考试时间

2020-01-12 8:30-10:30

考试地点

5302

电磁学期末复习

(4-8章)

一、麦克斯韦方程组及介质本构方程

1. 麦克斯韦方程组

积分形式

$$\begin{cases} \oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum q_0 \\ \oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l}=-\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} \\ \oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0 \\ \oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum I_0+\iint_s \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S} \end{cases}$$

$\vec{E}=\vec{E}_{静}+\vec{E}_{旋}$

$\vec{j}_D=\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$, $I_D=\iint_s \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$

静电磁场

$$\begin{cases} \oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum q_0 \\ \oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l}=0 \\ \oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0 \\ \oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum I_0 \end{cases}$$

微分形式

$$\begin{cases} \nabla\cdot\vec{D}=\rho_0 \\ \nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla\cdot\vec{B}=0 \\ \nabla\times\vec{H}=\vec{j}_0+\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{cases}$$

静电磁场

$$\begin{cases} \nabla\cdot\vec{D}=\rho_0 \\ \nabla\times\vec{E}=0 \\ \nabla\cdot\vec{B}=0 \\ \nabla\times\vec{H}=\vec{j}_0 \end{cases}$$

有源无旋

无源有旋

用于对称性较好的问题，简单、明确、重要！

- 电场高斯定理：由库仑定律导出，说明存在自由电荷，自由电荷是电场的源，静电场是有源场。 $\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum q_0$
- 电场环路定理："法拉第电磁感应定律+涡旋电场假说"导出，涡旋电场假说指随时间变化的磁场产生涡旋电场，涡旋电场是闭合的。 $\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l}=-\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$
- 磁场高斯定理：毕奥－萨伐尔定律的结果，说明没有自由磁荷存在，磁力线是闭合的。 $\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$
- 磁场环路定理："安培环路定理+位移电流假说"的结果，位移电流假说是指随时间变化的电场产生磁场。 $\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum I_0+\iint_s \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$

2. 介质的本构方程

磁场强度 H $\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}$

磁化强度 M $\vec{M}=\chi_m\vec{H}$

χ_m： 磁化率

$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$

$\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$

线性各向同性均匀介质

$$\begin{cases} \vec{B}=\mu_0\mu_r\vec{H}=\mu\vec{H} \\ \vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}=\varepsilon\vec{E} \\ \vec{j}_0=\sigma\vec{E} \end{cases}$$

$\mu_r\equiv\mu/\mu_0=1+\chi_m$

μ_r： 相对磁导率

μ ： 绝对磁导率

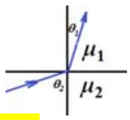
3. 边 值 关 系

$$\begin{cases} \vec{n}\cdot\left(\vec{D}_2-\vec{D}_1\right)=\sigma_0 \\ \vec{n}\times\left(\vec{E}_2-\vec{E}_1\right)=0 \\ \vec{n}\cdot\left(\vec{B}_2-\vec{B}_1\right)=0 \\ \vec{n}\times\left(\vec{H}_2-\vec{H}_1\right)=\vec{i}_0 \end{cases}$$

σ_0是界面上的自由面电荷密度；

i_0是界面上的传导面电流密度

n为界面单位法向矢量，由介质1 指向介质2



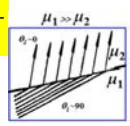
若磁介质界面 $i_0=0$

$B_{2n}=B_{1n}$

$H_{1t}=H_{2t}$

$\vec{B}=\mu_0\mu_r\vec{H}$

$\frac{tg\theta_1}{tg\theta_2}=\frac{\mu_1}{\mu_2}$



分区均匀各向同性介质 $\vec{B}//\vec{H}//\vec{M}$

(1) 介质界面与磁感应线重合(平行)，且介质面上没有传导电流 $i_0=0$，则：

$B_n=0, H_n=0$ ⇒ $\vec{B}=B_t\vec{\tau},\ \vec{H}=H_t\vec{\tau}$

$i_0=0$ ⇒ $H_{1t}=H_{2t}$

界面两边的 H 连续(相等)

$$\vec{H}\equiv\vec{B}_0/\mu_0$$
$$\vec{B}_i=\mu_0\mu_{ri}\vec{H}=\mu_{ri}\vec{B}_0$$

