交叉科学基础物理学教程

《电磁学》

叶邦角编著，中国科学技术大学出版社

习题解答

第一章

1-1 摩擦起电是提供能量激发电子脱离原子，外界输入能量较大，激发电荷较多，而接触带电是带电体接触另一物体将电量一分为二，还会有电量损耗，故电荷较少.

1-2 同一情况下(电量, 距离相同)

静电单位制:$F=\frac{q_1q_2}{r^2}$

国际单位制：$F_0=\frac{kq_{10}q_{20}}{r_0^2}$

其中各量均定义为在其单位制下的数值，则：$F\ \mathrm{g\cdot cm/s^2}=F_0\ \mathrm{kg\cdot m/s^2}$

r（cm）$=r_0$（m）　　　　q（静电单位）$=q_0$ （C）

故：$\frac{q_1}{q_{10}}=\frac{q_2}{q_{20}}=\sqrt{k\frac{F\ r^2}{F_0\ r_0^2}}=\sqrt{9\times10^9\times\frac{1\ \mathrm{kg\frac{m}{s^2}\cdot m^2}}{1\ \mathrm{g\frac{cm}{s^2}\cdot cm^2}}}=3\times10^9$

即 1 $C=3\times10^9$ 静电单位，1 静电单位$=3.33\times10^{-10}$ C

$e=4.774\times10^{-10}$ 静电单位 $\approx1.591\times10^{-19}$ C

1-3

（1）由于地月之间距离远大于地球和月球的尺度，可将地球和月球视为点电荷。由均值不等式可知，当电荷均分时，受力最大，所需电荷最小。故得：

$$\frac{GMm}{R^2}=k\left(\frac{Q}{2}\right)^2\frac{1}{R^2}$$

得：

$$Q=2\sqrt{\frac{GMm}{k}}=1.14\times10^{14}$$

（2）由题意，地球带电荷 QM/（m+M），月球带电荷 Qm/（M+m）。

得：

$$\frac{GMm}{R^2}=\frac{kMmQ^2}{\left(R\left(m+M\right)\right)^2}$$

$$Q=\sqrt{\frac{G}{k}}\left(M+m\right)=5.211\times10^{14}\,\mathrm{C}$$

1-4 假设一个人体内有 n 个电子

则: $2n\times\frac{1\ g}{6.02\times10^{23}}=50kg$，$n\approx1.505\times10^{28}$

则：$F_{电}=k\,\frac{(\frac{1}{1\times10^{8}}\cdot ne)^2}{r^2}=9\times10^{9}\times(\frac{1}{1\times10^{8}}\times1.505\times10^{28}\times1.6\times10^{-19})^2$

$\approx5.219\times10^{12}N$

$F_{万}=G\,\frac{m^2}{r^2}=6.67\times10^{-11}\times50^{2}=1.6675\times10^{-7}N$

$\frac{F_{电}}{F_{万}}\approx3.130\times10^{19}$

若$F_{万}=10000F_{电}$，设偏差为α

有 $10000k\,\frac{(\alpha ne)^2}{r^2}=1.6675\times10^{-7}N$，故 $\alpha\approx1.788\times10^{-20}$

也就是电荷偏差约为人体总电荷的两万亿亿分之一

1-5 以方向向下为正方向则有$mg+Eq=0$ 解得$q=-\frac{1}{30}C$

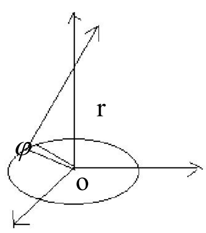
由$m=\rho*\frac{4}{3}\pi R^3$可得$R=0.11m$

则小球表面产生的电场为$E=\frac{kq}{R^2}=2.5*10^{10}\frac{V}{m}$

由于此时小球是孤立导体电容，表面电场巨大，空气绝缘性易被打破，导致电荷流失。故实验不可行。

1-6 解法一 ：(PB13203076 贺鑫)

解：先研究细圆环中轴线上各点场强，作图如右



由对称性分析可知：$\frac{\frac{Q}{2\pi R}Rrd\varphi}{4\pi\varepsilon_0(R^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$ dEr=

积分得距圆心 r 处中轴线上场强 $E_r=\frac{Qr}{8\pi^2\varepsilon_0(R^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}\int_0^{2\pi}d\varphi=\frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0(R^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$

