$q_2 - q_1 = -ne$

$\dfrac{q_1}{C_s} + \dfrac{q_2}{C_D} = V$

$U_{总} = \dfrac{{q_1}^2}{2C_s} + \dfrac{{q_2}^2}{2C_D}$

代入 $\begin{cases} q_1 = \dfrac{C_s}{C_s + C_D}(C_s V - ne) \\ q_2 = \dfrac{C_D}{C_s + C_D}(C_s V - ne) \end{cases}$，可得

$U_{总} = \dfrac{1}{2(C_S + C_D)}(C_s V - ne)^2$

第三章

3-1 (王晨 PB10203127)
解：

由于$I = nqsv$，则有

$n = \dfrac{3\rho}{\mu / N_A} = \dfrac{3N_A\rho}{\mu} = 1.806\times10^{29} m^{-3}$

$V = \dfrac{I}{nqs} = 1.73\times10^{-7} m/s$

$\sqrt{\overline{V^2}} = \sqrt{\dfrac{3KT}{m}} = 1.17\times10^{5} m/s$

由于$n = \dfrac{\rho}{\mu / N_A} = 6.28\times10^{28} m^{-3}, \dfrac{4}{3}\pi r^3 n = 1 \Rightarrow r = 1.58\times10^{-10} m$

$\bar{l} = 2r = 3.16\times10^{-10} m, \overline{V} = \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m}} = 1.08\times10^{5} m/s$

$\Delta t = \dfrac{\bar{l}}{\overline{V}} = 2.94\times10^{-15} s$

$j = \sigma\cdot E \Rightarrow E = \sigma\cdot\rho = 1.4\times10^{-4}$ V/ m

3-2 (黄奕聪 PB13000327)
解：
假设球壳 a,b 间通过电流大小为 I

$j = \sigma E$

$$j = \frac{I}{4\pi r \wedge 2}$$
$$\therefore E = \frac{I}{4\pi\sigma r \wedge 2}$$
$$U = \int_a^b \frac{I}{4\pi\sigma r \wedge 2} dr = \frac{I}{4\pi\sigma}(1/a - 1/b)$$
$$R = U / I = \frac{1}{4\pi\sigma}(1/a - 1/b)$$

3-3 (董陈潇 PB13203277)
解：由德鲁德模型

$$J = (\frac{nq^2\tau}{m})E$$

和电阻率公式 j=E/ρ
推出 ρ=3. 59×10^7Ωm

3-4 (马超 PB13203072)
解：

$$j_{(r)} = \frac{I}{2\pi r^2}$$
$$j_{(r)} = \sigma E_{(r)} \Rightarrow E_{(r)} = \frac{1}{\sigma} j_{(r)} = \frac{I}{2\pi\sigma r^2}$$
$$\Delta U = \int_a^b E_{(r)} dr = \frac{I}{2\pi\sigma}(\frac{1}{a} - \frac{1}{b})$$
$$\Delta U_1 = \frac{I}{2\pi\sigma}(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_1 + \Delta x}) = 1193.66\,\text{V}$$
$$\Delta U_2 = \frac{I}{2\pi\sigma}(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_2 + \Delta x}) = 18.02\,\text{V}$$

3-5(PB13209028 熊江浩)
由于电压表规格相同，因此读数和流过的电流成正比，$I_1 = 9.5 - 9.2 = 0.3mA$
而所有的电流之和为 9.5mA，因此所有电压表读数之和为$9.5 \times 9.6 \div 0.3 = 304\text{V}$

3-6(PB13203098 高翔)
解：
设左边网孔电流 I_1(顺时针)，右边网孔电流 I_2(逆时针)
(1)d 点接地，电势为零，有基尔霍夫定律：

$$\begin{cases}\varepsilon_1 - I_1 r_1 - I_1 R_2 - (\mathrm{I}_1 + \mathrm{I}_2)\mathrm{R}_1 = 0 \\ \varepsilon_2 - I_2 r_2 - I_2 R_3 - (\mathrm{I}_1 + \mathrm{I}_2)\mathrm{R}_1 = 0\end{cases}$$

代入数据解得$\begin{cases} I_1 = \dfrac{94}{185}A \\ I_2 = -\dfrac{6}{37}A \end{cases}$

$$\varepsilon_b = (\mathrm{I}_1 + \mathrm{I}_2)\mathrm{R}_1 = \frac{64}{37}V$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_b + R_2 I_1 = \frac{508}{185}V$$

