

# 第 13 章 均匀传输线习题解答

13.1 同轴电缆的参数为  $R_0 = 7\Omega/\text{km}$  ,  $L_0 = 0.3\text{mH}/\text{km}$  ,  $G_0 = 0.5 \times 10^{-6}\text{S}/\text{km}$  ,  $C_0 = 0.2\mu\text{F}/\text{km}$  。试计算当工作频率为  $800\text{Hz}$  时此电缆的特性阻抗  $Z_c$  、传播常数  $\gamma$  、相速  $v_p$  和波长  $\lambda$  。

解:  $R_0 + j\omega L_0 = 7 + j2\pi \times 800 \times 0.3 \times 10^{-3} = 7.1606 \angle 12.157^\circ \Omega/\text{km}$

$$G_0 + j\omega C_0 = 0.5 \times 10^{-6} + j2\pi \times 800 \times 0.2 \times 10^{-6} = 1005.31 \times 10^{-6} \angle 89.972^\circ \text{S}/\text{km}$$

$$\text{波阻抗 } Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = 84.396 \angle -38.91^\circ \Omega$$

$$\text{传播常数 } \gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = 0.0533 + j0.066 \text{ (1/km)}$$

$$\text{波长 } \lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{0.066} = 95.2\text{km} , \text{相速 } v_p = \lambda f = 95.2 \times 800 = 76163.5 \text{ km/s}$$

13.2 设沿某电缆分布着电压和电流行波

$$u = 14.1e^{-0.044x} \cos(5000t - 0.046x + \pi/6) \text{ (单位: V, km, s)}$$

$$i = 0.141e^{-0.044x} \cos(5000t - 0.046x + \pi/3) \text{ (单位: A, km, s)}$$

试求波阻抗、传播常数、波速、波长。

解: 传输线上电压和电流行波可表示如下:

$$\begin{cases} u = U_m e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \psi_u) \\ i = I_m e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \psi_i) \end{cases}$$

波阻抗等于任一点处行波电压相量与同方向行波电流相量之比。根据给定的电压和电流行波可得出:

$$\text{波阻抗 } Z_c = \frac{U_m \angle \psi_u}{I_m \angle \psi_i} = \frac{14.1 \angle \pi/6}{0.141 \angle \pi/3} = 100 \angle -30^\circ \Omega$$

$$\text{传播常数 } \gamma = \alpha + j\beta = 0.044 + j0.046 \text{ (1/km)}$$

$$\text{波速 } v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{5000}{0.046} = 108695.65 \text{ km/s}$$

$$\text{波长 } \lambda = \frac{v}{f} = \frac{108695.65}{5000/2\pi} = 136.59\text{km}$$

13.3 某无损线波阻抗为  $Z_c = 70\Omega$ ，终端负载阻抗  $Z_2 = (35 + j35)\Omega$ 。试计算输入阻抗，设线长为 (a)  $\lambda/4$ ；(b)  $\lambda/8$ 。

解：输入阻抗 
$$Z_i = \frac{Z_2 \cos \beta l + jZ_c \sin \beta l}{Z_c \cos \beta l + jZ_2 \sin \beta l} \times Z_c \quad (1)$$

(a) 当  $l = \lambda/4$  时， $\beta l = \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{4} = \pi/2$ ,  $\cos \beta l = 0$ ,  $\sin \beta l = 1$

$$Z_i = \frac{Z_c^2}{Z_2} = \frac{70^2}{35 + j35} = 70\sqrt{2} \angle -45^\circ \Omega$$

(b) 当  $l = \lambda/8$  时  $\beta l = \pi/4$ ,  $\cos \beta l = \sin \beta l = \sqrt{2}/2$

$$Z_i = \frac{Z_2 + jZ_c}{Z_c + jZ_2} \times Z_c = \frac{35 + j35 + j70}{70 - 35 + j35} \times 70 = 70\sqrt{5} \angle 26.6^\circ \Omega$$

