第二章

16. 设X为没来的人数，$X\sim B(52,0.05)$，$n>30$ 利用Poisson近似，$\lambda=52\times0.05=2.6$

$P(\text{无法满足乘坐})=P(X\le1)=P(X=0)+P(X=1)=e^{-\lambda}+\lambda\cdot e^{-\lambda}=3.6\times e^{-2.6}\approx 0.27$

17. (1)：单组每一注中奖概率 $p_n=\frac{100}{1\times10^6}=10^{-4}$，则此人中奖数 $X\sim B(100,10^{-4})$

利用Poisson近似，$\lambda=np_n=0.01$，则$P(\text{中奖})=1-P(X=0)=1-e^{-0.01}\approx0.00995$

(2)：设买了k注，中奖数$X'\sim B(k,10^{-4})$，$\lambda'=k\times10^{-4}$

$P(\text{中奖})=1-P(X'=0)=1-e^{-k\times10^{-4}}\ge0.95\Rightarrow k\ge29957.3$

∴买29958注才能保证有0.95概率中奖.

18：(1)：$P(X=1)=F(1)-\lim\limits_{x\to1^-}F(x)=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$

$P(X=2)=F(2)-\lim\limits_{x\to2^-}F(x)=\frac{5}{6}-\frac{3}{4}=\frac{1}{12}$

$P(X=3)=F(3)-\lim\limits_{x\to3^-}F(x)=1-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$

(2)：$P(\frac{1}{2}<X<\frac{3}{2})=F(\frac{3}{2})-F(\frac{1}{2})=\frac{5}{8}-\frac{1}{8}=\frac{1}{2}$

19：$P(X=1)=F(1)-\lim\limits_{x\to1^-}F(x)=1-a-b=\frac{1}{4}$

$F(-1)=\lim\limits_{x\to-1^+}F(x)\Rightarrow -a+b=\frac{1}{8}$

$\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{5}{16}\\ b=\frac{7}{16}\end{cases}$

20：$P(1<X<2)=\int_1^2 ax\,dx=\frac{3}{2}a$

$P(2<X<3)=\int_2^3 b\,dx=b=\frac{3}{2}a$

又∵$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\frac{3}{2}a+b=1$

$\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{3}\\ b=\frac{1}{2}\end{cases}$

21：(1)：$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=a\pi=1\Rightarrow a=\frac{1}{\pi}$

(2)：$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(x)dx=\frac{1}{\pi}\arctan x+\frac{1}{2}$

(3)：$P(|X|<1)=\int_{-1}^{1}f(x)dx=\frac{1}{2}$

22：$f(x)=\frac{y}{S}=\frac{2x-x^2}{\int_0^2(2x-x^2)dx}=\frac{2x-x^2}{\frac{4}{3}}=\frac{3}{2}x-\frac{3}{4}x^2$，$0\le x\le2$

$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(x)dx=\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{4}x^3$，$0\le x\le2$

$\Rightarrow f(x)=\begin{cases}\frac{3}{2}x-\frac{3}{4}x^2, & 0\le x\le2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \frac{3}{4}x^2-\frac{1}{4}x^3, & 0\le x\le2\\ 1, & x>2\end{cases}$

26: $P(X>2)=\int_2^4 \frac{1}{3}dx=\frac{2}{3}$

$P($至少两次$>2)=(\frac{2}{3})^3+C_3^2\cdot(\frac{2}{3})^2\cdot\frac{1}{3}=\frac{20}{27}$

28: (1): $P(X>2)=\int_2^{+\infty}e^{-x}dx=e^{-2}\approx 0.135$

(2): 由指数分布的无记忆性，$P(X>4|X>2)=P(X>2)=e^{-2}\approx 0.135$

29: $P($未接受服务而离开$)=P(X\geq 10)=\int_{10}^{+\infty}\frac{1}{5}e^{-\frac{x}{5}}dx=e^{-2}$

$P($一个月内至少有一次未接受服务$)=1-P($5次都接受服务$)=1-(1-e^{-2})^5\approx 0.517$