杨氏模量实验报告

姓名：宋建宏　学号：PB21020677　班级：203 院 22 级 5 班
日期：2023 年 5 月 27 日

实验目的

学习用拉伸法测定钢丝杨氏模量的方法，掌握利用光杠杆测定微小形变的方法。

实验原理

在材料弹性限度内, 应力 F/S (即法向力与材料横截面积之比) 和应变 $\Delta L/L$ (即长度的相对延长量) 之比是一个常数, 即

$$E = \frac{F/S}{\Delta L/L} = \frac{FL}{S\Delta L}$$

为常数。这个数值叫做杨氏模量。

由于金属丝杨氏模量大, 施加常规大小的应力时, 产生的 △L 很小, 不易被测量。因此需要对 △L 采用放大的方法, 比如光杠杆放大法。

当金属丝受到向下拉力 F 作用时, 杠杆支脚将随被测物下降微小距离 $\triangle L$, 平面镜镜面的法线将转过一个 θ 角, 此时从望远镜中看到的标尺刻度是标尺经过平面镜反射所成的像, 从尺子发出的入射线和反射线的夹角为 2θ, 当 θ 很小时,

$$\tan 2\theta \approx 2\theta = \frac{b}{D} \qquad \theta \approx \tan\theta = \frac{\Delta L}{l}$$

式中 D 为镜面到标尺的距离, b 为在拉力 F 作用下标尺读数的改变。由上式可得

$$\frac{\Delta L}{l} = \frac{b}{2D}$$

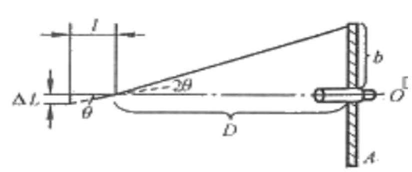
由此得

$$\Delta L = \frac{bl}{2D}$$

和

$$E = \frac{2DLF}{Slb}$$

式中 $2D/l$ 叫做光杠杆的放大倍数。测出 D L l 和金属丝直径 $d\,(S = \pi d^2/4)$ 及一系列的 F 与 b 之后, 即可计算出金属丝的杨氏模量 E 。



实验仪器

杨氏模量实验仪器一套（金属丝，支架，砝码盘，砝码，标尺，望远镜）。

测量记录

原始数据见附纸。

表 1: 金属丝的直径 d，螺旋测微器的初始读数 $d_0 = -0.010\,\mathrm{mm}$

测量序号	1	2	3	4	5	6
读数	0.284	0.286	0.285	0.283	0.287	0.283
d/mm	0.294	0.296	0.295	0.293	0.297	0.293

表 2: 砝码个数与标尺读数 b 的关系

砝码个数		0	1	2	3	4	5	6	7
读数/mm	去程	0.00	1.53	3.09	4.71	6.23	7.81	9.49	11.09
	回程	0.09	1.61	3.14	4.78	6.43	7.97	9.56	11.09
b/mm		0.045	1.57	3.115	4.745	6.33	7.89	9.525	11.09

数据处理

标尺到平面镜的距离 D

$$\bar{D} = \frac{155.53 + 155.48 + 155.51}{3}\,\mathrm{cm} = 155.507\,\mathrm{cm}$$

标准差

$$\sigma = \sqrt{\frac{(155.53 - 155.507)^2 + (155.48 - 155.507)^2 + (155.51 - 155.507)^2}{3 - 1}} = 0.025\,\mathrm{cm}$$

B 类极限不确定度

$$\Delta = \sqrt{\Delta_{仪}^2 + \Delta_{估}^2} = \sqrt{0.12^2 + 0.05^2} = 0.13\,\mathrm{cm}$$

合成不确定度

$$U_D = \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(4.3 \times \frac{0.025}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(1.96 \times \frac{0.13}{3}\right)^2} = 0.1\,\mathrm{cm} \quad (P = 0.95)$$

光杠杆的臂长 l

$$\bar{l} = \frac{7.16 + 7.15 + 7.14}{3}\,\mathrm{cm} = 7.15\,\mathrm{cm}$$

标准差

$$\sigma = \sqrt{\frac{(7.16 - 7.15)^2 + (7.15 - 7.15)^2 + (7.14 - 7.15)^2}{3 - 1}} = 0.01\,\mathrm{cm}$$

