . . . .	9
<b>6 Pojedyncze trajektorie dla sieci <math>L \times L = 80 \times 80</math>.</b>	<b>10</b>
6.1 Dla temperatury $T = 1$ . . . . .	10
6.2 Dla temperatury $T = 1.7$ , czyli dla $T < T^*$ . . . . .	10
6.3 Dla temperatury $T = 2.27$ , czyli dla $T = T^*$ . . . . .	11
6.4 Dla temperatury $T = 3.5$ , czyli dla $T > T^*$ . . . . .	11
<b>7 Magnetyzacja jako funkcja temperatury dla zakresu <math>T \in (0.5, 3.5)</math>.</b>	<b>12</b>
7.1 Średnia po czasie . . . . .	12
7.2 Średnia po zespole . . . . .	13

---

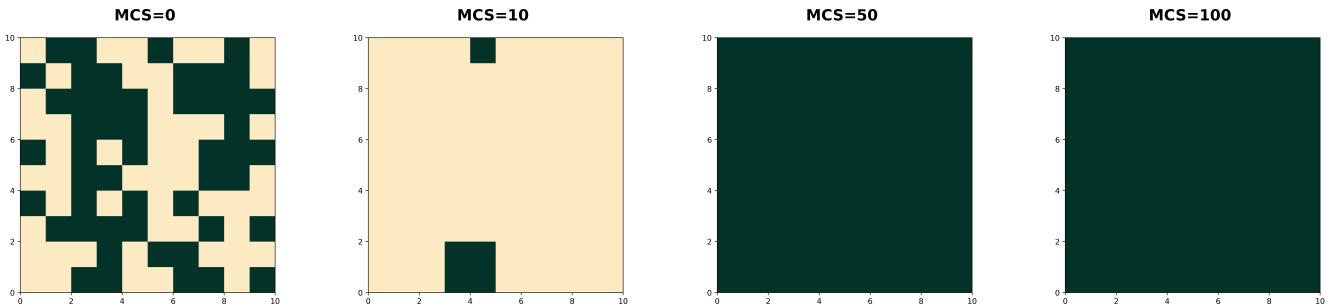
## Lista użytych narzędzi:

- Program napisany w języku: Python
- Interpreter: Python 3.9.4 64-bit
- Użyte biblioteki: matplotlib.pyplot, numpy, pandas, matplotlib.colors, numba
- Generator liczb pseudolosowych: numpy.random
- Rysunki wykonane przy użyciu: matplotlib.pyplot

# 1 Konfiguracja spinów dla sieci $L \times L = 10 \times 10$

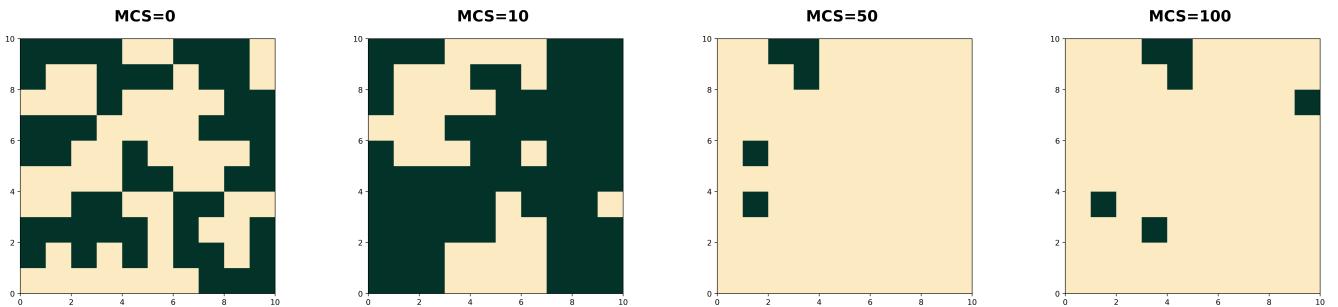
. Przedstawiam konfigurację spinów w kolejnych krokach Monte Carlo dla sieci  $10 \times 10$  dla trzech temperatur. Prezentuję po cztery konfiguracje dla których można zaobserwować największe zmiany.

## 1.1 Dla temperatury $T_1 = 1$ .



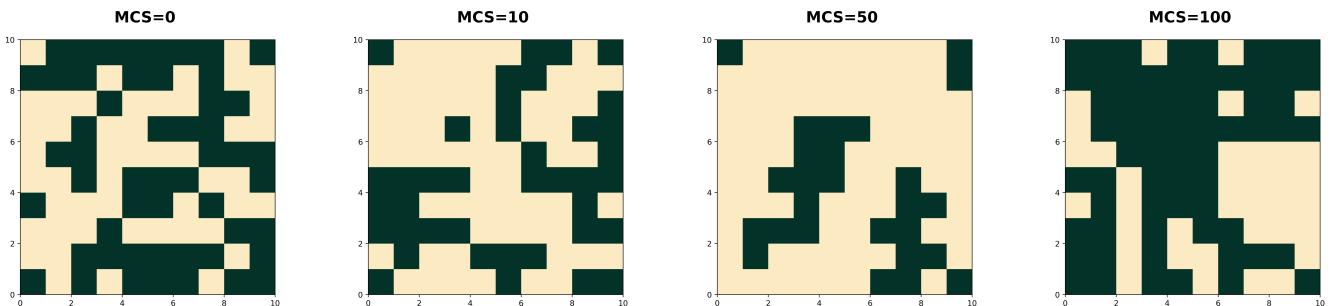
Rysunek 1: Konfiguracja spinów odpowiednio dla MCS = 0, 10, 50, 100.

## 1.2 Dla temperatury $T_2 = 2.27$ .



Rysunek 2: Konfiguracja spinów odpowiednio dla MCS = 0, 10, 50, 100.

## 1.3 Dla temperatury $T_3 = 4$ .

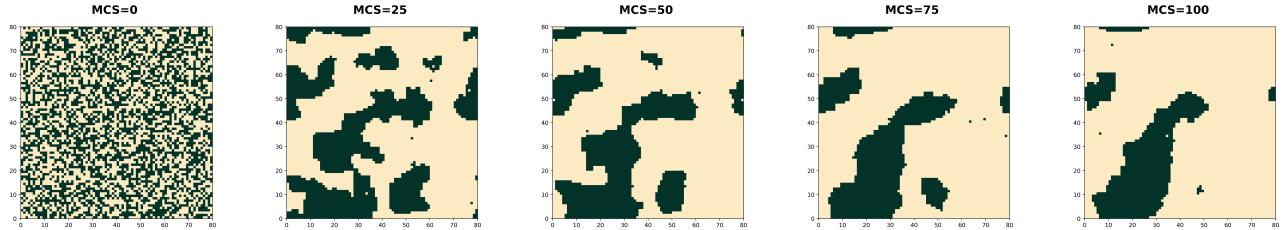


Rysunek 3: Konfiguracja spinów odpowiednio dla MCS = 0, 10, 50, 100.

