第二章

2-1 (PB13000307 赵朴凝)

解:

设地球表面带电荷为Q，地球半径为R，则地球表面的电势为

$$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

地球表面电荷数与电荷量的关系为

$$N=\frac{Q}{e}$$

式中e为每个电子所带的电荷量。所有移出地球的电子的总质量与电荷数的关系为

$$m=Nm_e$$

以上三式合并，得

$$m=\frac{4\pi\varepsilon_0 RVm_e}{e}$$

带入V=1V,R=6.4×10^{6}m，可得

$$m=4\times10^{-15}\,kg$$

2-2 (PB13000307 赵朴凝)

解

(1)取无限远电势为零，由电势与场强的关系可得

$$V=\int_r^\infty Edl=\int_r^\infty\frac{kq}{4\pi\varepsilon_0 l^3}dl=\frac{kq}{8\pi\varepsilon_0 r^2}$$

(2)在这个问题中，无穷远并不是一个等势面，因此计算电势不能以无穷远为参照。将平板切割为无数个同心圆，用a代表其半径，使相邻两个同心圆间距离很小,并使得共同的圆心O与P的连线OP与平板垂直。这样一来，总电势等于每一个同心圆上的电荷产生的电势之和。当平板的面电荷密度为σ时，P的电势为

$$V=\int\frac{k\sigma}{4\pi\varepsilon_0(r^2+a^2)}2\pi a\,da$$

积分得

$$V=\frac{k\sigma}{4\varepsilon_0}(1-2\ln r)+V_0$$

2-3 (PB13000307 赵朴凝)

解:

设内球电荷量为q，由内球的电势为零可得：

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R_3}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R_1}=0$$

而球壳的电势由下式给出

$$V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q+q}{R_3}$$

由此可得：

$$q=-\frac{R_1}{R_3}Q$$

$$V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{R_3-R_1}{R_3^2}$$

2-4(PB13203007 丁历杰)
解：
1 若有导体电势低于或等于零。则对这些导体中电势最低的一个，表面仅有电场线终结与此，所以此导体上处处电荷面密度小于零，所以此导体带负电，矛盾。所以所有这些导体的电势都高于零。
2 若存在导体 B 电势高于 A 的电势，则有一电场线从 B 出发到 A 结束，所以 B 上发出电场线的地方电荷面密度大于零，又由于 B 总电量为零，所以 B 上必有另一地方电荷面密度小于零，所以有电场线从无穷远出到达 B，又因为 A 总电荷大于零所以有电场线从 A 出发到达无穷远处。
所以得到$U_A>U_\infty>U_B>U_A$,矛盾。所以其他导体的电势都低于 A 的电势。

2-5 (PB13203092 李晗)
解：
在电场线中取一个方形回路，其中两边在两条电场线上，另外两边垂直于电场线
由于静电场为保守场，电场的回路积分为 0
则可以求得 E1=E2
这个结论对于任意位置都成立

2-6 (PB13210036 杨阳)

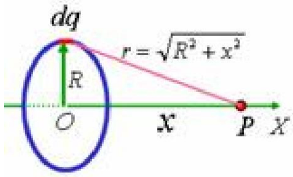
$$\psi=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_+}-\frac{1}{r_-}\right)$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{(r\cos\theta-\frac{l}{2})^2+(r\sin\theta)^2}}-\frac{1}{\sqrt{(r\cos\theta+\frac{l}{2})^2+(r\sin\theta)^2}}\right)$$

当 r》l时，

$$\psi=\frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

2-7(PB13203148 肖伟)
解：



易知，dq 电量在 P 点产生的电势为：$d\varphi=\frac{dq}{4\pi\epsilon\sqrt{r^2+R^2}}$

故轴线上距圆心 O 为 x 的任意一点 P 的电势为：

$$\mathrm{U}=\int_0^{2\pi}\frac{\frac{\mathrm{Q}}{2\pi}d\theta}{4\pi\epsilon\sqrt{r^2+R^2}}=\frac{Q}{4\pi\epsilon\sqrt{r^2+R^2}}$$

2-8(张加晋 PB13203136)

解：

由 $\varphi=A/\sqrt{x^2+y^2+a^2}$

$$\overrightarrow{Ex}=-\frac{\varphi}{x}\hat{x}=\frac{Ax}{\left(x^2+y^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}\hat{x}$$

$$\overrightarrow{Ey}=-\frac{\varphi}{y}\hat{y}=\frac{Ay}{\left(x^2+y^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}\hat{y}$$

$$\overrightarrow{Ez}=-\frac{\varphi}{E}\hat{z}=0$$

∴ 总电场 $\vec{E}=\overrightarrow{Ex}+\overrightarrow{Ey}$

大小 $\left|\vec{E}\right|=\sqrt{\overrightarrow{Ex}^2+\overrightarrow{Ey}^2}=\dfrac{A(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

$\vec{E}$ 与 X 轴的夹角 $\tan\varphi=\dfrac{\left|\overrightarrow{Ey}\right|}{\left|\overrightarrow{Ex}\right|}=\dfrac{y}{x}$

2-9 (张加晋 PB13203136)

解：

先求负电荷的产生的电场

由高斯定律得：

在原子外部 $E_1=\dfrac{-Ze}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2}$

在原子内部 $E_2=\dfrac{-Ze}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi r_a{}^3}\cdot\dfrac{1}{r^2}=\dfrac{-Ze}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{r}{r_a{}^3}$

∴ 在 r 处 此电子产生的电势

$$\varphi_1=\int_r^{ra}E_2dr+\int_{ra}^{+\infty}E_1dr$$

$$=\int_r^{ra}\frac{-Ze}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{r}{{r_a}^3}dr+\int_{ra}^{+\infty}\frac{-Ze}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}dr$$

$$=\frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{3}{2r_a}+\frac{r^2}{2{r_a}^3}\right)$$