13.4 长度为  $\lambda/4$  的无损线，终端接电阻  $R_2 = 50\Omega$ ，现若使始端输入阻抗  $Z_i = 200\Omega$ ，问该无损线波阻抗应为多少？又若  $R_2 = 0$ ，则此无损线的输入阻抗是多少？

解：  $l = \lambda/4$  ,  $\beta l = \pi/2$  ,  $\cos \beta l = 0$ ,  $\sin \beta l = 1$

输入阻抗 
$$Z_i = \frac{Z_c^2}{R_2}$$

若  $Z_i = 200$  则  $Z_c = \sqrt{Z_i R_2} = \sqrt{200 \times 50} = 100\Omega$

若  $R_2 = 0$  则  $Z_i \rightarrow \infty$

13.5 一信号源通过波阻抗为  $50\Omega$  的无损线向  $75\Omega$  负载电阻馈电。为实现匹配，在均匀线与负载间插入一段  $\lambda/4$  的无损线，求该线的波阻抗。

解：当  $l = \lambda/4$  时，输入阻抗 
$$Z_i = \frac{Z_c^2}{R_2}$$

匹配时  $Z_{c1} = Z_i$ ，即  $50 = \frac{Z_c^2}{75}$ ， $Z_c = \sqrt{50 \times 75} = 61.24\Omega$

13.6 终端短路的无损线，其波阻抗 $Z_c = 505\Omega$ ，线长35m，波长 $\lambda=50\text{m}$ ，求此无损线的等效电感值。

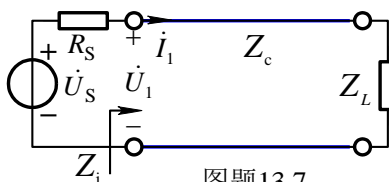
解: 
$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{50} = 6 \times 10^6 \text{ Hz}$$

终端短路时等效输入阻抗

$$Z_i = jZ_c \tan \beta l = j505 \times \tan\left(\frac{2\pi}{50} \times 35\right) = j1554.23\Omega = j\omega L$$

等效电感 
$$L = \frac{|Z_i|}{\omega} = \frac{1554.23}{2\pi \times 6 \times 10^6} = 41.22 \text{ } \mu\text{H}$$

13.7 某无损线长4.5m，波阻抗为 $300\Omega$ ，介质为空气。线路始端接一内阻为 $100\Omega$ ，电压为10V，频率为100MHz的正弦电压源，以电源电压为参考相量。试计算在距始端1m处的电压相量。设负载阻抗为: (1) $300\Omega$ ; (2) $500\Omega$ ; (3)  $-j500\Omega$ 。



解 
$$\beta = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi \times 10^8}{3 \times 10^8} = \frac{2}{3} \pi / \text{m}$$

(1)  $Z_L = 300\Omega$ ，终端处于匹配状态，始端输入阻抗 $Z_i = Z_c = 300\Omega$

$$\dot{U}_1 = \frac{Z_i}{R_s + Z_i} \times \dot{U}_s = 7.5\text{V} \quad \dot{I}_1 = \dot{U}_1 / Z_i = 7.5 / 300 = 0.025\text{A}$$

$$x = 1\text{m}, \quad \beta x = \beta \times 1\text{m} = 2\pi/3, \quad \dot{U}(1\text{m}) = \dot{U}_1 \angle -2\pi/3 = 7.5 \angle -120^\circ \text{V}$$

(2)  $Z_L = 500\Omega$ ， $\beta l = \frac{2\pi}{3} \times 4.5 = 3\pi$ ， $\cos \beta l = -1$ ， $\sin \beta l = 0$

$$Z_i = \frac{Z_L \cos \beta l + jZ_c \sin \beta l}{Z_c \cos \beta l + jZ_L \sin \beta l} \times Z_c = Z_L = 500\Omega \quad (1)$$

$$\dot{U}_1 = \frac{500}{500 + 100} \times 10\text{V} = 8.333\text{V} \quad \dot{I}_1 = \dot{U}_1 / Z_i = 8.333 / 500 = 0.0167\text{A}$$

$$\dot{U}(1\text{m}) = \dot{U}_1 \cos(2\pi/3) - jZ_c \dot{I}_1 \sin(2\pi/3) = -4.167 - j4.33 = 6.009 \angle -133.9^\circ \text{ V}$$