## 2 Konfiguracja spinów dla sieci $L \times L = 80 \times 80$ .

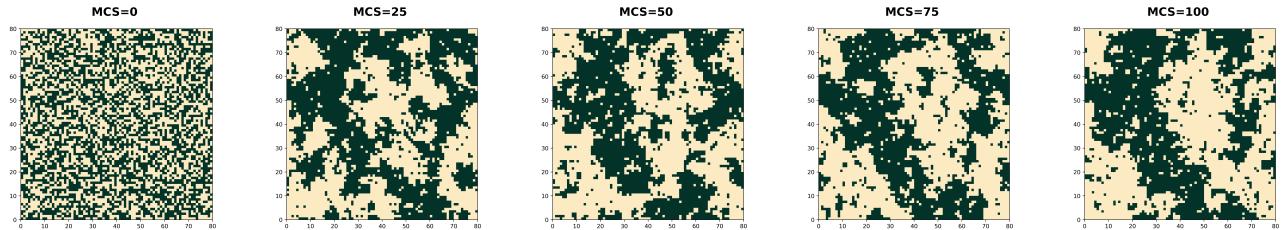
Przedstawiam konfigurację spinów w kolejnych krokach Monte Carlo dla sieci  $80 \times 80$ . Tutaj prezentuję pięć konfiguracji, ponieważ zachodzą tu większe zmiany niż dla sieci  $10 \times 10$ .

### 2.1 Dla temperatury $T_1 = 1$ .



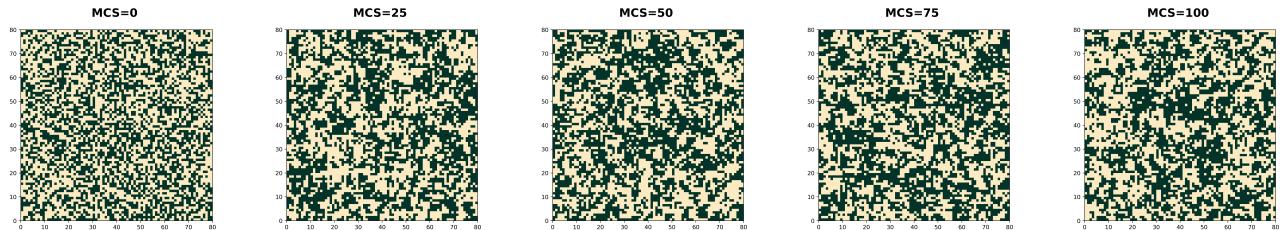
Rysunek 4: Konfiguracja spinów odpowiednio dla  $MCS = 0, 25, 50, 75, 100$  krokach MC.

### 2.2 Dla temperatury $T_2 = 2.27$ .



Rysunek 5: Konfiguracja spinów odpowiednio dla  $MCS = 0, 25, 50, 75, 100$  krokach MC.

### 2.3 Dla temperatury $T_3 = 4$ .

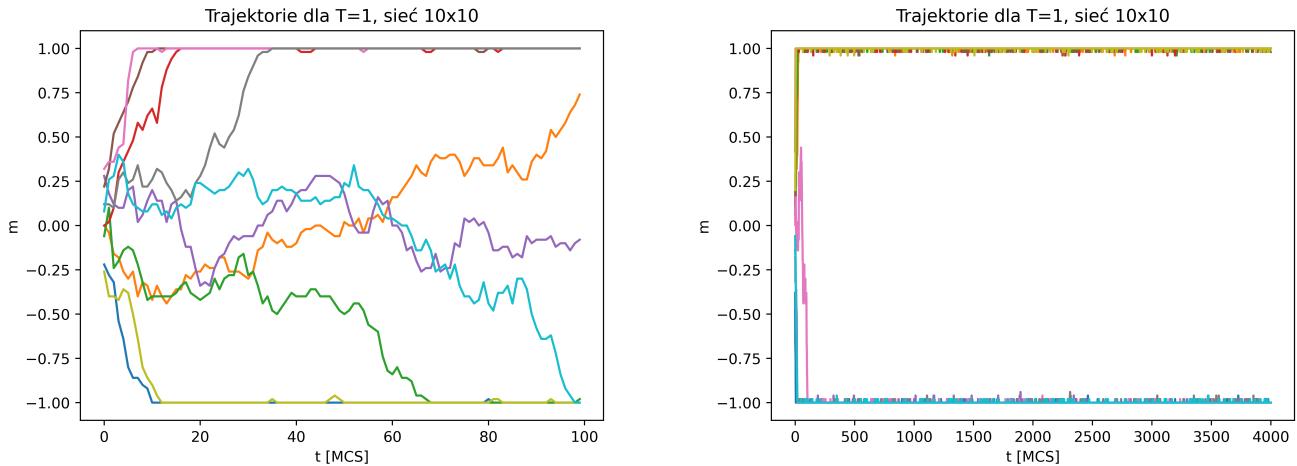


Rysunek 6: Konfiguracja spinów odpowiednio dla  $MCS = 0, 25, 50, 75, 100$  krokach MC.

### 3 Pojedyncze trajektorie dla sieci $L \times L = 10 \times 10$ .

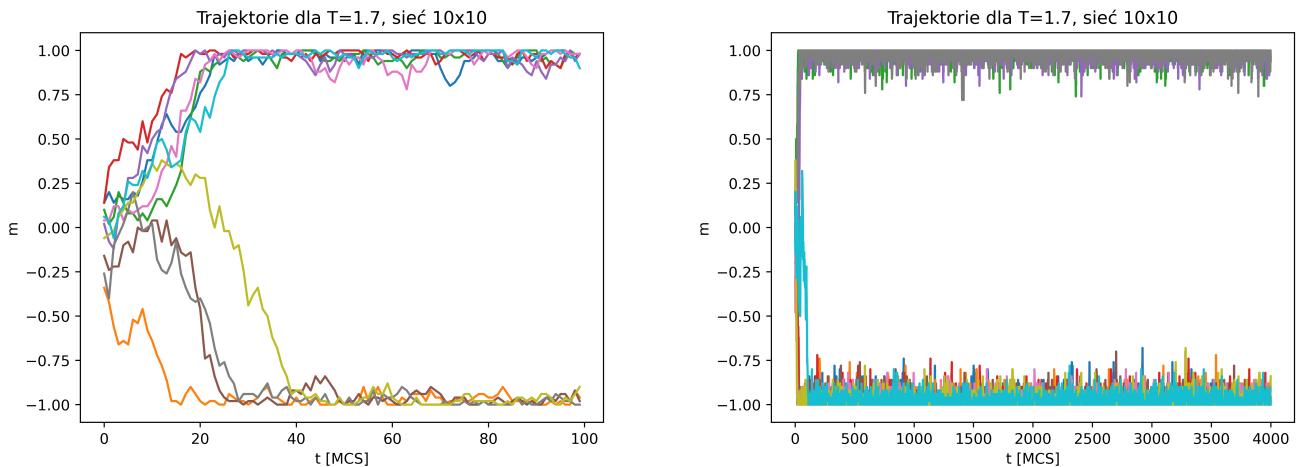
Wykresy wykonałam dla 100 oraz 4000 kroków Monte Carlo, by jak lepiej zaobserwować symulację. Na każdym z wykresów znajduje się po 10 trajektorii. Za temperaturę krytyczną przyjmujemy  $T^* = 2.27$ .

