第 9 章 线性动态电路暂态过程的复频域分析

9.1 根据定义求 $f(t)=t\varepsilon(t)$ 和 $f(t)=t\mathrm{e}^{-at}\varepsilon(t)$ 的象函数。

解：(1) $F(s)=\int_{0_-}^{\infty}t\varepsilon(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t=-\frac{t}{s}\mathrm{e}^{-st}\Big|_{0_-}^{\infty}+\frac{1}{s}\int_{0_-}^{\infty}\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t=-\frac{1}{s^2}\mathrm{e}^{-st}\Big|_{0_-}^{\infty}=\frac{1}{s^2}$

(2)
$$F(s)=\int_{0_-}^{\infty}t\mathrm{e}^{-\alpha t}\varepsilon(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t=-\frac{t}{s+\alpha}\mathrm{e}^{-st}\Big|_{0_-}^{\infty}+\frac{1}{s+\alpha}\int_{0_-}^{\infty}\mathrm{e}^{-(s+\alpha)t}\mathrm{d}t$$
$$=-\frac{1}{(s+\alpha)^2}\mathrm{e}^{-(s+\alpha)t}\Big|_{0_-}^{\infty}=\frac{1}{(s+\alpha)^2}$$

9.2 求下列函数的原函数。

(a) $F(s)=\frac{2s+1}{s^2+5s+6}$，　(b) $F(s)=\frac{s^3+5s^2+9s+7}{(s+1)(s+2)}$，　(c) $F(s)=\frac{3}{s^2+2s+6}$。

解：(a)　$F(s)=\frac{2s+1}{s^2+5s+6}=\frac{A_1}{s+2}+\frac{A_2}{s+3}$

$A_1=\frac{2s+1}{s+3}\Big|_{s=-2}=-3$，　$A_1=\frac{2s+1}{s+3}\Big|_{s=-2}=-3$

所以　$f(t)=\mathbf{L}^{-1}\{\frac{-3}{s+2}+\frac{5}{s+3}\}=-3\mathrm{e}^{-2t}+5\mathrm{e}^{-3t}$

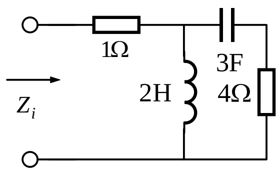
(b)　$F(s)=\frac{s^3+5s^2+9s+7}{(s+1)(s+2)}=s+2+\frac{s+3}{(s+1)(s+2)}=s+2+\frac{A_1}{s+1}+\frac{A_2}{s+2}$

$A_1=\frac{s+3}{s+2}\Big|_{s=-1}=2$　　$A_1=\frac{s+3}{s+1}\Big|_{s=-2}=-1$

所以　$f(t)=L^{-1}\{s+2+\frac{2}{s+1}+\frac{-1}{s+2}\}=\delta'(t)+2\delta(t)+2\mathrm{e}^{-t}-\mathrm{e}^{-2t}$

(c)　$F(s)=\frac{3}{s^2+2s+6}=\frac{(3/\sqrt{5})\times\sqrt{5}}{(s+1)^2+(\sqrt{5})^2}$，　查表得 $f(t)=\frac{3}{\sqrt{5}}\mathrm{e}^{-t}\sin(\sqrt{5}t)$

9.3 求图示电路的等效运算阻抗。

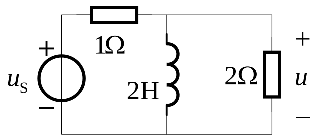


图题 9.3

解：由运算电路(略)求得端口等效运算阻抗为：

$$Z_{\mathrm{i}}(s)=1+\frac{2s[4+1/(3s)]}{2s+4+1/(3s)}=1+\frac{24s^2+2s}{6s^2+12s+1}，\quad Z_i(s)=\frac{30s^2+14s+1}{6s^2+12s+1}$$

9.4 图示电路，已知 $u_{\mathrm{S}}=\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)\,\mathrm{V}$，求零状态响应 u 。



图题 9.4

解：$$U_{\mathrm{S}}(s)=\boldsymbol{L}[\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)]=\frac{1}{s+2}$$

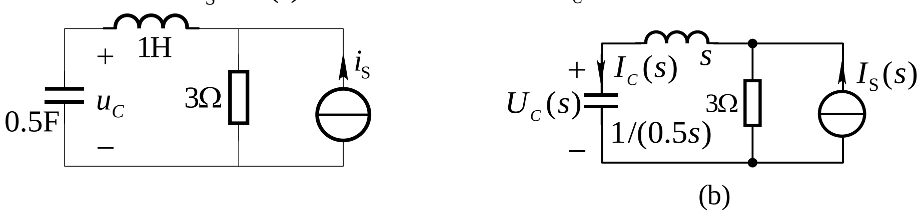
由运算电路 (略)并利用分压公式求得电容电压象函数为：

$$U(s)=\frac{\dfrac{2\times 2s}{2+2s}}{1+\dfrac{2\times 2s}{2+2s}}\times U_s(s)=\frac{(2/3)s}{(s+1/3)(s+2)}=\frac{A_1}{s+1/3}+\frac{A_2}{s+2}$$

式中　$A_1=\dfrac{(2/3)s}{s+2}\Big|_{s=-1/3}=-\dfrac{2}{15}\mathrm{Vs}$，　$A_2=\dfrac{(2/3)s}{s+1/3}\Big|_{s=-2}=0.8\mathrm{Vs}$

所以　$u(t)=[0.8\mathrm{e}^{-2t}-(2/15)\mathrm{e}^{-t/3}]\mathrm{V}$

9.5 图示电路，已知 $i_{\mathrm{S}}=\varepsilon(t)\mathrm{A}$，求零状态响应 u_C 。



图题 9.5

解：电容和电感的初始储能均为零，$I_{\mathrm{S}}(s)=1/s$，画出运算电路如图 (b) 所示。

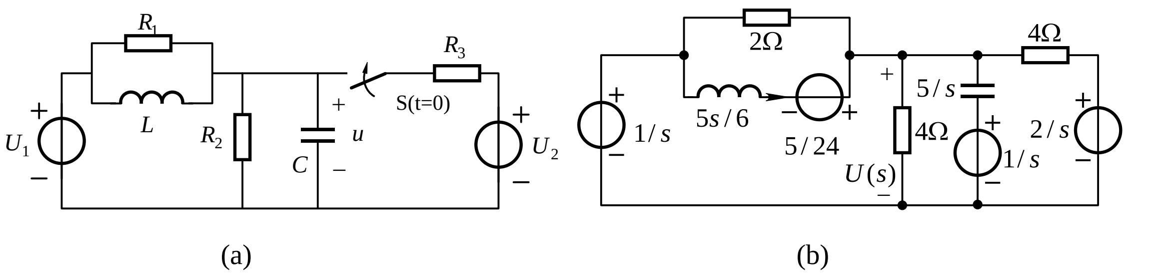
由分流公式求得　$$I_C(s)=\frac{3}{s+3+1/(0.5s)}\times I_{\mathrm{S}}(s)=\frac{3}{s^2+3s+2}$$

电容电压象函数为：$U_C(s)=I_C(s)\times\dfrac{1}{0.5s}=\dfrac{6}{s(s+1)(s+2)}=\dfrac{A_1}{s}+\dfrac{A_2}{s+1}+\dfrac{A_3}{s+2}$

