第四章

4-1 (马超 PB13203072)

解：

由毕奥萨伐尔定律

$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\cos\theta}{x^2},x=r\cos\theta,dl=xd\theta\Big/\cos\theta$$

$$\Rightarrow dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{d\theta}{x}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\cos\theta d\theta}{r}$$

$$B=\int_{-\theta_0}^{\theta_0}\frac{\mu_0 I\cos\theta d\theta}{4\pi r}=\frac{\mu_0 I}{4\pi r}2\sin\theta_0=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\frac{\frac{1}{2}l}{\sqrt{\frac{1}{4}l^2+r^2}}$$

$$=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\frac{l}{\sqrt{l^2+4r^2}},\text{当}l\,\square\,\,r\text{时，}$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\text{与安培环路定理结果一致}$$

4-2 (张方奕 PB13203055)

解：

(1)相互垂直两段对 O 无电磁贡献

$$dB=\frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2}$$

即有

$$B_1=-\frac{\mu_0 I\cdot\ 0.5\pi b}{4\pi b^2}$$

$$B_2=\frac{\mu_0 I\cdot\ 0.5\pi a}{4\pi a^2}$$

$$B=B_1+B_2=\frac{\mu_0 I(b-a)}{8ab}$$

⑵代入 $I=20A,a=30mm,b=50mm$

得 $B\approx4\times10^{-5}T$

4-3 (张方奕 PB13203055)

解：

磁感 B 可分为无限长导线与圆环 O 分别贡献

由安培定理

$$2\pi RB_1=\mu_0 I$$

$$B_1=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

又圆环

$$B_2=\frac{\mu_0\cdot\ 2\pi RI}{4\pi R^2}=\frac{\mu_0 I}{2R}$$

$$B=B_1+B_2=\frac{\mu_0 I}{2R}(1+\frac{1}{\pi})$$

4-4(张加晋 PB13203136)

解：

面电流 $i=\frac{NI}{b-a}$

① 中心处：一个面电流环产生磁场 $d_B=\frac{\mu_0 idr}{2r}$

∴ 总磁场 $B=\int_a^b db=\int_a^b\frac{\mu_0 idr}{2r}=\frac{\mu_0 i}{2}\ln\frac{b}{a}=\frac{\mu_0 NI}{2(\mathrm{b-a})}\ln\frac{b}{a}$

②轴上. $dB=\frac{\mu_0 ir^2dr}{2\left(r^2+z^2\right)}$ (设距圆心距离为 E 处)

$$B=\int_a^b dB=\frac{\mu_0 NI}{2(b-a)}\int_a^b\frac{r^2dr}{\left(r^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$=\frac{\mu_0 NI}{2\left(b-a\right)}\left(\ln\left(\frac{y}{z}+\sqrt{\left(\frac{y}{z}\right)^2+1}\right)\int_a^b-\frac{r}{\sqrt{r^2+z^2}}\int_a^b\right)$$

（令 z=r） $=\frac{\mu_0 NI}{2\left(b-a\right)}\left(\ln\frac{b+\sqrt{r^2+b^2}}{a+\sqrt{r^2+b^2}}+\frac{a}{\sqrt{r^2+n^2}}-\frac{b}{\sqrt{r^2+b^2}}\right)$

4-5 (张方奕 PB13203055)

解：

(1).圆环两半相抵消,B=0

(2).电阻之比为 $\frac{R_1}{R_2}=\frac{2\pi-\theta}{\theta}=\frac{I_2}{I_1}$

即有 $B_1=\frac{\mu_0 I_1(2\pi-\theta)}{4\pi R}$

$$B_2 = -\frac{\mu_0 I_2 \theta}{4\pi R}$$

即有 $B_1 + B_2 = 0$

4-6(张加晋 PB13203136)
解：
圆弧对 O 点的磁感应强度为

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2R}\cdot\frac{2\pi-2\theta}{2\pi} = \frac{\mu_0 I}{2R}\left(1-\frac{\theta}{\pi}\right)$$

