$$-\frac{d\phi}{dt}-L\frac{dI}{dt}=0$$

由此得

$$dI=-\frac{B}{L}dS$$

积分得

$$I=-\frac{B}{L}(-\pi R^2)=\frac{\pi BR^2}{L}$$

（2） 力矩

$$|\vec{M}|=|\vec{m}\times\vec{B}|$$

$$=\pi R^2 IB\sin\theta$$

$$=\pi R^2\cdot\frac{\pi R^2 B}{L}(1-\cos\theta)\sin\theta$$

外力所做的总功为

$$W=\int_0^{\frac{\pi}{2}}|\vec{M}|d\theta$$

$$=\frac{2\pi^2B^2R^4}{3L}$$

第七章

7-1

外加直流电时，

$$U_1=R_xI_1\Rightarrow R_x=\frac{U_1}{I_1}=40\Omega$$

外加交流电时

$$\dot{U}_z=\dot{Z}\dot{I}_z=(R_x+j\omega L_x)\dot{I}_z$$

$$\Rightarrow\sqrt{R_x^2+\omega^2{L_x}^2}=\frac{\dot{U}_z}{\dot{I}_z}=\frac{20}{0.4}\Omega=50\Omega$$

$$\Rightarrow L_x=\frac{\sqrt{50^2-40^2}}{50}=0.6H$$

7-2

由 $\dot{Z}=R+\frac{1}{j\omega C}\quad\dot{Z}\dot{I}=\dot{U}$

可得

$$\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega C})^2}\bullet I=U$$

$$RI=U_R$$

$$\Rightarrow C=\frac{1}{\sqrt{(\frac{U}{U_R})^2-1}\bullet\frac{2\pi fU_R}{I}}$$

$$\Rightarrow C=1.0\mu F$$

7-3

（1）

电路的总阻抗为

$$\dot{Z}=R+j\omega L+\frac{1}{j\omega C}=R+j(\omega L-\frac{1}{\omega C})$$

$$\therefore Z=\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}=51.4\Omega$$

（2）

阻抗幅角为

$$\varphi=\arctan\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}=-0.678$$

（3）

电压峰值分别为

$$V_{mR}=\frac{V_m}{Z}R=0.778V$$

$$V_{mL}=\frac{V_m}{Z}\omega L=0.611V$$

$$V_{mC}=\frac{V_m}{Z}\frac{1}{\omega C}=1.24V$$

7-4

（1）

由 $Z=\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}$，得

ω=500rad/s 时，Z_1=626Ω

ω=1000rad/s 时，Z_2=500Ω

（2）

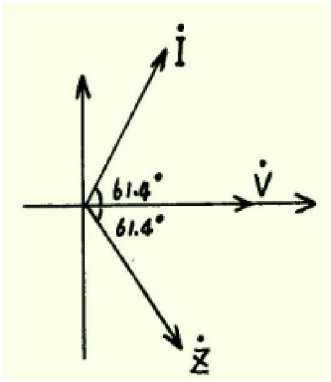
$$I_m = \frac{V_m}{Z} = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$\frac{\partial I_m}{\partial \omega} = \frac{V_m \omega (\frac{1}{\omega^4 C^2} - L^2)}{[R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2]^{\frac{3}{2}}}$$

又$\because \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 745 rad/s$时

$\frac{\partial I_m}{\partial \omega} = 0$，达极大值，$\omega < \omega_0$时，$\frac{\partial I_m}{\partial \omega} > 0$

所以电流先上升，再下降



题解 7-4 图

（3）

$$\varphi = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = -61.4$$

（4）

$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$时共振，共振频率 $f = \frac{\omega}{2\pi} = 119 Hz$。此时功率因子$\cos\varphi = 1$。

（5）

电阻为100Ω时， f 仍为$119 Hz$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V_m}{\sqrt{2}R} = 0.354 A$$

7-5

（1）

$$\dot{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

功率因子

$$\cos\varphi = \frac{1}{(1+\tan^2\varphi)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{[1+(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R})]^{\frac{1}{2}}} = 0.78$$

（2）

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = 51.4\Omega$$

电流最大值为

$$I_m = \frac{V_m}{Z} = 2.75A$$

（3）

功率损失

$$P = VI\cos\varphi = \frac{V^2}{Z}\cos\varphi = 151.5W$$

7-6

（1）螺线管长度 2m 远大于管半径 0.1m，忽略边缘效应，则

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{(\mu_0 nI)\pi R^2 N}{I} = 0.02H$$

（2）

轴线上的磁感应强度为

$$B = \mu_0 nI = 1.26T$$

（3）

磁螺线管的储能为

$$W = \frac{1}{2}LI^2 = 40000J$$

（4）

$$iR = -L\frac{di}{dt} + \varepsilon$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}) = 200(1 - e^{-5t})A$$