#### 3.1 Dla temperatury $T = 1$ .



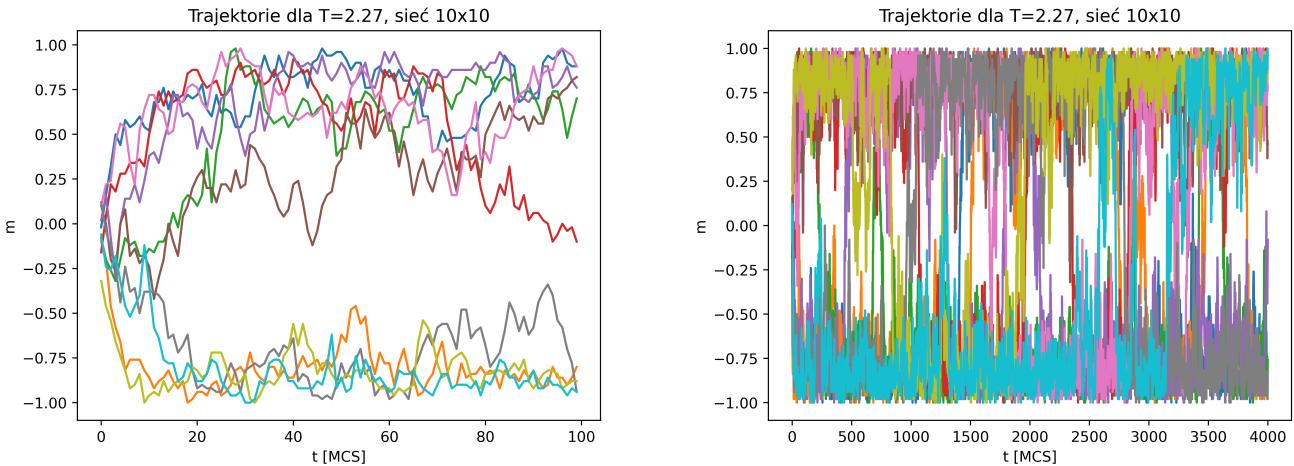
Rysunek 7: Pojedyncze trajektorie odpowiednio dla  $MCS = 100$  i  $MCS = 4000$ .

#### 3.2 Dla temperatury $T = 1.7$ , czyli dla $T < T^*$ .



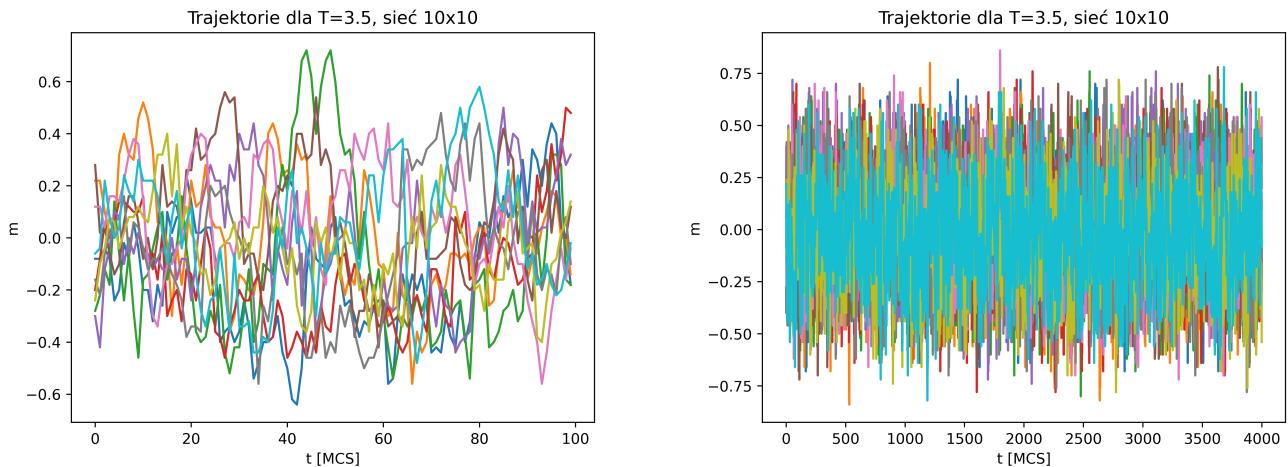
Rysunek 8: Pojedyncze trajektorie odpowiednio dla  $MCS = 100$  i  $MCS = 4000$ .

### 3.3 Dla temperatury $T = 2.27$ , czyli dla $T = T^*$ .



Rysunek 9: Pojedyncze trajektorie odpowiednio dla  $MCS = 100$  i  $MCS = 4000$ .

### 3.4 Dla temperatury $T = 3.5$ , czyli dla $T > T^*$ .

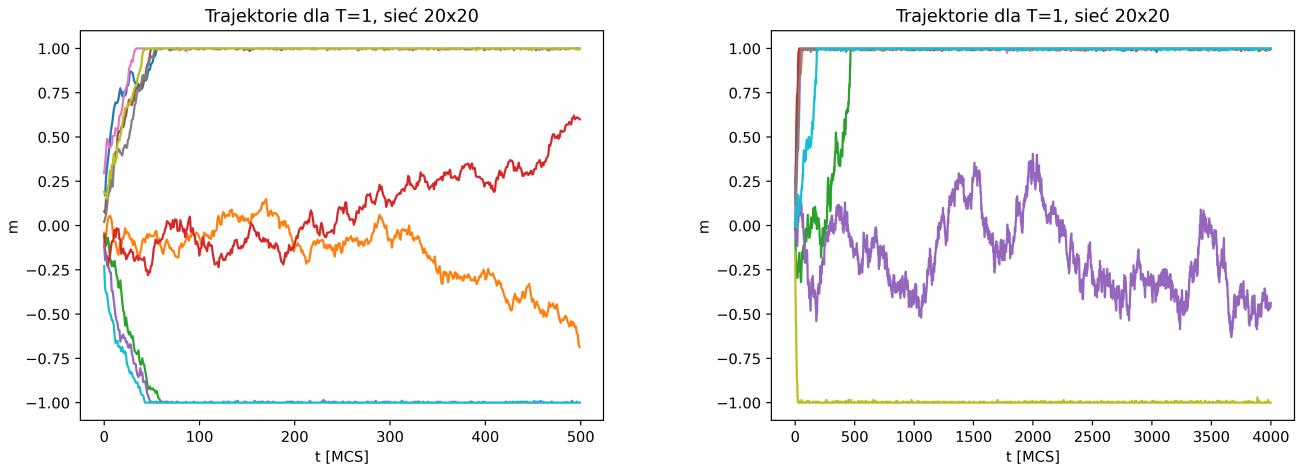


Rysunek 10: Pojedyncze trajektorie odpowiednio dla  $MCS = 100$  i  $MCS = 4000$ .