直线对 O 点的磁感应强度为

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R\cos\theta}\int_{\frac{\pi}{2}-\theta}^{\frac{\pi}{2}+\theta}\sin\alpha d\alpha$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\cdot\tan\theta$$

$$\therefore 合磁场 B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{2R}\left(1-\frac{\theta}{\pi}+\frac{\tan\theta}{\pi}\right)$$

4-7(张方奕 PB13203055)
解：

由电流的定义， $I = \frac{dQ}{dt} = \frac{e}{(\frac{2\pi r}{v})}$

则, $B = \frac{\mu_0}{4\pi} * \frac{2\pi I}{r} = \frac{\mu_0 ev}{4\pi r^2} = 12.52T$

4-8 (余阳阳 PB13203083)
解：

$$B_r = \int_0^{\pi} \frac{\frac{\mu_0 Q}{4\pi R^2}\cdot R d\theta\cdot(2\pi R\sin\theta)(R\sin\theta)^2}{2\cdot\frac{2\pi}{\omega}[(R\sin\theta)^2+(R\cos\theta-x)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{\mu_0 Q\omega}{8\pi R}\int_{-1}^{1}\frac{(1-t^2)dt}{(1-2tk+k^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$(k = \frac{r}{R})$$

积分可得：

$$B_r=\frac{\mu_0 Q\omega}{8\pi R}\int_{-1}^{1}\frac{(1-t^2)dt}{(1-2tk+k^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$=\frac{\mu_0 Q\omega}{6\sqrt{2}\pi R^2 k^{\frac{3}{2}}}\{\frac{\frac{1+k^2}{k}}{\frac{[(k+1)+(k-11)]}{\sqrt{2}k}}-\frac{[(k+1)+(k-11)]}{\sqrt{2}k}\}$$

k □ 1时，

$$B_r=\frac{\mu_0 Q\omega}{6\pi r^3}$$

$0\le k<1$时，

$$B_r=\frac{\mu_0 Q\omega}{6\pi R}$$

(2)
该球的磁矩

$$m=\int_0^{\pi}\pi(R\sin\theta)^2\frac{Q\omega}{4\pi R^2\cdot 2\pi}(R\cdot 2\pi R\sin\theta)d\theta$$

$$=\frac{Q\omega^2 R}{4}\int_0^{\pi}\sin^3\theta d\theta$$

$$=\frac{Q\omega R^2}{3}$$

4-9 (张加晋 PB13203136)
解：
⑴由圆电流轴线的场$B=\frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+d^2)^{\frac{3}{2}}}$ ，d 为场点距 0 的距离，方向满足右手定则。
利用叠加原理

$$B(x)=\frac{u_0 IR^2}{2\left(R^2+\left(\frac{a}{2}+x\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{u_0 IR^2}{2\left(R^2+\left(\frac{a}{2}-x\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

B 的方向沿轴线向右。

⑵ $\frac{dB}{dx}=0$ 时

$$\frac{-\frac{2}{3}\cdot 2\left(\frac{a}{2}+x\right)}{\left(R^2+\left(\frac{a}{2}+x\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}}+\frac{+\frac{2}{3}\cdot 2\left(\frac{a}{2}-x\right)}{\left(R^2+\left(\frac{a}{2}-x\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}}=0$$

$$\frac{-(a+2x)}{\left(R^2+\left(\frac{a}{2}+x\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}}+\frac{(a-2x)}{\left(R^2+\left(\frac{a}{2}-x\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}}=0$$

在 x=0 处，自然成立(a 可为任意值)

现证：$\frac{d^2B}{dx^2}\big|_{x=0}=0$

即

$$\frac{-\left(R^2+\left(\frac{a}{2}+x\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}+\left(\frac{a}{2}+x\right)\frac{5}{2}\left(R^2+\left(\frac{a}{2}+x\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}2\left(\frac{a}{2}+x\right)}{\left(R^2+\left(\frac{a}{2}+x\right)^2\right)^5}$$