(2)

各个电阻上的功率

$$\mathrm{P}_{\mathrm{r}_1} = I_1^2 r_1 = 0.129W$$

$$\mathrm{P}_{R_2} = I_1^2 R_2 = 0.516W$$

$$\mathrm{P}_{R_1} = (\mathrm{I}_1 + \mathrm{I}_2)^2 R_1 = 0.598W$$

$$\mathrm{P}_{R_3} = I_2^2 R_3 = 0.105W$$

$$\mathrm{P}_{\mathrm{r}_2} = I_2^2 r_2 = 0.013W$$

3-7(PB13203067 安兆洲)

解：

(1)设标注 100V 40W 的白炽灯电阻为 R_1, 标注 110V 120W 的白炽灯电阻为 R_2

则由$\frac{U_1{}^2}{R_1} = P_1$得到 $R_1=\frac{U_1{}^2}{P_1}=\frac{100^2}{40}=250\Omega$

同样 $R_2=\frac{110^2}{120}$ $=100.83\Omega$

由$\mathrm{I} \times (R_1 + R_2) = \mathrm{U}$得到$\mathrm{I} = \frac{U}{R_1+R_2} = \frac{220}{250+100.83}=0.627\mathrm{A}$

R_1 的功率为$\mathrm{P}_1' = \mathrm{I}^2 * \mathrm{R}_1=98.3\mathrm{W}>40\mathrm{W}$

R_2 的功率为$\mathrm{P}_2' = \mathrm{I}^2 * \mathrm{R}_2=39.6\mathrm{W}<120\mathrm{W}$

所以标注 100V 40W 的白炽灯烧坏了，因为电流过大致使功率超过额定功率，所以灯泡烧坏。

(2)如果两个灯泡都是 110V 40W 的

此时由于 $R_1=R_2$

$$\frac{\mathrm{U}_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} = 1$$

$U_1=U_2=\frac{U}{2}=110V$

所以两灯泡恰好在额定电压下工作，功率为额定功率

$P_1=P_2=I^2 * R_1=40W$
灯泡将正常工作

3-8(PB13203098 高翔)
解：
满偏时电流 I=1mA,
对于 3V 电压量程

$$I(R_g+R_1)=U_1 \Rightarrow R_1=2985\Omega$$

$$\text{该量程电阻为} R'=R_g+R_1=3000\Omega$$

对于 15V 电压量程

$$I(R_g+R_1+R_2)=U_2 \Rightarrow R_2=12000\Omega$$

$$\text{该量程电阻为} R''=R_g+R_1+R_2=15000\Omega$$

对于 150V 电压量程

$$I(R_g+R_1+R_2+R_3)=U_3 \Rightarrow R_3=1.35*10^5\Omega$$

$$\text{该量程电阻为} R'''=R_g+R_1+R_2+R_3=1.5*10^5\Omega$$

3-9(PB13203098 高翔)
解：
由基尔霍夫定律

$$\begin{cases} \varepsilon_1-I_1r_1-(I_1+I_2)r_2-\varepsilon_2=0 \\ \varepsilon_3-I_2r_3-(I_1+I_2)r_2-\varepsilon_2=0 \end{cases}$$

$$\text{代入数据解得} \begin{cases} I_1=-\dfrac{2}{15}A \\ I_2=\dfrac{1}{6}A \end{cases}$$

$$\text{通过}\varepsilon_1\text{的电流} I'=-I_1=\frac{2}{15}A\text{，端电压} U_1=\varepsilon_1-I'r_1=\frac{19}{15}V\text{,功率} P_1=U_1I'=0.169W$$

$$\text{通过}\varepsilon_2\text{的电流} I''=I_1+I_2=\frac{1}{30}A\text{，端电压} U_2=\varepsilon_2-I''r_2=\frac{22}{15}V\text{,功率} P_2=U_2I''=0.049W$$

$$\text{通过}\varepsilon_3\text{的电流} I'''=I_2=\frac{1}{6}A\text{，端电压} U_3=\varepsilon_2-I'''r_3=\frac{23}{15}V\text{,功率} P_3=U_3I'''=0.256W$$

3-10(PB13203186 刘狄凡)
解：
设整个电路的电流为 I

有$I=\frac{\varepsilon}{R+r}$

设电源输出功率为 P

有$P = I^2R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2}$ ……. (1)