式中 $A_1=\dfrac{6}{(s+1)(s+2)}\Big|_{s=0}=3\mathrm{Vs}$，　$A_2=\dfrac{6}{s(s+2)}\Big|_{s=-1}=-6\mathrm{Vs}$，　$A_3=\dfrac{6}{s(s+1)}\Big|_{s=-2}=3\mathrm{Vs}$

所以　　$u_C(t)=\boldsymbol{L}^{-1}\{U_C(s)\}=(3-6\mathrm{e}^{-t}+3\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)\,\mathrm{V}$

9.6 图示电路，开关接通前处于稳态。已知$U_1=1\mathrm{V}, U_2=2\mathrm{V}, R_1=2\Omega,\ R_2=R_3=4\Omega$，$L=(5/6)\mathrm{H}$，$C=0.2\mathrm{F}$。求开关接通后电容电压$u$。



图题 9.6

解：由图(a)得：$u(0_-)=U_1=1\mathrm{V}$，$i_L(0_-)=U_1/R_2=0.25\mathrm{A}$。运算电路如图 9.6(b)所示，列写节点电压方程如下：

$$(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+0.2s+\frac{1}{5s/6})U(s)-(\frac{1}{2}+\frac{1}{5s/6})\times\frac{1}{s}=\frac{2/s}{4}+\frac{1/s}{5/s}+\frac{5/24}{5s/6}$$

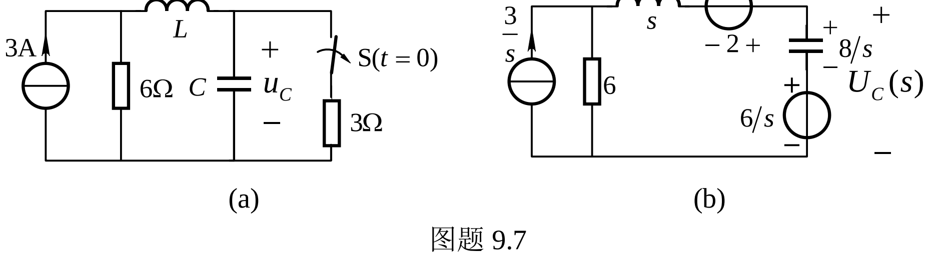
解得：
$$U(s)=\frac{s^2+6.25s+6}{s(s^2+5s+6)}=\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{s+2}+\frac{A_3}{s+3}$$

各待定系数为$A_1=\dfrac{s^2+6.25s+6}{(s+2)(s+3)}\Big|_{s=0}=1\mathrm{Vs}$，$A_2=\dfrac{s^2+6.25s+6}{s(s+3)}\Big|_{s=-2}=1.25\mathrm{Vs}$

$$A_3=\frac{s^2+6.25s+6}{s(s+2)}\Big|_{s=-3}=-1.25\mathrm{Vs}$$

所以　　$u(t)=\boldsymbol{L}^{-1}\{U(s)\}=(1+1.25\mathrm{e}^{-2t}-1.25\mathrm{e}^{-3t})\,\mathrm{V}$

9.7 图示电路原处于直流稳态，$t=0$时开关由闭合突然断开。$L=1\mathrm{H}$，$C=(1/8)\mathrm{F}$，试用拉普拉斯变换方法求$t>0$时的电压u_C。



图题 9.7

解：　稳态时 $i_L(0_-)=2\text{A}$；　　　　　$u_C(0_-)=6\text{V}$

运算电路如图 9.7(b)所示，由叠加定理，电流源作用时

$$u_C'(s)=\frac{6}{s}+\frac{3}{s}\times\frac{6}{6+s+\frac{8}{s}}\times\frac{8}{s};$$

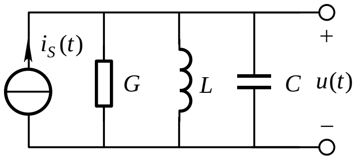
电压源作用时

$$u_C''(s)=\frac{2-\frac{6}{s}}{6+s+\frac{8}{s}}\times\frac{8}{s};$$

$$\therefore\ u_C(s)=u_C'(s)+u_C''(s)=\frac{6s^2+52s+144}{s(s+2)(s+4)}=\frac{18}{s}-\frac{16}{s+2}+\frac{4}{s+4}$$

$$\therefore\ u_C(t)=18-16\text{e}^{-2t}+4\text{e}^{-4t}\quad(t\ge 0)$$

9.8 图示电路在零状态下，外加电流源 $i_\text{S}(t)=\text{e}^{-3t}\varepsilon(t)\text{A}$，已知 $G=2\text{S}$，$L=1\text{H}$，$C=1\text{F}$。试求电压 $u(t)$。



图题 9.8

解：由运算电路(略)求得并联电路运算导纳

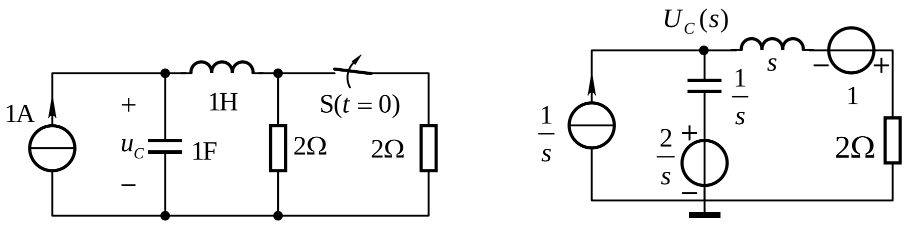
$$Y(s)=G+\frac{1}{sL}+sC=2+\frac{1}{s}+s=\frac{s^2+2s+1}{s}$$

电流源象函数 $I_\text{S}(s)=\mathbf{L}\{\text{e}^{-3t}\varepsilon(t)\}=\dfrac{1}{s+3}$

电压象函数 $U(s)=\dfrac{I_\text{S}(s)}{Y(s)}=\dfrac{s}{(s^2+2s+1)(s+3)}=\dfrac{-0.5\text{Vs}}{(s+1)^2}+\dfrac{0.75\text{Vs}}{s+1}+\dfrac{-0.75\text{Vs}}{s+3}$

反变换得　$u=\mathbf{L}^{-1}\{U(s)\}=[-0.5t\text{e}^{-t}+0.75(\text{e}^{-t}-\text{e}^{-3t})]\varepsilon(t)\text{V}$

9.9 图示电路原处于直流稳态，$t=0$ 时开关由闭合突然断开。求 $t>0$ 时的电压 u_C。



图题 9.9

解：$u_C(0_-)=1\text{V}$，$i_L(0_-)=1\text{A}$

画出运算电路如图(b)所示，列写节点方程

$$(\frac{1}{s+2}+s)U_C(s)=\frac{1}{s}+\frac{1}{s}\times s-\frac{1}{s+2}$$

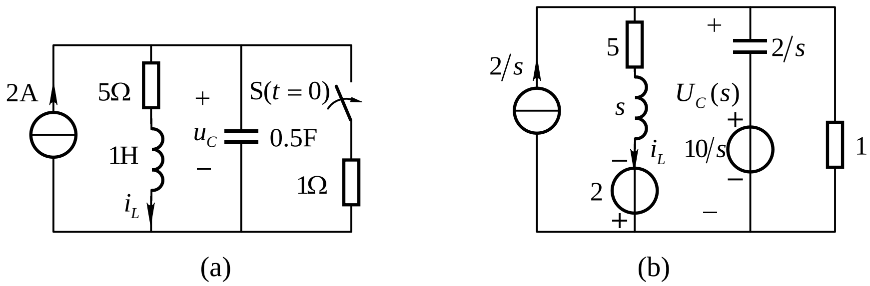
$$U_C(s)=\frac{s^2+2s+2}{s(s^2+2s+1)}=\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{s+1}+\frac{A_3}{(s+1)^2}$$