故时间常数 $\tau = 0.2s$

7-7

设其等效阻抗为 z_x

$$z_1 + \frac{z_2 z_x}{z_2 + z_x} = z_x$$

$$\Rightarrow z_x = \frac{z_1 + \sqrt{z_1^{\ 2} + 4z_1 z_2}}{z}$$

7-8

（1）系统的总复阻抗为

$$\dot{z} = R + \frac{1}{j\omega C} + \frac{R \parallel \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{[R(R^2 + \frac{2}{\omega^2 C^2}) - j\frac{1}{\omega C}(2R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2})]}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

$$\therefore z = \frac{\sqrt{R^2(R^2 + \frac{2}{\omega^2 C^2})^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}(2R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2})^2}}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

（2）$u(t)$ 与 $u_2(t)$ 位相相等，则

要求 $\varphi = \varphi_2 \Rightarrow \tan\varphi = \tan\varphi_2$

$$\therefore \frac{-\frac{1}{\omega_0 C}(2R^2 + \frac{1}{\omega_0^2 C^2})}{R(R^2 + \frac{2}{\omega_0^2 C^2})} = -R\omega_0 C$$

$$\Rightarrow \frac{2R^2\omega_0^2 C^2 + 1}{2 + R^2\omega_0^2 C^2} = R^2\omega_0^2 C^2$$

$$\Rightarrow R^2\omega_0^2 C^2 = 1$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

（3）$\omega = \omega_0$ 时

$$\dot{z} = \frac{3}{2}R(1 - j)$$

$$\dot{z}_2 = \frac{1}{2}R(1 - j)\,,$$

串联电路 i 相同，$u(t)$ 与 $u_2(t)$ 峰值关系为 $u_0 = 3u_{20}$

7-9

（1）

$$\dot{z} = \frac{R_1 \parallel \frac{1}{j\omega C_1}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} + \frac{(j\omega L + R_2) \parallel \frac{1}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + j\omega L}$$

$$= 4.9 + 0.7j\ \Omega$$

所以是电感性的

（2）

$$U_1 = U\frac{z_1}{z} = 36.4V$$

7-10

（1）电路中的总复阻抗

$$\dot{z} = R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L + \frac{j\omega L \square \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$= R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C} + \frac{L\omega}{1-\omega^2 LC})$$

$$z = [R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C} + \frac{L\omega}{1-\omega^2 LC})^2]^{\frac{1}{2}}$$

（2）

输出功率要达到最大，则由 $p = \frac{u^2}{z}$ 得 z 要尽量小

$\therefore \omega L - \frac{1}{\omega C} + \frac{L\omega}{1-\omega^2 LC} = 0$时，即$\omega = \frac{0.62}{\sqrt{CL}}$或$\omega = \frac{1.62}{\sqrt{CL}}$时电源输出功率最大。

7-11

（1）电路中的复阻抗

$$\dot{z} = R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L$$

$$I = \frac{u}{z} = 4.42A$$

$$i = \mathrm{Re}(\frac{\sqrt{2}\,\varepsilon e^{\square j\omega t}}{\square z}) = (34\cos 314t - 6\sin 314t)A$$

（2）

有效值

$U_R = 132.7V$

$U_L = 176.5V$

$U_C = 352V$

瞬时值

$u_R = (54.4\cos\omega t - 180.1\sin\omega t)V$

$u_L = (-239.6\cos\omega t - 72.4\sin\omega t)V$

$u_C = (477.8\cos\omega t + 144.4\sin\omega t)V$

（3）

$$P_{有}=UI\cos\varphi = UI\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\varphi}} = 586.4W$$

$P_{无}$=UI(1-cosφ)=386.0W

7-12

（1）设灯泡的总电阻为 R，则

$$z=R+r+j\omega L = R+r+j2\pi fL$$

又$(\frac{U}{I})^2 = z^2 = (R+r)^2 + (2\pi fL)^2$

$$R = \sqrt{(\frac{U}{I})^2 - (2\pi fL)^2} - r = 107.9\Omega$$

灯泡两端电压为 215.8V

（2）

$$P_{\max} = \frac{(220\sqrt{2})^2}{\sqrt{108.9^2 + (5\pi)^2}} = 879.8W$$

（3）

发生短路时

$$P = \frac{V^2}{z}\cos\varphi = \frac{\frac{V^2}{\sqrt{r^2+(\omega L)^2}}}{\sqrt{1+\tan^2\varphi}} = 195.4W$$

7-13

（1）

$$\dot{z} = R + \frac{\frac{1}{j\omega C}\bullet j\omega L}{\frac{1}{j\omega C} + j\omega L} = R + j\frac{\omega L}{1-\omega^2 LC}$$

电路中总阻抗

$$z = \sqrt{R^2 + (\frac{L\omega}{1-\omega^2 LC})^2} = 8.94\Omega$$

（2）

$$I_c=\frac{U}{z}\cdot\frac{z_{LC}}{z_C}=\frac{220}{\sqrt{5}}\times\frac{1}{(\frac{1}{100\pi}\times530\times10^{-6})^2}=2.73A$$