B 类极限不确定度

$$\Delta=\sqrt{\Delta_{仪}^2+\Delta_{估}^2}=\sqrt{0.12^2+0.05^2}\,\mathrm{cm}=0.13\,\mathrm{cm}$$

合成不确定度

$$U_l=\sqrt{\left(t_P\frac{\sigma}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(k_P\frac{\Delta}{C}\right)^2}=\sqrt{\left(4.3\times\frac{0.01}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(1.96\times\frac{0.13}{3}\right)^2}=0.09\,\mathrm{cm}\quad(P=0.95)$$

钢丝原长 L

$$\bar{L}=\frac{105.86+105.83+105.84}{3}\,\mathrm{cm}=105.843\,\mathrm{cm}$$

标准差

$$\sigma=\sqrt{\frac{(105.86-105.843)^2+(105.83-105.843)^2+(105.84-105.843)^2}{3-1}}=0.015\,\mathrm{cm}$$

B 类极限不确定度（因测量时无法对准，估计误差约为0.5 cm）

$$\Delta=\sqrt{\Delta_{仪}^2+\Delta_{估}^2}=\sqrt{0.12^2+0.5^2}\,\mathrm{cm}=0.5\,\mathrm{cm}$$

合成不确定度

$$U_L=\sqrt{\left(t_P\frac{\sigma}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(k_P\frac{\Delta}{C}\right)^2}=\sqrt{\left(4.3\times\frac{0.015}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(1.96\times\frac{0.5}{3}\right)^2}=0.3\,\mathrm{cm}\quad(P=0.95)$$

钢丝直径 d

$$\overline{d}=\frac{0.294+0.296+0.295+0.293+0.297+0.293}{6}\,\mathrm{mm}=0.2947\,\mathrm{mm}$$

标准差

$$\sigma=\sqrt{\frac{(0.294-0.2947)^2+(0.296-0.2947)^2+(0.295-0.2947)^2+(0.293-0.2947)^2+(0.297-0.2947)^2+(0.293-0.2947)^2}{6-1}}$$
$$=0.0012\,\mathrm{mm}$$

B 类极限不确定度

$$\Delta_{B,d}=\sqrt{\Delta_{仪}^2+\Delta_{估}^2}=\sqrt{0.004^2+0.005^2}\,\mathrm{mm}=0.006\,\mathrm{mm}$$

展伸不确定度

$$U_{d,P}=\sqrt{\left(t_P\frac{\sigma}{\sqrt{6}}\right)^2+\left(k_P\frac{\Delta_{B,d}}{C}\right)^2}=\sqrt{\left(2.57\times\frac{0.0012}{\sqrt{6}}\right)^2+\left(1.96\times\frac{0.006}{3}\right)^2}=0.004\,\mathrm{mm}\quad(P=0.95)$$