由于线和圆环之间的库伦力是一对相互作用力，故只需考虑线受力，积分得：

$$F=\int_0^\infty \frac{Qr\lambda}{4\pi\varepsilon_0(R^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}dr=\frac{Q\lambda}{8\pi\varepsilon_0}\int_0^\infty \frac{d(R^2+r^2)}{(R^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{Q\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

此即为所求。

1-6 解法二：(PB13203009 姚志鹏)
由对称性知 F 一定沿直线方向 依照虚功原理

$F=-\dfrac{\delta W}{\delta x}$　又因为直线无限长 所以右移 δx 等价于左端 δx 长的导线消失

$$F=-\frac{\delta W}{\delta x}=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-\lambda\delta xq}{R\delta x}=\frac{kq\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

1-7　(PB13000315 金晖)
设需要下落 t 时间才能分离 100mm

$qE = ma$

故 $a = \frac{qE}{m} = 1\times10^{-5}\times5\times10^{5} = 5\,{}^{m}/_{s^2}$

$\frac{1}{2}at^2 = 50\ mm$

故 $t = \sqrt{\frac{100\times10^{-3}}{5}} = \frac{\sqrt{2}}{10}$ s，即下落时间
下落距离：

$s = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}\times9.81\times0.02 = 0.0981m$

1-8 (PB13000315 金晖)

因为 $\vec{v}$与 $\vec{E}$ 同向，且电量为负

故 电子做匀减速运动

射程 $S = \frac{v^2}{2a} = \frac{v^2}{2\frac{|e|E}{m}} = \frac{(5\times10^7)^2}{2\times\frac{1.6\times10^{-19}\times2.5\times10^5}{9.0\times10^{-31}}} \approx 0.028m$

其后将沿相反方向匀加速射离电场

$$t = 2\cdot\frac{v}{a} = 2v\frac{m}{|e|E} = 2\times\frac{5\times10^7\times9.0\times10^{-31}}{1.6\times10^{-19}\times2.5\times10^5} = 2.25\times10^{-9}s$$

1-9 (PB13203219 张子越)
不可能。取方形回路，其中一组对边平行于电场线，一组对边垂直于电场线。在此回路中，当试探电荷沿着垂直于电场线的路径运动时电场对试探电荷不做工；当沿着平行于电场线的对边运动时要做工，但是根据题意这两条边上的场强大小不相等，但是做工路径相等，故沿回路做工不为零，与“静电场是保守场”矛盾。

1-10 (王晨 PB13203127)

解：有 1-6 题易知在距中心 x 处小球受力为$\mathrm{F(x)} = \frac{\mathrm{kQqx}}{(\mathrm{R^2+x^2})^{\frac{3}{2}}}$

由题意易知$\mathrm{x} \ll \mathrm{R}$则有$\mathrm{F(x)} \approx \frac{\mathrm{kQq}}{\mathrm{R^3}} x \propto x$是线性回复力。

故小球做简谐振动。恢复力系数$\mathrm{K} = \frac{\mathrm{kQq}}{\mathrm{R^3}}$，角频率$\omega = \sqrt{\mathrm{K/m}}$

运动方程为$\mathrm{x} = x_0 \cos\left(\sqrt{\frac{\mathrm{kQq}}{\mathrm{R^3 m}}}\mathrm{t}\right)$

1-11(PB13000808 刘通)

解：

在非惯性系下考量这个问题：电场力$\mathrm{F} = \frac{\mathrm{kq_1q_2}}{\mathrm{r(t)^2}}$,

相对加速度为

$$\mathrm{a} = \frac{\mathrm{kq_1q_2(m_1+m_2)}}{\mathrm{m_1m_2r(t)^2}}。$$

仿照天体的椭圆轨道模型，可以认为中心天体质量为:

$$m = \frac{kq_1q_2(m_1+m_2)}{Gm_1m_2},$$

半长轴$\frac{\mathrm{r_0}}{2}$,运行时间$\frac{\mathrm{T}}{2}$。

根据万有引力定律即开普勒定律知：最终碰撞的时间

$$\mathrm{t} = \frac{\pi \mathrm{r_0}}{2}\sqrt{\frac{\mathrm{r_0m_1m_2}}{\mathrm{2kq_1q_2(m_1+m_2)}}}.$$

1-12(PB13000808 刘通)

解：

在电子流参考系下看：不妨设电子流宽度为 d, 则面密度为$\sigma = \mathrm{nde}$,

电场强度$\mathrm{E} = \sigma \div 2\varepsilon_0 = \frac{\mathrm{nde}}{2\varepsilon_0}$,

电子受力$\frac{\mathrm{e^2nd}}{2\varepsilon_0}$,

加速度$\mathrm{a} = \frac{\mathrm{e^2nd}}{2\mathrm{m}\varepsilon_0}$.