将 P 看成 R 的函数，并对 R 求导

有$P' = \frac{\varepsilon^2(r-R)}{(R+r)^3}$

在R＞r时，P'＜0

在R = r时，$P' = 0$

在R＜r时，P'＞0

故 P 最大值在 R=r 时取得

将 R=r 代入(1)式得$P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$

3-11(PB13203098 高翔)

证明：

热功率

$$P = I_1^2R_1 + I_2^2R_2$$

$$= (I_0 - I_2)^2R_1 + I_2^2R_2$$

$$= I_2^2(R_1+R_2) - 2I_0I_2R_1 + I_0^2R_1$$

$$= (R_1+R_2)(I_2 - \frac{I_0R_1}{R_1+R_2})^2 + \frac{I_0^2R_1R_2}{R_1+R_2}$$

当$I_2 = \frac{I_0R_1}{R_1+R_2}$时，热功率最小，即电路上小号的焦耳热最小

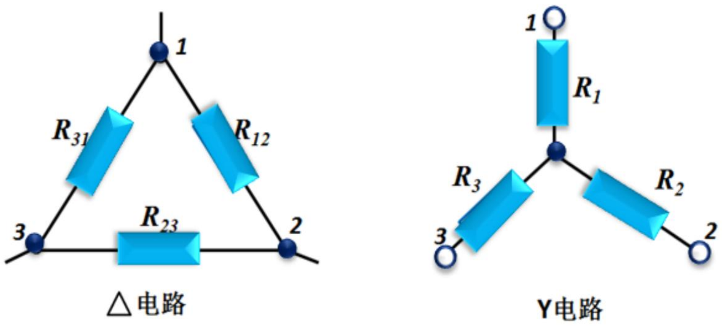
按并联规律，设电压U

$$\mathrm{I}_0 = \frac{U(\mathrm{R}_1+\mathrm{R}_2)}{R_1R_2}, I_2' = \frac{U}{R_2} \Rightarrow I_2' = \frac{I_0R_1}{R_1+R_2} = I_2$$

3-12 (王瑞敏 PB13000309)

解：

下图两种电路的接法分别是“Δ”形电路和“Y”形电路，也可以叫角形和星形



只有这两种电路任意两对应点之间的总电阻部分都相等，两个电路才可以互相等效，对应点 1、2、3 间将具有相同的电势.

由 $R_{12\Delta}=R_{12Y}$，$R_{13\Delta}=R_{13Y}$，$R_{23\Delta}=R_{23Y}$，对右图 1、2 间，有

$$R_1+R_2=(\frac{1}{R_{12}}+\frac{1}{R_{13}+R_{23}})^{-1}=\frac{R_{12}R_{31}+R_{12}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \qquad ---------- \qquad ①$$

同样，13 间和 23 间，也有

$$R_1+R_3=(\frac{1}{R_{31}}+\frac{1}{R_{12}+R_{23}})^{-1}=\frac{R_{12}R_{31}+R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \qquad ---------- \qquad ②$$

$$R_2+R_3=(\frac{1}{R_{23}}+\frac{1}{R_{12}+R_{31}})^{-1}=\frac{R_{12}R_{23}+R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \qquad ---------- \qquad ③$$

将①+②－③得：$R_1=\dfrac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$

再通过①－②＋③和③+②－①，并整理，就得到 R_2 和 R_3 的表达式.
再把 R_1、R_2、R_3 看作已知的，反解出 R_{12}，R_{13} 和 R_{23}，可以得到下面的式子

$$R_1=\frac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \qquad R_{12}=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_3}$$

$$R_2=\frac{R_{12}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \qquad R_{23}=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_1}$$

$$R_3=\frac{R_{23}R_{13}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \qquad R_{31}=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_2}$$