## 4 Pojedyncze trajektorie dla sieci $L \times L = 20 \times 20$ .

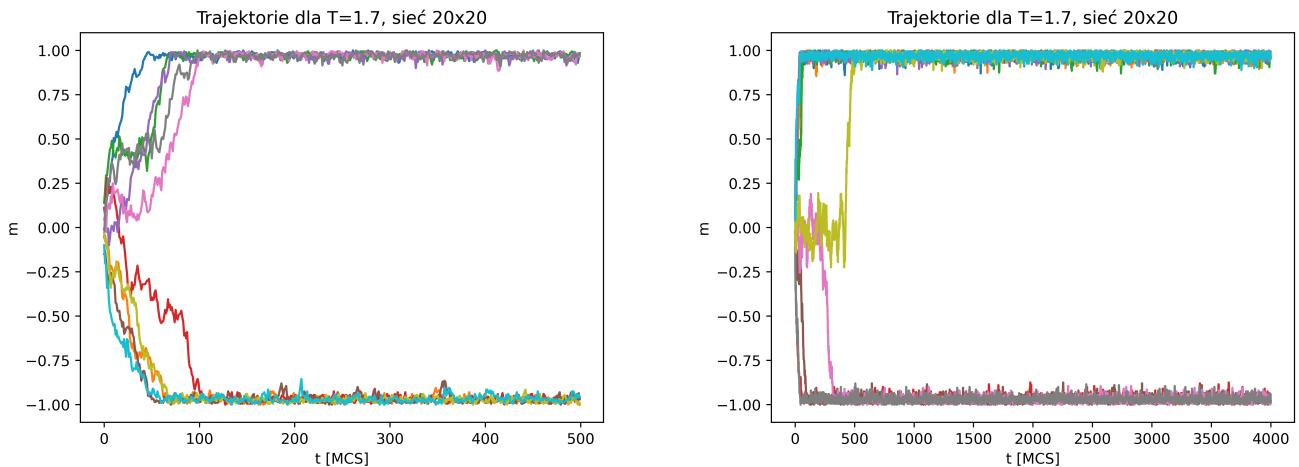
Wykresy wykonałam tym razem dla 500 oraz 4000 kroków Monte Carlo, gdyż dla tych wartości lepiej widać symulację.

### 4.1 Dla temperatury $T = 1$ .



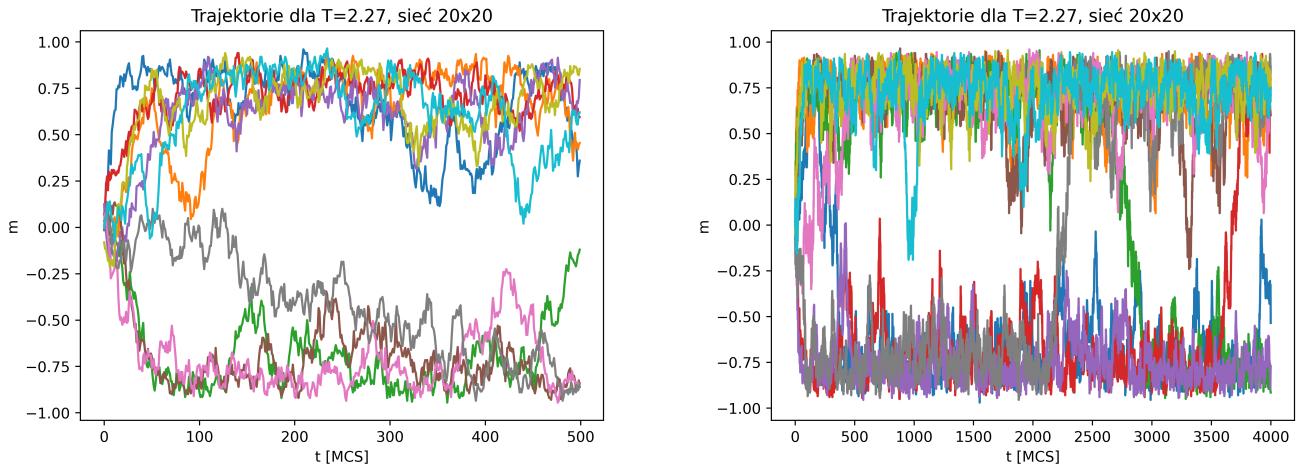
Rysunek 11: Pojedyncze trajektorie odpowiednio dla  $MCS = 500$  i  $MCS = 4000$ .

### 4.2 Dla temperatury $T = 1.7$ , czyli dla $T < T^*$ .



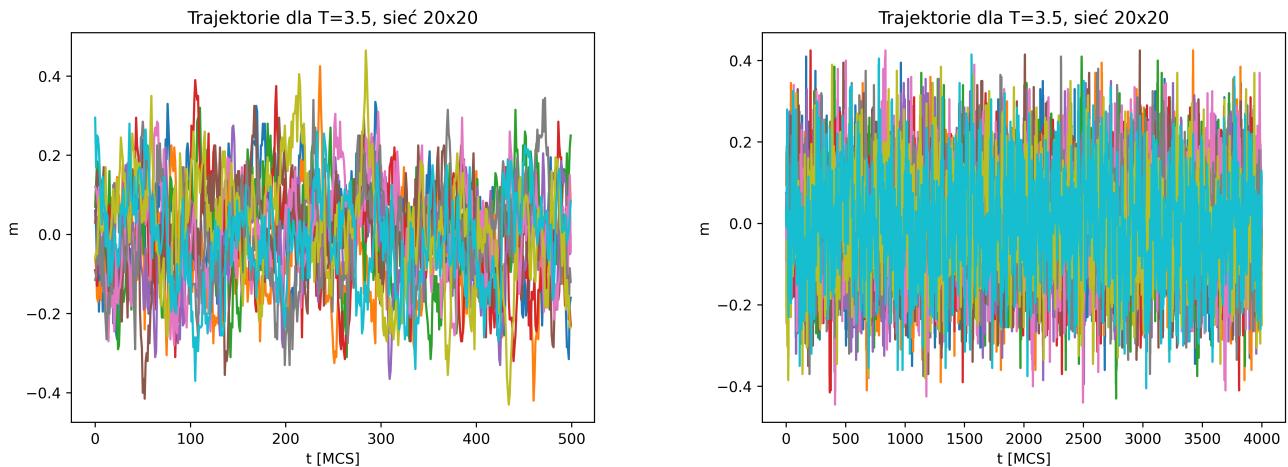
Rysunek 12: Pojedyncze trajektorie odpowiednio dla  $MCS = 500$  i  $MCS = 4000$ .