即

$$+\frac{-\left(R^2+\left(\frac{a}{2}-x\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}+\left(\frac{a}{2}+x\right)\frac{5}{2}\left(R^2+\left(\frac{a}{2}x\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}2\left(\frac{a}{2}+x\right)\left(\frac{a}{2}-x\right)}{\left(R^2+\left(\frac{a}{2}-x\right)^2\right)^3}$$

X=0 时，

$$\left(R^2+\left(\frac{a}{2}+x\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}+\left(\frac{a}{2}\right)\frac{5}{2}\left(R^2+\left(\frac{a}{2}+x\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}2\left(\frac{a}{2}\right)-$$

$$\left(R^2+\left(\frac{a}{2}+x\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}+\frac{5}{2}\left(R^2+\left(\frac{a}{2}+x\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}2\left(\frac{a}{2}\right)^2=0$$

$$\therefore -\left(R^2+\left(\frac{a}{2}+x\right)^2\right)+5\left(\frac{a}{2}\right)^2=0$$

$$\therefore -R^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2+5\left(\frac{a}{2}\right)^2=0$$

∴ 当 R=a 时 ,在 x=0 处 $\frac{d^2B}{d^2x}=0$

即 a=R 时， $\frac{dB}{dx}\big|_{x=0}=0$， $\frac{d^2B}{dx^2}\big|_{x=0}=0$

即 B 在为 a=R 时，x=0 附近 B 为常数。

4-10(张加晋 PB13203136)

解：磁矩的运动场：$B=\frac{u_0 m}{4\pi r^3}+\frac{3u_0 r_0(m\cdot r_0)}{4\pi r_0^5}$

因为地球半径运大于小电流环半径，地面磁极的场可视为磁矩与

r_o 半径时磁矩 $\overline{m}$ 远场 B 值为

$$B=-\frac{u_0 m}{4\pi r^3}+\frac{3u_0 R^3 m}{4\pi R^5}=\frac{2u_0 m}{4\pi R^3}=\frac{u_0 m}{2\pi r^3}$$

$$\therefore m=\frac{u_0 m}{2\pi r^3}B=\frac{2\times 3.14\times(6\times 10^6)^3\times 0.810^{-4}}{4\pi\times 10^{-3}}=8.6\times 10^{22}(安\cdot 米^2)$$

4−11 (PB13000307 赵朴凝)

解：

与轴距离大于 r 的电流对磁场的贡献相互抵消（与一个均匀带电球壳内部电场强度为零相类比），与轴距离小于 r 的电流在 r 处的磁场等于位于轴线的电流在 r 处的磁场（与一个均匀带电球壳外部的场强等于电荷全部集中于球心时的场强相类比），因此与轴距离在 r 以内的电流是有效的，设四种情形下有效电流为 I_i,i=1,2,3,4，则

$$I_1=\frac{r^2}{a^2}I$$
$$I_2=I$$
$$I_3=\frac{c^2-r^2}{c^2-b^2}I$$
$$I_4=0$$

再由$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$可得

$$B_1=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{r}{a^2}$$
$$B_2=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$
$$B_3=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\frac{c^2-r^2}{c^2-b^2}$$
$$B_4=0$$

4-12 (余阳阳 PB13203083)

解：

(1)

可将空心部分假想为通有大小相等，方向相反的电流。电流密度等于管中的电流密度(填补法)，则圆柱轴线上的磁感应强度

$$B_0=\frac{\mu_0 js}{2\pi d}=\frac{\mu_0\pi b^2 I}{2\pi d\pi(\mathrm{b}^2-b^2)}=\frac{\mu_0 Ib^2}{2\pi d(a^2-b^2)}, \text{逆时针}$$

(2)

空心部分轴线上的磁感应强度

$$B_0^{'}=\frac{\mu_0 j\pi d^2}{2\pi d}=\frac{\mu_0 Id}{2\pi(a^2-b^2)}, \text{顺时针，从纸面往里看}$$

(3)

由数据以及(1)和(2)中所得的公式，得

$$B_0=\frac{4\pi\times10^{-7}\times20\times0.5^2}{2\pi\times5\times10^{-3}\times(10^2-0.5^2)}T=2\times10^{-6}T$$

$$B_0^{'}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times20\times5}{2\pi\times(10^2-0.5^2)\times10^{-3}}T=2\times10^{-4}T$$

