

# 第一章 电路元件与电路基本定律

1.1 图示电路，设元件 A 消耗功率为 10W，求  $u_A$ ；设元件 B 消耗功率为 -10W，求  $i_B$ ；设元件 C 发出功率为 -10W，求  $u_C$ 。

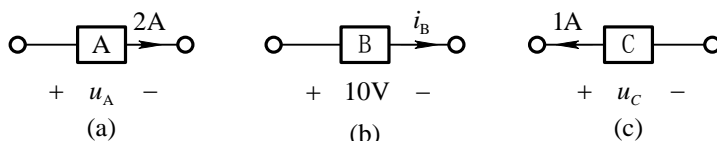


图 1.1

解：(a) 元件 A 电压和电流为关联参考方向。元件 A 消耗的功率为

$$p_A = u_A i_A, \text{ 则 } u_A = \frac{p_A}{i_A} = \frac{10\text{W}}{2\text{A}} = 5\text{V}, \text{ 真实方向与参考方向相同。}$$

(b) 元件 B 电压和电流为关联参考方向。元件 B 消耗的功率为

$$p_B = u_B i_B, \text{ 则 } i_B = \frac{p_B}{u_B} = \frac{-10\text{W}}{10\text{V}} = -1\text{A}, \text{ 真实方向与参考方向相反。}$$

(c) 元件 C 电压和电流为非关联参考方向。元件 C 发出的功率为

$$p_C = u_C i_C, \text{ 则 } u_C = \frac{p_C}{i_C} = \frac{-10\text{W}}{1\text{A}} = -10\text{V}, \text{ 真实方向与参考方向相反。}$$

1.2 图示电路中，电容  $C = 2\text{F}$ ，电容电压  $u_C(t)$  的波形如图所示。

- (1) 求电容电流  $i_C(t)$ ，并绘出波形图；
- (2) 求电容功率表达式，并绘出功率波形图；
- (3) 当  $t = 1.5\text{s}$  时，电容是吸收功率还是放出功率？其值是多少？电容储能为多少？

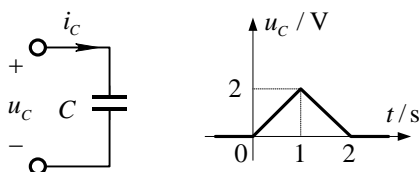


图 1-2

解：

(1) 有题可知电容电压的表达式为

$$U_c = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 2t & 0 < t < 1 \\ 4-2t & 1 < t < 2 \\ 0 & t > 2 \end{cases}$$

又由电容的性质可知  $i_c = C \frac{du_c}{dt}$

故当  $t < 0$  时  $i = 0A$

$$0 < t < 1 \text{ 时 } i = C \frac{du}{dt} = 2 \times 2 = 4A$$

$$1 < t < 2 \text{ 时 } i = C \frac{du}{dt} = 2 \times (-2) = -4A$$

综上所述，可得到电容电流为：

$$i_c = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 4 & 0 \leq t < 1 \\ -4 & 1 \leq t < 2 \\ -0 & t \geq 2 \end{cases}$$

故电容电流波形如图 1-2-1 所示。

(2) 电容上所消耗的功率为  $P = U_c I_c$

当  $t < 0$  时  $P = 0$

当  $0 < t < 1$  时  $P = 2t \times 4 = 8t$

当  $1 < t < 2$  时  $P = -4 \times (4 - 2t) = 8t - 16$

当  $t > 2$  时  $P = 0$

故功率波形图如图 1-2-2 所示。

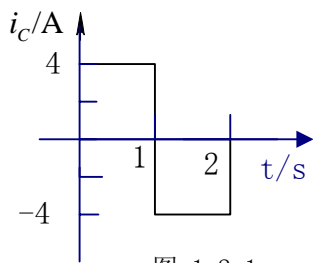


图 1-2-1

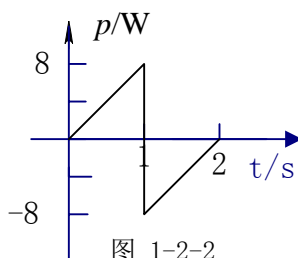


图 1-2-2

(3)  $t = 1.5s$  时

电容两端电压为  $U = 4 - 2t = 1V$ ，电容所消耗功率为  $W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1J$