其中 $A_1=\dfrac{s^2+2s+2}{s^2+2s+1}\Big|_{s=0}=2$，$A_2=\dfrac{d}{ds}(\dfrac{s^2+2s+2}{s})\Big|_{s=-1}=-1$，

$$A_3=\frac{s^2+2s+2}{s}\Big|_{s=-1}=-1$$

所以　$u_C(t)=[2-(1+t)\text{e}^{-t}]\text{V}\quad t>0$

9.10 图示电路原处于直流稳态，$t=0$ 时开关由断开突然闭合。求 $t>0$ 时的电压 $u_C(t)$。



图题 9.10

解:　$u_C(0_-)=10\text{V}, i_L(0_-)=2\text{A}$

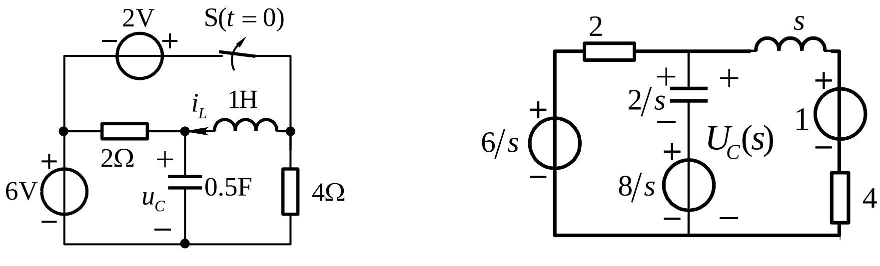
画出运算电路如图(b)所示，列写节点方程

$$(\frac{1}{s+5}+\frac{s}{2}+1)U_C(s)=\frac{2}{s}-\frac{2}{s+5}+5$$

$$U_C(s)=\frac{\frac{2}{s}-\frac{2}{s+5}+5}{\frac{1}{s+5}+\frac{s}{2}+1}=\frac{10s^2+50s+20}{s^3+7s^2+12s}=\frac{\frac{5}{3}}{s}+\frac{\frac{40}{3}}{s+3}+\frac{-5}{s+4}$$

$$\therefore u_C(t)=\left(\frac{5}{3}+\frac{40}{3}\text{e}^{-3t}-5\text{e}^{-4t}\right)\text{V}\qquad(t\geq 0)$$

9.11 图示电路原处于直流稳态，$t=0$时开关由闭合突然断开。求$t>0$时的电压u_C。



(a)　　(b)

图题 9.11

解：　稳态时 $i_L(0_-)=1\text{A}$；　　$u_C(0_-)=8\text{V}$

运算电路如图 9.11(b)所示，列节点电压方程

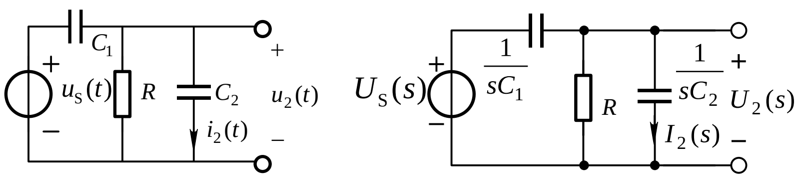
$$(\frac{1}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{s+4})\cdot U_{\text{n1}}(s)=\frac{3}{s}+4+\frac{1}{s+4}$$

$$U_{\text{n1}}(s)=2\times\frac{4s^2+20s+12}{s(s+2)(s+3)}=\frac{8s^2+40s+24}{s(s+2)(s+3)}=\frac{4}{s}+\frac{12}{s+2}-\frac{8}{s+3}$$

即$U_C(s)=U_{\text{n1}}(s)$

$$\therefore\ u_C(t)=4+12\text{e}^{-2t}-8\text{e}^{-3t}\quad(t\ge 0)$$

9.12 图示电路中外加阶跃电压$u_\text{S}(t)=9\varepsilon(t)\text{V}$，已知$C_1=C_2=0.3\text{F}$，$R=10\Omega$。求零状态响应电压$u_2(t)$及电流$i_2(t)$。



(a)　　(b)

图题 9.12

解：运算电路如图(b)所示，图中$U_\text{S}(s)=\dfrac{9}{s}$。由节点电压法得

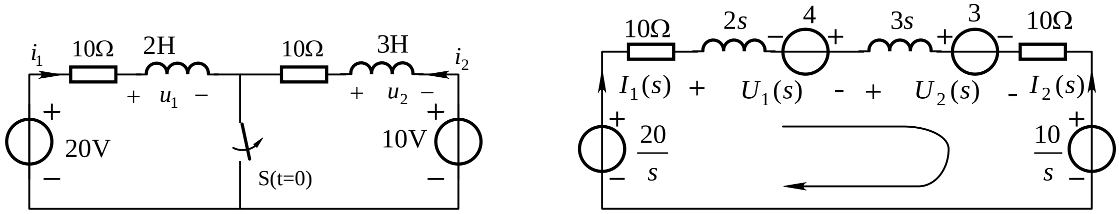
$$(\frac{1}{R}+sC_1+sC_2)U_2(s)=sC_1U_\text{S}(s)\qquad\text{解得}\quad U_2(s)=\frac{4.5}{s+1/6}$$

$$I_2(s)=sC_2U_2(s)=\frac{1.35s}{s+1/6}=1.35-\frac{0.225}{s+1/6}$$

反变换得　　$u_2(t)=\mathbf{L}^{-1}\{U_2(s)\}=4.5\mathrm{e}^{-t/6}\,\varepsilon(t)\mathrm{V}$

$$i_2(t)=\mathbf{L}^{-1}\{I_2(s)\}=[1.35\,\delta(t)-0.225\mathrm{e}^{-t/6}\,\varepsilon(t)]\mathrm{A}$$

9.13 图示电路开关断开前处于稳态。求开关断开后电路中i_1、u_1及u_2的变化规律。



(a)　　　　(b)

图题 9.13

解：$t<0$时电路处于直流稳态，由图(a)求得：$i_1(0_-)=\dfrac{20\mathrm{V}}{10\Omega}=2\mathrm{A}$，$i_2(0_-)=\dfrac{10\mathrm{V}}{10\Omega}=1\mathrm{A}$

t>0 时的运算电路如图(b)所示。对回路列 KVL 方程得

$$(10+2s+3s+10)I_1(s)=\frac{20}{s}+4-3-\frac{10}{s}$$

解得
$$I_1(s)=\frac{2+0.2s}{s(s+4)}=\frac{0.5}{s}-\frac{0.3}{s+4}$$

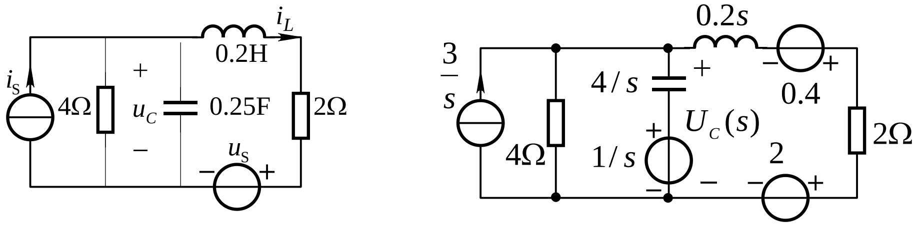
所以　$U_1(s)=2sI_1(s)-4=-3.6+\dfrac{2.4}{s+4}$　，　$U_2(s)=3sI_1(s)+3=3.6+\dfrac{3.6}{s+4}$