左边是三角形网络转化成星型网络的一组变换式；

右边是星型网络转化为三角形网络的一组变换式；

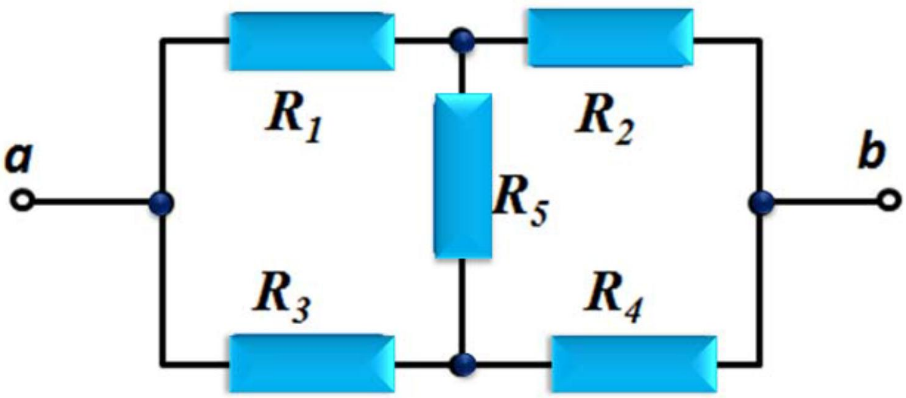
设 $\Delta=R_{12}+R_{13}+R_{23}$ ； $Y=R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1$，则有

$$R_1=\frac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}=\frac{R_{12}R_{31}}{\Delta} \qquad R_{12}=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_3}=\frac{Y}{R_3}$$

$$R_2=\frac{R_{12}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}=\frac{R_{12}R_{23}}{\Delta} \qquad R_{23}=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_1}=\frac{Y}{R_1}$$

$$R_3=\frac{R_{23}R_{13}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}=\frac{R_{23}R_{13}}{\Delta} \qquad R_{31}=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_2}=\frac{Y}{R_2}$$

3-13 (王瑞敏 PB13000309)



这是一个不平衡的桥式电路，要求等效电阻 Rab 有两种方法

法一：基尔霍夫定律（由于过程过于繁复，此处从略）

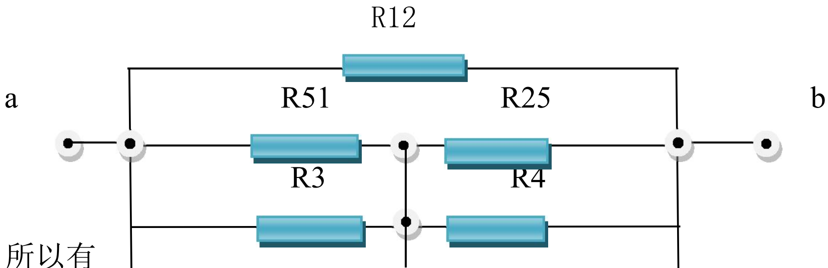
法二：“Δ→Y”变换；

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_5 + R_5 R_1}{R_5}$$

由 3-12 题结果可知：
$$R_{25} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_5 + R_5 R_1}{R_1}$$

$$R_{51} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_5 + R_5 R_1}{R_2}$$

进行“Δ→Y”变换之后的电路图如下：



所以有

$$\mathrm{R}_{ab} = \left\{R_{12}{}^{-1} + \left[\left(R_{51}{}^{-1} + R_3{}^{-1}\right)^{-1} + \left(R_{25}{}^{-1} + R_4{}^{-1}\right)^{-1}\right]^{-1}\right\}^{-1}$$

$$= \left\{\frac{R_5}{R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1} + \left[\left(\frac{R_2}{R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1} + \left(\frac{R_1}{R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1} + \frac{1}{R_4}\right)^{-1}\right]^{-1}\right\}^{-1}$$

$$= \left\{\frac{R_5}{R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1} + \left[\left(\frac{R_2R_3+R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1}{(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)R_3}\right)^{-1} + \right.\right.$$

$$\left(\frac{R_1R_4+R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1}{(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)R_4}\right)^{-1}\Bigg]^{-1}\Bigg\}^{-1}$$

$$=\left\{\frac{R_5}{R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1}+\left[\left(\frac{(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)R_3}{R_2R_3+(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)}\right)+\left(\frac{(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)R_4}{R_1R_4+(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)}\right)\right]^{-1}\right\}^{-1}$$

$$=\left(\frac{R_5}{R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1}+\frac{[R_2R_3+(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)][R_1R_4+(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)]}{(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)\{R_3[R_1R_4+(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)]+R_4[R_2R_3+(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)]\}}\right)^{-1}$$

$$=\frac{(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)\{R_3[R_1R_4+(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)]+R_4[R_2R_3+(\ldots}{[R_2R_3+(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)][R_1R_4+(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)]+R_5\{R_3[R_1R_4+(R_1R_2+R_2R_5+\ldots}$$