由图中电压电流的参考方向可知电容是发出功率且发出功率为  $4W$ 。

此时电容上的储能为  $W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1J$

1.3 图示电路中，电感  $L = 4\text{H}$ ，电感电压  $u_L(t)$  的波形如图所示，已知  $i_L(0) = 0$ ，试求  
 (1) 电感电流  $i_L(t)$ ；(2)  $t = 2\text{s}$  时电感的储能。

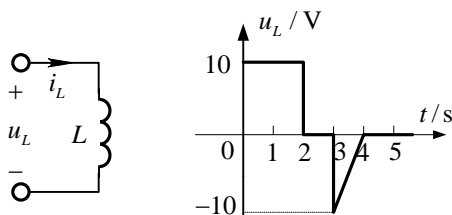


图 1-3

解：(1) 由题中的图形可知

$$U_L(t) = \begin{cases} 10 & 0 \leq t < 2 \\ 0 & 2 \leq t < 3 \\ 10t - 40 & 3 \leq t < 4 \\ 0 & t \geq 4 \end{cases}$$

由电感性质可知  
 故 
$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t U_L(t) dt = \frac{1}{4} \int_0^t U_L(t) dt$$

当  $0 \leq t < 2$  时，  $i_L(t) = 2.5t$

当  $2 \leq t < 3$  时，  $i_L(t) = 5\text{A}$

当  $3 \leq t < 4$  时，  $i_L(t) = 5 + \frac{1}{4} \int_3^t (10t - 40) dt = 1.25t^2 - 10t + 23.75$

当  $t \geq 4$  时，  $i_L(t) = 37.5\text{A}$

(2)  $t=2\text{s}$  时  $i_L = 5\text{A}$

故电感上的储能为：  $W = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 5^2 = 50\text{J}$

1.4 试分别计算图示三个电路中每个电阻消耗的功率及每个电源所产生的功率。

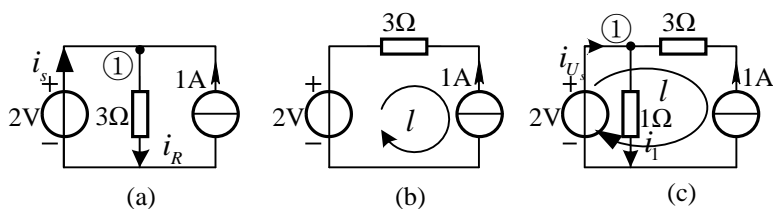


图 1.4

解：(1) 对于图(a)  $i_R = \frac{2V}{3\Omega} = \frac{2}{3}A$

对节点①列写 KCL 方程

则有  $i_s + 1 = i_R$  故  $i_s = -\frac{1}{3}A$ ，电阻消耗功率为  $p_R = i_R^2 R = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times 3 = \frac{4}{3}W$

电压源发出的功率为  $p_{U_s} = u \times i_s = 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}W$ ，即电压源吸收功率为  $\frac{2}{3}W$ 。

电流源发出功率为  $P_{i_s} = u \times i = 2 \times 1 = 2W$

(2) 对于回路  $l$ ，应用 KVL 可得  $U_s - U_R - U_{i_s} = 0$

又有  $U_R = -iR = -1 \times 3 = -3V$  故  $U_{i_s} = 5V$

电阻吸收的功率为：  $P_R = i^2 R = 3W$ ；电压源发出的功率为：  $P_{U_s} = U_s \times i = -2W$

电流源发出的功率为：  $P_{i_s} = u \times i_s = 5W$

(3) 由图可知  $i_1 = \frac{U}{R} = \frac{2V}{1\Omega} = 2A$

对节点①应用 KCL，则有：  $i_{U_s} + i_s = i_1$ ，解得  $i_{U_s} = 1A$

对回路  $l$  用 KVL：  $u_2 - u_{i_s} + u_1 = 0$ ，又  $U_2 = 3V$ ， $U_s = 3V$ ，故  $U_{i_s} = 5V$ 。