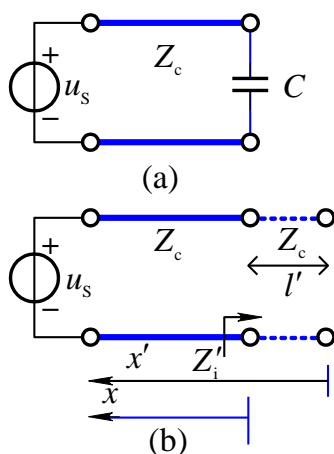
(3)  $Z_L = -j500\Omega$ , 由式(1)得:  $Z_i = Z_L = -j500\Omega$

$$\dot{U}_2 = \frac{-j500}{100 - j500} \times 10\text{V} = 9.806 \angle -11.31^\circ \text{ V} \quad \dot{I}_1 = \dot{U}_1 / (-j500) = 0.0196 \angle 78.69^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}(1\text{m}) &= \dot{U}_1 \cos(2\pi/3) - jZ_c \dot{I}_1 \sin(2\pi/3) \\ &= 9.806 \angle -11.31^\circ \times \cos 120^\circ - j0.0196 \angle 78.69^\circ \times \sin 120^\circ \\ &= 0.187 \angle -11.92^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}(1\text{m}) &= \dot{U}_1 \cos(2\pi/3) - jZ_c \dot{I}_1 \sin(2\pi/3) \\ &= 9.806 \angle -11.31^\circ \times \cos 120^\circ - j300 \times 0.0196 \angle 78.69^\circ \times \sin 120^\circ \\ &= 0.189 \angle -11.31^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

13.8 设图示无损线长为 17m, 波阻抗  $Z_c = 150\Omega$ ,  $u_s$  为正弦电压源。传输线上的行波波长  $\lambda = 8\text{m}$ , 电容的容抗  $|X_c| = 150\Omega$ 。试求传输线上电流始终为零的点距终端的距离。



图题 13.8

解: 将电容用一段长度为  $l'$  终端开路的传输线等效。如图 13.8(b)所示。

$$Z'_i = -jZ_c \cot\left(\frac{2\pi}{\lambda} \times l'\right) = -j|X_c| = -j150 \quad \text{解得} \quad l' = 1 \text{ m}$$

这样相当于无损线增加了 1 米, 等效终端开路, 等效终端电流为零, 距等效终端

$x' = k \frac{\lambda}{2}$  处均为波节，距终端波节的位置为：

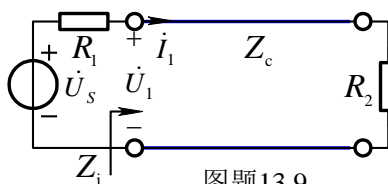
$$x = x' - l' = k \frac{\lambda}{2} - l' = 4k - 1 \quad (k=1,2,3,4)$$

所以传输线上电流始终为零的点距终端的距离  $x=3\text{m}, 7\text{m}, 11\text{m}, 15\text{m}$ 。

13.9 无损均匀传输线线长  $l = 35.5\text{m}$ ，波阻抗  $Z_c = 600\Omega$ ，波速  $v = 3 \times 10^8 \text{m/s}$ ，正弦电压源

$\dot{U}_s = 10\text{V}$ ，频率  $f = 6 \times 10^6 \text{HZ}$ ，电阻  $R_2 = 4R_1 = 400\Omega$ 。(1)求始端电压  $\dot{U}_1$  和电流  $\dot{I}_1$ 。(2)距离

