

2.3C-2 【求解过程参考教材 21-24 页】

(a) 最优解 $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, 6, 0, 7)$,
最优目标函数值 $z=41$ 。

2.3C-4

(a) 观察该问题的最优解为 $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (4/5, 0, 16/5, 3/5)$ 。

证明： 1) x_1 为非基变量， x_2, x_3, x_4 为基变量，可行， $z=0$,

2) x_2 为非基变量， x_1, x_3, x_4 为基变量，可行， $z=4/5$,
其他情况不可行。

所以极大化问题的最优解为第 2) 种情况，得证。

(b) 极小化问题的最优解为 $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, 4, 8, 3)$ 。

证明：由 (a) 中的证明可得。

2.3C-11

(a) 模型建立

$$Z = 24x_1 + 22x_2 + 45x_3$$

$$\text{s.t.} \quad 2x_1 + x_2 + 3x_3 + s_1 = 41$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 + s_2 = 40$$

$$x_1 + 0.5x_2 + x_3 + s_3 = 45$$

$$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

(b)

(单纯行法的求解过程参考教材)

最优解 $(x_1, x_2, x_3, s_1, s_2, s_3) = (0, 36, 2, 0, 0, 25)$ 。

皮革，缝纫匮乏。

修整充裕。

2.4A-3 最优解 $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, 7/4, 0, 33/4)$ 。

最优目标函数值 $z=7/2$ 。

2.4A-5

初始单纯行表

| 基 | X1 | X2 | X3 | X4 | S1 | S2 | 解 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| z | -3 | -2 | -3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| X3 | 1 | 4 | 1 | 0 | -1 | 0 | 7 |
| X4 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | -1 | 10 |

修正 (使得基变量在 z 行的系数为 0)

| 基 | X1 | X2 | X3 | X4 | S1 | S2 | 解 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| z | 0 | 10 | 0 | 0 | -3 | 0 | 21 |
| X3 | 1 | 4 | 1 | 0 | -1 | 0 | 7 |
| X4 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | -1 | 10 |

x_2 进基， x_3 离基

| 基 | X1 | X2 | X3 | X4 | S1 | S2 | 解 |
|----|------|----|------|----|------|----|------|
| z | -5/2 | 0 | -5/2 | 0 | -1/2 | 0 | 7/2 |
| X2 | 1/4 | 1 | 1/4 | 0 | -1/4 | 0 | 7/4 |
| X4 | 7/4 | 0 | -1/4 | 1 | 1/4 | -1 | 33/4 |

为最优单纯行表

最优解为 $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, 7/4, 0, 33/4)$ 。

2.4B-3 (b) 最优解 $(x_1, x_2, x_3) = (3, 0, 4)$

最优目标函数值 $z = -14$ 。

2.4B-7

去掉人工变量及其所在的列，则原问题的约束等价于

$$2x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 2$$

$$-5x_1 - 2x_3 - x_4 - 4x_5 = 0$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4, 5$$

由第二第三个方程得 $x_1 = x_3 = x_4 = x_5 = 0$,

再考虑第一个方程得 $x_2 = 2$ 。

2.5A-2 【按照单纯行法的计算规则计算即可】

最优解为 $(x_1, x_2) = (3/2, 2)$ 。 最优目标函数值 $z = 17/2$ 。

2.5B-1 观察得知，该问题的最优目标函数值为 $z = 10$ 。则只要满足约束，并使得 $z = 10$ 的基解即为最优基可行解。三个不同的最优基可行解：

$$Y_1 = (0, 0, 10/3), Y_2 = (1, 0, 3), Y_3 = (1, 4, 1/3)。$$

所有最优解 $a_1 Y_1 + a_2 Y_2 + a_3 Y_3$

其中 $a_1 + a_2 + a_3 = 1, 0 \leq a_i \leq 1, i = 1, 2, 3$

2.5 B-2

(a) 最优单纯行表

| 基 | X1 | X2 | X3 | S1 | S2 | 解 |
|----|----|----|----|----|----|----|
| Z | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 40 |
| X1 | 1 | 0 | -2 | -1 | 1 | 30 |
| X2 | 0 | 1 | -7 | -2 | 1 | 20 |