而原子核心产生的电势

$$\varphi_2=\frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{1}{r}$$

$$\therefore\varphi=\varphi_1+\varphi_2$$

$$=\frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}-\frac{3}{2r_a}+\frac{r^2}{2{r_a}^3}\right)$$

$\because$ 在 r 处的场强

$$E_r=-\frac{2\varphi}{2r}=\frac{-Ze}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r^2}+\frac{r}{{r_a}^3}\right)$$

$$=\frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^2}-\frac{r}{{r_a}^3}\right)$$

2-10（傅健洋 PB13203164）

解：

对于均匀带电的球体，其势能为:

从内到外每层的势能

$$dE_p=U_{(\mathrm{r})}dq=\frac{\frac{r^3}{R^3}q}{4\pi\varepsilon_0 r}\cdot 4\pi r^2dr\frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$=\frac{3r^4q^2}{4\pi\varepsilon_0R^6}dr$$

$$E_p=\int_0^R dE_p=\frac{3q^2}{20\pi\varepsilon_0R}$$

对于铀核： $E_{pU}=\dfrac{3(92\,\mathrm{e})^2}{20\pi\varepsilon_0R}$

分裂后： $E_{pU}^{'}=\dfrac{3(46\,\mathrm{e})^2}{20\pi\varepsilon_0R^{'}}\times 2$

且有： $E_{pU}^{'}-E_{pU}=200MeV$

带入$R=8.68\times10^{-15}m$

可得$R^{'}=5.7\times10^{-15}m$

2-11 (王晨 PB13203127)
答：不能。电荷不能在绝缘材料中自由运动，无法放电，故不能。

2-12(PB13203083 余阳阳)
解：
极板电量不是等量异号，接正极板的带电量为 Q+CU,接负极板的带电量为 Q-CU

2-13(PB13203072 马超)
解：设带电量为 q

$$E_A=\frac{kq}{a^2}=E_{\max}$$

且有 $Eq=10mg=10\rho\frac{4}{3}\pi a^3g$

$$E\square\frac{E_{\max}a^2}{k}=\frac{40}{3}\pi a^3\rho g$$

$$E\square\frac{E_{\max}}{k}\square\frac{3}{40\pi\rho g}=a\Rightarrow a=7.96\times10^{-5}m$$

在静电场中 $F_{\mathrm{e}}=10mg,F_{\sigma}=6\pi\eta va$

稳定时 $F_{\mathrm{e}}=F_{\sigma}\Rightarrow v=\frac{5mg}{3\pi\eta a}\Rightarrow v=7.67m/s$

2-14 (王晨 PB13203127)
答：

$\frac{V_2}{d_2}\sigma_s ds\ge\sigma\cdot ds\cdot g$,则有$V_2\ge\frac{\sigma\cdot d\cdot g}{\sigma_s}$

由于$\varepsilon_2\frac{V_3}{d}=\varepsilon_0\frac{V_2}{d}=\varepsilon_1\frac{V_1}{d}$, 则有$\varepsilon_2V_3=\varepsilon_0V_2=\varepsilon_1V_1$

则$V_{\mathrm{a}}\ge(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}+\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2}+1)\frac{\sigma\cdot d\cdot g}{\sigma_s}$其中$\sigma$为面密度

2-15(PB13203083 余阳阳)
解：

将墨滴看作点电荷，则墨滴在电板间运动时间为 $t=\frac{L}{u_0}=\frac{10^{-2}}{10}=10^{-3}S$

$y=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\frac{uq}{dm}t^2=0.3mm<\frac{d}{2}$，墨滴可以飞行 L，此时偏离量 y=0.3mm

偏向角 $\theta=\arctan\frac{V_y}{V_x}=\arctan\frac{at}{u_0}=\arctan\frac{0.6\cdot10^3\cdot10^{-3}}{10}=3.4^\circ$

2-16

解：

由高斯定理

$$E\cdot S=\frac{Q}{\varepsilon_0}=\frac{Ne}{\varepsilon_0},N=\frac{Sd\rho}{m_0}$$

$$\Rightarrow E=\frac{d\rho e}{m_0\varepsilon_0},m_0\text{为原子质量}$$

以 Fe 为例，$\rho_{Fe}=7.86g/cm^3$，m_{Fe}=9.3×10^{-26}

$$\Rightarrow E\sim10^{10}V/\mathrm{m}$$

2-17(PB13203083 余阳阳)

解：

可设球壳 A 带电量 Q，C 带电量-Q，按电容的定义知：

$$C=\frac{Q}{\varphi_A-\varphi_C}=\frac{Q}{(\varphi_A-\varphi_B)+(\varphi_B-\varphi_C)}=\frac{Q}{\int_a^b\frac{Qdr}{4\pi\varepsilon_0r^2}+\int_b^d\frac{Q'dr}{4\pi\varepsilon_0r^2}}$$

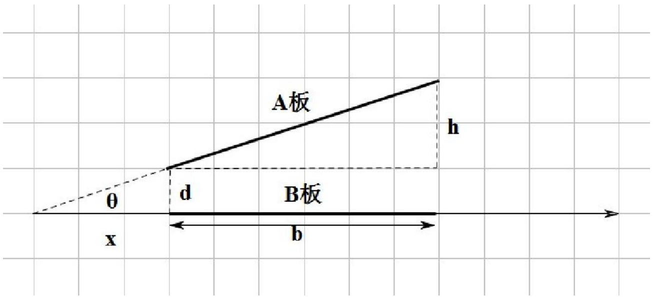
$$C=\frac{1}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{a}-\frac{1}{b})+\frac{Q'}{Q}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{b}-\frac{1}{d})}$$

