

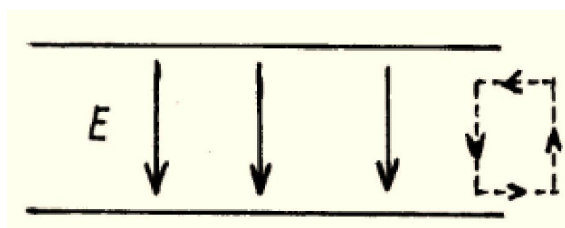
7-21

由楞次定律知，接通一瞬间，铝环内的磁通量增加。为反抗这种变化，铝环跳起，磁通量减

第八章

8-1

在电容器边缘处做一个如图所示的回路。



题解 8-1 图

考虑沿该回路的积分，若不存在边缘效应，则

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} > 0$$

与环路定理相违背

因此一定存在边缘效应

8-2

在磁场边缘处做一个类似上一题的矩形回路，有

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} \neq 0$$

而回路中无传导电流通过，因此上式应为零。矛盾。

因此该磁场必存在边缘效应

8-3

若只受静电作用的电荷处于静止稳定平衡状态，则说明静电场中存在一点电势最低，即

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} > 0, \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} > 0, \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} > 0$$

因此 $\nabla^2 \varphi > 0$ 。这在静电场中是不可能的。命题得证。

8-4

两点电荷的受力情况可以用像电荷模拟，如图。可得初始时的静电能

$$W_e = 2\left(-\frac{kQ^2}{2x} + \frac{kQ^2}{4x} - \frac{kQ^2}{6x} + \dots\right)$$

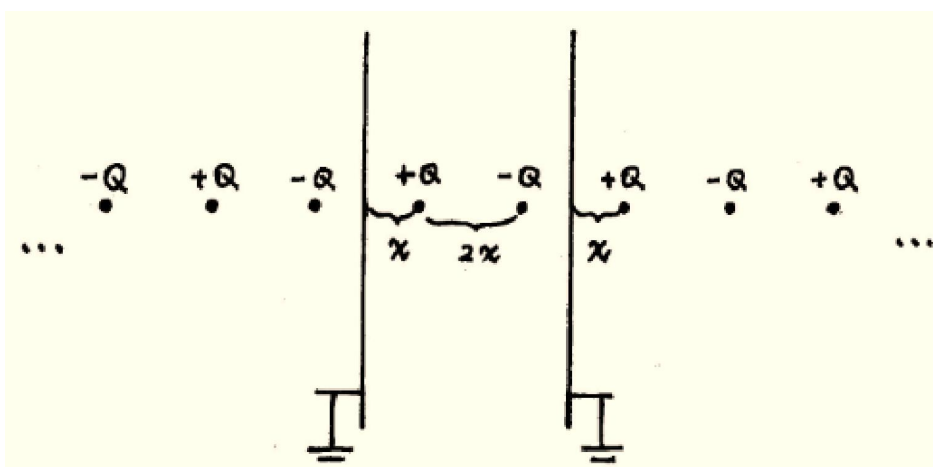
$$= -\frac{kQ^2}{x} \ln 2$$

末态静电能

$$W'_e = 0$$

需要做功

$$W = W_e - W'_e = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 x} \ln 2$$



题解 8-4 图

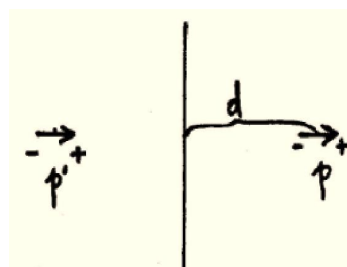
8-5

像极子与原极子相同，只考虑低阶近似，该电偶极子受到导体的作用力为

$$F = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{4(d-\frac{l}{2})^2} - \frac{1}{4(d+\frac{l}{2})^2} + \frac{1}{4d^2} + \frac{1}{4d^2} \right)$$