#### 4.3 Dla temperatury $T = 2.27$ , czyli dla $T = T^*$ .



Rysunek 13: Pojedyncze trajektorie odpowiednio dla  $MCS = 500$  i  $MCS = 4000$ .

#### 4.4 Dla temperatury $T = 3.5$ , czyli dla $T > T^*$ .

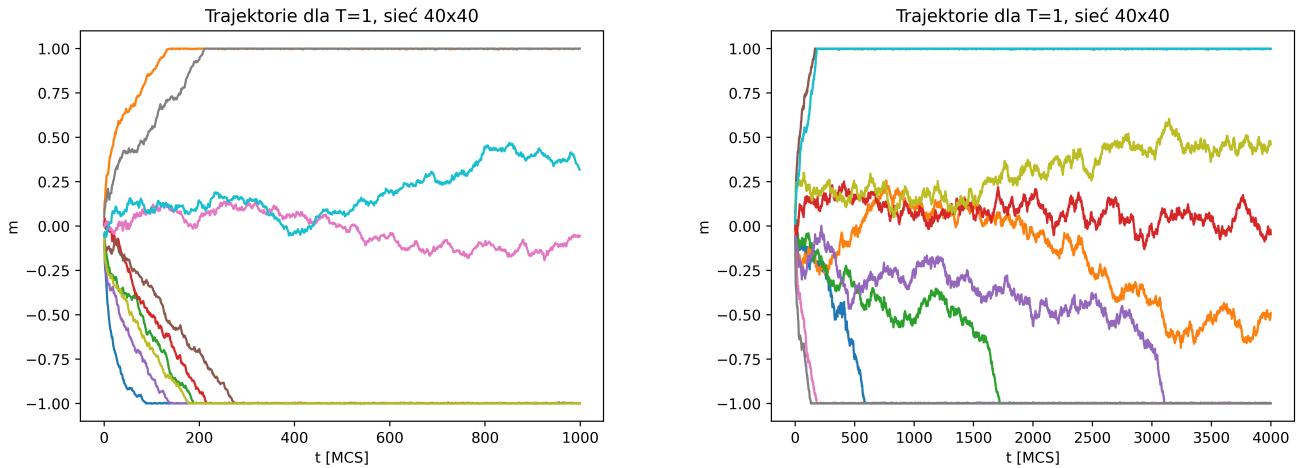


Rysunek 14: Pojedyncze trajektorie odpowiednio dla  $MCS = 500$  i  $MCS = 4000$ .

## 5 Pojedyncze trajektorie dla sieci $L \times L = 40 \times 40$ .

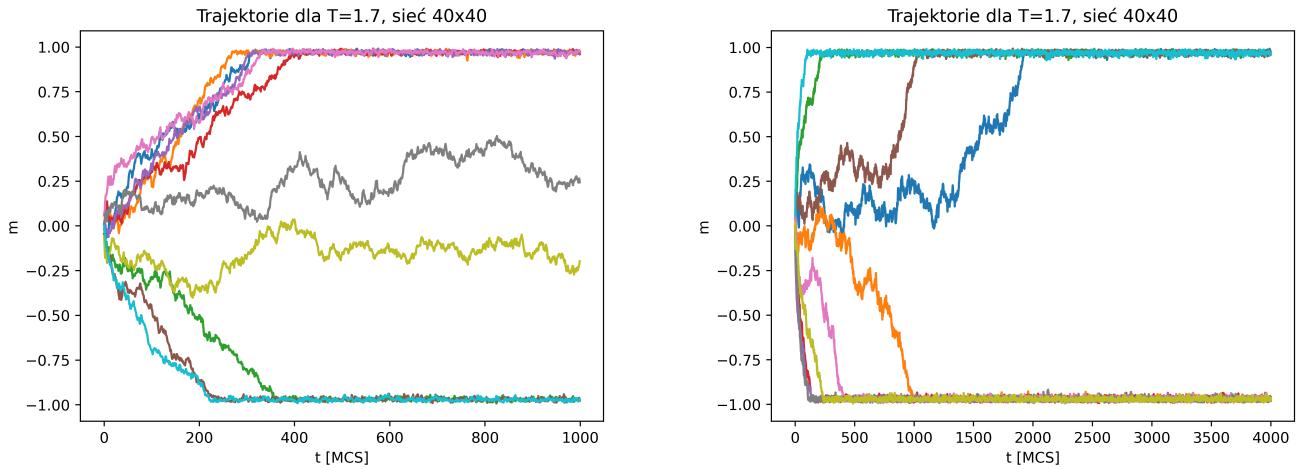
W tym przypadku wykresy wykonałam dla 1000 oraz 4000 kroków Monte Carlo.

### 5.1 Dla temperatury $T = 1$ .



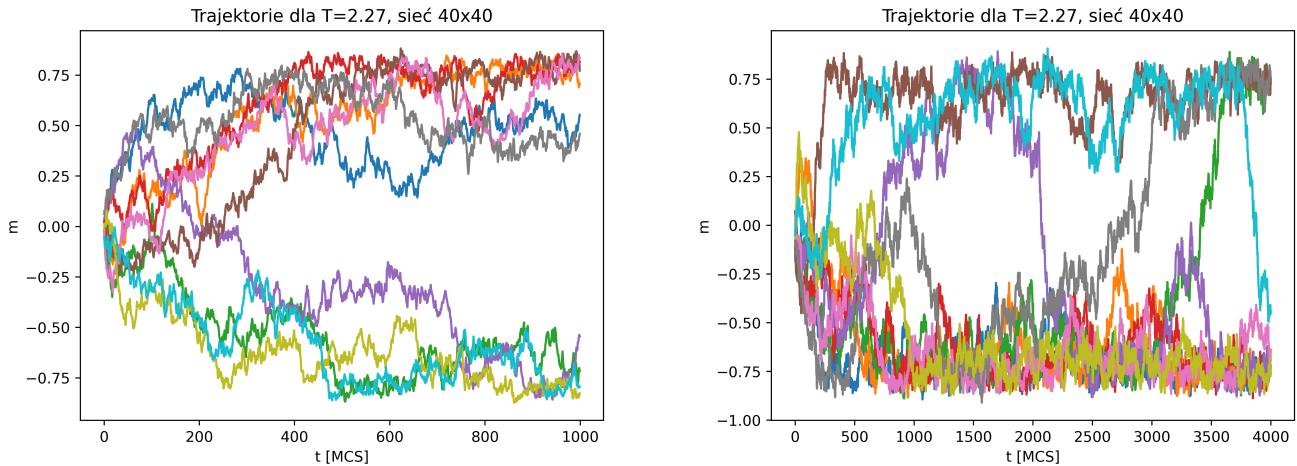
Rysunek 15: Pojedyncze trajektorie odpowiednio dla  $MCS = 1000$  i  $MCS = 4000$ .