由运动学知$\frac{1}{2}\mathrm{a t^2} = \frac{1}{2}(2\mathrm{d}-\mathrm{d}) = \frac{\mathrm{d}}{2}$, 解得$\mathrm{t} = \sqrt{\frac{2\mathrm{m}\varepsilon_0}{\mathrm{ne^2}}} = 2.50 \times 10^{-7}\,\mathrm{s}$, x=vt=2.5cm.

1-13 (PB13000334 沈昭华)

解：将半圆柱薄板视为无数根长直导线，每根导线对点的场强贡献：

$$dE = \frac{2k\lambda d\theta}{r\pi}$$

有效分量为：

$$\frac{2k\lambda d\theta}{r\pi}\sin\theta$$

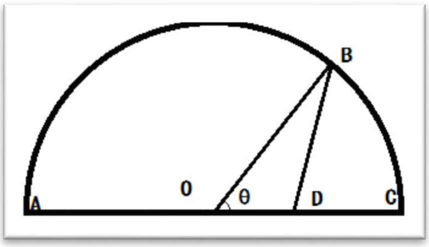
积分，得：

$$\int_0^{\pi}\frac{2k\lambda d\theta}{r\pi}\sin\theta = \frac{4k\lambda}{r\pi}$$

1-14(PB13000808 刘通)

解：

设 OD=r, 则$BD^2 = R^2 + r^2 - 2Rr\cos\theta$, $\frac{R}{\sin\angle BDO} = \frac{R}{\sin\angle BDC} = \frac{BD}{\sin\theta}$.



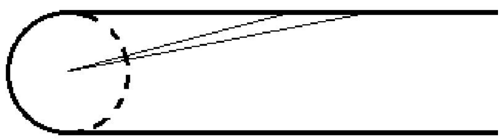
取$\theta \to \theta + d\theta$电荷，对 D 电场沿 AC 方向分量为$dE = \frac{k\lambda_0\sin\theta R d\theta}{BD^2}\ \cos\angle BDO = \frac{k\lambda_0\sin\theta R d\theta}{(R^2+r^2-2Rr\cos\theta)^{\frac{3}{2}}}(r - R\cos\theta)$, 从 0 积分到 π

得到$\int_0^{\pi}\frac{k\lambda_0\sin\theta R}{(R^2+r^2-2Rr\cos\theta)^{\frac{3}{2}}}(r - R\cos\theta)d\theta = 0$,

即 E 与 AC 垂直。

1-15(PB13000808 刘通)

解：



取直线上对圆心相对于竖直成$\theta \to \theta + d\theta$角的微元，该部分对圆心产生电场为$E = \frac{k\lambda\frac{R}{\cos\theta}d\theta \div \cos\theta}{\left(\frac{R}{\cos\theta}\right)^2} = \frac{k\lambda d\theta}{R}$, 与对应的圆弧上角度微元产生的电场等价，故该题可等价为圆环中心的电场强度，由对称性可知显然等于 0。

1-16(PB13203219 张子越)

U=$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} * \left(\left(1+2\left(\frac{l}{r}\right)\cos\theta+\left(\frac{l}{r}\right)^2\right)^{-0.5}+\left(1-2\left(\frac{l}{r}\right)\cos\theta+\left(\frac{l}{r}\right)^2\right)^{-0.5}-2\right)$

另 y=$(1+2x\cos\theta+x^2)^{-0.5}+(1-2x\cos\theta+x^2)^{-0.5}-2$

在 x=0 附近展开，前两项为 0，保留第三项

y≈$(3\cos^2\theta-1)x^2$

令 x=l/r 得 U=$\frac{ql^2}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{3\cos^2\theta-1}{r^3}$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}U = \frac{3ql^2}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{1}{r^4} * \left((3\cos^2\theta - 1)\hat{r} + (\sin 2\theta)\hat{\theta}\right)$$