所以：  $1\Omega$  电阻上消耗的功率为：  $p_{R_1} = 4W$ ，  $3\Omega$  上电阻消耗的功率为：  $p_{R_2} = 3W$

电压源发出的功率为：  $p_{U_s} = 2W$ ， 电流源发出的功率为：  $p_{i_s} = 5W$

1.5 计算图示电路电容和电感各自储存的能量。

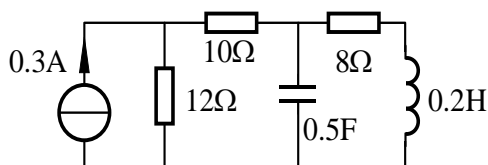


图 1-5

解：在直流电路中电感相当于短路，电容相当于断路，故其等效电路图为

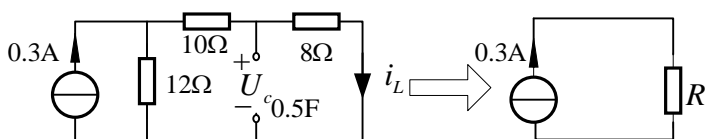


图 1-5-1

等效电阻为  $R = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{18}} \Omega = 7.2\Omega$ ，电流源电压为  $U_s = iR = 2.16V$

故电感电流为  $i_L = \frac{2.16V}{18\Omega} = 0.12A$

电容电压为  $U_c = i_L R = 0.12 \times 8V = 0.96V$

电容所存储的能量为  $W_c = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 0.96^2 = 0.2304J$

电感所存储的能量为  $W_L = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 0.12^2 = 1.44 \times 10^{-3}J$

1.6 求图示电路电流  $i_1$ 、 $i_2$ 、 $i_3$ 、 $i_4$ 。若只求  $i_2$ ，能否一步求得？

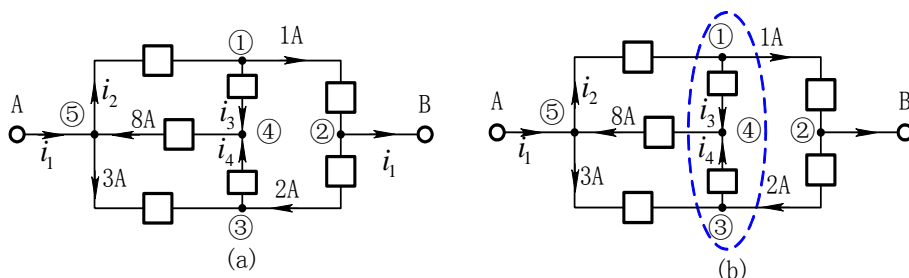


图 题 1.6

解：对节点列 KCL 方程

节点③：  $i_4 - 2A - 3A = 0$ ，得  $i_4 = 2A + 3A = 5A$

节点④：  $-i_3 - i_4 + 8A = 0$ ，得  $i_3 = -i_4 + 8A = 3A$

节点①：  $-i_2 + i_3 + 1A = 0$ ，得  $i_2 = i_3 + 1A = 4A$

节点⑤：  $-i_1 + i_2 + 3A - 8A = 0$ ，得  $i_1 = i_2 + 3A - 8A = -1A$

若只求  $i_2$ ，可做闭合面如图(b)所示，对其列 KCL 方程，得

$$-i_2 + 8A - 3A + 1A - 2A = 0$$

解得

$$i_2 = 8A - 3A + 1A - 2A = 4A$$

## 1.7 图示电路，已知部分电流值和部分电压值。

- (1) 试求其余未知电流  $i_1$ 、 $i_2$ 、 $i_3$ 、 $i_4$ 。若少一个已知电流，能否求出全部未知电流？
- (2) 试求其余未知电压  $u_{14}$ 、 $u_{15}$ 、 $u_{52}$ 、 $u_{53}$ 。若少一个已知电压，能否求出全部未知电压？