### 5.2 Dla temperatury $T = 1.7$ , czyli dla $T < T^*$ .



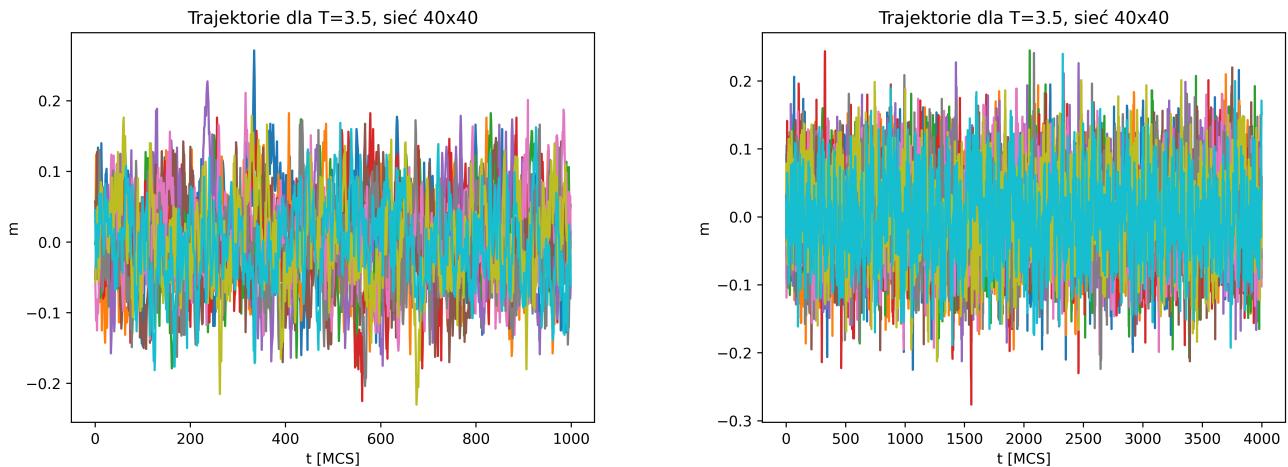
Rysunek 16: Pojedyncze trajektorie odpowiednio dla  $MCS = 1000$  i  $MCS = 4000$ .

### 5.3 Dla temperatury $T = 2.27$ , czyli dla $T = T^*$ .



Rysunek 17: Pojedyncze trajektorie odpowiednio dla  $MCS = 1000$  i  $MCS = 4000$ .

### 5.4 Dla temperatury $T = 3.5$ , czyli dla $T > T^*$ .

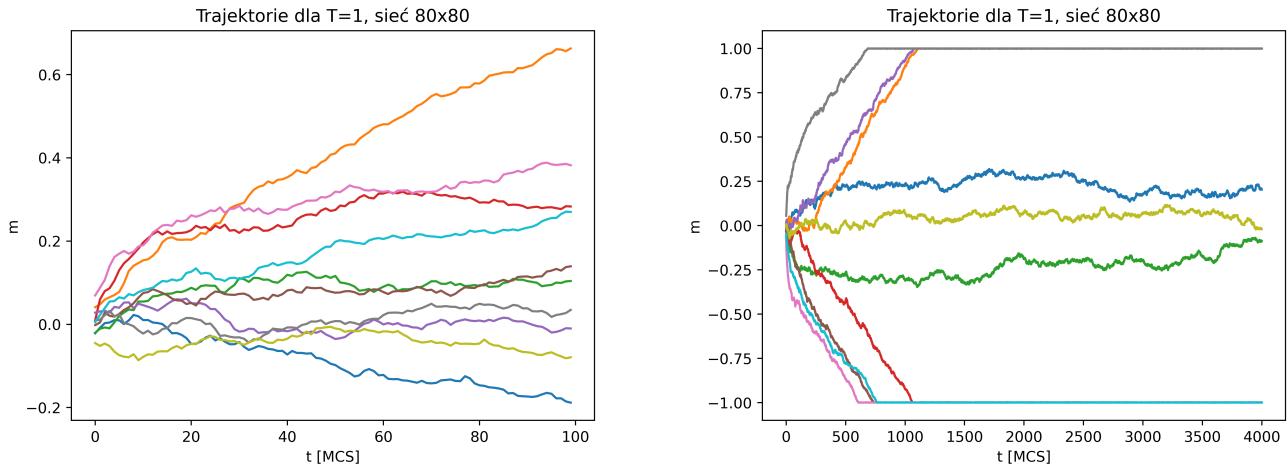


Rysunek 18: Pojedyncze trajektorie odpowiednio dla  $MCS = 1000$  i  $MCS = 4000$ .

## 6 Pojedyncze trajektorie dla sieci $L \times L = 80 \times 80$ .

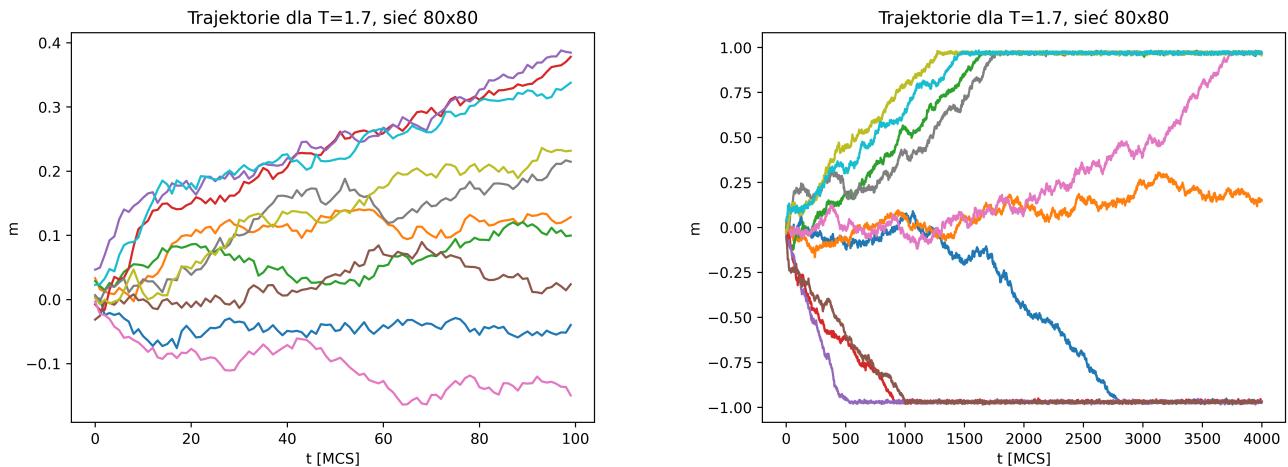
W tym przypadku wykresy wykonałam dla 100 oraz 4000 kroków Monte Carlo, aby zobrazować jak bardzo ilość kroków MC wpływa na wygląd wykresu.