始端  $12.5\text{m}$  处的电压和电流相量。



解：(1)  $\beta l = \frac{2\pi f}{v} \times l = 1.5\pi$ ， $\cos \beta l = 0$ ， $\sin \beta l = -1$

$$\text{始端输入阻抗 } Z_i = \frac{R_2 \cos \beta l + jZ_c \sin \beta l}{Z_c \cos \beta l + jR_2 \sin \beta l} \times Z_c = \frac{Z_c^2}{R_2} = 900\Omega$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_s}{R_1 + Z_i} = \frac{10}{100 + 900} = 0.01\text{A}, \quad \dot{U}_1 = Z_i \dot{I}_1 = 9\text{V}$$

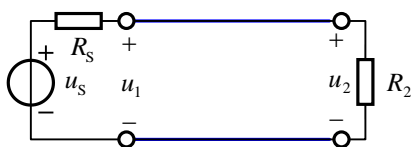
(2)  $x = 12.5\text{m}$  处， $\beta x = 0.5\pi$ 。 $\cos \beta l = 0$ ， $\sin \beta l = 1$ 。电压、电流分别为

$$\dot{U}(x) = \dot{U}_1 \cos \beta x - jZ_c \dot{I}_1 \sin \beta x = -jZ_c \dot{I}_1 = -j6\text{V}$$

$$\dot{I}(x) = \dot{I}_1 \cos \beta x - j \frac{\dot{U}_1}{Z_c} \sin \beta x = -j \frac{\dot{U}_1}{Z_c} = -j0.015\text{A}$$

13.10 图示电路中  $R_s = 100\Omega$ ， $u_s = 150 \cos(5000\pi t)\text{V}$ ， $R_2 = 100\Omega$ 。无损线线长

$l = 10\text{km}$ ， $L_0 = 10^{-3} \text{H/km}$ ， $C_0 = 10^{-7} \text{F/km}$ 。求  $u_1(t)$  和  $u_2(t)$ 。



图题 13.10

解:  $Z_c = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = 100\Omega = R_2$  处于匹配状态, 所以输入阻抗  $Z_i = Z_c = 100\Omega$  为电阻性。

$$u_1 = \frac{u_s}{R_s + Z_i} \times Z_i = 75 \cos(5000\pi) \text{ V}$$

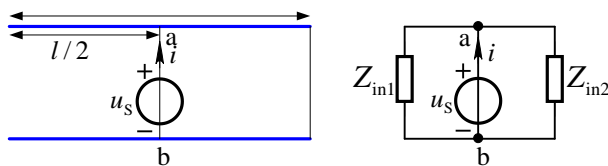
$$\text{波速 } v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = 10^5 \text{ km/s} = 10^8 \text{ m/s}, \text{ 频率 } f = 2500 \text{ Hz}$$

$$\text{波长 } \lambda = \frac{v}{f} = \frac{10^8}{2500} = 4 \times 10^4 \text{ m},$$

$$\beta l = \frac{2\pi}{\lambda} \times l = \frac{2\pi}{4 \times 10^4} \times 10^4 = 0.5\pi, \quad \dot{U}_{2m} = \dot{U}_{1m} \angle -\beta l = 75 \angle -90^\circ \text{ V}$$

$$u_2(t) = 75 \cos(5000\pi - 90^\circ) \text{ V}$$

13.11 图示无损传输线, 长度为  $l = 50\text{m}$ , 特性阻抗为  $Z_c = 100\sqrt{3}\Omega$ , 传输线一端开路, 一端短路, 线路中点处接一电压源  $u_s(t) = 3\sqrt{2} \cos(\omega t + 30^\circ) \text{ V}$ , 工作波长  $\lambda = 300\text{m}$ , 求流过电压源的电流  $i(t)$ 。



图题 13.11

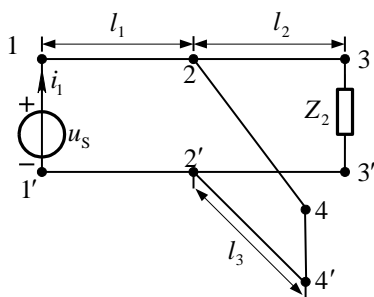
解: 从 a-b 端向左看, 令其等效阻抗为  $Z_{in1}$ , 其大小为  $Z_{in1} = -jZ_c \cot(\frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{l}{2}) = -j300\Omega$ ;