$$=\frac{(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)[R_3R_4(R_1+R_2)+(R_3+R_4)(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)]}{R_1R_2R_3R_4+(R_2R_3+R_1R_4)(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)+(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)^2+R_5[R_3R_4(R_1+R_2)+(R_3+R_4)(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)]}$$

$$=\frac{(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)[R_5(R_1R_3+R_1R_4+R_2R_3+R_2R_4)+R_1R_2(R_3+R_4)+R_3R_4(R_1+R_2)]}{{R_5}^2(R_1+R_2)(R_3+R_4)+R_1R_2R_5(R_3+R_4)+[R_3R_4+(R_2R_3+R_1R_4)+(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)][R_5(R_1+R_2)+R_1R_2]}$$

$$=\frac{(R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)[R_5(R_1R_3+R_1R_4+R_2R_3+R_2R_4)+R_1R_2(R_3+R_4)+R_3R_4(R_1+R_2)]}{[R_5(R_1+R_2+R_3+R_4)+(R_1+R_3)(R_2+R_4)](R_1R_2+R_2R_5+R_5R_1)}$$

$$=\frac{R_1R_2(R_3+R_4)+R_3R_4(R_1+R_2)+(R_1+R_2)(R_3+R_4)R_5}{(R_1+R_3)(R_2+R_4)+(R_1+R_2+R_3+R_4)R_5}$$

3-14（PB13203139 李希）

解：

(1)图中的 4 个中间节点 C,D,E,F 均为等势点，故可以断开，从而可以化为串并联模型，$R_{AB}=(r+r+\frac{3r*4r}{3r+4r})/2=\frac{13}{7}r$

(2) 图中除 A,B 两点外，其余点均为等势点可化为一般模型计算，$R_{AB}=\frac{r}{3}+\frac{r}{6}+\frac{r}{3}=\frac{5}{6}r$

(3)将球体上下进行压缩，之后中间点为等势点，可化为一般串并联模型，

$$R_{AB}=\frac{(r+r+\frac{r}{2})*\frac{r}{2}}{r+r+\frac{r}{2}+\frac{r}{2}}=\frac{5}{6}r$$

3-15(PB13203098 高翔)

解：

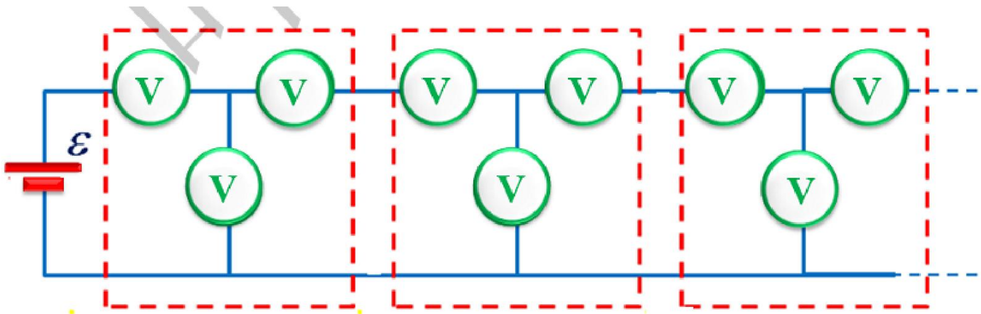
可将右边所有网孔电阻等效为一个电阻 R，则有

$$R = r + r + \frac{rR}{r + R}$$
$$R^2 - 2rR - 2r^2 = 0$$
$$\Rightarrow R = (1 + \sqrt{3})\mathrm{r}$$

3-16(PB13203034 魏正威)
解：

设K个网络元连成的等效电阻为$\mathrm{r_k}$,
从左上角流入电流为I，左右网孔电流分别为$\mathrm{I_1}$、$\mathrm{I_2}$，方向顺时针为正，则有
$$\begin{cases} I_1 r + (I_1 - I_2)\mathrm{r} = (I - I_1)2r \\ I_2 r_X = (I_1 - I_2)\mathrm{r} + (I - I_2)\mathrm{r} \end{cases}$$
$$r_X = \frac{\mathrm{r r_k}}{r + r_k} + r \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \dfrac{2r_x + 5r}{4r_x + 7r} I \\ I_2 = \dfrac{6r}{4r_x + 7r} I \end{cases}$$
$$\Rightarrow r_{k+1} = R_{AB} = \frac{I_1 r + I_2 r_x}{I} = \frac{13r + 21r_k}{11r + 15r_k} r$$
$$k \to \infty, r_{k+1} = r_k = R_{AB} \Rightarrow R_{AB} = \frac{1}{15}\left(5 + 2\sqrt{55}\right) r$$