$$= -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{3l^2}{8d^2}$$

$$= -\frac{3p^2}{32\pi\epsilon_0 d^2}$$

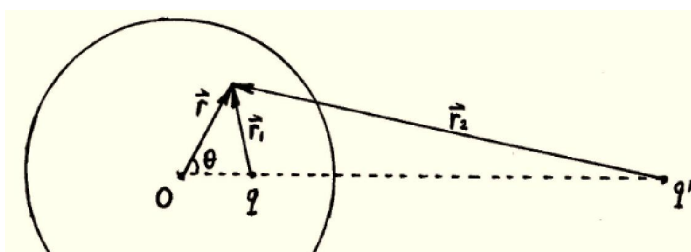


题解 8-5 图

负号表示所受到的力为吸引力

8-6

(1) 像电荷距离球心 $l = \frac{R^2}{d}$ ，电荷大小 $q' = -\frac{R}{d}q$ ，如图。



球内的电势是题解 8-6 图的叠加，即

$$U_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{(r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta)^{1/2}} - \frac{1}{(r^2 d^2 + R^4 - 2rdR^2 \cos \theta)^{1/2}} \right)$$

因此，可求得球内电场强度

$$\begin{aligned} \vec{E} &= -\nabla U_1 \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{-d \cos \theta + r}{(r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta)^{3/2}} + \frac{R(dR^2 \cos \theta - rd^2)}{(r^2 d^2 + R^4 - 2rdR^2 \cos \theta)^{3/2}} \right) \vec{e}_r \\ &\quad + \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{rd \sin \theta}{(r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta)^{3/2}} - \frac{drR^3 \sin \theta}{(r^2 d^2 + R^4 - 2rdR^2 \cos \theta)^{3/2}} \right) \vec{e}_\theta \end{aligned}$$

- (2) 若球壳不接地，且带有电量 Q ，则除了电荷和像电荷的影响，还需考虑球面上带有均匀的电量 $Q' = Q - q'$

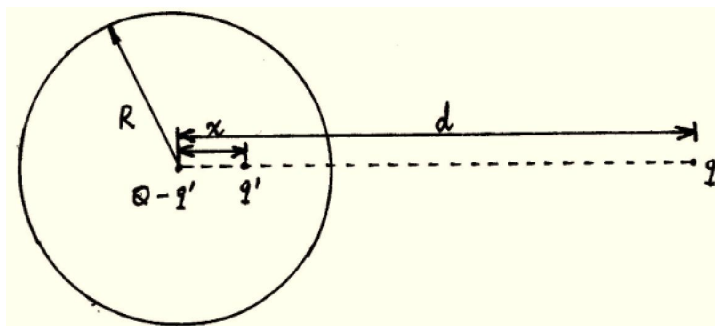
因此

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_1$$

$$U_2 = U_1 + \frac{Q + Rq/d}{4\pi\epsilon_0 R}$$

8-7

由电像法，球内的像电荷 $q' = -\frac{R}{d}q$ ， $x = \frac{R^2}{d}$ ，如图。



题解 8-7 图

作用力为

$$F = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0(d-x)^2} + \frac{q(Q-q')}{4\pi\epsilon_0 d^2}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q + \frac{R}{d}q}{d^2} - \frac{Rdq}{(d^2 - R^2)^2} \right)$$

F 是吸引力要求 $F < 0$ ，因此

$$\frac{Q + \frac{R}{d}q}{d^2} < \frac{Rdq}{(d^2 - R^2)^2}$$

8-8

无限长直导线关于金属般的像电荷位于对称的位置，带电量等值反号。则在 x 轴上 $0 < x < b$ 范围内

$$U = \frac{\lambda_e}{2\pi\epsilon_0} \left(\ln \frac{1}{b-x} - \ln \frac{1}{b+x} \right) + C$$

取 $x = 0, U = 0$ ，则

$$U = \frac{\lambda_e}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{b+x}{b-x}$$