从 a-b 端向右看, 令其等效阻抗为  $Z_{in2}$ , 其大小为  $Z_{in2} = jZ_c \tan(\frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{l}{2}) = j100\Omega$ ;

$$\text{电流 } \dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{Z_{in1} // Z_{in2}} = \frac{3\angle 30^\circ \text{ V}}{j150\Omega} = 0.02\angle -60^\circ \text{ A}$$

$$\text{则 } i(t) = 0.02\sqrt{2} \cos(\omega t - 60^\circ) \text{ A}$$

13.12 图示电路中无损均匀传输线  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$ , 其长度均为  $0.75\text{m}$ , 特性阻抗  $Z_c = 100\Omega$ ,  $u_s = 10 \cos(2\pi \times 10^8 t) \text{ V}$ , 相位速度  $v = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ , 终端 3-3' 接负载  $Z_2 = 10\Omega$ , 终端 4-4' 短路, 求电源端的电流  $i_1(t)$



图题 13.12

解:  $\lambda = v/f = 3\text{m}$ , 三段无损线长度为四分之一波长

$$\text{根据 } Z_i(x') = Z_c \frac{Z_L \cos \beta x' + jZ_c \sin \beta x'}{jZ_L \sin \beta x' + Z_c \cos \beta x'}, \text{ 并且 } \beta x' = \pi/2, \text{ 可得 } Z_i = \frac{Z_c^2}{Z_L}$$

由 2 端向 4 端看等效输入阻抗  $Z_{2-4} \rightarrow \infty$

$$\text{由 2 端向 3 端看等效输入阻抗 } Z_{2-3} = \frac{Z_c^2}{Z_2} = 1000\Omega$$

$$2-2' \text{ 端的等效阻抗 } Z_{2-2'} = Z_{2-3} = 1000\Omega$$

$$\text{由 1 端向 2 端看等效输入阻抗 } Z_{1-2} = \frac{Z_c^2}{Z_{2-2'}} = 10\Omega$$

$$\dot{U}_{\text{Sm}} = 10\angle 0^\circ \text{V}, \quad \dot{I}_{1\text{m}} = \dot{U}_{\text{Sm}} / Z_{12} = 1\angle 0^\circ \text{A}$$

$$\text{则 } i_1(t) = \cos(2\pi \times 10^8 t) \text{ A}$$

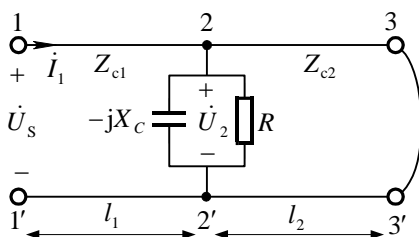
13.13 图示两条架空均匀无损线的波阻抗  $Z_{c1} = 300\Omega$ ,  $Z_{c2} = 200\Omega$ , 长度  $l_1 = \lambda/4$ ,  $l_2 = \lambda/8$ 。1-1' 端接电压源  $\dot{U}_s = 600\angle 0^\circ \text{V}$ , 2-2' 端接有集中参数  $R = 300\Omega$ ,  $X_C = 200\Omega$ , 终端 3-3' 短路。求: (1) 从 1-1' 端看入的入端阻抗  $Z_{\text{in}}$ ; (2) 始端电流  $I_1$ ; (3) 2-2' 端电压  $U_2$ 。

解: (1) 由 2-2' 端向 3-3' 端看等效输入阻抗  $Z_{2-3} = jZ_{c2} \tan(\frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{8}) = jZ_{c2} = j200\Omega$

$$2-2' \text{ 端的等效阻抗 } Z_{2-2'} = Z_{2-3} // (-jX_C) // R = j200\Omega // (-j200\Omega) // R = R$$

从1-1'端看入的入端阻抗  $Z_{\text{in}} = Z_{\text{c1}} \frac{R \cos \beta l_1 + j Z_{\text{c1}} \sin \beta l_1}{j R \sin \beta l_1 + Z_{\text{c1}} \cos \beta l_1}$ ,  $\beta l_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}$

$$\text{得 } Z_{\text{in}} = \frac{Z_{\text{c1}}^2}{R} = \frac{300^2}{300} = 300 \Omega$$