3-17(PB13203139 李希)



解：
(1)首先可设总电阻为R,每个电压表电阻为r,

得$R = r + \dfrac{r(\mathrm{r} + R)}{r + r + R} \Rightarrow R = \sqrt{3}r$

$U_{1A} + U_{1B} = E_1$

$U_{1C}(1 + \sqrt{3}) = U_{1B}$

$U_{1A} + U_{1B} = U_{1C}$

$U_{1A} = 5.774V$

解得：$U_{1B} = 4.226V$

$U_{1C} = 1.547V$

(2)由关系式$U_{1B} - U_{1C} = E_2, E_2 = 0.2679E_1$知

电压表示数成等比数列变换

故$U5A = 0.026V, U5B = 0.019V, U5C = 0.007V$

3-18(PB13203098 高翔)

解：

接地电阻：

$r_1 = 25mm = 0.025m$

$$R = \int_{0.025}^{+\infty} \frac{dr}{\sigma s}$$

$$= \int_{0.025}^{+\infty} \frac{dr}{\sigma} \frac{1}{2\pi r^2}$$

$$= 6.4 * 10^5 \Omega$$

3-19(PB13203098 高翔)

解：

$$R_1 = \int_a^b \frac{\rho dr}{s}$$

$$= \int_a^b \frac{\rho dr}{2\pi r l}$$

$$= \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{b}{a}$$

单位长度，即l=1m时

$$R_1 = \frac{\rho}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

3-20(魏志远 PB13000612)
解：
设通过 R_i 的电流为 I_i.以逆时针为正反向. 选取 E_1-1-E_2, E_2-3-E_3 以及 E_1-2-E_3 三个回路应用基尔霍夫第二定律, 有

$$E_1 - I_1 R_1 - E_2 = 0$$
$$E_2 - I_3 R_3 - E_3 = 0$$
$$E_1 - I_2 R_2 - E_3 = 0$$

解得 $I_1 = 3A$, $I_2 = 7A$ 以及 $I_3 = 0.8A$

3-21(PB13203098 高翔)
解：

$$\begin{cases} \varepsilon_3 - I_1 R_3 - (I_1 + I_2) \mathrm{R}_2 - I_1 R_4 = 0 \\ \varepsilon_1 - I_2 R_1 - (I_1 + I_2) \mathrm{R}_2 - \varepsilon_2 = 0 \end{cases}$$

代入数据得 $I_1 = \dfrac{2}{7} A$, $I_2 = \dfrac{6}{7} A$

通过R_2的电流 $I` = I_1 + I_2 = \dfrac{8}{7} A$

R_4上的电压 $U = I_1 R_4 = \dfrac{12}{7} V$

3-22(PB13203098 高翔)
解：
(1)

a, b断开时, 回路电流为

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{R_1 + R_3 + R_4 + R_5 + r_1 + r_3} = 0.4A$$

a, b两点电势差为$U_{\mathrm{ab}} = U_a - U_b = I(R_3 + R_4 + r_3) + \varepsilon_3 - \varepsilon_2 = 0V$

a, b两点等电势

(2)a,b 接通后，由于(1)中已经计算出 a,b 两点等电势，经计算 R2 左右两端电势相等，所以通过 R1 的电流仍为 0.4A

3-23 (PB13000373 干淑远)
解：
由于对称性，以电流接入点为球心，半径 r 的半球壳上的电流密度

$j = \frac{I_0}{2\pi r^2}$；

由欧姆定律: $E = \rho j$ 得 $E = \frac{\rho I_0}{2\pi r^2}$

电流 I_0 引起的电势差 $\Delta U = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\rho I_0}{2\pi r^2} dr = \frac{1}{2\pi} \rho I_0 (\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})$

故 C,D 两点的电势差:

$$V = \frac{1}{2\pi a} \rho I_0 (\frac{1}{1} - \frac{1}{\sqrt{2}}) - (-\mathrm{I}_0) \frac{1}{2\pi a} \rho (\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{1})$$

$$= \frac{1}{\pi a} \rho I_0 (1 - \frac{1}{\sqrt{2}})$$

得: $\rho = \frac{\pi a V}{\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) I_0}$

3-24

解：(魏志远 PB13000612)

(1)可将一电阻为 R 的电阻与电流计串联实现。

则有关系

$$I_G(R + R_G) = U$$

其中， $R_G = 10.0\Omega, I_G = 0.01A, U = 120V$.