### 6.1 Dla temperatury $T = 1$ .



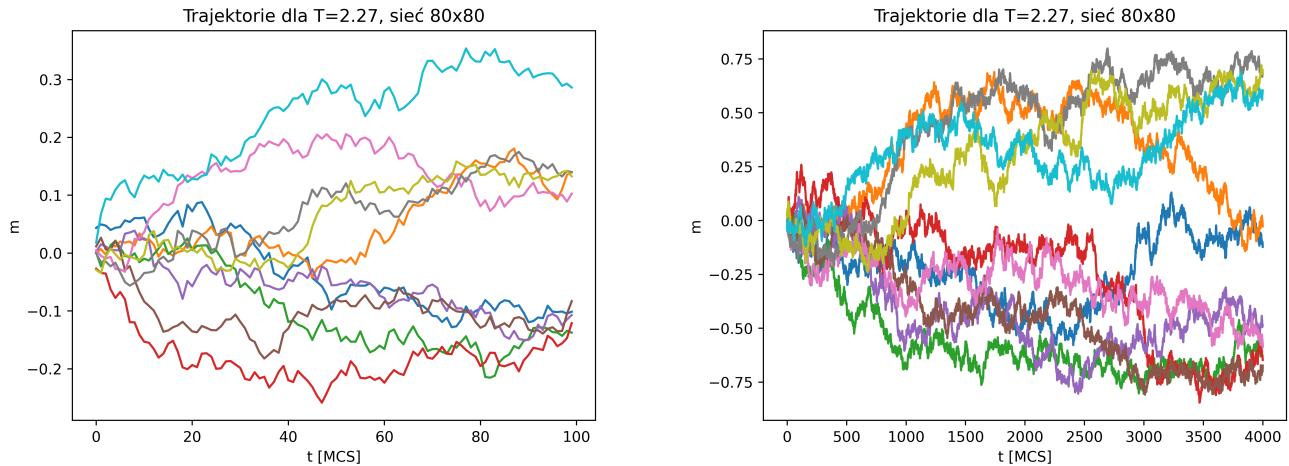
Rysunek 19: Pojedyncze trajektorie odpowiednio dla  $MCS = 100$  i  $MCS = 4000$ .

### 6.2 Dla temperatury $T = 1.7$ , czyli dla $T < T^*$ .



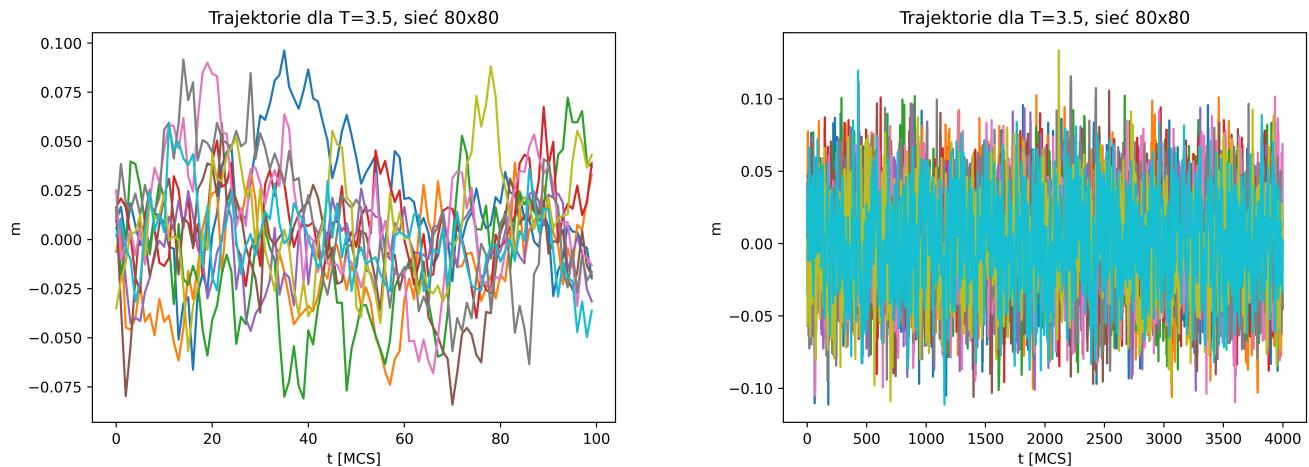
Rysunek 20: Pojedyncze trajektorie odpowiednio dla  $MCS = 100$  i  $MCS = 4000$ .

### 6.3 Dla temperatury $T = 2.27$ , czyli dla $T = T^*$ .



Rysunek 21: Pojedyncze trajektorie odpowiednio dla  $MCS = 100$  i  $MCS = 4000$ .

### 6.4 Dla temperatury $T = 3.5$ , czyli dla $T > T^*$ .



Rysunek 22: Pojedyncze trajektorie odpowiednio dla  $MCS = 100$  i  $MCS = 4000$ .