图题 13.13

$$(2) \text{ 始端电流 } I_1 = \frac{U_s}{Z_{\text{in}}} = \frac{600 \text{ V}}{300 \Omega} = 2 \text{ A}$$

$$(3) \dot{U}_2 = (\cos \beta x) \dot{U}_s - (j Z_{\text{c1}} \sin \beta x) \dot{I}_1 = -j Z_{\text{c1}} \dot{I}_1 = -j 600 \text{ V} = 600 \angle -90^\circ \text{ V}$$

13.14 矩形电压波  $u^+ = 200 \text{ kV}$  和电流波  $i^+ = 400 \text{ A}$  沿架空线传播, 线路终端接有  $800 \Omega$  的电阻负载。

试求波传到终端时负载所承受的电压为多少?

$$\text{解: 波阻抗 } Z_c = \frac{u^+}{i^+} = \frac{200 \times 10^3}{400} = 500 \Omega, \text{ 终端反射系数 } N_2 = \frac{R_2 - Z_c}{R_2 + Z_c} = \frac{3}{13}$$

$$\text{故负载承受的电压 } u_2 = u_2^+ + N_2 u_2^+ = (1 + \frac{3}{13}) \times 200 \times 10^3 = 246.15 \text{ kV}$$

13.15 长度为  $l = 600 \text{ m}$  的无损线, 波阻抗  $Z_c = 500 \Omega$ , 终端接  $1 \text{ k}\Omega$  电阻, 始端施以阶跃电压  $u_s = 15 \varepsilon(t) \text{ V}$ 。试分析始端电流在  $0 < t < 6l/v$  期间的波过程, 最后的稳态解是多少? (波速  $v$  可按光速计算)

$$\text{解: 终端反射系数 } N_2 = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} = \frac{1}{3}, \text{ 始端反射系数 } N_1 = \frac{Z_s - Z_c}{Z_s + Z_c} = -1$$

这是一个多次反射过程, 反射过程如图题 13.15 所示。其中  $t_d = l/v$

$$\text{当 } 0 < t < \frac{2l}{v} \text{ 时, 反射波未达到始端, 只有入射波。 } i_1 = i^+ = \frac{u_1}{Z_c} = \frac{15 \text{ V}}{500 \Omega} = 30 \text{ mA}$$



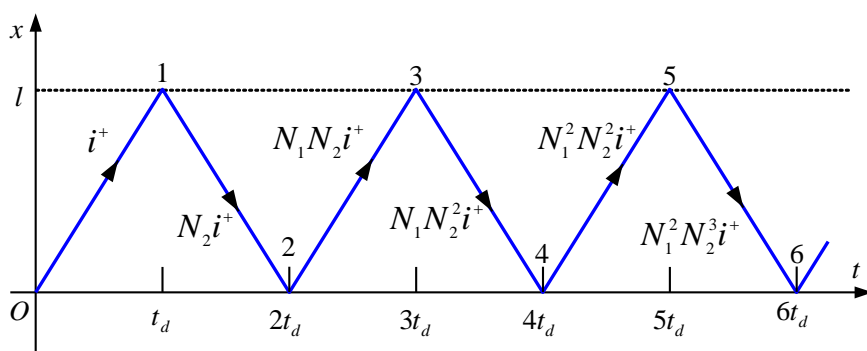
当  $\frac{2l}{v} < t < \frac{4l}{v}$  时, 反射波到达始端,  $i_1 = i^+ - N_2 i^+ + N_1 N_2 i^+ = 30 - 10 - 10 = 10\text{mA}$

当  $\frac{4l}{v} < t < \frac{6l}{v}$  时, 始端电流为:

$$i_1 = i^+ - N_2 i^+ + N_1 N_2 i^+ - N_1 N_2^2 i^+ + N_1^2 N_2^2 i^+ = 30 - 10 - 10 + \frac{10}{3} + \frac{10}{3} = 16.67\text{mA}$$

