中国科学技术大学
University of Science and Technology of China
地址：中国 安徽 合肥市金寨路96号 邮编：230026
电话：0551-63602184 传真：0551-63631760 Http://www.ustc.edu.cn

第十二次作业.

第5章. 20. $\bar{X}\sim N(\mu,\frac{\sigma^2}{n})$, $X_{n+1}-\bar{X}\sim N(0,\frac{n+1}{n}\sigma^2)$, $\sqrt{\frac{n}{n+1}}\frac{X_{n+1}-\bar{X}}{\sigma}\sim N(0,1)$

且 S_n^2 与 $\bar{X}$ 独立. $\frac{(n-1)S_n^2}{\sigma^2}\sim\chi^2_{n-1}$ $\Rightarrow$ $\frac{\sqrt{\frac{n}{n+1}}\frac{X_{n+1}-\bar{X}}{\sigma}}{\sqrt{\frac{(n-1)S_n^2}{\sigma^2(n-1)}}}=\sqrt{\frac{n}{n+1}}\frac{(X_{n+1}-\bar{X})}{S_n}\sim t_{n-1}$

21. $\alpha(\bar{X}-\mu_1)+\beta(\bar{Y}-\mu_2)\sim N(0,(\frac{\alpha^2}{m}+\frac{\beta^2}{n})\sigma^2)$

$\Rightarrow$ $\frac{(\alpha(\bar{X}-\mu_1)+\beta(\bar{Y}-\mu_2))}{\sqrt{\frac{\alpha^2}{m}+\frac{\beta^2}{n}}\sigma}\sim N(0,1)$, $\frac{(m-1)S_m^2}{\sigma^2}+\frac{(n-1)S_n^2}{\sigma^2}\sim\chi^2_{m+n-2}$. $\Rightarrow$ $T=\cdots\sim t_{m+n-2}$

第6章 1. $EX=3-4\theta$, $\bar{X}=1.48$ $\Rightarrow$ $\theta=0.38$

4. (1) $\hat{\theta}=3\bar{X}$. (2). $\hat{\theta}=\frac{2\bar{X}-1}{1-\bar{X}}$. (3). $\hat{\theta}=(\frac{\bar{X}}{1-\bar{X}})^2$. (4). $\hat{\theta}=\frac{\bar{X}}{\bar{X}-C}$. (5). $\hat{\theta}=2\bar{X}$. (6). $\hat{\theta}=\bar{X}$.

5. (1) $EX=\frac{2\theta}{\sqrt{\pi}}$, $\Rightarrow\hat{\theta}=\frac{\sqrt{\pi}}{2}\bar{X}$. (2). $Var(X)=EX^2-(EX)^2=\frac{3}{2}\theta^2-\frac{4}{\pi}\theta^2$

$Var(\hat{\theta})=\frac{\pi}{4n}Var(X)=(\frac{3\pi}{8n}-\frac{1}{n})\theta^2$

26. (1) θ 满足 $\sum_{i=1}^n\frac{1}{\theta-x_i}-\frac{2n}{\theta}=0$ (2) $\hat{\theta}=-\frac{n}{\sum_{i=1}^n\ln x_i}-1$, (3). $\hat{\theta}=(\frac{n}{\sum_{i=1}^n\ln x_i})^2$

(4). $\hat{\theta}=\frac{n}{\sum_{i=1}^n\ln x_i-n\ln c}$. (5) θ 满足 $\sum_{i=1}^n\frac{1}{\theta-x_i}-\frac{2n}{\theta}=0$. (6) $\hat{\theta}=\frac{2n}{\sum_{i=1}^n\frac{1}{x_i}}$

29. (1) $EX=\frac{1}{2}\theta$ $\Rightarrow$ $\hat{\theta}_{MM}=2\bar{X}$.

$L(\theta)=(\frac{1}{|\theta|})^n I(\theta\le x_i\le 0, i=1,\cdots,n)$, 使 $L(\theta)$ max $\Rightarrow$ $\hat{\theta}_{MLE}=X_{(1)}$.

(2). $EX=\frac{3}{2}\theta$ $\Rightarrow$ $\hat{\theta}_{MM}=\frac{2}{3}\bar{X}$

$L(\theta)=(\frac{1}{|\theta|})^n I(\theta\le x_i\le 2\theta, i=1,\cdots,n)$, 使 $L(\theta)$ max $\Rightarrow$ $\hat{\theta}_{MLE}=\frac{1}{2}X_{(n)}$.

32. $\hat{\lambda}_{MM}=\hat{\lambda}_{MLE}=\frac{1}{\bar{X}}$. $\hat{P}(\lambda<X\le 2\lambda)=e^{-\lambda^2}-e^{-2\lambda^2}$

$=e^{-(\bar{X})^{-2}}-e^{-2(\bar{X})^{-2}}$