因为金属球离地很远，所以

$$-\frac{Q'}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{b}-\frac{1}{d})=\frac{-Q+Q'}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{d}\Rightarrow Q'=\frac{b}{d}Q$$

$$C=\frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}+\frac{b}{d}(\frac{1}{b}-\frac{1}{d})}$$

2-18(PB13209028 熊江浩)



延长两板至相交，以交线为轴建立柱坐标，由于对称性，电势和 z 和 r 都无关，因此拉普拉斯方程简化为$\nabla^2\varphi = \frac{1}{r^2}\frac{d^2\varphi}{d\theta^2} = 0$，解得$\varphi = c_1 + c_2\theta$，对于 B 板，$\theta = 0$，令$\varphi = 0$，对于 A 板，即$\theta = \arctan\frac{h}{b}$时，令$\varphi = U$，由以上边界条件确定$c_1 = 0, c_2 = \frac{U}{\arctan\frac{h}{b}}$

再由$E = -\nabla\varphi$，此时在极坐标下$\nabla = \frac{\partial}{\partial r}e_r + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}e_\theta$,因此得到$E = \frac{c_2}{r}e_\theta$,再由高斯定理，取密切包围 b 板的极小高斯面，其底面面积为$a\cdot dr$ 得到

$$E\cdot dS = \frac{dq}{\varepsilon_0}, dq = \frac{\varepsilon_0 abc_2}{r}$$

，对dq从 x 积分到 x+b，由图中几何关系，有$\frac{x}{d} = \frac{x+b}{d+h}$，解出$x = \frac{bd}{h}$，因此

$$Q = \int_{\frac{bd}{h}}^{b+\frac{bd}{h}} \frac{U\varepsilon_0 a}{\arctan\frac{h}{b}}\frac{dr}{r} = \frac{U\varepsilon_0 a}{\arctan\frac{h}{b}}\ln\left(\frac{h+d}{d}\right)$$

最后由$C = \frac{Q}{U}$，得到:

$$C = \frac{\varepsilon_0 a}{\arctan\frac{h}{b}}\ln\left(\frac{h+d}{d}\right)$$

由于$h \ll d$,可以将$\arctan\frac{h}{b}$近似为$\frac{h}{b}$，因此得到

$$C \approx \frac{\varepsilon_0 ab}{h}\ln\left(\frac{h+d}{d}\right)$$

2-19(PB13203072 马超)
解：

设 C 板两表面电荷密度为σ_1,σ_2

$$\left.\begin{array}{l}(\sigma_1+\sigma_2)=q\\ \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}\cdot\frac{d}{2}-\frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}\cdot\frac{d}{2}=U\end{array}\right\}\Rightarrow \sigma_1=\frac{\varepsilon_0 U}{d}+\frac{q}{2s}$$

$$\Rightarrow U_c = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}\cdot\frac{d}{2} = \left(\frac{U}{d}+\frac{q}{2\varepsilon_0 s}\right)\cdot\frac{d}{2} = \frac{U}{2}+\frac{qd}{4\varepsilon_0 s}$$

2-20 假设 C_4 电容器上极板带正电，5 个电容器带电量分别为 q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, 则得

$$q_1/c_1+q_2/c_2=\mathscr{E}$$

$$q_4/c_4+q_5/c_5=\mathscr{E}$$

$$q_1/c_1+q_3/c_3+q_5/c_5=\mathscr{E}$$

$$q_1=q_2+q_3$$

$$q_5=q_4+q_2$$

代入数据可接得电荷值,从而可得电压值

$$U_1=150V, U_2=450V, U_3=-75V, U_4=375V, U_5=225V$$

2-21(PB13203072 马超)

解：

(1)设电极带电量 q

当 $R_1 < r < R_2$ 时

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}, U_0=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})$$

$$q=\frac{4\pi\varepsilon_0 U_0 R_1 R_2}{R_2-R_1}$$

$$E_{(R1)}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_1^2}\frac{4\pi\varepsilon_0 U_0 R_1 R_2}{R_2-R_1}=\frac{U_0 R_2}{R_1(R_2-R_1)}=\frac{U_0}{R_1-\frac{R_1^2}{R_2}}$$

当$R_2 \to +\infty$，$E_{(R1)\min}=\frac{U_0}{R_1}$

(2)

$$E_{(R1)}=4\frac{U_0}{R_1}=\frac{U_0}{R_1-\frac{R_1^2}{R_2}}$$

$$\frac{R_1}{4}=R_1-\frac{R_1^2}{R_2} \Rightarrow R_1=\frac{3}{4}R_2$$

2-22(PB13203072 马超)

解：

$$Q_0=C_1U=100\times10^{-12}\times100=10^{-8}C$$

设电容器带电量分别为q_1, q_2

$$\frac{q_1}{C_1}=\frac{q_2}{C_2}=U'=30V$$

$$q_1+q_2=Q_0$$

$$q_2=7\times10^{-9}C$$

$$\frac{C_2}{C_1}=\frac{7}{3}\Rightarrow C_2=\frac{700}{3}pF=233pF$$

$$E_0=\frac{1}{2}C_1U^2=\frac{1}{2}\times100\times10^{-12}\times100^2=5\times10^{-7}J$$

$$E_1=\frac{1}{2}C_1U'^2,E_2=\frac{1}{2}C_2U'^2$$

$$E_1+E_2=\frac{1}{2}(C_1+C_2)U'^2=\frac{1}{2}\times\frac{10}{3}\times100\times10^{-12}\times900=1.5\times10^{-7}J$$

$$\Delta E=E_0-(E_1+E_2)=3.5\times10^{-7}J$$

因为电容器 1 向电容器 2 充电是顺时的，会 辐射电磁波放射能量。

2-23(PB13203072 马超)
解：

(1)设三个电容器上带电量分别为q_1,q_2,q_3

$$\begin{cases} q_1=q_2+q_3 \\ \dfrac{q_2}{C_2}=\dfrac{q_3}{C_3} \\ \dfrac{q_1}{C_1}+\dfrac{q_2}{C_2}=U \end{cases}\Rightarrow q_2=\frac{3}{4}q_3,q_1=\frac{7}{3}q_2$$