解：

(1) 由 KCL 方程得

节点①：  $i_1 = -2\text{A} - 1\text{A} = -3\text{A}$

节点②：  $i_4 = i_1 + 1\text{A} = -2\text{A}$

节点③：  $i_3 = i_4 + 1\text{A} = -1\text{A}$

节点④：  $i_2 = -1\text{A} - i_3 = 0$

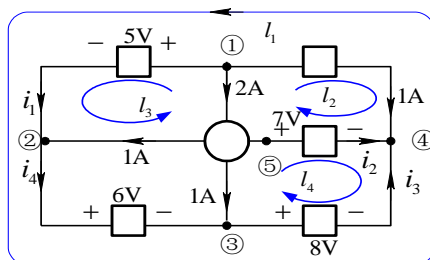


图 1.7

若少一个已知电流，则无法求出所有未知电流。由所有节点的 KCL 方程可知，恰有 4 个方程与 4 个未知数，恰能解出所有未知电流，若少一已知量则方程组不可解。

(2) 由 KVL 方程得

回路  $l_1$ ：  $u_{14} = u_{12} + u_{23} + u_{34} = 19\text{V}$

回路  $l_2$ ：  $u_{15} = u_{14} + u_{45} = 19\text{V} - 7\text{V} = 12\text{V}$

回路  $l_3$ ：  $u_{52} = u_{51} + u_{12} = -12\text{V} + 5\text{V} = -7\text{V}$

回路  $l_4$ ：  $u_{53} = u_{54} + u_{43} = 7\text{V} - 8\text{V} = -1\text{V}$

若少一个已知电压，则无法解出所有未知电压。

1.8 图示电路，已知  $i_1 = 2\text{A}$ ， $i_3 = -3\text{A}$ ， $u_1 = 10\text{V}$ ， $u_4 = -5\text{V}$ 。求各元件消耗的功率。