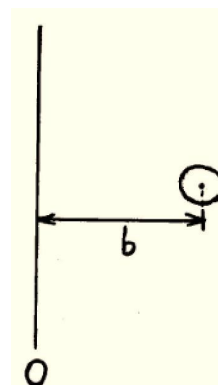
金属板与导线间的电势差

$$\Delta U = U|_{x=b-a} - U|_{x=0} = \frac{\lambda_e}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2b-a}{a} \approx \frac{\lambda_e}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2b}{a}$$

近似依据 $b \gg a$

因此，电容为

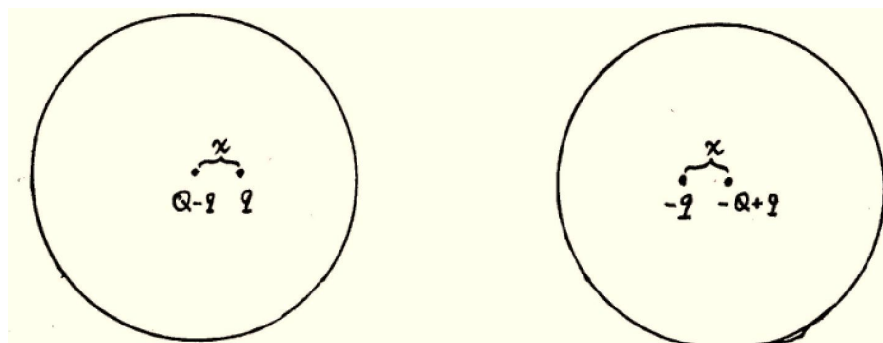
$$C = \frac{Q}{\Delta U} = \frac{\lambda_e}{\frac{\lambda_e}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2b}{a}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{2b}{a}}$$



题解 8-8 图

8-9

设导体均匀带电 $Q, -Q$ 。一阶近似下，考虑以下的四个电荷的作用，如图。



题解 8-9 图

其中, 像电荷 q 满足

$$q = -\frac{R}{d}Q = -\frac{Q}{5}, \quad x = \frac{R^2}{d} = \frac{R}{5}$$

两球的电势差

$$\begin{aligned} U &= \left(\frac{Q-q}{R} + \frac{q}{R-x} - \frac{Q-q}{d-R} - \frac{q}{d-R-x} \right) \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times 2 \\ &= \frac{267}{380} \frac{Q}{\pi\epsilon_0 R} \end{aligned}$$

两球心连线上与球面相交处场强为

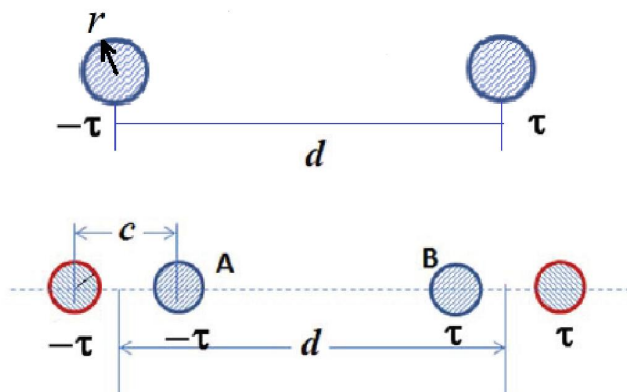
$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\frac{6}{5}Q}{R^2} - \frac{\frac{Q}{5}}{(\frac{4}{5}R)^2} + \frac{\frac{6}{5}Q}{(d-R)^2} - \frac{\frac{Q}{5}}{(d-R-x)^2} \right] \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \left(\frac{6}{5} - \frac{5}{16} + \frac{3}{40} - \frac{5}{19^2} \right) \end{aligned}$$

当该场强达到击穿临界值时, 两球间电压为

$$\begin{aligned} U &= \frac{267RE_m}{95} \times \left(\frac{6}{5} - \frac{5}{16} + \frac{3}{40} - \frac{5}{19^2} \right)^{-1} \\ &= 1.8 \times 10^5 V \end{aligned}$$