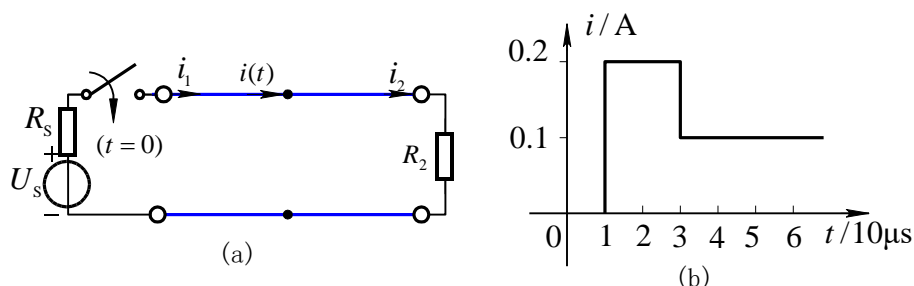
达到稳态时  $i_1(\infty) = \frac{u_1}{R_2} = 15\text{mA}$

$$\text{所以 } i_1(t) = \begin{cases} 30\text{mA} & 0 < t < 2l/v \\ 10\text{mA} & 2l/v < t < 4l/v \\ 16.67\text{mA} & 4l/v < t < 6l/v \end{cases} \quad i_1(\infty) = \frac{u_1}{R_2} = 15\text{mA}$$



图题13.15

13.16 图示无损均匀线线长  $l = 6\text{km}$ , 波阻抗  $Z_c = 600\Omega$ , 波速近似光速。又知  $R_s = Z_c$ ,  $R_2 = 1800\Omega$ ,  $U_s = 240\text{V}$ ,  $t = 0$  时开关接通。试确定无损线中点处电流  $i(t)$  在  $0 < t < 60\mu\text{s}$  期间的变化规律。



图题 13.16

解: 波从始端传到中点所用的时间为:  $t_1 = \frac{l/2}{v} = \frac{3 \times 10^3}{3 \times 10^8} = 10^{-5}\text{s} = 10\mu\text{s}$

(1) 当  $0 < t < 10\mu\text{s}$  时, 入射波从始端发出, 尚未到达中点所以  $i(t) = 0$ 。

(2)  $10\mu\text{s} < t < 30\mu\text{s}$  时, 入射波已经过中点, 但在终端所产生的反射波还没有到达中点。

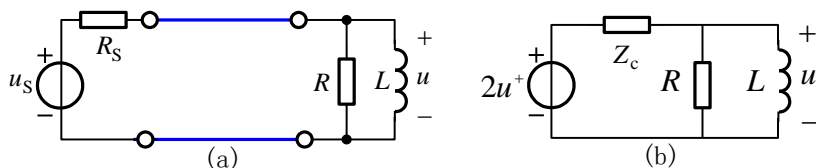
$$i(t) = i_1^+ = \frac{U_s}{R_s + Z_c} = \frac{240}{600 + 600} = 0.2\text{A}$$

(3)  $30\mu\text{s} < t < 60\mu\text{s}$  时, 在终端所产生的反射波已经过中点, 并于  $t = 40\mu\text{s}$  时刻到达始端。由于  $R_s = Z_c$ , 所以到达始端后不再产生第二次反射

$$\text{终端反射系数 } N_2 = \frac{R_2 - Z_c}{R_2 + Z_c} = \frac{1800 - 600}{1800 + 600} = 0.5, \quad i_2^- = N_2 i_2^+ = N_2 i_1^+ = 0.1\text{A}$$

$i(t) = i_1^+ - i_2^- = 0.1\text{A}$ 。其波形如图13.16(b)所示。

13.17 电路如图所示, 设无损耗传输线长为  $1\text{ms}$  时间内波所传播的距离, 波阻抗  $Z_c = R_s = 200\Omega$ 。又已知  $R=300\Omega$ ,  $L=0.1\text{H}$ ,  $u_s = 10\varepsilon(t) - 10\varepsilon(t - 0.001\text{s})\text{V}$ 。求  $t > 0$  时的零状态响应  $u(t)$ 。