$$\Rightarrow q_2=2.7\times10^{-4}C,q_1=6.3\times10^{-4}C,q_3=3.6\times10^{-4}C$$

$$U_1=210V,U_2=U_3=90V$$

(2)

$$W=\frac{1}{2}C_1U_1^2+\frac{1}{2}C_2U_2^2+\frac{1}{2}C_3U_3^2$$

$$=\frac{1}{2}\times3\times10^{-6}\times210^2+\frac{1}{2}\times3\times10^{-6}\times90^2+\frac{1}{2}\times4\times10^{-6}\times90^2$$

$$=0.0945J$$

2-24(PB13203076 贺鑫)
解：
设 B 极带点为 Q 时，A 极下板带电为 Q_A，则 C 板上极面带电为 Q_c=-(Q+Q_A),

$E_{AB}=\dfrac{Q_A}{\varepsilon_0 S},E_{BC}=\dfrac{Q+Q_A}{\varepsilon_0 S}$,方向均向下

又$\mathrm{U_{AC}}=E_{AB}d_1+E_{BC}d_2=0\Rightarrow\dfrac{Q_A}{\varepsilon_0 S}d_1+\dfrac{Q+Q_A}{\varepsilon_0 S}d_2=0$

即$Q_A=-\dfrac{d_2}{d_1+d_2}Q$

带入得：$E_{AB}=-\dfrac{d_2 Q}{\varepsilon_0 S(d_1+d_2)}$, $\quad E_{BC}=\dfrac{d_1 Q}{\varepsilon_0 S(d_1+d_2)}$,方向向下为正

(1)

作匀速运动 有 $\mathrm{F=G-E_{AB}}q=0$

即$\dfrac{d_2 Qq}{\varepsilon_0 s(\mathrm{d_1+d_2})}=mg$

又$Q=(\mathrm{n}-1)q\Rightarrow\dfrac{d_2 q^2}{\varepsilon_0 s(\mathrm{d_1+d_2})}(\mathrm{n}-1)=mg$

$n=\dfrac{\varepsilon_0 s(\mathrm{d_1+d_2})mg}{\varepsilon_0 s(\mathrm{d_1+d_2})d_2 q^2}+1$

(2)

求解自由落体运动方程知液滴至D处速度$\mathrm{V_D}=\sqrt{2\mathrm{gh}}$

而$\mathrm{F}=ma=-\mathrm{mg}+\mathrm{E_{AB}}q$

$a=\dfrac{(\mathrm{n}-1)d_2 q^2}{\varepsilon_0 s(\mathrm{d_1+d_2})\mathrm{m}}-g$

$x=\dfrac{{V_D}^2}{2a}$,又$x\le\mathrm{d_1}\Rightarrow\dfrac{mgh\varepsilon_0 s(\mathrm{d_1+d_2})}{(\mathrm{n}-1)\mathrm{d_2 q^2}-\varepsilon_0 s(\mathrm{d_1+d_2})mg}\le\mathrm{d_1}$

$n\ge[\dfrac{mg\varepsilon_0 s(\mathrm{d_1+d_2})(\mathrm{h+d_1})}{d_1 d_2 q^2}]+2$

由于在板上方观察到的必为$\mathrm{n}=[\dfrac{mg\varepsilon_0 s(\mathrm{d_1+d_2})(\mathrm{h+d_1})}{d_1 d_2 q^2}]+2$,此时$\mathrm{H}=\dfrac{V^2}{2a}$

2-25(PB13203072 马超)

解：

设导体板距左端 x 时导体板左面面电荷σ_1，右面σ_2

$(\sigma_1+\sigma_2)S=Q$

$\dfrac{\sigma_1}{\varepsilon_0}x+\dfrac{\sigma_2}{\varepsilon_0}(5L-\mathrm{x})=U$

$$\sigma_1=\frac{1}{5L}[\frac{Q}{5}(5L-\mathrm{x})+\varepsilon_0U],\sigma_2=\frac{1}{5L}(\frac{Qx}{5}-\varepsilon_0U)$$

$$F_1=\frac{1}{2\varepsilon_0}\sigma_1{}^2S=\frac{S}{2\varepsilon_0}\frac{1}{25L^2}[\frac{Q}{5}(5L-\mathrm{x})+\varepsilon_0U]^2,F_2=\frac{1}{2\varepsilon_0}\sigma_2{}^2S=\frac{S}{2\varepsilon_0}\frac{1}{25L^2}(\frac{Qx}{5}-\varepsilon_0U)^2$$

$$F=F_1-F_2=\frac{Q}{10\varepsilon_0L}[\frac{Q}{5}(5L-2\mathrm{x})+2\varepsilon_0U]$$

$$\mathrm{d}W=Fdx$$

$$W=\int_L^{3L}Fdx=\frac{Q^2}{10\varepsilon_0LS}\int_L^{3L}(5L-2x)dx+\frac{2}{5}QU$$

可以看出第二项即为对电源做功

$$W=\frac{Q^2}{10\varepsilon_0LS}2L^2+\frac{2}{5}QU=\frac{Q^2L}{5\varepsilon_0S}+\frac{2}{5}QU$$

$$Q=\frac{\varepsilon_0S}{6L}U\Rightarrow W=\frac{1}{30}QU+\frac{2}{5}QU=\frac{13}{30}QU$$

2-26 (PB13203079 方程一绝)
解：

设半径变化后的电势为 U_1，半径 R_1，根据公式 $U=\frac{1}{4\varepsilon\pi}\frac{Q}{R}$

联立 $U=\frac{1}{4\varepsilon\pi}\frac{Q}{R}$ ； $U_1=\frac{1}{4\varepsilon\pi}\frac{Q}{R_1}$