8-10

为保证无分裂导线与二分裂导线的有效面积相等, 设截面分别为 r 与 r_0 , 如图。



题解 8-10 图

则有

$$\pi r^2 = 2\pi r_0^2$$

$$\text{即 } r = \sqrt{2}r_0$$

无分裂导线表面处电势差和电场强度分别为

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{d-r} \right)$$

$$U = \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{d-r}{r}$$

而者的关系可以表述为

$$U = \frac{2E \ln \frac{d-r}{r}}{\frac{1}{r} + \frac{1}{d-r}} = 2Ek_1$$

两分裂导线之间的电势差与表面电场强度分别为

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{c+r_0} + \frac{1}{d-c-r_0} + \frac{1}{d-r_0} \right)$$

$$U = \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0} \left(\ln \frac{d-c-r_0}{r_0} + \ln \frac{d-r_0}{c+r_0} \right)$$

于是有

$$U = \frac{2E \left(\ln \frac{d-c-r_0}{r_0} + \ln \frac{d-r_0}{c+r_0} \right)}{\frac{1}{r_0} + \frac{1}{c+r_0} + \frac{1}{d-c-r_0} + \frac{1}{d-r_0}} = 2Ek_2$$

由 $d \gg c \gg r \approx r_0$ 知

$$\begin{aligned} \frac{k_2}{k_1} &= \frac{\ln \frac{(d-c-r_0)(d-r_0)}{r_0(c+r_0)}}{2 \ln \frac{d-r}{r}} \cdot \frac{\frac{1}{r} + \frac{1}{d-r}}{\frac{1}{r_0} + \frac{1}{c+r_0} + \frac{1}{d-c-r_0} + \frac{1}{d-r_0}} \\ &< \frac{\ln \frac{(d-c-r_0)(d-r_0)}{r_0(c+r_0)}}{2 \ln \frac{d-r}{r}} \cdot \frac{\frac{1}{r_0} + \frac{1}{d-r_0}}{\frac{1}{r_0} + \frac{1}{c+r_0} + \frac{1}{d-c-r_0} + \frac{1}{d-r_0}} \\ &< 1 \end{aligned}$$

因此有 $E_2 > E_1$ ，即分裂导线电场强度更大，这与结论是相反的。

究其原因，由于高压输电线的电流多集中在表面，因此导线电场并不能用均匀直导线的电场公式计算。事实上，工程上多用经验公式（如皮克公式），这超出了此题范围。有文献

报道,题解中运用的方法可以证明分裂数越高,场强越小。此外,题目中默认点 A,B 处电场强度最大,并没有给出证明。若想进一步探究此题,可参阅《高电压技术》有关书籍和相关文献。

8-11

设每一根导线带电量为 Q , 则其产生的计划电荷量为 $-\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + \varepsilon_0} Q$ 。于是净电荷量为 $\frac{2\varepsilon_0}{\varepsilon + \varepsilon_0} Q$,

相应的电场为之前的 $\frac{2\varepsilon_0}{\varepsilon + \varepsilon_0}$ 倍, 电压也为 $\frac{2\varepsilon_0}{\varepsilon + \varepsilon_0}$ 倍, 因此电容为 $\frac{\varepsilon + \varepsilon_0}{2\varepsilon_0} C$ 。

8-12

(1)

传导电流为

$$I = I_0 \sin \omega t$$

位移电流为

$$I_d = \frac{\partial D}{\partial t} S = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} S = \frac{\varepsilon}{\sigma} \frac{\partial I}{\partial t} = \frac{\varepsilon \omega I_0}{\sigma} \cos \omega t$$

二者大小之比为

$$\frac{I}{I_d} = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon}$$

(2)

