力学B期末试卷(2020)

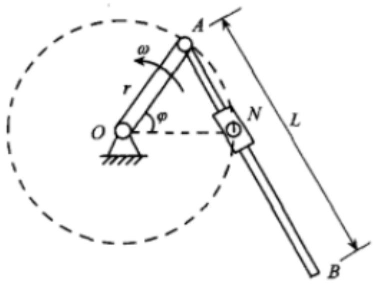
学号＿＿＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿ 成绩＿＿＿＿＿(半开卷)

1. （10分）竖直发射一火箭，已知火箭初始质量 m_0，燃料相对火箭喷射速率 u，重力加速度为 g。

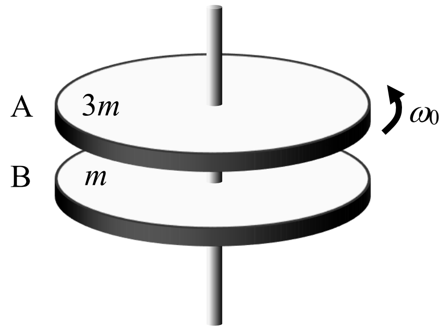
（1）若火箭燃料质量变化率为一常数 m_1（kg/s），求火箭速度与时间关系。

（2）若火箭以等加速度 a 飞行，求火箭质量与时间变化关系。

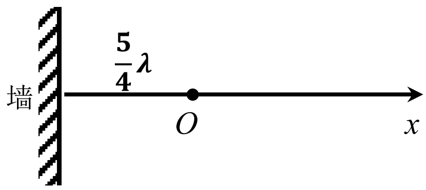
2.（12分）曲柄 0A=r，绕定轴 O 以匀角速度ω转动,连杆 AB 用铰链与曲柄端点 A 连接，并可在具有铰链的滑套 N 内滑动。当φ=0 时，A 端位于滑套 N 处。已知 AB=L>2r，求当φ=0 时，连杆上 B 点的速度，加速度的大小，切向加速度，法向加速度和轨道的曲率半径。



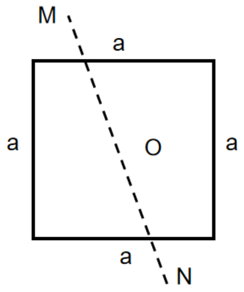
3. （12 分）两个半径均为 R，质量分别为 $3m$ 和 m 的圆盘 A、B 均在同一轴上，均可绕轴无摩擦地旋转。A 盘的初始角速度为ω_0，B 盘开始时静止，现将上盘放下，使两盘互相接触。若两盘间的摩擦系数为μ，试问：（1）经过多少时间两盘以相同角速度旋转？（2）它们共同旋转的角速度为多大？



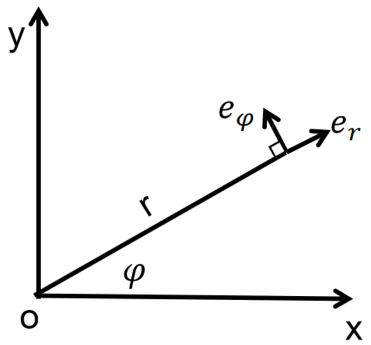
4.（16 分）如图所示一拉直绳子左端固定于墙上，绳子的简谐波自 x 轴正方向远处沿 x 轴负方向入射而来。入射波在坐标原点 O 的振动为 $\xi_0 = A\cos\omega t(\mathrm{m})$， O 点与墙相距 $\frac{5}{4}\lambda(\mathrm{m})$，其中$\lambda$为入射波的波长。入射波遇绳子固定于墙的端点将发生反射，反射波的振幅仍为$A(\mathrm{m})$，角频率仍为$\omega(\mathrm{rad\cdot s^{-1}})$，波长仍为$\lambda(\mathrm{m})$，但相位有$\pi$突变，使绳子固定端合振动为 0。求：（1）入射波的波方程；（2）反射波的波方程；（3）叠加后的波方程，并画出其波形曲线。



5. （6 分）匀质正方形薄板质量为 m，各边长为 a，如图所示，在板平面上设置过中心 O 的与竖直方向夹角为 30 度的转轴 MN，求板相对该轴的转动惯量I.

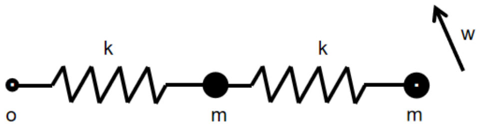


6. （10 分）一个质点在 xy 平面内的运动方程为$r = e^{ct}, \varphi = bt(c, b\text{为常量}), r, \varphi$为极坐标，此平面以等角速度ω绕固定的 x 轴转动。求质点的绝对速度和绝对加速度。

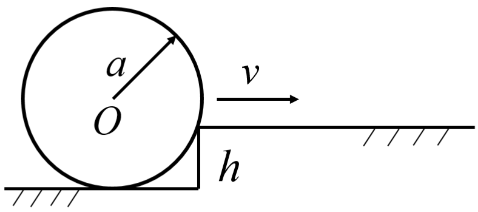


7. （10 分）如图两个质量均为 m 的小球串在质量可忽略的光滑细杆上，用两根完全相同的弹

簧相连，两弹簧的劲度系数均为 k，原长均为l_0，左侧弹簧的左端固定在细杆的 0 点，细杆绕 0 点在水平面内转动。试求:1. 当细杆的角速度从零无限缓慢增加到ω时，外力所做的功。2. 当细杆以角速度ω转动时，两弹簧的长度之比是多少？对ω有何限制？



8.　(12 分)一个粗糙的圆环，半径为 a，质量为 m，在水平地板上以速度 v 滚向高为 h $(h < a/2)$ 的非弹性台阶。环面垂直，且垂直于台阶的棱。证明：圆环与台阶碰撞后不脱离它并能滚上台阶的条件为$4a^2hg < v^2(2a-h)^2 < 4a^2(a-h)g$.



9. 质量为 m 的质点，受到牛顿引力 $F=-\alpha m/r^2$ 的向心力作用。证明

(1) (8 分)如果质点沿一半长轴为 a 的椭圆轨道运动，其运动速度满足

$$v^2=\alpha(\frac{2}{r}-\frac{1}{a})$$

(2) (2 分)对双曲线轨道，有

$$v^2=\alpha(\frac{2}{r}+\frac{1}{a})$$

(3)(2 分) 对抛物线轨道，有

$$v^2=\frac{2\alpha}{r}$$