B_0:传导电流真空中的磁感应强度

7

---

(2) 介质界面与磁感应线垂直

$B_{1n}=B_{2n}$ ⇓ $B_1=B_2$ ⇒ 界面两边的 B 连续(相等)

$$B_t=0,\ H_t=0,\ M_t=0$$
$$\vec{B}=B_n\vec{n},\ \vec{H}=H_n\vec{n},\ \vec{M}=M_n\vec{n}$$
$$\vec{i}'=n\times\left(\vec{M}_2-\vec{M}_1\right)=0$$

$$\vec{B}=\alpha\vec{B}_0,\ \alpha=\frac{\Sigma I_0}{\oint_L\frac{\vec{B}_0}{\mu_0\mu_r}\cdot d\vec{l}},\ \vec{H}_i=\frac{1}{\mu_0\mu_{ri}}\vec{B}$$

B和B_0具有相同的构形，大小上差一常数

B_0：传导电流真空中的磁感应强度

8

二、磁场感应强度B和磁场强度H

1. 用毕奥－萨法尔定律求磁感应强度

电流激发产生磁场 $d\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}Id\vec{l}\times\dfrac{\vec{R}}{R^3}$

磁场满足叠加原理 $\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\displaystyle\int\frac{Id\vec{l}\times\vec{R}}{R^3}$

其中电流元可以是： $Id\vec{l},\ id\vec{S},\ \vec{j}dV$

9

---

2. 用安培环路定理求磁感应强度B和磁场强度H

- 静磁场

磁化电流 I'

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I,\ I=I_0+I'$$
$$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum I_0$$

$$\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}$$
$$\vec{B}=\mu_0\mu_r\vec{H},\ \vec{M}=\chi_m\vec{H}$$

传导电流 I_0 和磁化电流 I' 激发产生的磁场是等效的，空间一点的磁场是所有电流产生的磁场。

10

- 时变电磁场 $\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum I_0+\iint_s\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$

位移电流 I_D 也可激发磁场

$$I_D=\iint_S\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}=\iint_S\vec{j}_D\cdot d\vec{S},\ \vec{j}_D=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

位移电流并非自由电荷的定向运动产生，而是由随时间变化的电场产生；真空和电介质中也存在位移电流(传导电流只存在于导体中)；位移电流不伴随焦耳热效应，不满足欧姆定律； 位移电流与外磁场无安培力的关系。

由涡旋电场求磁场 $\nabla\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ ⇒ $\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}=-\nabla\times\vec{E}$ ⇓ $\vec{B}=-\int\left(\nabla\times\vec{E}\right)dt$

11

三、磁化强度M和磁化电流I'

由定义求磁矩 $\vec{M}=\sum_i\vec{\mu}_i/\Delta V$ 真空中：$M=0$

由B、H求磁矩 $\vec{M}=\chi_m\vec{H}=(\mu_r-1)\vec{H}$ $\vec{M}=\dfrac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{H}$ $\vec{M}=\dfrac{\mu_r-1}{\mu_r}\dfrac{\vec{B}}{\mu_0}$

由 M 求 I', i', j' $\sum I'=\oint_L\vec{M}\cdot d\vec{l}$ 真空中：$I'=0$

n由介质1指向介质2 $\vec{i}'=\vec{n}\times\left(\vec{M}_2-\vec{M}_1\right)$ $\vec{j}'=\nabla\times\vec{M}$

磁化电流的性质：1）没有宏观的电荷定向移动；2）没有焦耳热效应；3）磁化电流只会出现在介质内非均匀磁化处及介质界面上,均匀介质内部磁化电流为零。

12

四、感应电动势和涡旋电场

总感应电动势（通用）

$$\varepsilon=-\frac{d\Phi}{dt},\quad \Phi=\vec{B}\cdot\vec{S}=BS\cos\theta$$

动生电动势（导体运动产生）

$$\varepsilon=\oint_C(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l},\quad \varepsilon_{ab}=\int_a^b(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

感生电动势（磁场变化产生）

$$\varepsilon=-\iint\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S},\quad \varepsilon=\oint\vec{E}_{旋}\cdot d\vec{l}$$

自感电动势（自身电流变化产生）

$$\varepsilon_{自}=-\frac{d\Phi}{dt}=-L\frac{dI}{dt}$$

互感电动势（其他线圈电流变化产生）

$$\varepsilon_{互1}=-\frac{d\Phi_{12}}{dt}=-M\frac{dI_2}{dt}$$

13

涡旋电场

$$\oint_L\vec{E}_{旋}\cdot d\vec{l}=-\iint\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}\qquad \nabla\times\vec{E}_{旋}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\oiint_S\vec{E}_{旋}\cdot d\vec{S}=0\qquad \nabla\cdot\vec{E}_{旋}=0$$