取铜的相对介电常数值为 8, 且在题中所给的两个频率下一致。则

$$\omega = 50 \text{ Hz 时}, \frac{I_0}{I_d} = \frac{5.9 \times 10^7}{50 \times 8 \times 8.85 \times 10^{-12}} = 1.67 \times 10^{16}$$

$$\omega = 3.0 \times 10^{11} \text{ Hz 时}, \frac{I_0}{I_d} = \frac{5.9 \times 10^7}{3.0 \times 10^{11} \times 8 \times 8.85 \times 10^{-12}} = 2.78 \times 10^6$$

事实上, 金属的介电常数并不是一个定值, 而是一个随频率变化的复数, 并且在高频和低频下显示出不同的性质。进一步讨论请参考相关文献。

8-13

螺线管内部磁场

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 n I_0 \sin \omega t$$

产生的感应电场为

$$E = \frac{\pi r^2 \cdot \omega \mu_0 n I_0 \cos \omega t}{2\pi r}$$

因此, 位移电流为

$$j = \frac{\partial D}{\partial t} = -\frac{\mu_0 \varepsilon_0 n I \omega^2 r \sin \omega t}{2}$$

螺线管外部电场满足

$$E \cdot 2\pi r = \pi a^2 \cdot B$$

故相应的位移电流为

$$j = \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 a^2 n \omega I_0 \cos \omega t}{2r}$$

8-14

(1)

电能和磁能密度分别为

$$w_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$$

$$w_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

不妨设空间区域内场强处处相等，令 $w_e = w_m$ 可得

$$\frac{E}{B} = c$$

因此，小球受电场，磁场力的比值为

$$\frac{F_e}{F_m} = \frac{qE}{qvB} = \frac{c}{v} \gg 1$$

故施加电场受力大

(2)

金属球表面电场极大值为 $E_0 = 10kV/cm$

外场为电场时，金属球表面电荷密度分布为

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_1 \cos \theta$$

$$\sigma_1 = 3E\varepsilon_0$$

在 $\theta = 0$ 处，金属球表面电场取极大值 E_0 ，因此

$$E_0 = \frac{\sigma_0 + \sigma_1}{\varepsilon_0}$$

由此求得金属球带的总电荷量为

$$Q = 4\pi r^2 \sigma_0 = 4\pi \varepsilon_0 r^2 (E_0 - 3E), \quad E < \frac{1}{3} E_0$$

走完全程的时间为 $\Delta t = \frac{l}{v_0}$

横向加速度为 $\frac{QE}{m}$ ，得

$$v_{\perp} = \frac{QE}{m} \Delta t = \frac{4\pi\epsilon_0 r^2 (E_0 - 3E) El}{mv_0}, \quad E < \frac{1}{3} E_0$$

对应磁场的情形，只需将上式中的 E 改成 $v_0 B$ ，得

$$v_{\perp} = \frac{4\pi\epsilon_0 r^2 (E_0 - 3E) B l}{m}, \quad B < \frac{E_0}{3v_0}$$

8-15

可以。设该电场为 $\vec{E} = kx\vec{e}_x$ ，则根据麦克斯韦方程组，有

$$\nabla \cdot \vec{E} = k = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0 = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

因此，构造出这样的电场需满足空间中磁场不随时间变化且电荷密度为 $k\epsilon_0$ 。考虑两带电量

等值异号的平行平板，期间均匀的带有密度为 $k\epsilon_0$ 的电荷，则两平板间电场满足平行和强度线性增加的条件。

8-16

(1) 电荷共轭变换

由 $e \rightarrow -e$ 可知 $\rho \rightarrow -\rho$, $j \rightarrow -j$ ，对时间，空间的微分符号不变。于是，麦克斯韦方程组变成：

$$\nabla \cdot \vec{E}' = -\frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad \nabla \cdot \vec{B}' = 0$$

$$\nabla \times \vec{E}' = -\frac{\partial \vec{B}'}{\partial t}, \quad \nabla \times \vec{B}' = -\mu_0 j + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}'}{\partial t}$$