反变换得　$i_1(t)=\mathbf{L}^{-1}\{I_1(s)\}=(0.5-0.3\mathrm{e}^{-4t})\mathrm{A}$　　(t>0)

$$u_1(t)=\mathbf{L}^{-1}\{U_1(s)\}=-3.6\,\mathrm{Wb}\times\delta(t)+2.4\mathrm{e}^{-4t}\varepsilon(t)\mathrm{V}$$

$$u_2(t)=\mathbf{L}^{-1}\{U_2(s)\}=3.6\mathrm{Wb}\times\delta(t)+3.6\mathrm{e}^{-4t}\,\varepsilon(t)\mathrm{V}$$

9.14 图示电路，$i_S=3\varepsilon(t)\,\mathrm{A}$，$u_S=2\mathrm{Wb}\times\delta(t)$，$u_C(0_-)=1\,\mathrm{V}$，$i_L(0_-)=2\,\mathrm{A}$。求$u_C$的变化规律。



(a)　　　　(b)

图题 9.14

解：画出运算电路如图(b)所示，列写节点电压方程如下：

$$(0.25s+0.25+\frac{1}{2+0.2s})U_C(s)=\frac{3}{s}+\frac{1}{s}\times 0.25s+\frac{2-0.4}{2+0.2s}$$

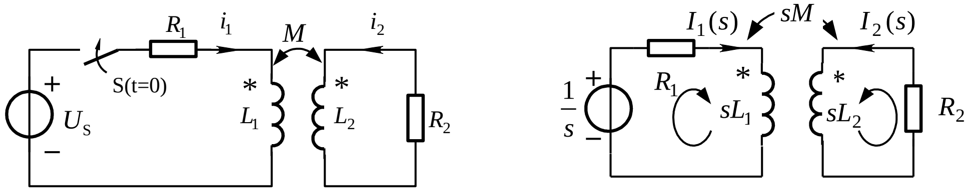
解得：　　$$U_C(s)=\frac{s^2+54s+120}{s(s+5)(s+6)}=\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{s+5}+\frac{A_3}{s+6}$$

式中　$A_1=\dfrac{s^2+54s+120}{(s+5)(s+6)}|_{s=0}=4\text{Vs}$　，$A_2=\dfrac{s^2+54s+120}{s(s+6)}|_{s=-5}=25\text{Vs}$，

$$A_3=\frac{s^2+54s+120}{s(s+5)}|_{s=-6}=-28\text{Vs}$$

反变换得　$u_C(t)=[4+25\mathrm{e}^{-5t}-28\mathrm{e}^{-6t}]\text{V}\quad t>0$

9.15 图示电路开关接通前处于稳态，已知 $R_1=R_2=1\Omega, L_1=L_2=0.1\text{H}, M=0.05\text{H}$，$U_\text{S}=1\text{V}$。求开关接通后的响应 i_1 和 i_2。



(a)　　　　(b)

图题 9.15

解：运算电路如图(b)所示。对两个网孔列回路电流方程,回路电流分别是 $I_1(s)$、$I_2(s)$：

$$\begin{cases}(R_1+sL_1)I_1(s)+sMI_2(s)=1/s\\ sMI_1(s)+(R_2+sL_2)I_2(s)=0\end{cases}$$

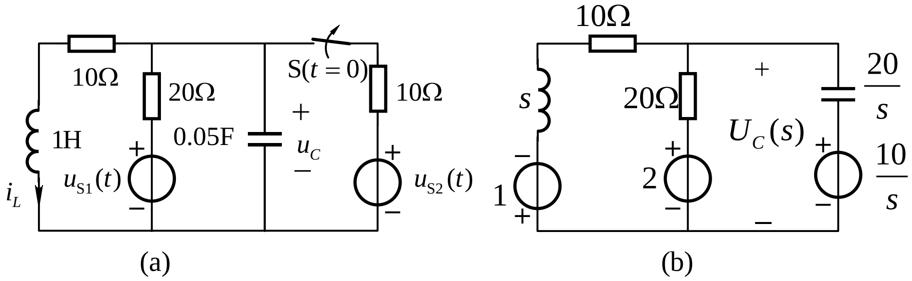
解得　　$$I_1(s)=\frac{10(s+10)}{s(0.75s^2+20s+100)}=\frac{1}{s}+\frac{-0.5}{s+20/3}+\frac{-0.5}{s+20}$$

$$I_2(s)=\frac{-5}{0.75s^2+20s+100}=-\frac{0.5}{s+20/3}+\frac{0.5}{s+20}$$

反变换得　　$$i_1(t)=(1-0.5\mathrm{e}^{-6.67t}-0.5\mathrm{e}^{-20t})\text{A}$$

$$i_2(t)=(-0.5\mathrm{e}^{-6.67t}+0.5\mathrm{e}^{-20t})\text{A}$$

9.16 图示电路原处于稳态，$u_{S1}=2\delta(t)\text{V}$，$u_{S2}=25\text{V}$。$t=0$时开关 S 由闭合突然断开，试用拉普拉斯变换方法求$t>0$时的电压$u_C(t)$。



图题 9.16

解：当$t<0$时，电感短路，电容开路，列写节点电压方程如下：

$$u_{C(0_-)}(\frac{1}{10}+\frac{1}{20}+\frac{1}{10})=\frac{25}{10}$$

解得$u_{C(0_-)}=10\text{V}$，$i_L(0_-)=1\text{A}$

当$t>0$时，画出运算电路如图(b)所示。列写节点电压方程如下：

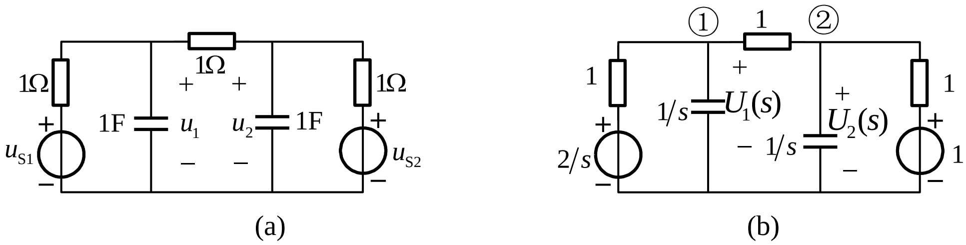
$$(\frac{1}{20}+0.05s+\frac{1}{s+10})U_C(s)=\frac{2}{20}+\frac{10}{s}\times 0.05s-\frac{1}{s+10}$$

化简得　$U_C(s)=\dfrac{12s+100}{s^2+11s+30}=\dfrac{A_1}{s+5}+\dfrac{A_2}{s+6}$

其中 $A_1=\dfrac{12s+100)}{s+6}\Big|_{s=-5}=40$，$A_2=\dfrac{12s+100)}{s+5}\Big|_{s=-6}=-28$，

取拉氏反变换得　$u_C(t)=[40\text{e}^{-5t}-28\text{e}^{-6t}]\text{V}$　（$t>0$）

9.17 图示电路，电容原来不带电，已知$U_{S1}=2\varepsilon(t)$ V，$U_{S2}=\delta(t)$ V。试用拉氏变换法求$u_1(t)$和$u_2(t)$。