涡旋电场和静电场对电荷都能施加力的作用。

涡旋电场是由变化的磁场激发的，而不是由电荷产生的；它的电力线是一些闭合的曲线，所以它的环量不为零，因而它不是保守力场或势场，常称为有旋场。

静电场是由电荷产生的，电力线是不闭合的，是保守力场，即有势场。

14

五、自感L和互感M

由定义求

$$L=\frac{\Phi}{I}\qquad M_{21}=\frac{\Phi_{21}}{I_1}$$

由自/互感电动势求

$$L=-\frac{\varepsilon}{dI/dt}\qquad M_{21}=-\frac{\varepsilon_{21}}{dI_1/dt}$$

由能量求

$$L=\frac{2W_m}{I^2}$$

M 可正可负，***L*** 总取正值

串联

$$L_{顺}=L_1+L_2+2M$$
$$L_{反}=L_1+L_2-2M$$

并联

$$L_{同}=\frac{L_1L_2-M^2}{L_1+L_2-2M}$$
$$L_{异}=\frac{L_1L_2-M^2}{L_1+L_2+2M}$$

15

六、磁 能 W_m

由磁场求磁能 $\quad W_m=\frac{1}{2}\iiint_V\vec{B}\cdot\vec{H}dV\quad$ 通用

由磁能密度求磁能 $\quad W_m=\iiint_V\omega_m dV\qquad \omega_m=\frac{W_m}{V}=\frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$

由磁通量求线圈系统的磁能 $\quad W_m=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}I_i\Phi_i$

由L/M求线圈系统的磁能

自感磁能 $\quad W_m=\frac{1}{2}LI^2$

互感磁能 $\quad W_m=MI_1I_2$

两个线圈系统的磁能 $\quad W_m=\frac{1}{2}L_1I_1^2+\frac{1}{2}L_2I_2^2\pm MI_1I_2$

线圈在外磁场中的磁能 $\quad W_m=\vec{m}_t\cdot\vec{B}\qquad \vec{m}=I\vec{S},\ \vec{m}_t=\sum_i\vec{m}_i$

m_t为所有线圈磁矩的矢量和

16

七、能量密度、能流密度、动量密度、光压

能量密度(单位体积内的能量 J/m^3)

$$\omega=\frac{W}{V}=\omega_e+\omega_m=\frac{1}{2}\left(\vec{D}\cdot\vec{E}+\vec{B}\cdot\vec{H}\right)=\frac{1}{2}\left(\varepsilon E^2+\frac{1}{\mu}B^2\right)$$

能流密度(单位时间、单位面积流出的能量，或单位面积流出的功率，W/m^2)

$$S_{能流密度}=\frac{W_{流出}}{t\cdot S_{面积}}=\frac{P_{辐射功率}}{S_{面积}}=\omega v$$

又叫玻印廷矢量 $\quad \vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}\qquad$ 真空中 $v=c$

总电磁能量守恒方程

$$-\oiint_s\vec{S}\cdot d\vec{s}=\frac{\partial W}{\partial t}+\iiint_V\vec{j}\cdot\vec{E}dV\qquad -\nabla\cdot\vec{S}=\frac{\partial\omega}{\partial t}+\vec{j}\cdot\vec{E}$$

通过闭合边界曲面s流入V内的电磁能量　V内电磁场能量的增加　V内导体上消耗的能量(焦耳热)

$$\vec{j}=\sigma\vec{E}$$

17

动量密度(单位体积内的动量)

$$g=\frac{\omega}{c}=\frac{S}{c^2}=\frac{\left|\vec{E}\times\vec{H}\right|}{c^2}\qquad 动量=\frac{能量}{c}\qquad \omega=\frac{S}{c}$$

光压：光施加在物体表面压强

$$p=(1+R)\omega\qquad \begin{cases}全反射:\ R=1\\ 全吸收:\ R=0\end{cases}$$

R为反射系数

平面电磁波按时间的平均值：

$$\bar{\omega}=\frac{1}{T}\int_0^T\omega(t)dt=\frac{1}{2}\varepsilon_0E_0^2=\frac{1}{2}\mu_0H_0^2$$