解：各元件电压电流的参考方向如图 所示。

元件 1 消耗功率为：  $p_1 = -u_1 i_1 = -10\text{V} \times 2\text{A} = -20\text{W}$

对回路  $l$  列 KVL 方程得  $u_2 = u_1 + u_4 = 10\text{V} - 5\text{V} = 5\text{V}$

元件 2 消耗功率为：  $p_2 = u_2 i_1 = 5\text{V} \times 2\text{A} = 10\text{W}$

元件 3 消耗功率为：

$p_3 = u_3 i_3 = u_4 i_3 = -5\text{V} \times (-3\text{A}) = 15\text{W}$

对节点①列 KCL 方程  $i_4 = -i_1 - i_3 = 1\text{A}$

元件 4 消耗功率为：  $p_4 = u_4 i_4 = -5\text{W}$

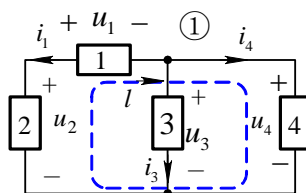


图 1.8

1.9 求图示电路电压  $u_1, u_2$ 

解：对节点列 KCL 方程

$$\text{节点①: } i_3 = -5\text{A} + 7\text{A} = 2\text{A}$$

$$\text{节点③: } i_4 = 7\text{A} + 3\text{A} = 10\text{A}$$

$$\text{节点②: } i_5 = -i_3 + i_4 = 8\text{A}$$

对回路列 KVL 方程得：

$$\text{回路 } l_1: u_1 = -i_3 \times 10\Omega + i_5 \times 8\Omega = 44\text{V}$$

$$\text{回路 } l_2: u_2 = i_4 \times 15\Omega + i_5 \times 8\Omega = 214\text{V}$$

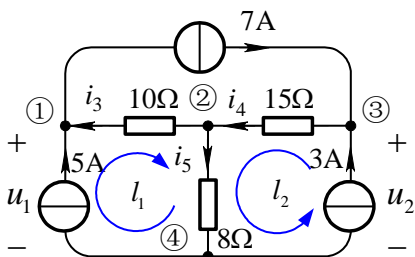


图 1.9

## 1.10 求图示电路两个独立电源各自发出的功率。

解：由欧姆定律得  $i_1 = \frac{30\text{V}}{60\Omega} = 0.5\text{A}$

对节点①列 KCL 方程  $i = i_1 + 0.3\text{A} = 0.8\text{A}$

对回路  $l$  列 KVL 方程

$$u = -i_1 \times 60\Omega + 0.3\text{A} \times 50\Omega = -15\text{V}$$

因为电压源、电流源的电压、电流参考方向为非关联，所以电源发出的功率分别为

$$P_{u_s} = 30\text{V} \times i = 30\text{V} \times 0.8\text{A} = 24\text{W}$$

$$P_{i_s} = u \times 0.3\text{A} = -15\text{V} \times 0.3\text{A} = -4.5\text{W} \quad \text{即吸收 } 4.5\text{W} \text{ 功率。}$$

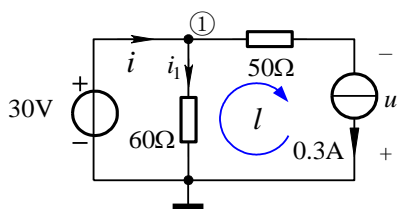


图 1.10

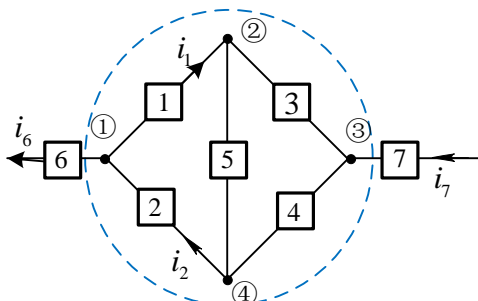
 1.11 图示电路，已知  $I_2 = 1\text{A}, I_7 = 2\text{A}, U_{13} = -3\text{V}, U_{24} = 5\text{V}, U_{34} = 2\text{V}$  试求支路 1 发出的功率。


图 1-11

解：做一闭合面如图虚线所示，由广义 KCL 可知  $i_6 = i_7 = 2\text{A}$

对节点①列 KCL 方程可得  $i_1 = i_2 - i_6 = (1 - 2)\text{A} = -1\text{A}$

$$\text{又有 } U_{23} = U_{24} - U_{34} = (5 - 2)\text{V} = 3\text{V}$$

$$U_{12} = U_{13} - U_{23} = (-3 - 3)\text{V} = -6\text{V}$$

综上所述，支路 1 所发出的功率为  $P_1 = -U_{12} \times i_1 = 6\text{W}$

1.12 图示电路，已知  $u_s = 10\cos(\omega t)\text{V}$ ， $i_s = 8\cos(\omega t)\text{A}$ 。求 (a)、(b) 两电路各电源发出的功率和电阻吸收的功率。

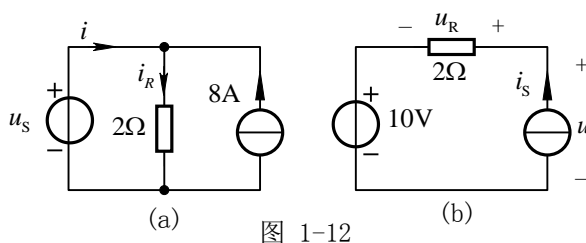


图 1-12

解：(1) 电路各元件电压、电流参考方向如图 (a) 所示。

由欧姆定律得  $i_R = u_s / R = 10\cos(\omega t)\text{V} / 2\Omega = 5\cos(\omega t)\text{A}$