图题13.17

解:  $0 < t < 1\text{ms}$  时, 入射波电压尚未传播到终端, 所以  $u(t) = 0$ ;

$t > 1\text{ms}$  时, 入射波到达终端并产生反射波;  $t > 2\text{ms}$  时, 反射波到达始端, 但由于  $Z_c = R_s$ , 所以在始端不再产生第二次反射。根据彼德生法则, 得到  $t > 1\text{ms}$  时的终端等效电路如图(b)所示。其中

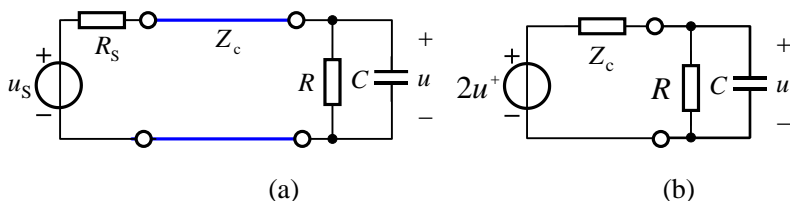
$$u^+ = \frac{Z_c}{R_s + Z_c} \times u_s \times \varepsilon(t - 0.001) = [5\varepsilon(t - 0.001) - 5\varepsilon(t - 0.002)]\text{V}$$

从电感两端看的等效电阻  $R_1 = \frac{RZ_c}{R+Z_c} = \frac{300 \times 200}{300+200} = 120\Omega$   $\tau = \frac{l}{R_1} = \frac{1}{1200} \text{ s}$

$u(t)$  的单位阶跃特性为  $s(t) = \frac{R}{Z_c + R} e^{-t/\tau} = 0.6e^{-1200t} \varepsilon(t)$

所以  $u(t) = [6e^{-1200(t-0.001)} \varepsilon(t-0.001) - 6e^{-1200(t-0.002)} \varepsilon(t-0.002)] \text{ V}$

13.18 电路如图所示, 无损均匀传输线长  $l = 300\text{m}$ , 波阻抗  $Z_c = 200\Omega$ ,  $R_s = 50\Omega$ , 波速  $v = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ 。又已知  $R = 300\Omega$ ,  $C = 0.1\text{F}$ ,  $u_s = 10 \varepsilon(t) \text{ V}$ 。求  $0 < t < 3\mu\text{s}$  时的终端电压  $u(t)$ 。



图题13.18

解: 入射波从始端传到终端的时间  $t = \frac{l}{v} = 1\mu\text{s}$

$0 < t < 1\mu\text{s}$  时, 入射波电压尚未传播到终端, 所以  $u(t) = 0$ ;

$t > 1\mu\text{s}$  时, 入射波到达终端并产生反射波;  $2\mu\text{s} < t < 3\mu\text{s}$  时, 反射波到达始端并产生二次反射, 但反射波还没到达终端。根据彼德生法则, 得到  $2\mu\text{s} < t < 3\mu\text{s}$  时的终端等效电路如图(b)所示。其中

$$u^+ = \frac{Z_c}{R_s + Z_c} \times u_s = 8\varepsilon(t) \text{ V}$$

从电容两端看的等效电阻

$$R_1 = \frac{RZ_c}{R+Z_c} = \frac{300 \times 200}{300+200} = 120\Omega, \quad \tau = R_1 C = 120 \times 0.1 \text{ s} = 12 \text{ s}$$

初始值:  $u_2(t_{0+}) = 0$

$$\text{稳态值: } u_2(\infty) = \frac{R}{R+Z_c} \times 2u^+ = \frac{300}{300+200} \times 2 \times 8 = 9.6 \text{ V}$$

终端电压  $u(t) = [9.6(1 - e^{-(t-10^{-6})/12}) \varepsilon(t-10^{-6})] \text{ V}, \quad 0 < t < 3\mu\text{s}$