（3）

$P_{有}$=U$I\cos\varphi=4840W$

（4）

功率因数$\cos\varphi=\frac{2}{\sqrt{5}}$

（5）

不能，因为无法使

$$\frac{L\omega}{1-\omega^2LC}=0$$

7-14

电路图和向量图如下。向量图中，将负载所在支路的电流$\dot{I}_1$分解。有功分量$\dot{I}_{1y}$和电压同相位，两者有效值相乘后得有功功率；无功功率$\dot{I}_{1w}$与电压相差90°，相乘为无功功率。

再将并联电容后的总电流$\dot{I}$做同样的分解，得到有功分量$\dot{I}_y$和无功分量$\dot{I}_w$。

可以看出，$\dot{I}_y=\dot{I}_{1y}$。因此，有功功率不变。还可以看出

$$I_{1w}-I_w=I_c$$

即

$$I_1\sin\varphi_L-I\sin\varphi=I_c$$

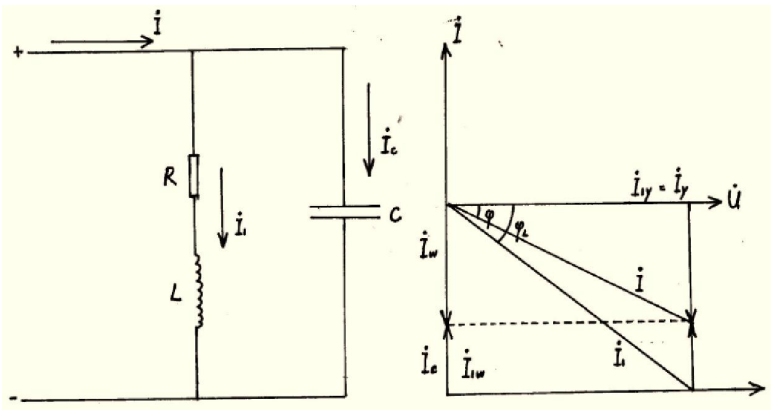
又由

$$I_1=\frac{P}{U\cos\varphi_L}$$

$$I=\frac{P}{U\cos\varphi}$$

及$I_c=U\omega C$，得

$$C=\frac{P}{U^2\omega}(\tan\varphi_L-\tan\varphi)$$



题解 7-14 图

7-15

（1）

由

$$N_{副}=\frac{V_{副}}{V_{副}}N_{原}$$

得

$$N_1=\frac{V_1}{V}N=\frac{5}{220}\times 660=15$$

$$N_2=\frac{V_2}{V}N=\frac{6.8}{220}\times 660=20.4$$

$$N_3=\frac{V_3}{V}N=\frac{350}{220}\times 660=1050$$

（2）

由

$$V_{原}I_{原}=V_1I_1+V_2I_2+V_3I_3$$

得

$$I_{原}=\frac{5\times 3+6.8\times 2+350\times 280\times 10^{-6}}{220}A=0.13A$$

7-16

第一臂达谐振状态时，谐振频率

$$f_0=\frac{\omega_0}{2\pi}=\frac{1}{2\pi\sqrt{L_1C_1}}$$

7-17

（1）

阻抗

$$\tilde{z}=(R+R_0)+\mathrm{j}\omega(\mathrm{L}+\mathrm{L}_0)$$

电源供电功率为

$$P=\frac{\varepsilon^2}{z}\cos\varphi$$

$$=\frac{\varepsilon^2(R+R_0)}{\sqrt{(R+R_0)^2+\omega^2(\mathrm{L}+\mathrm{L}_0)^2}}$$

（2）

由

$$P'=I^2z'\cos\varphi'$$

$$z'=\sqrt{R^2+\omega^2L^2}$$

得

$$P' = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+R_0)^2 + \omega^2 (\mathrm{L}+\mathrm{L}_0)^2}$$

（3）

系统效率

$$\eta = \frac{P'}{P} = \frac{R}{R+R_0}$$

7-18

视在功率

$S = UI = 660W$

有功功率

$$P = S\cos\varphi = 528\,\mathrm{W}$$

绕组阻抗

$$\mathrm{z} = \frac{U}{I} = 73.3\Omega$$

7-19

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{RC\omega_0} = 0.3$$

7-20

常用小型变压器每伏匝数计算公式为

$$N = \frac{10000}{4.44\,fBS}$$

其中 f 为交流电频率，B 为磁通密度（单位 T），S 为铁芯面积（单位 cm^2 ）。

代入最大磁感应强度值，得 N 最小值为

$$N = \frac{1\times10^4}{4.44\times50\times1.2\times8} = 4.69$$

取 $N = 5$

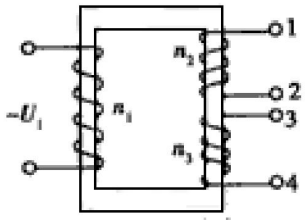
得初级线圈，次级线圈匝数分别为

$N_1 = 5\times220 = 1100$匝

$N_2 = 5\times40 = 200$匝

$N_3 = 5\times6 = 30$匝

变压器结构如图



题解 7-20 图