可得 $$R = \frac{U}{I_G} - R_G = 11900\Omega$$

(2)可将一电阻为 R 的电阻与电流计并联实现。

电流计最大测量电流为 $I_G = \frac{0.20V}{20\Omega} = 0.01A$

与电阻 R 并联后，当总电流为 I=10A 时，电流计上电流为

$$I' = \frac{R}{R + R_G} \cdot I$$

要满足条件，有 I'= I_G,得 $R = \frac{I_G}{I - I_G} \cdot R_G = \frac{20}{999}\Omega \approx 0.02\Omega$.

3-25 (马超 PB13203072)

解：

$$\begin{cases} I = I_C + I_R \\ U = \varepsilon - Ir = \dfrac{q}{C} = I_R R \end{cases} \Rightarrow I = \frac{1}{R+r}(\varepsilon + I_C R)$$

$$\varepsilon - \frac{1}{R+r}(\varepsilon + I_C R)r = \frac{q}{C}$$

$$\frac{R}{R+r}\varepsilon - \frac{Rr}{R+r}I_C = \frac{q}{C}$$

$$\frac{RC}{R+r}\varepsilon - q = \frac{RrC}{R+r}\frac{dq}{dt}$$

$$\Rightarrow q = \frac{RC\varepsilon}{R+r}(1 - e^{-\frac{R+r}{CRr}t})$$

$$I_{(t)} = \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}\Big/ R = \frac{\varepsilon}{R+r}(1 + \frac{R}{r}e^{-\frac{R+r}{CRr}t})$$

$$U_{(t)} = \frac{q}{C} = \frac{R\varepsilon}{R+r}(1 - e^{-\frac{R+r}{CRr}t})$$

3-26 (PB13000373 干淑远)
解：

对于独立的 RC 电路有方程组：$iR + \dfrac{q}{C} = \varepsilon, i = \dfrac{dq}{dt}$

解得$q = \varepsilon C\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right), i = \dfrac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$

检流计两端电势差$V = i_1 R_1 - i_2 R_2 = \varepsilon(e^{-\frac{t}{R_1 C_1}} - e^{-\frac{t}{R_2 C_2}})$

故两电路 RC 相等时，电势差 V=0,检流计中无电流通过，即开关 k 闭合后，G 中指针不会偏转

3-27 (王晨 PB10203127)
解：

$$\frac{1}{C}\int_0^t I \cdot dt = \varepsilon - IR$$

$$\frac{I}{C} = -R\frac{dI}{dt} \Rightarrow I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}, I = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$t = 1s, I = 9.55 \times 10^{-7} C / s$$

由于$\omega = \frac{Q^2}{2C}$，则

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{Q}{C}\frac{dQ}{dt} = \frac{Q}{C} I$$

$$Q = \int_0^t I \cdot dt = C\varepsilon(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon(1 - e^{-\frac{t}{RC}})\frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$t = 1s, \frac{d\omega}{dt} = 1.08 \times 10^{-6} W$$

$$P = I^2 R, t = 1s, P = 2.74 \times 10^{-6} W$$

$$P_{源} = UI, t = 1s, P_{源} = 3.82 \times 10^{-6} W$$

3-28

解：

设细胞半径为a,则有$\frac{4}{3}\pi a^3 = V \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$

细胞未通过时：

$$R = \frac{2ra}{\pi b^2}$$

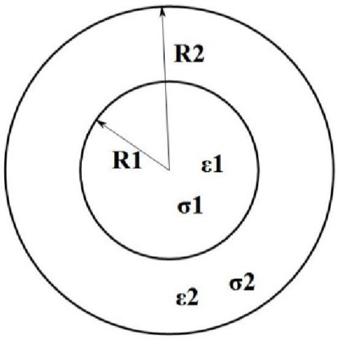
细胞通过时，

$$R' = 2\int_0^a \frac{rdx}{\pi b^2 - \pi[a^2 - (a-x)^2]} = 2r\int_0^a \frac{dx}{(x-a)^2 + \pi(b^2 - a^2)}$$

$$= \frac{2r}{\sqrt{\pi(b^2 - a^2)}} \arctan \frac{a}{\sqrt{\pi(b^2 - a^2)}}$$

电阻变化：$\Delta R = R - R' = 2r[\frac{a}{\pi b^2} - \frac{\arctan \frac{a}{\sqrt{\pi(b^2 - a^2)}}}{\sqrt{\pi(b^2 - a^2)}}]$