可以解得$U_1=\frac{UR}{R_1}$ 而静电能$\mathrm{W}=\frac{1}{2}\ qU=2\varepsilon\pi RU^2$,所以

$$\mathrm{W1}-\mathrm{W2}=2\varepsilon\pi\left(R_1U_1{}^2-RU^2\right)=2\varepsilon\pi RU^2\left(\frac{R}{R_1}-1\right)$$

代入数据得 W1-W= $5\times10^{-8}J$

2-27 (王晨 PB13203127)
解：

$$E_1=\frac{D}{\varepsilon_1},E_2=\frac{D}{\varepsilon_2},\varepsilon_1>\varepsilon_2$$

则有:$(\sigma_{\mathrm{e}_+}-\sigma_{\mathrm{e}_-})\cdot S=\frac{1}{\varepsilon_0}(E_1-E_2)\cdot S$

则： $\sigma_{\mathrm{e}_+}-\sigma_{\mathrm{e}_-}=\frac{D}{\varepsilon_0}(\frac{1}{\varepsilon_2}-\frac{1}{\varepsilon_1})$

则： $\sigma_{\mathrm{e}_+}-\sigma_{\mathrm{e}_-}=\frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2}(\varepsilon_1\text{-}\varepsilon_2)\propto(\varepsilon_1\text{-}\varepsilon_2)$

2-28(PB13203072 马超)
解：
(1)
设球内壳带电量 q

$$E_{(\mathrm{r})}4\pi r^2=\frac{q+\rho\frac{4}{3}\pi R_1^3}{\varepsilon_0}\Rightarrow E_{(\mathrm{r})}=\frac{q+\rho\frac{4}{3}\pi R_1^3}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$R_1<r<R_2\text{时，}E_{(\mathrm{r})}=0,\Rightarrow q=-\frac{4}{3}\pi R_1^3\rho$$

$$0<r\le R_1\text{时},E_{(\mathrm{r})}4\pi r^2=\frac{\rho\frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0}\Rightarrow E_{(\mathrm{r})}\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$$

$$\omega_e=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E_{(\mathrm{r})}{}^2=\frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{\rho^2 r^2}{9\varepsilon_0{}^2}=\frac{\rho^2 r^2}{18\varepsilon_0}$$

$$W=\int_0^{R_1}\frac{\rho^2 r^2}{18\varepsilon_0}4\pi r^2 dr=\frac{2\pi\rho^2}{45\varepsilon_0}R_1^5$$

(2)
距球心 r 处带点薄层对求新的贡献

$$dU=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\rho 4\pi r^2 dr}{r}=\frac{\rho r}{\varepsilon_0}dr$$

$$U_1=\int_0^{R_1}\frac{\rho}{\varepsilon_0}rdr=\frac{\rho}{2\varepsilon_0}R_1^2$$

$$U_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R_1}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_1}(-\frac{4}{3}\pi R_1^3\rho)=-\frac{\rho}{3\varepsilon_0}R_1^2$$

$$U_0=U_1+U_1=\frac{\rho R_1^2}{6\varepsilon_0}$$

2-29 (PB13203092 李晗)
解：

$$C_1=\frac{\varepsilon_0 S}{d_1}\text{，}C_2=\frac{\varepsilon_0 S}{d_2}$$

$$\text{两电容串联:}C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}=\frac{\varepsilon_0 S}{a-b}$$

$$\text{总能量为}W=\frac{1}{2}CU^2=\frac{\varepsilon_0 SU^2}{2(\mathrm{a}-\mathrm{b})}$$

2-30 (张加晋 PB13203136)

解：

设导体 1 原电压 u_1,电量 Q_1，后电压 u_a,电量 Q_1-q

设导体 2 原电压 u_2,电量 Q_2，后电压 u_b,电量 Q_2+q

由 Green 倒易：（相隔很运，可视为平衡前后均孤立）

$$Q_1 U_a = (\mathrm{Q}_1 - q)\,\mathrm{U}_1 \quad (1)$$

$$Q_2 U_b = (\mathrm{Q}_2 - q)\,\mathrm{U}_2 \quad (2)$$

$$\text{电容器：}\ (U_a - U_b)\,\mathrm{C} = q \ (3)$$

联立（1）~（3） 得

$$q = \frac{c(u_1 - u_2)}{\frac{cu_1}{Q_1} + \frac{cu_2}{Q_2} + 1}$$

$$\therefore \Delta u = \frac{q}{c} = \frac{u_1 - u_2}{\frac{cu_1}{Q_1} + \frac{cu_2}{Q_2} + 1}$$

2-31(PB13203072 马超)

解：

(1)

考虑中间球壳和大地之间的电容

C_1 为中间球壳与内球壳之间的电容

C_2 为中间球壳与外球壳之间的电容

C_3 为外球壳与大地之间的电容

$$C_1 = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ba}{b-a}, C_2 = 4\pi\varepsilon_0 \frac{db}{d-b}, C_1 = 4\pi\varepsilon_0 d$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 (\frac{ba}{b-a} + \frac{db}{d-b})} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 d}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}[\frac{1}{(\frac{ba}{b-a} + \frac{db}{d-b})} + \frac{1}{d}]$$

$$\Rightarrow C = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\left[\frac{(\mathrm{b-a})(\mathrm{d-b})}{b^2(\mathrm{d-a})} + \frac{1}{d}\right]}$$

(2) 设内表面 q_1,外表面 q_2,半径为 a 外表面 $-q_1$，半径为 d 内表面 $-q_2$，外表面 $q_1 + q_2$ 即为 Q.