又由 KCL 得  $i = i_R - i_s = (5\cos\omega t - 8)\text{A}$

电压源发出功率为

$$\begin{aligned} p_{u_s} &= u_s \cdot i = 10\cos(\omega t)\text{V} \times (5\cos\omega t - 8)\text{A} \\ &= (50\cos^2\omega t - 80\cos\omega t)\text{W} \end{aligned}$$

电流源发出功率为  $p_{i_s} = u_s i_s = 10\cos(\omega t)\text{V} \times 8\text{A} = 80\cos(\omega t)\text{W}$

电阻消耗功率为  $p_R = i_R^2 R = [5\cos(\omega t)\text{A}]^2 \times 2\Omega = 50\cos^2(\omega t)\text{W}$

(2) 电路各元件电压、电流参考方向如图 (b) 所示。

电压源发出功率为  $p_{u_s} = -u_s i_s = -10\text{V} \times 8\cos(\omega t)\text{A} = -80\cos(\omega t)\text{W}$

由 KVL 可得  $u = u_R + u_s = 8\cos(\omega t) \times 2\Omega + 10\text{V} = (16\cos\omega t + 10)\text{V}$

电流源发出功率为

$$p_{i_s} = u i_s = [16\cos(\omega t) + 10]\text{V} \times 8\cos(\omega t)\text{A} = [128\cos^2(\omega t) + 80\cos(\omega t)]\text{W}$$

电阻消耗功率为  $p_R = u_R i_s = 16\cos(\omega t)\text{V} \times 8\cos(\omega t)\text{A} = 128\cos^2(\omega t)\text{W}$

1.13 如图所示，已知 6V 电压源中的电流为 4A，方向如图所标。求电压  $u$ ，电流  $i_1, i_2$ 。

如果 A 为单个元件，请说明其可能为何种元件。



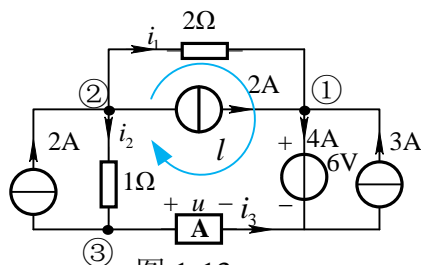


图 1-13

解：对于节点①列 KCL 方程可得  $i_1 = (4 - 2 - 3)A = -1A$

对于节点②列 KCL 方程可得  $i_2 = 2 - i_1 - 2 = -1A$

对回路 L 列 KVL 方程  $-2i_1 - 6 + u + i_2 = 0$

解得  $u = 5V$

对节点③列 KCL 方程可得  $i_3 = i_2 - 2 = -3A$

由此可见元件 A 上的电压与电流为非关联参考方向，元件 A 发出功率为 15W，又 A 为单个元件，故 A 应为电流源或电压源。

1. 14 求图示电路两个独立电源各自发出的功率。

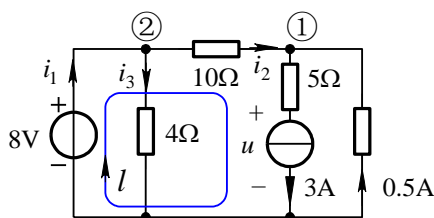


图 1. 14

解：设各元件电压电流参考方向如图所示。

$$i_2 = 3A - 0.5A = 2.5A, \quad i_3 = \frac{8V}{4\Omega} = 2A$$

对节点列 KCL 方程

$$\text{节点①: } i_2 = 3A - 0.5A = 2.5A$$

$$\text{节点②: } i_1 = i_2 + i_3 = 2.5A + 2A = 4.5A$$

$$\text{对回路 } l \text{ 列 KVL 方程: } 10\Omega \times i_1 + 5\Omega \times 3A + u = 8V \quad \text{得 } u = -32V$$