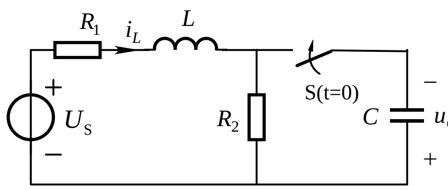
图题 9.17

解：运算电路如图(b)所示。列写节点电压方程如下

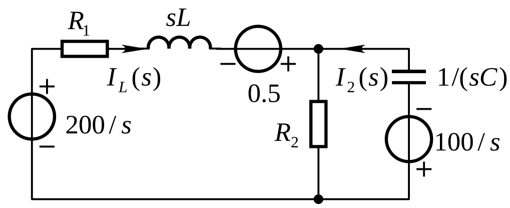
$$\begin{bmatrix} 1+1+s & -1 \\ -1 & 1+1+s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{n1}(s) \\ U_{n2}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{s} \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} U_{n1}(s) = \dfrac{3s+4}{s(s+1)(s+3)} = \dfrac{4/3}{s} - \dfrac{1/2}{s+1} - \dfrac{5/6}{s+3} \\ U_{n2}(s) = \dfrac{s^2+2s+2}{s(s+1)(s+3)} = \dfrac{2/3}{s} - \dfrac{1/2}{s+1} + \dfrac{5/6}{s+3} \end{cases}$$

$$\therefore\ u_1(t) = \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}e^{-t} - \frac{5}{6}e^{-3t}\right)\varepsilon(t) \qquad u_2(t) = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}e^{-t} + \frac{5}{6}e^{-3t}\right)\varepsilon(t)$$

9.18 图示电路原处于稳态。已知 $R_1 = 30\Omega$，$R_2 = 10\Omega$，$L = 0.1\text{H}$，$C = 10^{-3}\text{F}$，$U_S = 200\text{V}$，$u_C(0_-) = 100\text{V}$。求开关接通后的电感电流 i_L。



(a)



(b)

图题 9.18

解：由图(a)得：电感电流初始值 $\quad i_L(0_-) = \dfrac{U_S}{R_1+R_2} = 5\text{A}$

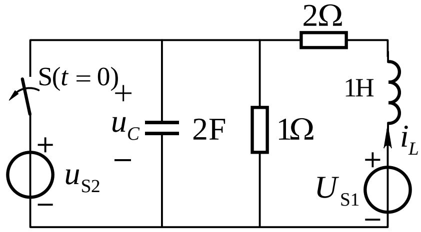
运算电路如图 11.15(b)所示。列回路电流方程得

$$\begin{cases} (R_1+R_2+sL)I_1(s) + R_2I_2(s) = \dfrac{200}{s} + 0.5 \\ R_2I_1(s) + (R_2 + \dfrac{1}{sC})I_2(s) = -\dfrac{100}{s} \end{cases}$$

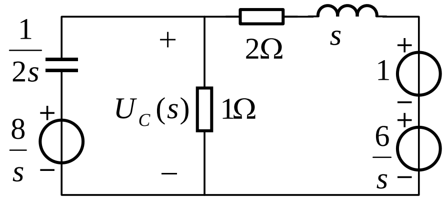
解得 $\quad I_1(s) = \dfrac{5(s^2+700s+40000)}{s(s+200)^2} = \dfrac{5}{s} + \dfrac{1500}{(s+200)^2}$

反变换得 $\quad i_1(t) = \mathbf{L}^{-1}\{I_1(s)\} = (5 + 1500te^{-200t})\,\text{A} \qquad (t>0)$

9.19 图示电路原处于稳态，$U_{S1} = 6\text{V}$，$u_{S2} = 8\cos(2t)\text{V}$。$t=0$ 时开关由闭合突然断开。试用拉普拉斯变换方法求 $t>0$ 时的电压 u_C。



(a)



(b)

图题 9.19

解：当$t<0$时，直流电压源$U_{S1}=6V$单独作用时，交流电压源相当于短路，所以

$$i_{L(0)}=\frac{U_{S1}}{2}=3A\text{，}\ u_{C(0)}=0V$$

当交流电压源$u_{S2}=8\cos(2t)V$单独作用时

$$u_{C(1)}=u_{S2}=8\cos(2t)V\text{，}\ \dot{I}_{L(1)}=-\frac{\dot{U}_{S1}}{2+j2}=-\frac{4\sqrt{2}}{2+j2}=-2\angle-45°A$$

所以，当$t<0$时，$u_C=8\cos(2t)V$，$i_L=3-2\sqrt{2}\cos(2t-45°)A$

初值为：$u_C(0_-)=8V$，$i_L(0_-)=3-2\sqrt{2}\times\cos(-45°)=1A$

当$t>0$时，画出运算电路如图(b)所示。列写节点电压方程如下：

$$(\frac{1}{1}+2s+\frac{1}{s+2})U_C(s)=\frac{8}{s}\times 2s+\frac{6/s+1}{s+2}$$

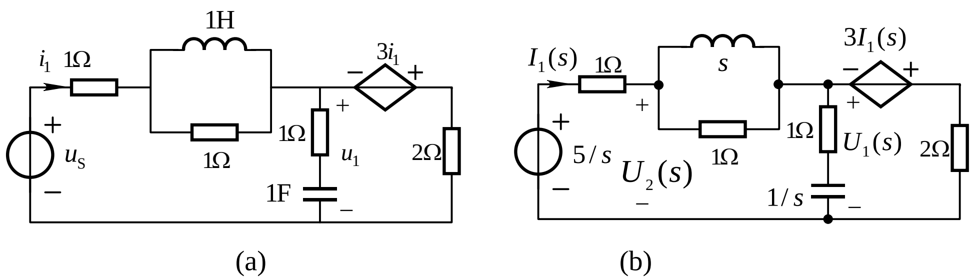
化简得　$$U_C(s)=\frac{16s^2+33s+6}{2s(s^2+2.5s+1.5)}=\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{s+1}+\frac{A_3}{s+1.5}$$

其中 $A_1=\frac{16s^2+33s+6)}{2(s+1)(s+1.5)}\Big|_{s=0}=2$，$A_2=\frac{16s^2+33s+6)}{2s(s+1.5)}\Big|_{s=-1}=11$，

$$A_1=\frac{16s^2+33s+6)}{2s(s+1)}\Big|_{s=-1.5}=-5$$

取拉氏反变换得：　$u_C(t)=[2+11e^{-t}-5e^{-1.5t}]V$　（$t>0$）

9.20 图示电路为零状态，已知$u_S=5\varepsilon(t)V$。求电压u_1。



图题 9.20

解：画出运算电路如图(b)所示。列写节点电压方程如下：

$$\begin{cases}(\frac{1}{2}+\frac{1}{1+1/s}+\frac{1}{s}+\frac{1}{1})U_1(s)-(\frac{1}{s}+\frac{1}{1})U_2(s)=-3I_1(s)\\-(\frac{1}{s}+\frac{1}{1})U_1(s)+(\frac{1}{s}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1})U_2(s)=\frac{5/s}{1}\end{cases}$$

将 $I_1(s)=\dfrac{(5/s)-U_2(s)}{1\Omega}$ 代入上式化简解得

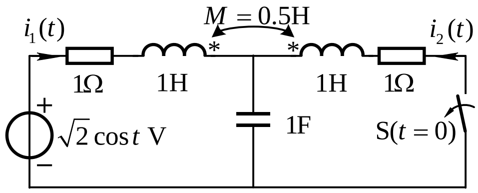
$$U_1(s)=\frac{-(s+1)^2}{(s+0.6)s^2}=\frac{A_1}{s+0.6}+\frac{A_2}{s^2}+\frac{A_3}{s}$$