$$U_{内}=\frac{kQ}{d}-\frac{kq_2}{d}+\frac{kQ}{b}-\frac{kq_1}{a}=U_{外}$$

$$U_{外}=\frac{kQ}{d}-\frac{kq_2}{d}+\frac{kQ}{d}-\frac{kq_1}{d}=\frac{kQ}{d}$$

$$\frac{Q}{b}=\frac{q_1}{a}+\frac{q_2}{d}=\frac{q_1}{a}+\frac{Q-q_1}{d}$$

$$Q(\frac{1}{b}-\frac{1}{d})=q_1(\frac{1}{a}-\frac{1}{d})$$

$$\Rightarrow\begin{cases} q_1=\dfrac{ad-ab}{bd-ab}Q,\text{内表面带电量} \\ q_2=\dfrac{bd-ad}{bd-ab}Q,\text{外表面带电量} \end{cases}$$

2-32(PB13000612 魏志远)
解：
极化强度为

$$\vec{P}=\lim_{V\to 0}\frac{\sum_V \vec{p}}{V}=n\vec{p}$$

水密度为 $\rho=1000kg\cdot m^{-3}$,水分子质量 $m=\frac{M_{H_2O}}{N_A}=2.99\times 10^{-26}kg$

$$n=\rho/m=3.35\times 10^{28}$$

有

$$P=2.04\times 10^{-2}C\cdot m^{-2}$$

(2)由球形电介质极化机制知，在与极化强度矢量夹角 θ 处，有

$$\sigma_\theta=\vec{P}\cdot\vec{n}=P\cos\theta$$

分别取球面上与极化强度矢量夹角为 θ 与 $\pi-\theta$ 处的圆环，可构成一对点偶极子，其偶极矩为

$$d\vec{p}=(\sigma_\theta-\sigma_{\pi-\theta})\cdot 2\pi R\sin\theta\cdot 2R\cos\theta d\theta\cdot\widehat{e_P}$$

故半径 R 水滴其电偶极矩为

$$\vec{p}=\int d\vec{p}=8\pi R^2\vec{P}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\theta\cos^2\theta\, d\theta$$
$$=\frac{8}{3}\pi R^2\vec{P}$$

代入数据得，$\vec{p}=4.27\times 10^{-8}C\cdot m$

距水 10cm 处电场可看做电偶极子在远处产生的电场，有

$$\vec{E}=\frac{\vec{P}}{2\pi\varepsilon_0 r^3}=7.68\times10^5 V\cdot m$$

2-33 (王晨 PB13203127)

解：

$$D\cdot S=S\cdot\sigma,\text{则}D=\sigma$$

$$E_1=\frac{D}{\varepsilon_1}=\frac{\sigma}{\varepsilon_1},E_2=\frac{D}{\varepsilon_2}=\frac{\sigma}{\varepsilon_2}$$

$$D=\varepsilon_0 E+P,\text{则}$$

$$P_1=D-\frac{D}{\varepsilon_{r_1}}=\frac{\varepsilon_{r_1}-1}{\varepsilon_{r_1}}D=\frac{1}{2}\sigma$$

$$P_2=\frac{2}{3}\sigma$$

$$\text{当}0<l<1cm,\ U(l)=\frac{\sigma}{\varepsilon_1}\cdot l$$

$$\text{当}1<l<3cm,U(l)=\frac{\sigma}{\varepsilon_1}\cdot l_1+\frac{\sigma}{\varepsilon_2}(l-l_1)$$

$$\text{由于}E_1\cdot S=\frac{1}{\varepsilon_0}(\sigma\cdot S+\sigma'\cdot S)$$

$$\text{则}\frac{\sigma}{\varepsilon_1}=\frac{1}{\varepsilon_0}(\sigma+\sigma')$$

$$\sigma_1'=\frac{\sigma}{\varepsilon_{r1}}-\sigma=\frac{1-\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r1}}\sigma=-\frac{1}{2}\sigma$$

$$\sigma_2'=\frac{2}{3}\sigma$$

$$\frac{1}{\varepsilon_0}\sigma'\mathrm{S}=(\mathrm{E}_2-\mathrm{E}_1)\mathrm{S}\Rightarrow\sigma'=\frac{D}{\varepsilon_{r2}}-\frac{D}{\varepsilon_{r1}}=-\frac{1}{6}\sigma$$

2-34(PB13000612 魏志远)

解：（1）设电容器内导体带电荷为 Q。由高斯定理，距球心 r 处电位移矢量为

$$D_{(r)}=\frac{Q}{4\pi r^2}\qquad (R_1<r<R_2)$$

则有

$$E=\begin{cases}\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_r r^2}, R_1<r<a\\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_2 r^2}, a<r<R_2\end{cases}$$

从球内到球外电势降为

$$U=\int_{R_1}^{a}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_1 r^2}dr+\int_{a}^{R_2}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_2 r^2}dr$$
$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_1}(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{a})+\frac{Q}{4\pi\varepsilon_2}(\frac{1}{a}-\frac{1}{R_2})$$

故电容为

$$C=\frac{Q}{U}=\frac{4\pi\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_2(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{a})+\varepsilon_1(\frac{1}{a}-\frac{1}{R_2})}$$

(2)内球带电量为-Q 时，有

$$D_{(r)}=\frac{-Q}{4\pi r^2},(R_1<r<R_2)$$

负号表示 D 方向指向球心。
则

$$P=\begin{cases}\dfrac{\varepsilon_0-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}\cdot\dfrac{Q}{4\pi r^2}, R_1<r<a\\ \dfrac{\varepsilon_0-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\cdot\dfrac{Q}{4\pi r^2}, a<r<R_2\end{cases}$$