单纯行法求出的最优解为 $(x_1, x_2, x_3) = (30, 20, 0)$ 。最优目标函数值为 $z = 40$ 。

(b) 观察最优单纯形表，z 行中非基变量 x_3, s_1 的系数为零，则该问题有无穷多最优解。该问题一共有 10 个角点，验证其他 9 个角点都不是最优解。

另一种解释（该问题只有一个最优单纯形表，则说明最优角点只有一个，因为一个最优单

单纯形表求得一个最优角点)。

(c) 二维代数表示

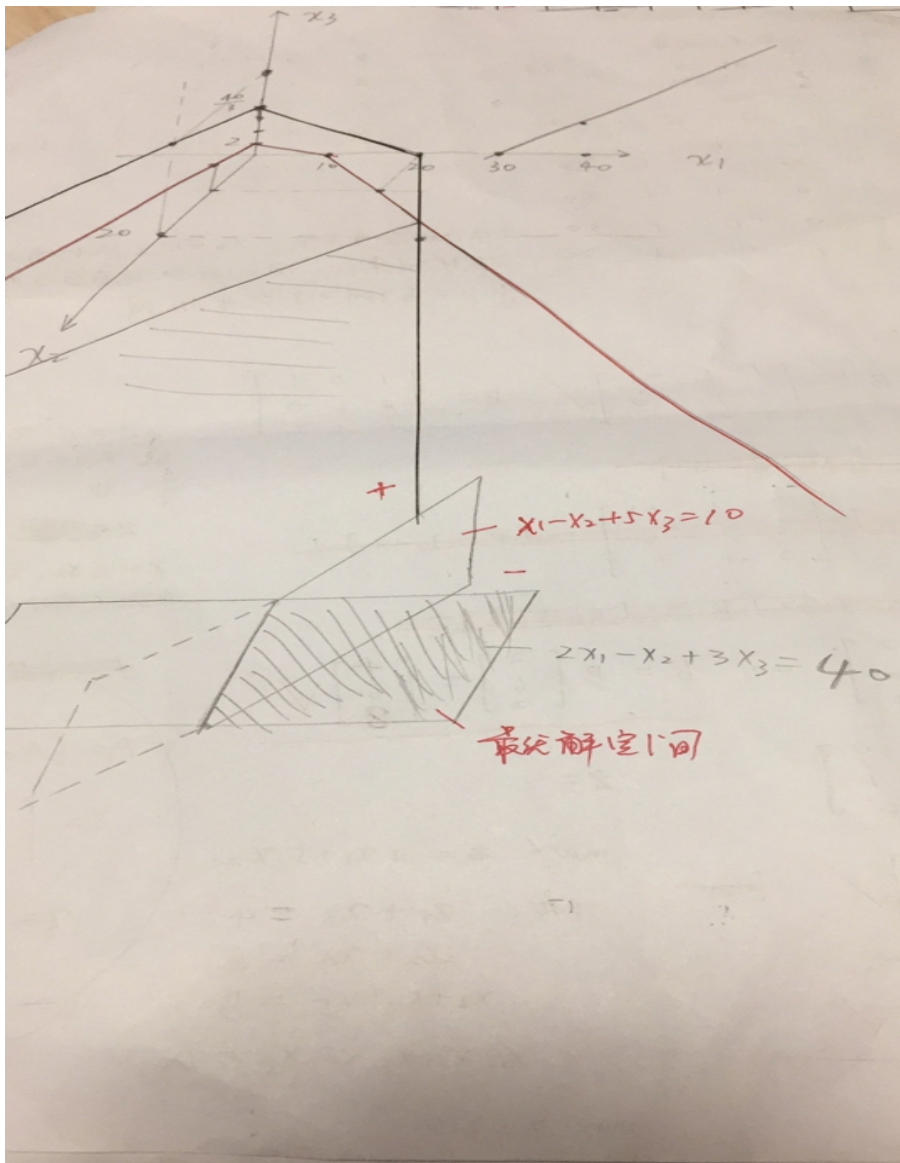
$$2x_1 - x_2 + 3x_3 = 40$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

$$x_1 - x_2 + 5x_3 \leq 10$$

第一个等式和第二个不等式，表示平面 $2x_1 - x_2 + 3x_3 = 40$ 第一象限（三维直角坐标系）中的部分。

第三个等式将空间分成了三部分，可以表示为平面 $x_1 - x_2 + 5x_3 = 10$ 上，平面 $x_1 - x_2 + 5x_3 = 10$ 的+面，平面 $x_1 - x_2 + 5x_3 = 10$ 的-面。



2.5C-1 最后一步单纯行表

| 基 | x1 | x2 | x3 | x4 | 解 |
|----|----|----|----|----|----|
| z | 0 | 0 | -1 | 3 | 80 |
| x1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 30 |
| x2 | 0 | 1 | -1 | 1 | 20 |

x3 进基，无法选择离基变量，x3 可以无限制增加而不破坏约束，因此问题没有有界解。

2.6A-5 参考 44 页（单纯行表中的逆矩阵）中的两个表。

原文题为：

$$\text{Max } z=2x_1+5x_2$$

$$\text{s.t. } x_1+x_3=4$$

$$x_2+x_4=6$$

$$x_1+x_2+x_5=8$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

计算最优目标函数值为 $z=34$ 。

2.6 B-1

参考书上 46,47 页。