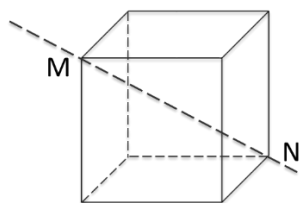


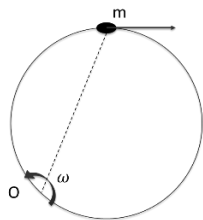
力学与热学期末试卷(2020)

学号_____ 姓名_____ 成绩_____ (半开卷)

一. (5 分) 均质立方体质量为 m , 各边边长为 a , 试求该立方体绕对角线 MN 的转动惯量 I 。



二. (7 分) 质量为 m 的小环套在半径为 a 的光滑圆圈上, 可在其上滑动。若圆圈在水平面内以恒定角速度 ω 绕圈上某点 O 转动, 转轴垂直于水平面。如图, 求小环沿圆圈切线方向的运动微分方程。



三. (8 分) 在水平桌面上, 质量 M 的物块上连着一倔强系数为 k 的弹簧, 弹簧开始时处于原长, 长度为 l_0 。某时刻一质量为 $\frac{1}{3}M$ 的小球以初速度 u 开始与弹簧相碰并压缩弹簧, 不考虑一切摩擦, 求:

(1) 弹簧的最大压缩量;

(2) 以物块初始时刻位置为坐标零点, 求在自然坐标系下物块的位移与时间的 $x(t)$ 函数。

四. (12 分) 在光滑水平面上, 用长为 l 的轻线连接两个质量分别为 m_1, m_2 的小球。开始时, 线刚好拉直, 两球的速度分别为 v_1, v_2 。二者方向相同且垂直于连线, 问:

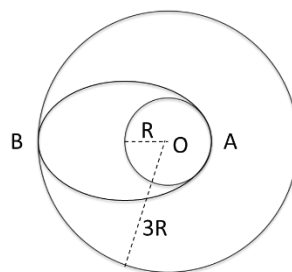
(1) 若 $m_1 = 3m_2 = 3m, v_1 > v_2$, 系统相对于质心的角动量为多少?

(2) 在 (1) 问的条件下, 线中的张力多大?

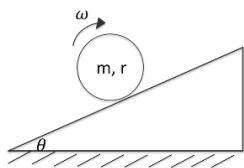
(3) 若 $m_1 = m_2, v_1 = v_2$, 线处于伸直状态。在运动过程中, 线上距离 m_1 小球为 $\frac{1}{4}l$ 的一点与固定在台面上的一竖直光滑细钉相碰, 求小球 1 与钉的最大距离。

五. (14 分) 宇宙飞船绕一行星沿圆轨道飞行, 轨道半径为 R , 速率为 v_0 。要把轨道改为经过 B 点的椭圆轨道, 如图, B 位于以 O 为圆心, 半径为 $3R$ 的圆周上。

- (1) 写出该椭圆方程;
- (2) 飞船在 A 点进入上述轨道时, 其速度应该增加多少;
- (3) 从 A 点到 B 点的航程需要多少时间;
- (4) 当飞船位矢垂直于 AB 时, 求速度的横向和径向分量。



六. (14 分) 质量 m , 半径 r 的均质球位于倾角 θ 的斜面底端, 开始时球的中心速度为 0, 球相对过中心且与斜面平行的水平轴以角速度 ω_0 旋转, 如图。已知球与斜面间的摩擦因数 $\mu > \tan\theta$, 在摩擦力作用下会沿斜面向上运动, 试求球能上升的最大高度 h 。



七. (12 分) 2mol 初始温度为 $27\text{ }^{\circ}\text{C}$, 初始体积为 20L 的氦气, 先等压膨胀到体积加倍, 然后绝热膨胀回到初始温度。

1. 在 $P - V$ 平面上画出过程图;
2. 在这一过程中系统总吸热多少?
3. 系统内能总的改变等于多少?
4. 氦气对外界做的总功是多少? 其中绝热膨胀过程对外界做功是多少?
5. 系统终态的体积是多少?

八. (8 分) 一空气泡自深为 $H(m)$ 的海底浮出海面, 海水的温度 $T(K)$ 与深度 h 的关系为 $T = T_0 - \frac{a}{H}h$ 。已知在海面上气泡体积为 $V_0(m^3)$, 压强为 $P_0(Pa)$, 海水的密度为 $\rho(kg/m^3)$, 求气泡上浮过程中对外做的功及吸收的热量。

九. (12 分) 一个无摩擦的、不漏气的、且有小热导率的活塞在一个绝热的圆柱容器内滑动, 活塞两边的 A 和 B 两室装有等量的单原子理想气体。假设初始时刻 A 内气体的温度为 T_0 , B 内的温度为 $3T_0$ 。在所有时间内系统都可以看成力学平衡, 而且最终系统也将达到热平衡。

1. 求在初始时刻和在 $t = \infty$ 时 A 和 B 两室的体积之比是多少?
2. 从 $t = 0$ 状态到 $t = \infty$ 状态, 系统中每一摩尔气体的总熵变是多少?
3. 如果热量从一室转移到另一室是可逆地完成的 (通过适当的转移机制), 系统中每一摩尔气体可做多少有用功?

十. (8 分) 从处于热力学平衡态的经典理想气体中任取两个分子。

1. 试求两个分子的总能量 $\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2$ 处在 ϵ 与 $\epsilon + d\epsilon$ 之间的概率 $\psi(\epsilon)d\epsilon$;
2. 证明两个分子的总能量的平均值 $\bar{\epsilon} = 3kT$ 。