4-13 (张加晋 PB13203136)

解：

$$Fe=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=8.2\times10^{-8}N$$

$$Fm=qvB=3.5\times10^{-5}N$$

$$\therefore\frac{Fm}{Fe}\approx400$$

4-14 (余阳阳 PB13203083)

解：

由磁矩守恒得

$$\frac{ev}{2\pi r}\cdot\pi r^2=\frac{evr}{2}=\frac{ev_0r_0}{2}$$

又由匀速圆周运动规律得

$$\frac{mv^2}{r}=Bqv\Rightarrow r=\frac{mv}{Bq}$$

$$\therefore v\cdot\frac{mv}{Bq}=v_0\cdot\frac{mv_0}{B_0q}$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{\frac{B}{B_0}}v_0, r=\frac{mv_0}{q\sqrt{BB_0}}$$

4-15 (余阳阳 PB13203083)
解：
(1)
由动量定理

$$B\frac{dq}{dt}ldt = mdv \Rightarrow Blq = mv$$

又由能量守恒

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

则 $q = \dfrac{mv}{Bl} = \dfrac{m\sqrt{2gh}}{Bl}$

(2)

$$q = \frac{10\times10^{-3}\times\sqrt{2\times9.8\times2}}{0.1\times0.2}C = 3.13C$$

4-16 (马超 PB13203072)
解：
(1)
圆电流对无限长直导线的作用力与无限长直导线对圆电流作用力大小相等方向相反。

$$dF = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(L-R\cos\theta)}I_2Rd\theta$$

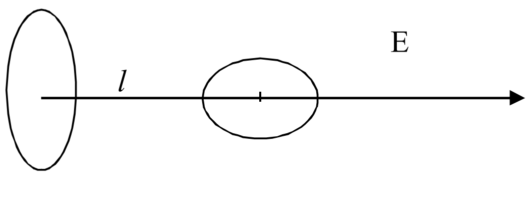
$$dF_{\perp} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 R\cos\theta d\theta}{2\pi(L-R\cos\theta)}$$

$$F = 2\int_0^{\pi}\frac{\mu_0 I_1 I_2 R\cos\theta d\theta}{2\pi(L-R\cos\theta)} = \mu_0 I_1 I_2(\frac{L}{\sqrt{L^2-R^2}}-1)$$

方向指向导线，即为吸引力
(2)
以过环心且与无限长直导线平行的直线为轴，所受磁力平行于纸面，谷堆此轴无力矩。

4-17 (张加晋 PB13203136)
解：

由



$$B_z = \frac{\mu_0 I_1 R_1^2}{2\pi(R_1^2+t^2)^{\frac{3}{2}}}\int_0^{\pi} d\varphi = \frac{\mu_0 I_1 R_1^2}{2(R_1^2+t^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\approx \frac{\mu_0 I_1 R_1^2}{2l^3}$$

力矩

$$M = \overrightarrow{m_2} \times \overrightarrow{B_z}$$

$$= \pi R^2 \cdot I_2 \cdot \frac{\mu_0 I_1 R_1^2}{2l^3}$$

$$= \frac{\pi I_1 I_2 \mu_0 R_1^2 R_2^2}{2l^3}$$

4-18(张加晋 PB13203136)

解：（1）设平板的电流密度为 i

由

$$\oiint \vec{B}\vec{dl} = \sum \mu_0 lI$$

$$\Rightarrow B(2l) = \mu_0 il$$

$$\begin{cases} B_0+B=B_2 \\ B_0-B=B_1 \end{cases}$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2}$$

$$\frac{\mu_0 i}{2} = B = \frac{B_2 - B_1}{2}$$

$$\therefore i = \frac{B_2 - B_1}{u_0}$$

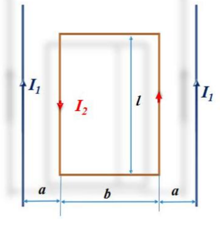
在面积 S=xy 上

$$I = i \cdot y$$

$$F = I \cdot Bx$$

单位面积上受力 $Fs = \dfrac{F}{s} = iB$

4-19(PB13000307 赵朴凝)