1-17 (PB13203009 姚志鹏)

解：

看做两个电偶极子，左右两个分别为ρ_1 ρ_2　对应的矢径为r_1 r_2

$$U_A = U_{AP_1} + U_{AP_2} = k(\frac{\rho_1 \cdot r_1}{r_1^{\ 3}} + \frac{\rho_2 \cdot r_2}{r_2^{\ 3}}) = kqlr\sin\theta(\frac{1}{r_1^{\ 3}} - \frac{1}{r_2^{\ 3}})$$

$l \ll r$ 由余弦定理$r_1 = \sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4} + rl\cos\theta} \approx r + \frac{l}{2}\cos\theta$　　$r_2 \approx r - \frac{l}{2}\cos\theta$

所以$\frac{1}{r_1^{\ 3}} - \frac{1}{r_2^{\ 3}} = \frac{r_2^{\ 3} - r_1^{\ 3}}{r_1^{\ 3} r_2^{\ 3}} \approx \frac{3r^2(r_2 - r_1)}{r^6} = \frac{-3r^2 l\cos\theta}{r^6}$

代回得 $U_A = \frac{-3l^2\sin\theta\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$

所以$E_r = -\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{-9l^2\sin\theta\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^4}$　　　　$E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial\theta} = \frac{3ql^2\cos 2\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^4}$

1-18 (PB13203009 姚志鹏)
解：

先求立体角与平面角的关系

$$\psi = \frac{S}{4\pi R^2} = \frac{\int_0^\theta 2\pi R\sin\theta R d\theta}{4\pi R^2} = \frac{1-\cos\theta}{2}$$

对应立体角电通量相等

$$q_1\psi_1 = q_2\psi_2 \to q_1(1-\cos\alpha) = q_2(1-\cos\beta) \to \beta = \cos^{-1}(1 - \frac{q_1}{q_2}(1-\cos\alpha))$$

1-19(PB13203127 王晨)
解：

$g = \frac{GM}{R^2}$类比电场强度

则$\oiint g * ds = 4\pi GM$
表明：

1.引力场是有源场

2.引力场若严格满足高斯定律则万有引力的平方反比是严格的。

3.引力场中的引力荷是质量，质量越多引力越强。

1-20 解：由高斯定理可得(PB13203127 王晨)

$$E2*S-E1*S=\frac{\rho*S*\Delta h}{\varepsilon 0}$$

解得：

$$\rho=\frac{(E2-E1)\varepsilon 0}{\Delta h}=1.24*10^{-11}\,C/m^3$$

由高斯定理可得：

$$E1*S=\frac{\sigma S-\rho S h1}{\varepsilon 0}$$

解得：

$$\sigma=\varepsilon 0 E1+\rho h1=4.25*10^{-9}\,C/m^2$$

1-21(PB13203083 余阳阳)

解：

在 n 区：

$$E_{(x)}=\int_{-x_n}^{x}\frac{N_D e dx}{2\varepsilon_0}-\int_{x}^{0}\frac{N_D e dx}{2\varepsilon_0}+\int_{0}^{x_p}\frac{N_A e dx}{2\varepsilon_0}$$

$$=\frac{N_D e}{2\varepsilon_0}(x+x_n)-\frac{N_D e}{2\varepsilon_0}(0-x)+\frac{N_A e}{2\varepsilon_0}x_p$$

$$=\frac{N_D e}{2\varepsilon_0}(2x+x_n)+\frac{e}{2\varepsilon_0}N_D x_n$$

$$=\frac{N_D e}{\varepsilon_0}(x+x_n)$$

在 p 区：

$$E_{(x)}=\int_{-x_n}^{0}\frac{N_D e dx}{2\varepsilon_0}-\int_{0}^{x}\frac{N_D e dx}{2\varepsilon_0}+\int_{x}^{x_p}\frac{N_A e dx}{2\varepsilon_0}$$