与麦克斯韦方程组比较可知

$$\vec{E}' \rightarrow -\vec{E}$$

$$\vec{B}' \rightarrow -\vec{B}$$

(2) 空间反演变换满足

$$\vec{r} \rightarrow -\vec{r}, \quad \nabla \rightarrow -\nabla$$

与电荷有关量则没有变化。仿照 (1) 写出变换后的麦克斯韦方程组, 则有

$$\begin{aligned}\vec{E}' &\rightarrow \vec{E} \\ \vec{B}' &\rightarrow \vec{B}\end{aligned}$$

(3) 时间反演变换下, 注意到 \vec{j} 改变方向, 则有

$$\begin{aligned}\vec{E}' &\rightarrow \vec{E} \\ \vec{B}' &\rightarrow -\vec{B}\end{aligned}$$

8-17

(1) 开关 K 断开时刻记为 0 时刻, 则有

$$R_1 \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

解得

$$q = q_0 e^{-\frac{t}{R_1 C}}$$

又

$$q_0 = CU_1 = CU_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

则两极板间电压及电场强度

$$U = U_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} e^{-\frac{t}{R_1 C}}$$

$$E = U_0 \frac{R_1}{(R_1 + R_2)d} e^{-\frac{t}{R_1 C}}$$

位移电流

$$I_d = \frac{\partial D}{\partial t} \cdot S = -\frac{\pi \epsilon_0 U_0 b^2}{(R_1 + R_2)dC} e^{-\frac{t}{R_1 C}}$$

(2) 以电容器极板中心为圆心, 在电容器内部做一个平行于极板的圆。由安培环路定理

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

得

$$H \cdot 2\pi r = \frac{\partial D}{\partial t} \cdot \pi r^2$$

因此, 两极板间磁感应强度为

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 \epsilon_0 r \frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{\mu_0 \epsilon_0 r U_0}{2(R_1 + R_2)dC} e^{-\frac{t}{R_1 C}}$$

(3) 考虑边界处, 即 $r = b$ 出的玻印廷矢量

$$\begin{aligned}
|\vec{S}| &= |\vec{E} \times \vec{H}| \\
&= U_0 \frac{R_1}{(R_1 + R_2)d} e^{-\frac{t}{R_1 C}} \cdot \frac{\epsilon_0 b U_0}{2(R_1 + R_2)dC} e^{-\frac{t}{R_1 C}} \\
&= \frac{\epsilon_0 b U_0^2 R_1}{2(R_1 + R_2)^2 d^2 C} e^{-\frac{2t}{R_1 C}}
\end{aligned}$$

就是从电容器流出的能量密度

8-18

由

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -E_0 \cos \omega t \vec{e}_z$$

得

$$\vec{B} = -\frac{E_0}{\omega} \sin \omega t \vec{e}_z$$

因此

$$\nabla \times \vec{B} = 0 = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

求得电流密度

$$\vec{j} = \epsilon_0 E_0 \omega \sin \omega t \vec{e}_x$$

而

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0, \rho = 0$$

空间中处处无电荷却有电流分布, 是不可能的。因此这个电场不存在。

8-19

(1) 由

$$\begin{aligned}
-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= \nabla \times \vec{E} \\
&= \frac{\partial E}{\partial z} \vec{e}_y \\
&= -\omega E_0 \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sin(\omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} z - \omega t) \vec{e}_y
\end{aligned}$$

得

$$\begin{aligned}
\vec{B} &= E_0 \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \cos(\omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} z - \omega t) \vec{e}_y \\
\vec{H} &= E_0 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cos(\omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} z - \omega t) \vec{e}_y
\end{aligned}$$

(2) 能流密度

$$\begin{aligned}\vec{S} &= \vec{E} \times \vec{H} \\ &= E_0^2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cos^2(\omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} z - \omega t) \vec{e}_z\end{aligned}$$