3-29(PB13209028 熊江浩)
解：



设在球 1 内的电流为I_1，球 2 内的电流为I_2，则在靠近边界附近有:

$j_1 = \frac{I_1}{4\pi {R_1}^2}$和$j_2 = \frac{I_2}{4\pi {R_2}^2}$

对于界面 1，假设其面电荷密度为σ_{e1} ，则有$4\pi {R_1}^2 \frac{d\sigma_{e1}}{dt} = I_1 - I_2$

对于界面 2，假设其面电荷密度为σ_{e2}，则有$4\pi {R_2}^2 \frac{d\sigma_{e2}}{dt} = I_2$

而显然在导体中还满足$j_1 = \sigma_1 E_1$ 和$j_2 = \sigma_2 E_2$

而由于是分界面，面电荷密度还要满足介质中的高斯定理：

$$\varepsilon_2 E_2 - \varepsilon_1 E_1 = \sigma_1$$
$$\varepsilon_0 E_0 - \varepsilon_2 E_2 = \sigma_2$$

由于电荷始终没有流到空气中，而且始终球对称分布，因此我们有$E_0 = \frac{4}{3}\frac{\rho_{e0}\pi {R_1}^3}{{R_2}^2}$

由以上的七式，消去除σ_{e2}和σ_{e1}以外的变量后我们得到微分方程组：

$$\frac{d\sigma_{e1}}{dt} = \frac{\sigma_1 \rho_{e0} {R_1}^3}{3\varepsilon_1 {R_2}^2} - \frac{\sigma_2 \rho_{e0} R_1}{3\varepsilon_2} - \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1}\sigma_{e1} - \left(\frac{\sigma_1}{\varepsilon_1} + \frac{\sigma_2 {R_2}^2}{\varepsilon_2 R_1}\right)\sigma_{e2}$$

$$\frac{d\sigma_{e2}}{dt} = \frac{\sigma_2 \rho_{e0} {R_1}^3}{3\varepsilon_2 {R_2}^2} - \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2}\sigma_{e2}$$

附上初始条件，t=0 时，$\sigma_{e1} = \sigma_{e2} = 0$，解微分方程后我们得到：

$$\sigma_{e1} = \frac{1}{3} R_1 \rho_{e0} \left(e^{-\frac{\sigma_2 t}{\varepsilon_2}} - e^{-\frac{\sigma_1 t}{\varepsilon_1}} \right)$$

$$\sigma_{e2} = \frac{{R_1}^3}{3{R_2}^2} \rho_{e0} \left(1 - e^{-\frac{\sigma_2 t}{\varepsilon_2}} \right)$$

3-30(PB13000699 刘其瀚)
解：

(a)

$i_1 = i_2 = \frac{I}{2} = 0.5A$

$U = \frac{I}{2} R = 5V$

(b)

i = 1 + 1 = 2 A

U = iR = 20 V

(c)

i = 1 A

U = iR+ $U_0 = 20V$

3-31 (马超 PB13203072)

解：

(1)

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{10}{0.1 + 0.9} = 10A$$

$$U_a - U_b = R_2 \cdot I = 9V$$

(2)

由电流叠加原理

$$I_{1s} = \frac{R_2}{R_s + R_2} \cdot \frac{U}{R_{总}}, R_{总} = R_1 + \frac{R_1 R_s}{R_1 + R_s} = 0.19\Omega$$

$$I_{1s} = \frac{0.9}{1} \cdot \frac{10}{0.19} = \frac{9}{0.19} A$$

$$I_{ss} = \frac{U_s}{R_{总}'}, R_{总}' = R_s + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 0.19\Omega$$

$$I_{ss} = \frac{U_s}{0.19}, I_{ss} = I_{1s}, U_s = 9V$$

3-32 (王晨 PB10203127)

解：

左侧两个电压源等效于一个电流源， $I = 4A, R = 2\Omega$

$$\Rightarrow (I - 2A) \cdot 1\Omega + I \cdot 3\Omega = (4A - I) \cdot 2\Omega$$

$$\Rightarrow I = \frac{5}{3} A$$