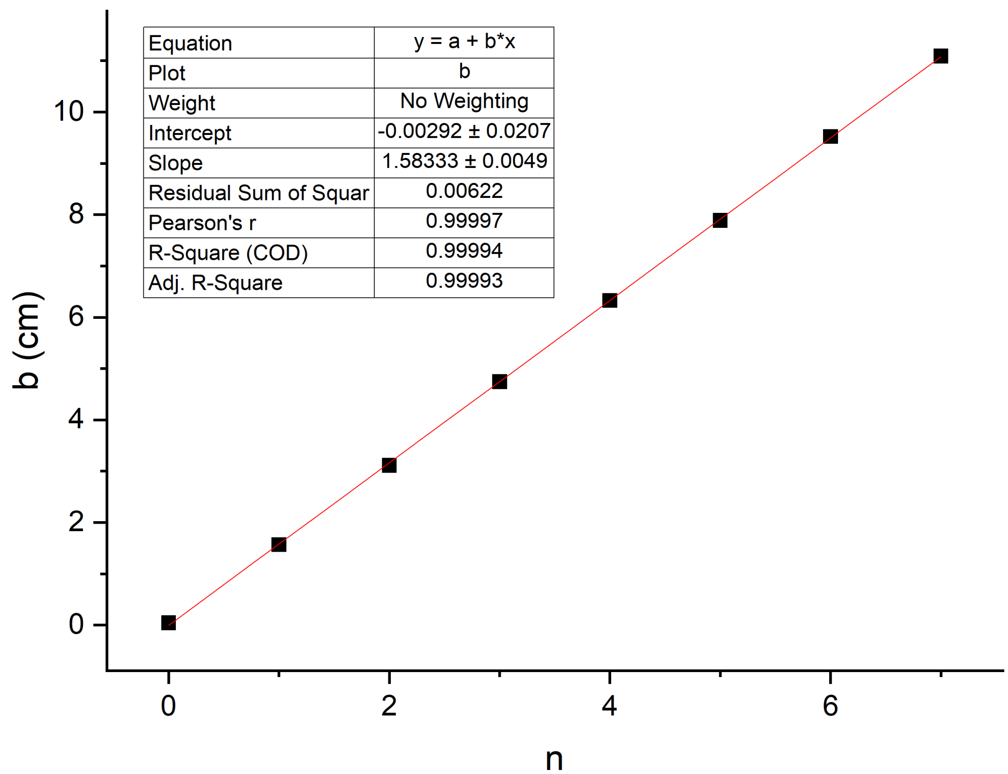
砝码数与标尺读数 b 的关系

最小二乘法拟合如图

斜率 $a=1.58333\,\mathrm{cm}$，线性拟合的相关系数 $r=0.99997$，因此斜率的展伸不确定度为

$$U_{\mathrm{a}}=t_p\sqrt{\frac{r^{-2}-1}{8-2}}a=2.45\times\sqrt{\frac{0.99997^{-2}-1}{8-2}}\times1.58333=0.012\,\mathrm{cm}(P=0.95)$$

因此 $a=(1.583\pm0.012)\mathrm{cm}(P=0.95)$



由上得杨氏模量为

$$E=\frac{8DL\mathrm{mg}}{\pi\mathrm{d}^2 l}\cdot\frac{\Delta n}{\Delta b}=\frac{8DL\mathrm{mg}}{\pi\mathrm{d}^2 l\mathrm{a}}=2.08836\times 10^{11}\ \mathrm{Pa}$$

由于

$$\frac{\Delta E}{E}=\sqrt{\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2+\left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2+\left(2\frac{\Delta \mathrm{d}}{\mathrm{d}}\right)^2+\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2+\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2}=0.03$$

故

$$\Delta E=0.03E=0.06\times 10^{11}\,\mathrm{Pa}$$

最终结果为

$$E=(2.09\pm 0.06)\times 10^{11}\,\mathrm{N/m^2}\quad (P=0.95)$$

思考题

1. 利用光杠杆把测微小长度 Δl 变成测 b，光杠杆的放大率为 $2D/L$，根据此式能否以增加 D 减小 l 来提高放大率，这样做有无好处？有无限度？应怎样考虑这个问题？

   作用不大，应该合理地提高 D，不建议缩小 l。本实验中，放大率已经足够，因此 b 的测量误差并不大。虽然 b 随之增加，但是由于本实验误差本身就比较大，在本实验情况下，b 已经不是主要误差。过分追求放大 b 对于实验精度贡献小。当 l 较小时，可能引发偏转角 θ 过大，从而引入新的误差 $\tan\theta=\theta$。l 的减小容易使得其相对误差较大，使实验误差大。另外，D 的增大，使标尺的像难以被找到，同时也会减弱像的稳定性，增加实验复杂度。当放大率大时，很有可能使操作过程中标尺读数变化过大，从而超出量程，因此不得不重新实验，或者换用更长的标尺，操作复杂。因此，实验中应保持合适的 D 与 l，从而提升精度、简化步骤。

2. 实验中，各个长度量用不同的仪器来测量是怎样考虑的，为什么？

主要从被测物和仪器的特性以及误差均分原理考虑。对于被测物来说，其大致长度决定了仪器需要的量程；实际情况则限制了测量方法，进而限制了仪器的种类。由误差均分原理得到，对于不同的被测物，其需要的绝对误差不同。因此对于仪器的精度要求不同。综合考虑以上几点，可以选择合适的仪器，提升实验精度，提升实验效率。