一周期内的平均值

$$\bar{S} = \int_0^{2\pi/\omega} S dt / \frac{2\pi}{\omega} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot \frac{E_0^2}{2}$$

8-20

(1)

由于

$$\begin{aligned}\frac{\sigma}{\epsilon\omega} &= \frac{\sigma\lambda}{2\pi c\epsilon} \\ &= \frac{4.5 \times 600}{2\pi \times 3 \times 10^8 \times 80 \times 8.85 \times 10^{-12}} \\ &= 2023\end{aligned}$$

故有 $\frac{\sigma}{\epsilon\omega} \gg 1$ ，即对于该波长平面电磁波来说，此导电介质是良导体。因此有趋肤深度

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{2 \times 600}{2\pi \times 3 \times 10^8 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 4.5}} = 0.34m$$

(2)

介质中波长

$$\lambda = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_r \mu_r}} \lambda_0 = 67m$$

(3)

相速度

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_r \mu_r}} c = 3.35 \times 10^7 m/s$$

8-21

(1)

由安培环路定理，在电容器内（ $r \leq R$ ）以电容器中轴线上一点为圆心， r 为半径做圆，则由

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_{SC} (\vec{j}_0 + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S}$$

有

$$2\pi r H = (\sigma \frac{U_m \cos \omega t}{d} - \frac{\epsilon_0 \epsilon_r U_m \omega \sin \omega t}{d}) \cdot \pi r^2$$

得到

$$\vec{H} = \left(\sigma \frac{U_m \cos \omega t}{2d} - \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r U_m \omega \sin \omega t}{2d} \right) \cdot r \vec{e}_\varphi$$

因此，波印廷矢量

$$\begin{aligned} \vec{S} &= \vec{E} \times \vec{H} \\ &= \frac{U_m \cos \omega t}{d} \left(\sigma \frac{U_m \cos \omega t}{2d} - \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r U_m \omega \sin \omega t}{2d} \right) \cdot r \vec{e}_z \end{aligned}$$

其平均值为

$$\begin{aligned} \bar{S} &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{\omega}{2\pi}} \frac{U_m \cos \omega t}{d} \left(\sigma \frac{U_m \cos \omega t}{2d} - \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r U_m \omega \sin \omega t}{2d} \right) \cdot r dt \\ &= \frac{U_m^2 r \sigma}{4d^2} \end{aligned}$$

(2)

进入电容器的平均功率

$$\begin{aligned} \bar{P} &= 2\pi R d \bar{S} \\ &= \frac{\pi U_m^2 R^2 \sigma}{2d} \end{aligned}$$

(3)

电容器内损耗的瞬时功率

$$\begin{aligned} P_{\text{损}} &= \int \frac{d}{\sigma \Delta S} (j \Delta S)^2 \\ &= \frac{d \pi R^2}{\sigma} \sigma^2 E^2 \\ &= \sigma \frac{\pi R^2}{d} (U_m \cos \omega t)^2 \end{aligned}$$

其平均值为

$$\begin{aligned} \overline{P_{\text{损}}} &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{\omega}{2\pi}} P_{\text{损}} dt \\ &= \frac{\pi^2 R^2 \sigma}{2d} U_m^2 \end{aligned}$$

8-22

磁场满足

$$B(r) \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

即

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

电场满足

$$E(r) \cdot 2\pi r l = \phi$$

故

$$U = \int_a^b E(r) dl = \frac{\phi}{2\pi l} \ln \frac{b}{a}$$

因此

$$E(r) = \frac{U}{r \ln \frac{b}{a}}$$

波印廷矢量

$$S(r) = E(r) \cdot \frac{B(r)}{\mu_0} = \frac{UI}{2\pi r^2 \ln \frac{b}{a}}$$

则能量

$$W = \int_a^b S \cdot 2\pi r dr = UI$$

8-23

(1)