$$=\frac{N_A e}{\varepsilon_0}(x_p-x)$$

1-22 （PB13203122 谷舒豪）

解：

首先计算在半径为 R 内的电荷数量

$$Q=\int_0^r 4\pi r\rho_0 e^{-kr}dr$$

再由库伦定律可得

$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

解得结果为：$E=\frac{\rho_0}{r^2k\varepsilon_0}(\frac{1}{k}-\frac{r+1}{k}Exp^{-kr})$

1-23 （PB13203122 谷舒豪）

解：

以球心为原点建立 X 轴，

设在距离原点为 X 处球内电荷数为 $Q=\rho\frac{4}{3}\pi x^3$

则由牛顿第二定律及库仑定律得：

$$\mathrm{F}=-\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 x^2}=-\frac{\rho q}{3\varepsilon_0}x=-kx$$

为简谐运动

由简谐运动 $\mathrm{T}=2\pi\sqrt{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{k}}}$

∴ 电荷做周期为 $T=2\pi\sqrt{\frac{3m\varepsilon_0}{\rho q}}$ 的简谐运动

1-24(PB13203083 余阳阳)

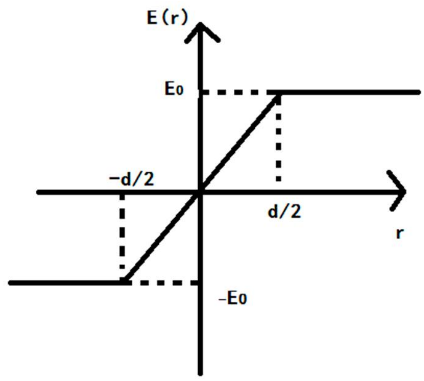
解：由对称性可知，电场强度大小只与该点到平板层中间层的距离 r 有关，社中间层过 Y 轴且垂直于 X 轴：

$|x|<\frac{d}{2}$ 时， $\mathrm{E}_{(X)}=\int_{-\frac{d}{2}}^{x}\frac{\rho dx}{2\varepsilon_0}+\int_{x}^{\frac{d}{2}}-\frac{\rho dx}{2\varepsilon_0}=\frac{\rho}{2\varepsilon_0}(\mathrm{x}+\frac{d}{2}-\frac{d}{2}+x)=\frac{\rho}{\varepsilon_0}x$

$|x|\geq\frac{d}{2}$ 时， $\mathrm{E}_{(X)}=\begin{cases}\frac{\rho}{2\varepsilon_0}d,(\mathrm{x}>\frac{d}{2})\\ -\frac{\rho}{2\varepsilon_0}d,(\mathrm{x}<-\frac{d}{2})\end{cases}$

E(r)图如下：

$$\mathrm{E}_0=\frac{\rho d}{2\varepsilon_0}$$



1-25(PB13203083 余阳阳)
解：

(a)R1<r<R2，由高斯定理，$\frac{\lambda l}{\varepsilon_0}=2\pi r l E_{(r)} \Rightarrow E_{(r)}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

$$\int_{R_1}^{R_2} E_{(r)}dr = V \Rightarrow V=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \lambda = 2\pi\varepsilon_0 \ln\frac{R_2}{R_1}$$

(b) 设 l 长的射流才能形成一个微滴，则 $\pi R_1^2 l=\frac{4}{3}\pi(R_1\cdot 2)^3 \Rightarrow l=\frac{32}{3}R_1$

(c) $Q=\lambda l = 2\pi\varepsilon_0 V\ln\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{32}{3}R_1=\frac{64}{3}\pi\varepsilon_0 V R_1\ln\frac{R_2}{R_1}$

(d)荷质比

$$\frac{Q}{m}=\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi(R_1\cdot 2)^3\cdot\rho}=\frac{\frac{64}{3}\pi\varepsilon_0 V R_1\ln\frac{R_2}{R_1}}{\frac{4}{3}\pi\cdot 8R_1^3\cdot\rho}=\frac{2\varepsilon_0 V\ln\frac{R_2}{R_1}}{R_1^2\cdot\rho}=0.0244C/kg$$