（P>0 时表示 P 方向沿径向向外）
故

$$\sigma_{R_1}=P_{(r=R_1)}\cdot\hat{n}=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\cdot\frac{Q}{4\pi {R_1}^2}$$
$$\sigma_a=(P_{2n}-P_{1n})_{(r=a)}\cdot\hat{n}=\frac{\varepsilon_0(\varepsilon_2-\varepsilon_1)}{\varepsilon_1\varepsilon_2}\cdot\frac{Q}{4\pi a^2}$$
$$\sigma_{R_2}=-P_2\cdot\hat{n}=\frac{\varepsilon_0-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\cdot\frac{Q}{4\pi {R_2}^2}$$

2-35 (张加晋 PB13203136)
解:
(1)
因为电场线平行于分界面，
所以各处电场匀强，记为 E

$$E\varepsilon_1 \cdot (2\pi r^2) + E\varepsilon_2 \cdot (2\pi r^2) = Q$$
$$\Rightarrow E = \frac{Q}{2\pi r^2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}$$
$$(2) u = \int_a^b E dr$$
$$= \frac{Q}{2\pi(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$
$$= \frac{Q(b-a)}{2\pi ab(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}$$
$$C = \frac{Q}{u} = \frac{2\pi ab(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{(b-a)}$$

2-36 (张加晋 PB13203136)
解：

电场成平行分界面，$\because$ 各处电场匀强。虽然导体球内场强为 O
在球外取一半径为 r(r>R)的 Guass 面,有:

$$E\varepsilon_1(2\pi r^2) + E\varepsilon_2(2\pi r^2) = q$$
$$(1) \Rightarrow E = \frac{q}{2\pi r^2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}$$
$$(2) \sigma_1 = E\varepsilon_1 = \frac{q}{2\pi r^2} \frac{\varepsilon_1}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}$$
$$\therefore \sigma_1 = \frac{q\varepsilon_1}{2\pi r^2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}$$

同理，$\sigma_2 = \dfrac{q\varepsilon_2}{2\pi r^2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}$

2-37(PB13000699 刘其瀚)
解：

在$r(\mathrm{R} < \mathrm{r} < 2\mathrm{R})$处做球形高斯面，则$\oiint D ds = \rho * \frac{4}{3}\pi(\mathrm{r}^3 - \mathrm{R}^3)$

且$\rho = \dfrac{q_0}{\frac{4}{3}\pi(8R^3 - \mathrm{R}^3)}$,综上

$$D = \varepsilon_r \varepsilon_0 E = \frac{q_0(\mathrm{r}^3 - \mathrm{R}^3)}{28\pi R^3 r^2}$$

则$U = \int E dl = \dfrac{q_0}{28\pi R^3 \varepsilon_r \varepsilon_0} \displaystyle\int_R^{2R} \frac{(\mathrm{r}^3 - \mathrm{R}^3)}{r^2} dr = \dfrac{q_0}{28\pi \varepsilon_r \varepsilon_0 R}$

2-38(PB13203072 马超)
解：

$$C_{AB}=\frac{\varepsilon S}{d_1},Q_A=\frac{\varepsilon S}{d_1}\cdot U$$

C 板接入后，A 板上面电荷密度σ_1，下面电荷密度σ_2，则有：

$$\frac{\sigma_2}{\varepsilon}d_1-\frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}d_2=U_0$$

$$(\sigma_1+\sigma_2)S=\frac{\varepsilon SU}{d_1},(\sigma_1+\sigma_2)=\frac{\varepsilon U}{d_1}$$

$$\Rightarrow\frac{\sigma_1}{\varepsilon}d_1+\frac{\sigma_2}{\varepsilon}d_1=U$$

$$\Rightarrow(\frac{d_1}{\varepsilon}+\frac{d_2}{\varepsilon_0})\sigma_1=U-U_0$$

$$\sigma_1=\frac{U-U_0}{(\frac{d_1}{\varepsilon}+\frac{d_2}{\varepsilon_0})}$$

$$E_p=\frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}=\frac{U-U_0}{\varepsilon_0(\frac{d_1}{\varepsilon}+\frac{d_2}{\varepsilon_0})},E_p>0\text{表示方向向上}$$

2-39 (王晨 PB13203127)
解：

$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2},U=\int_{r_1}^{r_2}E\cdot dr=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1})$$

$$\mathrm{C}=\frac{Q}{U}=4\pi\varepsilon_0\frac{r_1r_2}{r_1-r_2}$$

$$\text{由于}E_{\max}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2{}^2},U=\int_{r_1}^{r_2}E\cdot dr=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1})$$

$$U=\frac{Q}{C}=\frac{4\pi\varepsilon_0 r_2{}^2E_{\max}}{4\pi\varepsilon_0\frac{r_1r_2}{r_1-r_2}}=(r_2-\frac{r_2{}^2}{r_1})E_{\max}$$

$$\text{当}r_2=\frac{1}{2}r_1\text{时，则有}U_{\max}=\frac{1}{4}r_1E_{\max}=2.5\times10^5V$$

2-40(张加晋 PB13203136)

解：两介质层的击穿场强分别在

$$r=a, E_{10}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_1 a}$$

$$r=b, E_{20}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_2 b}$$

依据 $E_{10}=E_{20}\Rightarrow b=\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}a=2a$

圆柱与网间电势差

$$u=\int_a^b E_1 dr+\int_a^b E_2 dr$$

$$=\frac{\lambda}{2\pi}\left(\frac{1}{\varepsilon_1}\ln\frac{b}{a}+\frac{1}{\varepsilon_2}\ln\frac{c}{b}\right)$$

$\Longrightarrow$ 交界面上

$$D_b=\frac{\lambda}{2\pi}=\frac{u}{b\left(\frac{1}{\varepsilon_1}\ln 2+\frac{1}{\varepsilon_2}\ln\frac{c}{b}\right)}$$

出现极值，即

$$\frac{\partial D_b}{\partial b}=0$$

$$\Rightarrow\frac{1}{\varepsilon_1}\ln 2+\frac{1}{\varepsilon_2}\ln\frac{c}{b}-\frac{1}{\varepsilon_2}=0$$

$$\Rightarrow c=\sqrt{2}ea$$

2-41 (张加晋 PB13203136)