磁场的能量密度

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{1}{8\pi \times 10^{-7}} J/m^2 = 3.98 J/m^2$$

(2)

电场强度为

$$E = Bc = 3 \times 10^8 V/m$$

实验中能够实现的强电场约 $10^6 V/m$ ，因此不容易达到如此高的电场

8-24

由于

$$F = \frac{G\mu_s m}{R^2} = P_{\text{压}} \cdot S$$

又能流密度

$$S = \frac{P}{4\pi R^2}$$

且

$$P_{\text{压}} = \frac{2S}{c}$$

因此

$$S = \frac{2\pi G\mu_s mc}{P}$$

(2)

由 (1) 知

$$L = \sqrt{\frac{2\pi G \mu_s mc}{P}} = 2.58 \times 10^4 m$$

其中, 太阳质量 $\mu_s = 2.0 \times 10^{30} kg$

8-25

(1)

假设光线全部反射, 则产生的压力为

$$F_z = \frac{2\bar{S}}{c} r^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta = \frac{4}{3} \pi r^2 \frac{\bar{S}}{c}$$

Z 方向即光线方向。如果光线全部被吸收, 则产生的压力为上述值的一半
因此, 卫星所受太阳光的壓力为

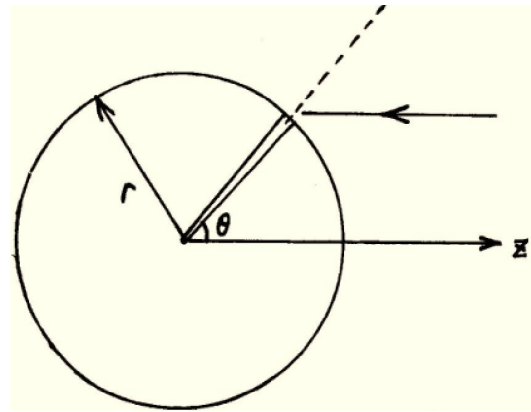
$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{3} \pi r^2 \frac{\bar{S}}{c} + \frac{2}{3} \pi r^2 \frac{\bar{S}}{c} \right) \\ &= \pi r^2 \frac{\bar{S}}{c} \\ &= 1.4 \times 10^{-5} N \end{aligned}$$

(2)

附加加速度

$$a = \frac{F}{m} = 1.4 \times 10^{-7} m/s^2$$

方向沿 z 向



题解 8-25 图

8-26

中国平均年太阳辐射总量为 $5852 MJ/m^2$, 人均年用电量为 $1000 kW \cdot h$ 。用太阳能电池发电, 所需面积

$$S = \frac{4 \times 1000 \times 3.6 \times 10^6}{5852 \times 10^6 \times 10\%} m^2 = 24.6 m^2$$

一个典型的房顶面积是足够的。

8-27

(1)

由于距离 r 处辐射平均强度为 $\frac{\eta P}{4\pi r^2}$, 故一米处光辐射的平均强度为

$$5\% \times \frac{100}{4\pi} = 0.4 W/m^2$$

(2)

10 米处的平均强度为

$$5\% \times \frac{100}{4\pi \times 100} = 4 \times 10^{-3} W / m^2$$

8-28

(1)

光施加的压强为

$$P_{\text{压}} = \frac{\overline{S}}{c} = \frac{4.3 \times 10^{-3}}{3 \times 10^8 \times \pi \times 1.2^2} Pa = 3 \times 10^{-12} Pa$$

(2)

施加在表面上的力

$$F = P_{\text{压}} S = \frac{4.3 \times 10^{-3}}{3 \times 10^8} N = 1.4 \times 10^{-11} N$$

8-29

真空平面电磁波有性质

$$E = Bc$$

因此

$$\frac{F_e}{F_m} = \frac{qE}{Bqv} = \frac{c}{v}$$

由于带电粒子的速度

$$v < c$$

所以 $\frac{F_e}{F_m} > 1$ ，即电场作用力大于磁场作用力