(e)设微滴的速度为 V，射流的速度为 V_0，则

$$V_0=10^5*40*10^{-6}m/s=4m/s$$

$$V-V_0=\frac{100-2*40}{80}V_0 \Rightarrow V=\frac{5}{4}V_0 \Rightarrow V=5m/s$$

1-26 (PB13203009 姚志鹏)
解：
圆柱面场强分布由高斯定理容易得到 又小块电荷自身产生的场强同样易得

可以推出其余电荷在此产生的场强 $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

又依照对称性知合力沿垂直轴线方向 在δl长的圆柱面上受力

$$F=\int_0^{\pi}\frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}Rd\theta\sin\theta\delta l=\frac{\sigma^2 R}{\varepsilon_0}\delta l \quad \text{得单位长度受力}\frac{\sigma^2 R}{\varepsilon_0}$$

1-27(PB13203076 贺鑫)

解：

(1)圆筒面均匀带电，则由题中条件可求得：

由对称性可知电场强度大小只与点到轴线的距离 r 有关，方向取$\overrightarrow{e_r}$方向为正

$0\le r<R_1$，由高斯定理 $E(\mathrm{r})=0$

$R_1\le r<R_2$，$2\pi rlE(\mathrm{r})=\dfrac{\lambda_1 l}{\varepsilon_0}\Rightarrow E(\mathrm{r})=\dfrac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 r}$

$r\ge R_2$，$2\pi rlE(\mathrm{r})=\dfrac{(\lambda_1+\lambda_2)l}{\varepsilon_0}\Rightarrow E(\mathrm{r})=\dfrac{\lambda_1+\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 r}$

(2) 若$\lambda_1=-\lambda_2$

$0\le r<R_1$，$E(\mathrm{r})=0$

$R_1\le r<R_2$，$E(\mathrm{r})=\dfrac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 r}$

$r>R_2$，$E(\mathrm{r})=0$

1-28 (PB13203009 姚志鹏)

解：

静电平衡 1、2 显然不受力 球壳外部分布着均匀的 1、2 电荷以及因 3 产生的电荷

因 3 产生的电荷等价于像电荷 q_3'以及均匀分布在表面的-q_3'

其中 $q_3'=-\dfrac{q_3R}{r}$ $\quad d=\dfrac{R^2}{r}$ （d 为像电荷距离圆心的距离）

则 $F_3=kq_3[(\dfrac{q_1+q_2-q_3'}{r^2})+\dfrac{q_3'}{(r-d)^2}]=kq_3[(\dfrac{q_1+q_2}{r^2})+\dfrac{q_3R}{r^3}-\dfrac{q_3Rr}{(r^2-R^2)^2}]$

在本题中假设 $R \ll r$ 则可以近似为$\dfrac{k(q_1+q_2)q_3}{r^2}$

显然导体空腔受到的力大小等于 F_3 方向相反

1-29(PB13203083 余阳阳)

解：
该系统的静电能为

$$W_e=\frac{Q_1^2}{2C_1}+\frac{Q_2^2}{2C_2}\text{(将其看作两个串联的电容器)}$$

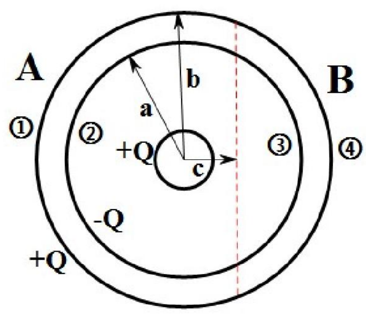
$$\begin{cases}Q_2-Q_1=Q\\ \dfrac{Q_1}{C_1}+\dfrac{Q_2}{C_2}=\varepsilon\\ C_1=\dfrac{\varepsilon_0 s}{b},C_2=\dfrac{\varepsilon_0 s}{d-b}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}Q_1=\dfrac{-(\mathrm{d}-\mathrm{b})\mathrm{Q}}{d}+\dfrac{\varepsilon_0 s}{d}\varepsilon\\ Q_2=\dfrac{\mathrm{Qb}}{d}+\dfrac{\varepsilon_0 s}{d}\varepsilon\end{cases}$$

$$W_e=\frac{[\dfrac{-(\mathrm{d}-\mathrm{b})\mathrm{Q}}{d}+\dfrac{\varepsilon_0 s}{d}\varepsilon]^2}{2\dfrac{\varepsilon_0 s}{b}}+\frac{[\dfrac{\mathrm{Qb}}{d}+\dfrac{\varepsilon_0 s}{d}\varepsilon]^2}{2\dfrac{\varepsilon_0 s}{d-b}}$$

$$\frac{\partial W_e}{\partial b}=\frac{(\mathrm{d}-2\mathrm{b})\mathrm{Q}^2}{2\varepsilon_0 sd}$$