其中 $A_1=-\dfrac{(s+1)^2}{s^2}\Big|_{s=-0.6}=-0.444\text{Vs}$， $A_2=-\dfrac{(s+1)^2}{s+0.6}\Big|_{s=0}=-1.667\text{Vs}$

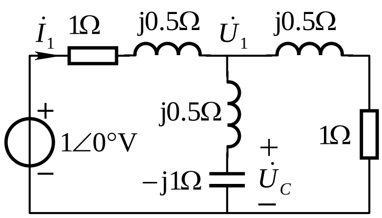
$$A_3=\frac{\mathrm{d}[-\dfrac{(s+1)^2}{s+0.6}]}{\mathrm{d}s}\Big|_{s=0}=-\frac{(s+1)(s+0.2)}{(s+0.6)^2}\Big|_{s=0}=-0.556\text{Vs}$$

$$u_1(t)=(-0.56-1.67t-0.44\mathrm{e}^{-0.6t})\varepsilon(t)\ \text{V}$$

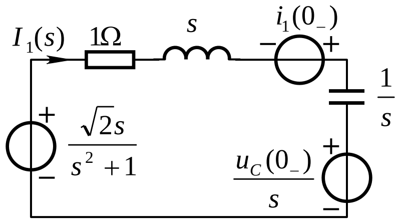
9.21 图(a)所示电路，在稳态 $t=0$ 时 S 断开，求电流 $i_1(t)$。



(a)



(b)



(c)

图题 9.21

解：当 $t<0$ 时，电路处于正弦稳态，用相量法计算电感电流和电容电压的初始值。先消去互感，等效电路如图(b)所示。在图(b)中列写节点电压方程如下：

$$(\frac{2}{1+\mathrm{j}0.5}+\frac{1}{\mathrm{j}0.5-\mathrm{j}})\dot{U}_1=\frac{1}{1+\mathrm{j}0.5}$$

解得
$$\dot{U}_1=\frac{1}{1+\mathrm{j}2}=(0.2-\mathrm{j}0.4)\text{V}$$

$$\dot{I}_1=\frac{1-\dot{U}_1}{1+\mathrm{j}0.5}=0.8\angle 0°\text{A}，\quad \dot{U}_C=\frac{-\mathrm{j}}{\mathrm{j}0.5-\mathrm{j}}\dot{U}_1=2\dot{U}_1=0.894\angle-63.4°\text{V}$$

瞬时值为　$i_1(t)=0.8\sqrt{2}\cos t\text{A}$ ，　$u_C(t)=0.894\sqrt{2}\cos(t-63.4^\circ)\text{V}$

初值为　$i_1(0_-)=0.8\sqrt{2}\text{A}$，　$u_C(0_-)=0.894\sqrt{2}\times\cos(-63.4^\circ)=0.4\sqrt{2}\text{V}$

当$t>0$时，开关断开，$i_2=0$，换路后无互感，画出运算电路如图(c)所示，其中电压源的象函数$U(s)=\dfrac{\sqrt{2}s}{s^2+1}$。在图(c)中列写回路方程得

$$(s+1+\frac{1}{s})I_1(s)=\frac{\sqrt{2}s}{s^2+1}+0.8\sqrt{2}-\frac{0.4\sqrt{2}}{s}$$

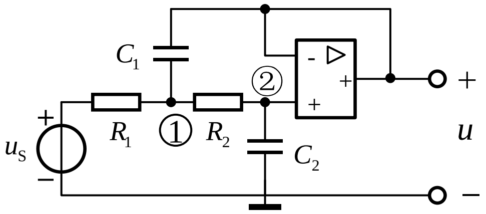
$$I_1(s)=\sqrt{2}\frac{0.8s^3+0.6s^2+0.8s-0.4}{(s^2+s+1)(s^2+1)}$$

$$=\frac{\sqrt{2}s}{s^2+1}-0.4\sqrt{2}\frac{0.5\sqrt{3}\cos 30^\circ+(s+0.5)\sin 30^\circ}{(s+0.5)^2+(0.5\sqrt{3})^2}$$

取拉氏反变换得

$$i_1(t)=[\sqrt{2}\cos t-0.4\sqrt{2}\text{e}^{-0.5t}\sin(0.5\sqrt{3}t+30^\circ)]\text{A}，\quad t>0$$

9.22 图示电路，$R_1=2\times10^3\Omega$，$R_2=4\times10^3\Omega$，$C_1=10^{-3}\text{F}$，$C_2=2\times10^{-3}\text{F}$。求复频域网络函数$H(s)=\dfrac{U(s)}{U_\text{S}(s)}$。



图题 9.22

解：设$u_\text{S}=\delta(t)$ V，则$U_\text{S}(s)=1$。列写节点电压方程

$$\begin{cases}(\frac{1}{2\text{k}}+\frac{1}{4\text{k}}+\frac{s}{1\text{k}})U_{\text{n1}}-\frac{1}{4\text{k}}U_{\text{n2}}-\frac{s}{1\text{k}}U_{\text{n3}}=\frac{1}{2\text{k}}\\ -\frac{1}{4\text{k}}U_{\text{n1}}+(\frac{1}{4\text{k}}+\frac{2s}{1\text{k}})U_{\text{n2}}=0\\ U_{\text{n2}}=U_{\text{n3}}\end{cases}$$

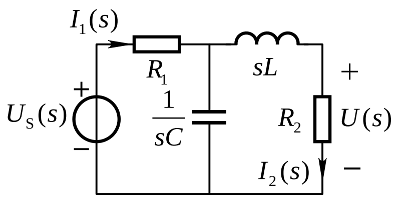
$$\Rightarrow(4s+3)(8s+1)U_{\text{n2}}-(4s+1)U_{\text{n2}}=2$$

$$U_{\text{n2}}(s)=\frac{1}{16s^2+12s+1}$$

即 $U(s)=\dfrac{1}{16s^2+12s+1}$

$$\therefore H(s)=\frac{U(s)}{U_{\text{S}}(s)}=\frac{1}{16s^2+12s+1}$$

9.23 图示电路，$R_1=4\Omega$，$R_2=1\Omega$，若使网络函数 $H(s)=\dfrac{U(s)}{U_{\text{S}}(s)}=\dfrac{1}{s^2+2s+5}$，求 L 和 C 为多大？



图题 9.23

解：按网孔选回路，列写回路电流方程

$$(4+1/sC)I_1(s)-(1/sC)I_2(s)=U_{\text{S}}(s)$$
$$(-1/sC)I_1(s)+(1+sL+1/sC)I_2(s)=0$$

解得

$$I_2(s)=\frac{U_{\text{S}}(s)}{4LCs^2+(4C+L)s+5}$$

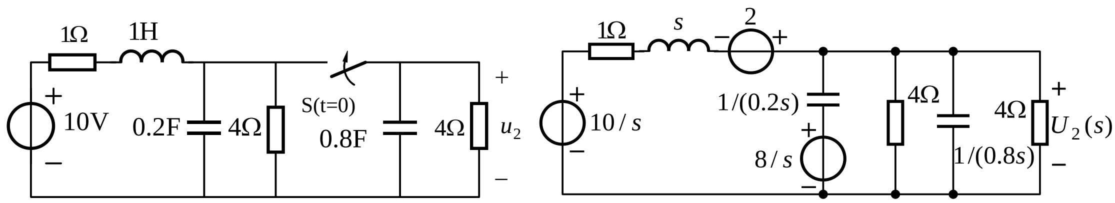
$$H(s)=\frac{U(s)}{U_{\text{S}}(s)}=\frac{1}{4LCs^2+(4C+L)s+5}$$