$$\text{电压源发出的功率 } P_{U_s} = 8V \times i_1 = 8V \times 4.5A = 36W$$

$$\text{电流源发出的功率 } P_{i_s} = -u \times 3A = 32V \times 3A = 96W$$

1.15 图示电路，已知电流源发出的功率是 12W，求  $r$  的值。

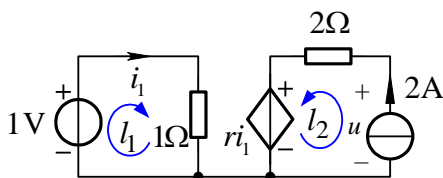


图 1.15

解：由已知  $p_{i_s} = u \times 2A = 12W$  可得  $u = \frac{12W}{2A} = 6V$

对回路列 KVL 方程

$$\text{回路 } l_1: \quad i_1 \times 1\Omega = 1V \quad i_1 = 1A$$

$$\text{回路 } l_2: \quad u + 2\Omega \times 2A = r i_1$$

将  $u = 6V$ ,  $i_1 = 1A$  代入，解得  $r = 2\Omega$

1.16 求图示电路受控源和独立源各自发出的功率。

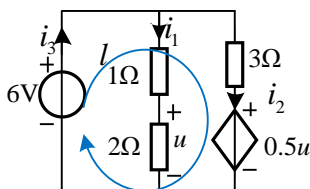


图 1-16

解：由题易得  $i_1 = \frac{U}{R} = \frac{6V}{3\Omega} = 2A$  受控源控制量为  $U = iR = (2 \times 2)V = 4V$

对回路  $l$  列 KVL，则有  $6 - 3i_2 - 0.5u = 0$

$$\text{解得 } i_2 = \frac{4}{3}A, \quad i_3 = i_1 + i_2 = \frac{10}{3}A$$

独立源发出的功率为  $p_1 = \frac{10}{3} \times 6 = 20W$ ，受控源发出的功率为  $p_2 = -\frac{4}{3} \times 2 = -\frac{8}{3}W$

1.17 已知图所示电路中  $U = 10V$ ,  $I = 2A$ ，求电流源和网络 A 与 B 各自发出的功率。

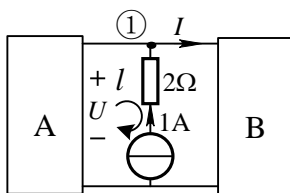


图 1-17

解：对节点①列 KCL 方程  $i_A = i - i_s = 1\text{A}$

故网络 A 发出的功率为  $p_A = U \times i_A = 10\text{W}$

对于网络 B，其端电压为  $U_B = U_A = 10\text{V}$ ，故网络 A 发出的功率为  $p_B = -20\text{W}$

对于回路  $l$ ，列写 KVL 方程  $u_A + iR - u_{i_s} = 0$

解得电流源两端的电压为  $U_{i_s} = 12\text{V}$ ，电流源发出的功率为  $P_{i_s} = 12\text{W}$

1. 18 求图示电路受控源发出的功率。

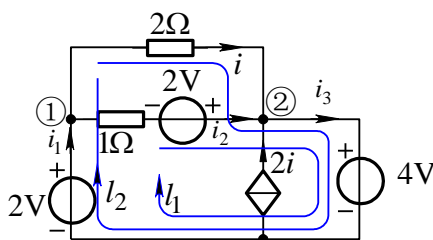


图 1-18

解：设各元件电流参考方向如图所示。

对回路列 KVL 方程：

回路  $l_1$ ： $1\Omega \times i_2 = 2\text{V} - 4\text{V} + 2\text{V}$  得  $i_2 = 0\text{A}$