18

八、力和力矩

洛仑兹力 $\vec F = q\left(\vec E + \vec v\times\vec B\right)$

安培力 $\vec F=\int d\vec F = \begin{cases}\int Id\vec l\times\vec B\\ \int i d\vec S\times \vec B\\ \int \vec j dV\times\vec B\end{cases}$

$\vec B = \vec B_t - d\vec B$ 面电流元

$\vec B\approx\vec B_t$ 体电流元

$$\vec F_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{L1}\oint_{L2}\frac{I_2 d\vec l_2\times\left(I_1 d\vec l_1\times\vec r_{12}\right)}{r_{12}^3}$$

力矩 $\vec L=\int d\vec L = \int \vec r\times d\vec F$ $\quad\vec L=\vec m\times\vec B$ $\quad\vec m = I\vec S$

m为载流线圈的磁矩

19

九、平面电磁波

自由空间定态
平面电磁波
$\rho_0=0$，$j=0$

$$\begin{cases}\vec E=\vec E_0 e^{-i(\omega t-\vec k\cdot\vec r)}\\ \vec H = \vec H_0 e^{-i(\omega t - \vec k\cdot\vec r)}\end{cases}$$

$k=2\pi/\lambda$ $\quad\nabla = i\vec k,\ \frac{\partial}{\partial t}=-i\omega$

$\omega=2\pi f$

$$\begin{cases}\vec k\cdot\vec E=0, \vec k\cdot\vec H=0\\ \vec k\times\vec E=\mu_0\mu_r\omega\vec H\\ \vec k\times\vec H=-\varepsilon_0\varepsilon_r\omega\vec E\end{cases}$$

k是波矢，方向为电磁波的传播方向

$\therefore \vec H\Rightarrow\vec E,\ \vec E\Rightarrow\vec H$

$\vec k\perp\vec E, \vec k\perp\vec H, \vec E\perp\vec H$

$\frac{E_0}{B_0}=\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r}}=\frac{c}{n}$ $\quad v=\frac{\omega}{k}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}=\frac{c}{n}$ $\quad c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}, n=\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}$

20

十、磁 路 定 理

基尔霍夫第一定律 $\sum_i\Phi_i=0$ $\quad\sum_i I_i=0$

基尔霍夫第二定律 $\sum U_m=\sum\varepsilon_m$

$U_m=Hl$ 磁位差

$\varepsilon_m=NI$ 磁动势

欧姆定律 $U_m=\Phi_m R_m$, $\varepsilon_m=\Phi_m(R_m+r_m)$ $\quad U=IR$, $\varepsilon=I(R+r)$

$$R_m=\int\frac{dl}{\mu_0\mu_r S}$$

21

十一、交流电路

电路中的电流和电压

似稳条件 $l<<\frac{c}{f}=\lambda$

$\begin{cases}i(t)=I_m\cos(\omega t+\varphi_i)\\ u(t)=U_m\cos(\omega t+\varphi_u)\end{cases}$ $\quad\begin{cases}\tilde I(t)=I_m e^{j(\omega t+\varphi_i)}\\ \tilde U(t)=U_m e^{j(\omega t+\varphi_u)}\end{cases}$ $\quad\begin{cases}I_e=I_m/\sqrt2\\ U_e=U_m/\sqrt2\end{cases}$

有效值

阻抗 $Z=\frac{U_m}{I_m}$

相位差或幅角 $\varphi=\varphi_u-\varphi_i$

$\tilde Z=\frac{\tilde U}{\tilde I}=Ze^{j\varphi}$

$Z_R=R,\ \varphi=0$; $Z_C=\frac{1}{\omega C},\ \varphi=-\frac{\pi}{2}$; $Z_L=\omega L,\ \varphi=\frac{\pi}{2}$

$\tilde Z_R=R$; $\tilde Z_C=\frac{1}{j\omega C}$; $\tilde Z_L=j\omega L$

22

交流电路的欧姆定律 $\tilde Z=\frac{\tilde U}{\tilde I}=Ze^{j\varphi}$

串联电路 $\tilde Z=\tilde Z_1+\tilde Z_2$ 并联电路 $\frac{1}{\tilde Z}=\frac{1}{\tilde Z_1}+\frac{1}{\tilde Z_2}$

RCL串联，***RCL***并联，……

当$Z=R$, $\varphi=0$, 称为共振，共振频率为: $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$, $\quad f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

交流电路的基尔霍夫定律 $\sum\tilde I_{km}=0$ $\quad\sum\tilde I_{nm}\tilde Z_m=\sum\tilde\varepsilon_{km}$

23