所以作用在该板上的力为$\dfrac{(\mathrm{d}-2\mathrm{b})\mathrm{Q}^2}{2\varepsilon_0 sd}$，方向向右为正。

1.30 (PB13209028 熊江浩)
解：
如图，将内球带上+Q 电荷后，球壳的内外表面分别感应出-Q 和+Q 的电荷且均匀分布。将 4 个部分分别记为 1,2,3,4。于是 A 和 B 之间的作用力$F_{AB}=F_{23}+F_{13}+F_{24}+F_{14}$.



而$F_{13}=F_{1+4，3}-F_{43}$，而由于 1+4 便是球壳外层电荷，对内作用力为 0，因此$F_{13}=-F_{43}$

同理$F_{24}=F_{2+3，4}-F_{34}$，而 2+3 为外壳内表面，对外作用等效于-Q 集中于球心。因此 $F_{AB}=F_{23}-F_{43}+F_{2+3，4}-F_{34}+F_{14}$

显然有$F_{43}=-F_{34}$因此整理后得到：

$$F_{AB}=F_{23}+F_{2+3，4}+F_{14}$$

对于F_{23}，可以理解为 2 和 3 之间的相互作用，也就是要抵消 3 所受静电力的张力，因此我们可以求 3 所受静电力。

对于一个表面带电的球，表面场强 $\mathrm{E}=\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}$，因此 3 所处位置场强为$\mathrm{E}_3=$

$\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{a^2}$ ，所受静电力$F_{23}=-\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{arccos\frac{c}{a}}E_3cos\theta\sigma sin\theta a^2d\theta$ ，我们这里取向球心为正方向，其中σ为面电荷密度，$\sigma=\frac{Q}{4\pi a^2}$， 积分后得到$F_{23}=-\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{1-(\frac{c}{a})^2}{2}\frac{Q}{a^2}$，而$F_{14}$完全同理，只需将 a 换成 b 即可：$F_{14}=-\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{1-(\frac{c}{b})^2}{2}\frac{Q}{b^2}$

而 $F_{2+3，4}$ 就是位于球心的点电荷对 4 的力，$F_{2+3，4}=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{arccos\frac{c}{a}}Ecos\theta\sigma sin\theta a^2d\theta$，其中$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{b^2}$，因此积分后得到$F_{2+3，4}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1-(\frac{c}{b})^2}{2}\frac{Q}{b^2}$

依照题意，$F_{AB}>0$，即$F_{23}+F_{2+3，4}+F_{14}>0$，将上面三式代入，得到：

$$\frac{Q}{8\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1-\left(\frac{c}{b}\right)^2}{2b^2}-\frac{1-\left(\frac{c}{a}\right)^2}{2a^2}\right]>0$$

整理后得到$c^2<\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$，即$c<\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$，证毕

1-31(PB13210036 杨阳)

解:

在静电平衡条件下导体内部没有电荷分布，所有电荷分布在表面，同时导体是等势体，导体内部电场强度为 0。

(1)

$$Q_a+Q_b=5c$$
$$Q_c+Q_d=1c$$
$$Q_e+Q_f=1c$$
$$Q_g+Q_h=2c$$
$$Q_a-Q_b-1-1-2=0$$
$$Q_c+5-Q_d-1-2=0$$
$$Q_e-Q_f+5+1-2=0$$
$$Q_g-Q_h+5+1+1=0$$

解得

Qa=4.5c，Qb=0.5c，Qc=-0.5c，Qd=1.5c

Qe=-1.5c，Qf=2.5c，Qg=-2.5c，Qh=4.5c

(2)当中间两个面接通以后，他们电势相同，并且中间部分的电场强度也为 0，d，e 面上的电荷为 0.由此可得方程组：

Qa+Qb=5c，Qc+Qf=2c，Qg+Qh=2c，Qa-Qb-1-1-2=0

Qc+5-Qf-2=0，Qg-Qh+5+1+1=0;

解得

Qa=4.5c，Qb=0.5c，Qc=-0.5c，Qf=2.5c，Qg=-2.5c，Qh=4.5c