与已知的网络函数比较系数得

$$\begin{cases}4LC=1\\ 4C+L=2\end{cases}$$

解得　　$L=1\text{H}$，$C=0.25\text{F}$

9.24 图示电路原处于稳态，在$t=0$时将开关接通。求出电压 u_2 的象函数$U_2(s)$，判断此电路的暂态过程是否振荡，利用拉普拉斯变换的初始值和终值定理求 u_2 的初始值和稳态值。



(a)　　　　(b)

图题 9.24

解：电路初始值 $i_L(0_-)=\dfrac{10\text{V}}{(4+1)\Omega}=2\text{A}, u_{C1}(0_-)=4\Omega\times i_L(0_-)=8\text{V}, u_{C2}(0_-)=0$

运算电路图(b)所示。列节点电压方程如下：

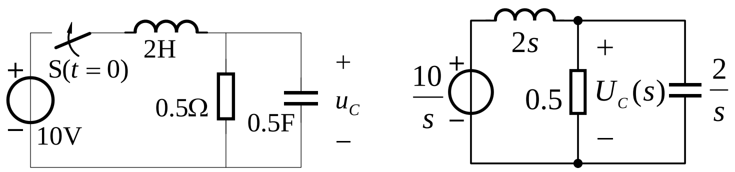
$$(\frac{1}{s+1}+0.2s+0.8s+\frac{1}{4}+\frac{1}{4})U_2(s)=\frac{(10/s)+2}{s+1}+\frac{8/s}{1/(0.2s)}$$

解得
$$U_2(s)=\frac{1.6s^2+3.6s+10}{s(s^2+1.5s+1.5)}$$

判别式$b^2-4ac=1.5^2-4\times1\times1.5=-3.75<0$，$U_2(s)$存在共轭极点，暂态过程振荡。

初始值：　$u_2(0_+)=\lim\limits_{s\to\infty}sU_2(s)=1.6\text{V}$　　稳态值：　$u_2(\infty)=\lim\limits_{s\to0}sU_2(s)=(20/3)\text{V}$

9.25 图示电路原处于稳态，求开关接通后电压u_C的象函数，判断响应是否振荡？



(a)　　　　(b)

图　题 9.25

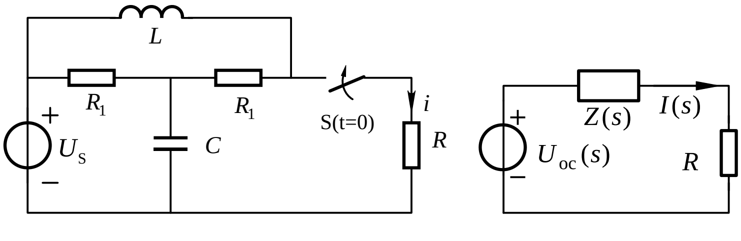
解：运算电路如图(b)所示，列写节点电压方程

$$U_C(s)[\frac{1}{0.5}+0.5s+1/(2s)]=\frac{10/s}{2s}$$

解得
$$U_C(s)=\frac{10}{s(s^2+4s+1)}$$

其极点为 $p_1=0$，　$p_{2,3}=\dfrac{-4\pm\sqrt{16-4}}{2}=-2\pm\sqrt{3}$，均为实根，所以响应不振荡。

9.26 图示电路原处于稳态，已知 U_S=50V，R_1=1Ω，L=1H，C=1F。试求电阻 R 为何值时电路处于临界状态？求 R 恰好等于临界电阻时流过它的电流 i。



图题 9.26

解：将电阻 R 以外得部分化为戴维南等效电路，如图(b)所示。

由 t<0 的原题图求得开路电压 $U_{oc}=U_S=50$ V，故 $U_{oc}(s)=50/s$。

再令 $$Z'(s)=R_1+R_1//(1/sC)=1+\frac{1/s}{1+1/s}=\frac{s+2}{s+1}$$

则等效运算阻抗 $$Z(s)=\frac{sL\times Z'(s)}{sL+Z'(s)}=\frac{s^2+2s}{s^2+2s+2}$$

回路运算阻抗 $$Z(s)+R=\frac{(1+R)s^2+2(1+R)s+2R}{s^2+2s+2}$$

令判别式 $b^2-4ac=[2(1+R)]^2-4(1+R)\times 2R=-4R^2+4=0$

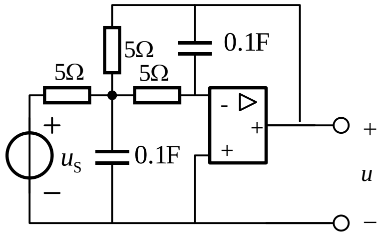
解得 $R=\pm 1\Omega$． 略去 $R=-1\Omega$

当 $R=1\Omega$ 时，由戴维南等效电路得

$$I(s)=\frac{U_{OC}(s)}{Z(s)+R}=\frac{50(s^2+2s+2)}{2s(s+1)^2}=\frac{50}{s}-\frac{25}{(s+1)^2}-\frac{25}{s+1}$$

反变换得 $i(t)=50-25(t+1)e^{-t}$ A (t>0)

9.27 求图示电路的网络函数 $H(s)=U(s)/U_S(s)$ 及其单位冲激特性 $h(t)$。



图题 9.27

解：对运算电路(略去未画)列节点电压方程

$$\begin{cases}(\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+0.1s)U_{n1}(s)-\frac{1}{5}U(s)=\frac{U_S(s)}{5}\\ -\frac{1}{5}U_{n1}(s)-0.1sU(s)=0\end{cases}$$

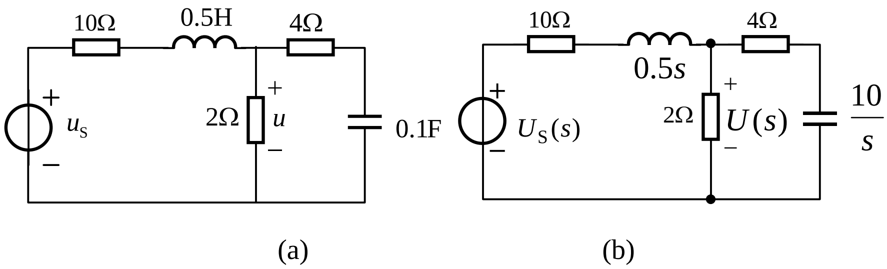
解得 $$U(s)=\frac{-4}{s^2+6s+4}U_S(s)$$

$$H(s)=\frac{U(s)}{U_S(s)}=\frac{-4}{s^2+6s+4}$$

展开得 $$H(s)\approx\frac{-0.8944}{s+0.7639}+\frac{0.8944}{s+5.2361}$$

反变换得 $h(t)=\mathbf{L}^{-1}\{H(s)\}=0.8944(-\mathrm{e}^{-0.7639t}+\mathrm{e}^{-5.2361t})$

9.28 电路如图所示。求网络函数 $H(s)=U(s)/U_S(s)$ 以及当 $u_S=(100\sqrt{2}\cos 10t)\mathrm{V}$ 时的正弦稳态电压 u。