解：球外场强 $E_1=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

球内场强

$$E_2=k\frac{\frac{3}{4}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi a^3}q\frac{1}{r^2}$$

$$=\frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 a^3}$$

球表面电势

$$u_0=\int_0^\infty E_1dr=\frac{q}{4\pi a}$$

∴ 球内任一点到球心为 x 处电势

$$u(x)=u_0+\int_x^a E_2dr$$

$$=\frac{3q}{8\pi\varepsilon_0 a}-\frac{qx^2}{8\pi\varepsilon_0 a^3}$$

∴ 球体能量

$$w=\frac{1}{2}\int_0^a 4\pi x^2u(x)\frac{q}{\frac{4}{3}\pi a^3}dx$$

$$=\int_0^a\frac{9q^2x^2}{16\pi\varepsilon_0 a^4}dr-\int_0^a\frac{3q^2x^4}{16\pi\varepsilon_0 a^6}dr$$

$$=\frac{3q^2}{20\pi\varepsilon_0 a}$$

2-42 (王晨 PB13203127)

解：

$$D4\pi r^2=Q\Rightarrow D=\frac{Q}{4\pi r^2}$$

当$r>b$时，$E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2},\varphi_{(\mathrm{r})}=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

当$a<r<b$时, $E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon r^2},\varphi_{(\mathrm{r})}=\displaystyle\int_r^b\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}dr+\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon}(\frac{1}{r}-\frac{1}{b})+\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b}$

当$r<a$时, $\varphi_{(\mathrm{r})}=\displaystyle\int_r^b\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}dr+\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon}(\frac{1}{a}-\frac{1}{b})+\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b}$

2-43(PB13203072 马超)

解：

将圆筒带点视作无限长带电直导线，带电直导线在空间的周期性排布会使上方的电场也呈周期性变化，而这种强度的起伏将随着距离栅极越远而越小，以至于在某一距离可认为呈现均匀的场强，这种空间均匀随时间变化的场将有一个平均值，使带电体平衡在空中。

2-44(黄奕聪 PB13000327)
解：
最后 3 个球相距无穷远，这 3 个球构成的系统能量守恒，所以球增加的动能等于系统释放的静电能 $W_E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{2q^2}{r}+\frac{2q^2}{2r}+\frac{q^2}{r})=\frac{q^2}{\pi\varepsilon_0 r}$

球最后的动能之和等于释放出的静电能

$$E_{k1}+E_{k2}+E_{k3}=\frac{q^2}{\pi\varepsilon_0 r}$$

取向左为正方向，$v_1+2v_2+5v_3=0$

计算可得刚释放时，1、3 相对 2 的加速度大小相同，方向相反。所以如果以 2 为参考系，1、3 最后相对 2 的速度大小相等。$v_1-v_2=v_2-v_3$

所以 $v_1=3v_2$ ，$v_2=-v_3$

$$v_1=3q\sqrt{\frac{1}{8\pi\varepsilon_0 rm}} \qquad v_2=\sqrt{\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 rm}} \qquad v_3=-\sqrt{\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 rm}}$$

2-45(PB13203058 林霆)
解：
(1) 系统的静电势能为：

$$W=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}(\frac{2}{\sqrt{3}}-\frac{5}{2})=\frac{3Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}(\frac{2}{\sqrt{3}}-\frac{5}{2})$$

(2) 剩下四个系统电势能为：

$$W'=[\frac{-QQ}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{(-Q)^2}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{3}a}+\frac{-QQ}{4\pi\varepsilon_0 2a}]+[\frac{-Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{3}a}]+\frac{-QQ}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

$$=\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}(\frac{2}{\sqrt{3}}-\frac{7}{2})$$

无穷远处一对电荷的电势为：

$$W''=\frac{-Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

做功为：

$$A=W'+W''-\mathrm{W}=\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}(3-\frac{4\sqrt{3}}{3})$$

2-46(PB13000699 刘其瀚)

解：

对含电量Q，半径为R的均匀带电体：

$$W_e=\frac{1}{2}\iiint\rho U dV=\frac{\rho}{2}\iiint\frac{\rho_e}{3\varepsilon_0}(\frac{3}{2}\mathrm{a}^2-\frac{1}{2}\mathrm{r}^2)\,\mathrm{dV}$$

$$=\frac{4\pi\rho_e^2}{15}R^5=\frac{3}{5}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

分开之后．$Q'=\frac{Q_0}{2},R'=\frac{R}{\sqrt[3]{2}}$,则

$$W_e^{'}=\iiint\rho U dV=\frac{3}{5}\frac{\sqrt[3]{2}(\frac{Q}{2})^2}{2\pi\varepsilon_0 R}=\frac{\sqrt[3]{2}}{4}W_e$$

2-47(PB13203072 马超)

解：

(1)

初始能量$W=\frac{1}{2}CV^2$,电子隧穿后能量$W'=\frac{(CV+e)^2}{2C}$

$$W'>W$$

$\frac{(CV+e)^2}{2C}>\frac{C^2V^2}{2C}$，即$C^2V^2+2CVe+e^2>C^2V^2$

$V>0$时上式成立，$V>-\frac{e}{2C}$

$$W''=\frac{(CV-e)^2}{2C}$$

$$W''>W$$

$\frac{(CV+e)^2}{2C}>\frac{C^2V^2}{2C}$，即$C^2V^2-2CVe+e^2>C^2V^2$

$$V<\frac{e}{2C}$$

所以发生库伦阻塞时，$-\frac{e}{2C}<V<\frac{e}{2C}$

(2)

$$V=\frac{e}{2C},C=\frac{e}{2V}=8\times10^{-6}F$$

(3)

设Cs上电荷q_1，C_D上电荷q_2，