回路  $l_2$ ： $2\Omega \times i = -4\text{V} + 2\text{V}$  得  $i = -1\text{A}$

对节点列 KCL 方程：

节点①：  $i_1 = i + i_2 = -1\text{A}$

节点②：  $i_3 = i + i_2 + 2i = -3\text{A}$

2V 电压源发出的功率：  $P_{1V} = 2\text{V} \times i_1 = 2\text{V} \times (-1\text{A}) = -2\text{W}$

与  $1\Omega$  串联的 2V 电压源发出的功率：  $P_{2V,1\Omega} = 2\text{V} \times i_2 = 2\text{V} \times 0\text{A} = 0\text{W}$

4V 纯电压源发出的功率：  $P_{2V} = -4\text{V} \times i_3 = -4\text{V} \times (-3\text{A}) = 12\text{W}$

受控电流源发出的功率：  $P_{CCCS} = 4\text{V} \times 2i = 4\text{V} \times 2 \times (-1\text{A}) = -8\text{W}$ ，实际吸收 8W 功率。

1. 19 图示电路为独立源、受控源和电阻组成的一端口。试求出其端口特性，即  $u-i$  关系。

解：(a) 对节点①列 KCL 方程得  $i_1 = i - \beta i$

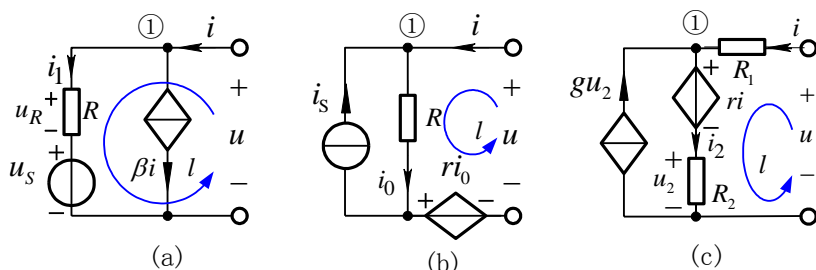


图 1-19

由 KVL 得  $u = u_R + u_S = i_1 R + u_S = (1 - \beta)iR + u_S$

(b) 由 KCL 得  $i_0 = i_S + i$

由 KVL 得  $u = ri_0 + Ri_0 = (r + R)i_0 = (r + R)(i_S + i)$

(c) 由 KCL ,  $i_2 = gu_2 + i = gR_2 i_2 + i$  得  $i_2 = \frac{i}{1 - gR_2}$

由 KVL 得  $u = R_1 i + ri + R_2 i_2 = (r + R_1 + \frac{R_2}{1 - gR_2})i$

注释：图(c) 电路中不含独立电源，其  $u-i$  关系为比例关系。

1.20 讨论图示电路中开关 S 开闭对电路中各元件的电压、电流和功率的影响，加深对独立源特性的理解。

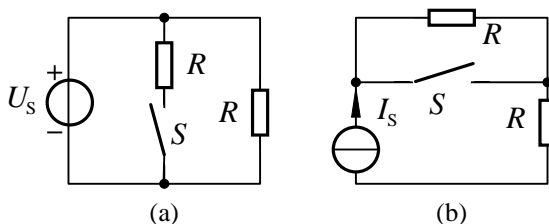


图 1-20

解：(a) S 断开时，电压源的电压、电流及功率与右侧电阻的电压、电流及功率对应相同；S 闭合时，由于中间电阻  $R$  是并联接入电路，故右侧电阻  $R$  的电压、电流及功率不受影响。但由于所接入的电阻电流和功率与右侧电阻相同，故电压源的电流及提供功率要增大一倍。

(b) S 断开时，两个电阻的电流、电压和功率相同，电流源的电流与两个电阻的电流相同，电压和功率是每个电阻的二倍。当 S 闭合时，上侧电阻被短路，由于右侧电阻始终与电流源相串联，故右侧电阻  $R$  的电压、电流及功率不受影响。电流源的电压、电流和功率与右侧电阻的电压、电流和功率相同，电压和功率均降低了一半。