图题 9.28

解：运算电路如图(b)所示。列写节点电压方程如下：

$$(\frac{1}{2}+\frac{1}{10+0.5s}+\frac{1}{4+10/s})U(s)=\frac{U_S(s)}{10+0.5s}$$

解得 $$H(s)=\frac{U(s)}{U_S(s)}=\frac{8s+20}{3s^2+73s+120}$$

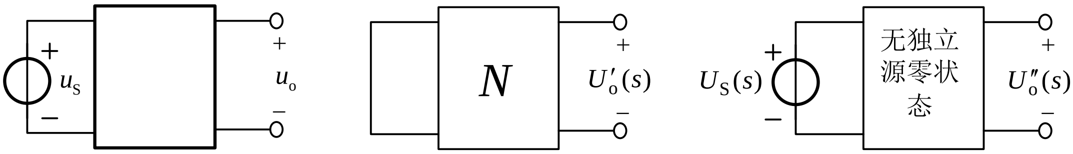
故 $$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{8\times\mathrm{j}\omega+20}{3\times(\mathrm{j}\omega)^2+73\times\mathrm{j}\omega+120}=\frac{20+\mathrm{j}8\omega}{120-3\omega^2+\mathrm{j}73\omega}$$

当 $u_S=(100\sqrt{2}\cos 10t)\mathrm{V}$ 时，$\dot{U}_S=100\mathrm{V}$，$\omega=10\mathrm{rad/s}$

$$\dot{U}=H(\mathrm{j}10)\times\dot{U}_S=\frac{20+\mathrm{j}80}{120-300+\mathrm{j}730}\times 100\mathrm{V}=10.967\angle-27.89^\circ\mathrm{V}$$

正弦稳态电压 $u=10.967\sqrt{2}\cos(10t-27.89^\circ)\mathrm{V}$

9.29 图示电路，已知当 $u_S=6\varepsilon(t)\text{V}$ 时，全响应 $u_o=(8+2e^{-0.2t})\text{V}(t>0)$；当 $u_S=12\varepsilon(t)\text{V}$ 时，全响应 $u_o=(11-e^{-0.2t/s})\text{V}(t>0)$。求当 $u_S=6e^{-5t}\varepsilon(t)\text{V}$ 时的全响应 u_o。



(a)　(b)　(c)

图题 9.29

解：对图示电路，在复频域中，根据叠加定理和齐性定理，全响应的一般表达式可以写成

$$U(s)=U_o^{'}(s)+U_o^{''}(s)=U_o^{'}(s)+H(s)U_S(s) \tag{1}$$

其中 $U_o^{'}(s)$ 是仅由二端口网络内部电源及初始储能作用时产生的响应分量，如图(b)所示；$U_o^{''}(s)$ 则是仅由 $U_S(s)$ 单独作用时产生的响应分量，如图(c)所示。根据网络函数定义得 $U_o^{''}(s)=H(s)U_S(s)$。

对题给激励及响应进行拉普拉斯变换，代入式(1)得

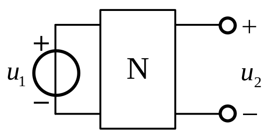
$$\begin{cases}\dfrac{8}{s}+\dfrac{2}{s+0.2}=U'_o(s)+H(s)\times\dfrac{6}{s}\\[2mm]\dfrac{11}{s}-\dfrac{1}{s+0.2}=U_o^{'}(s)+H(s)\times\dfrac{12}{s}\end{cases}\qquad \text{解得}\qquad \begin{cases}H(s)=\dfrac{0.1}{s+0.2}\\[2mm]U_o^{'}(s)=\dfrac{10s+1}{s(s+0.2)}\end{cases}$$

当 $u_S=6e^{-5t}\varepsilon(t)\text{V}$ 即 $U_S(s)=\dfrac{6}{s+5}$ 时，响应象函数

$$U_o(s)=U_o^{'}(s)+H(s)\times\frac{6}{s+5}=\frac{5}{s}+\frac{5.125}{s+0.2}-\frac{0.125}{s+5}$$

反变换得　$u_o(t)=\mathbf{L}^{-1}\{U_o(s)\}=(5+5.125e^{-0.2t}-0.125e^{-5t})\ \varepsilon(t)\ \text{V}$

9.30 图示电路，已知 u_2 的单位冲激特性为 $h(t)=10(e^{-10t}-e^{-20t})$。求当 $u_1=10+5\cos 10t(\text{V})$ 时 u_2 的稳态响应及其有效值。



图题 9.30

解：由已知可得网络函数的象函数为

$$H(s)=\mathscr{L}\{h(t)\}=10(\frac{1}{s+10}-\frac{1}{s+20})=\frac{100}{(s+10)(s+20)}$$

当u_1的直流分量单独作用时产生的响应电压为

$$u_2'=U_2'=H(0)\times 10=5\text{V}$$

当u_1的交流分量单独作用时产生的响应电压为

$$\dot{U}_{2\text{m}}''=H(\text{j}\omega)\dot{U}_{1\text{m}}''=\frac{100}{(\text{j}10+10)(\text{j}10+20)}\times 5=1.58\angle-71.565°\ \text{V}$$

其瞬时表达为

$$u_2''=1.58\cos(10t-71.565°)\ \text{V}$$

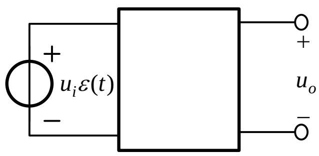
由叠加定理得稳态响应

$$u_2=u_2'+u_2''=[5+1.58\cos(10t-71.565°)]\ \text{V}$$

有效值为

$$U_2=\sqrt{5^2+\frac{1.58^2}{2}}=5.123\ \text{V}$$

9.31 图示电路网络函数为$H(s)=\dfrac{U_\text{o}(s)}{U_\text{i}(s)}=\dfrac{1}{(s+1)(s+2)}$，若输入正弦电压相量为$\dot{U}_\text{i}=(-28+\text{j}24)\text{V}$，角频率为$\omega=4\text{rad/s}$，又已知$u_\text{o}(0_+)=0,\left.\dfrac{\text{d}u_\text{o}}{\text{d}t}\right|_{t=0_+}=0$。试求全响应$u_\text{o}$。



图题 9.31

解： 电路的全响应等于强制分量与自由分量之和，强制分量一般由外加激励决定，自由分量的函数形式取决与网络函数极点性质。故本题全响应可以写成

$$u_\text{o}=u_\text{op}+u_\text{oh}=u_\text{op}+A\text{e}^{-t}+B\text{e}^{-2t} \qquad (1)$$

当激励为正弦量时，响应的强制分量也为同频率的正弦量，可用相量法求出。频域形式的网络函数为

$$H(\text{j}\omega)=H(\text{j}4)=\frac{1}{(\text{j}4+1)(\text{j}4+2)}=\frac{1}{-14+\text{j}12}$$

故强制分量相量　　$\dot{U}_\text{op}=H(\text{j}4)\dot{U}_\text{i}=2\ \ \text{V}$

强制分量为 $u_{\mathrm{op}}(t)=2\sqrt{2}\cos(4t)\quad \mathrm{V}$ (2)

由响应的初始条件及式(1)和(2)得：

$$\begin{cases} u(0_+)=2\sqrt{2}+A+B=0 \\ \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}\Big|_{t\to 0_+}=-A-2B=0 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} A=-4\sqrt{2} \\ B=2\sqrt{2} \end{cases} \tag{3}$$

将式(2)、(3) 代入式(1)得全响应 $u_{\mathrm{o}}=2\sqrt{2}\cos(4t)-4\sqrt{2}\mathrm{e}^{-t}+2\sqrt{2}\mathrm{e}^{-2t}\quad \mathrm{V}\quad (t>0)$