## 7 Magnetyzacja jako funkcja temperatury dla zakresu $T \in (0.5, 3.5)$ .

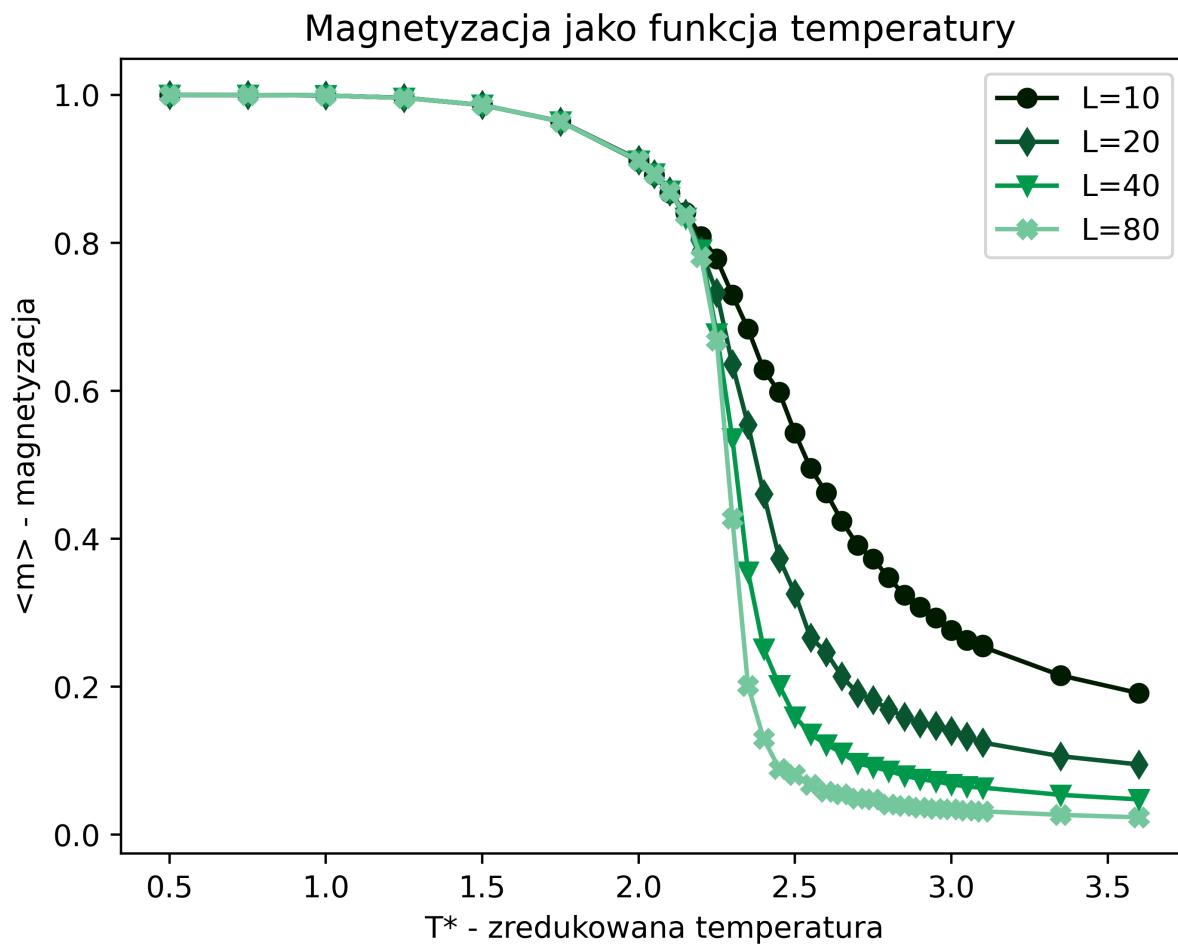
Magnetyzację przedstawiam w dwóch wersjach: uśredniając po czasie oraz uśredniając po zespole.

### 7.1 Średnia po czasie

Daleko od punktu krytycznego  $T^*$  termalizacja jest bardzo krótka, dlatego dla przedziałów  $T \in (0.5, 2)$  oraz  $T \in (3.1, 3.5)$  rzadko próbuję temperaturę (co 0.25).

Natomiast wokół punktu krytycznego tj.  $T \in (2, 3.1)$  próbuję gęściej (co 0.05), tak aby lepiej przedstawić proces termalizacji.

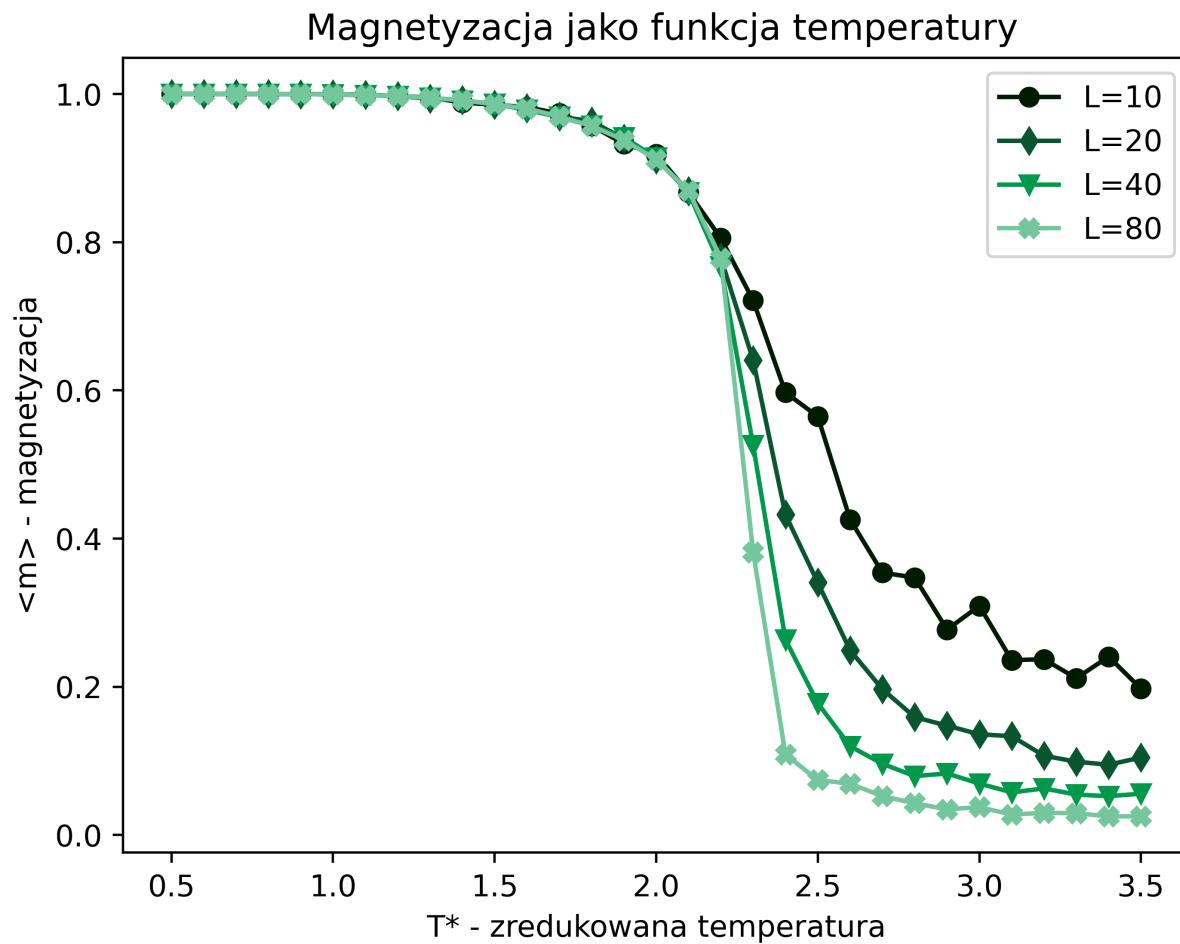
Ogólnie przyjmuję  $K = 100000$  MCS. Natomiast do uśrednień wykorzystuję od 60000-99999 MCS, a pierwsze  $K_0 = 40000$  MCS odrzucam.



Rysunek 23: Zależność magnetyzacji od temperatury, uśrednienie po czasie, dla  $T \in (0.5, 3.5)$ ,  $K = 100000$  MCS,  $K_0 = 40000$  MCS.

## 7.2 Średnia po zespole

Uśrednienia po zespole dokonuję dla  $K = 25000$  MCS i próbkuję co 0.1.



Rysunek 24: Zależność magnetyzacji od temperatury, uśrednienie po zespole, dla  $T \in (0.5, 3.5)$ ,  $K = 25000$  MCS.