解：线圈左边的磁场为

$$B_1=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}-\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(a+b)}$$

右边为

$$B_2=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(a+b)}-\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$$

而

$$F=(B_1-B_2)I_2 L$$

因此有

$$F=\frac{\mu_0 I_1 I_2 Lb}{\pi a(a+b)}$$

方向向右。

4-20(PB13000307 赵朴凝)

解：将圆盘切割为无数个同心圆，每相邻两个圆半径相差 dr，则电流元为

$$dI=\sigma\omega r\,dr$$

电流元的磁矩为

$$dm=\pi r^2 dI$$

若总磁矩为 m，则总力矩为

$$M=mB$$

因此

$$M=\frac{1}{4}\pi\sigma\omega R^4 B$$

4-21(张加晋 PB13203136)

解：

小圆环轴线为 Z 轴

$$B(Z)=\frac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2+Z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$B(l)=\frac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2+Z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

小球 $M=x_m H=x_m\dfrac{B}{\mu\,\mu_0}$

$$\because B=uB(l)\therefore M=x_m H\frac{B(l)}{\mu_0}$$

$\because$ 磁矩

$m = MV = x_m \frac{B(l)}{u_0}\frac{m}{\rho}$

$\therefore F = (m\nabla)B$ $\qquad\qquad (z = l)$

$= x_m \frac{B(l)}{u_0}\frac{m}{\rho}\frac{2}{2Z}\left(\frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+Z^2)^{\frac{3}{2}}}\right)$

$= 1.1\times10^{-12}N$

为排斥力

4-22(PB13000307 赵朴凝)

解：磁铁的磁场来自于内部的分子环形电流，因此只要推出两个磁矩分别为 m_1 和 m_2 的载流线圈 1 与线圈 2 间的作用力与 $1/r^4$ 成正比即可。

先研究线圈 1 对线圈 2 的作用力，当两线圈相距较远时，线圈 1 在线圈 2 处产生的磁场为

$$\mathbf{B} = \frac{3\mu_0(\mathbf{m_1}\cdot\ \mathbf{r})\cdot\ \mathbf{r}}{4\pi r^5} - \frac{\mathbf{m_1}}{4\pi r^3}$$

其中 **r** 为线圈 2 相对线圈 1 的位置矢量。磁矩为 $\mathbf{m}_2$ 的线圈在磁场 **B** 中的能量为

$$W_2 = \mathbf{m_2}\cdot\ \mathbf{B}$$

线圈 2 受线圈 1 的力可通过对能量求梯度求得（应用虚功原理）：

$$F_{12} = -\nabla W_2$$

因此

$$F_{12} = \frac{3\mu_0\mathbf{r}}{4\pi r^5}(5m_{1r}m_{2r} - \mathbf{m}_1\mathbf{m}_2) + \frac{3\mu_0}{4\pi r^4}(m_{2r}\mathbf{m_1} + m_{1r}\mathbf{m}_2)$$

可见作用力随距离变化呈 $1/r^4$ 型衰减。

4-23 (马超 PB13203072)

解：

(1)

$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1^{'2}}{r^2} + \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{g_1^{'2}}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1^2}{r^2}$

即 $\frac{q_1^{'2}}{\varepsilon_0} + \mu_0 g_1^{'2} = \frac{q_1^2}{\varepsilon_0}$

$q_1^2 = q_1^{'2} + \frac{g_1^{'2}}{c^2}$

$\Rightarrow q_1 = \pm\sqrt{q_1^{'2} + \frac{g_1^{'2}}{c^2}}$

(2)

每组粒子之间电荷应满足上述关系

即
$$q_1^{\ 2} = q_1^{'2} + \frac{g_1^{'2}}{c^2}$$
$$q_2^{\ 2} = q_2^{'2} + \frac{g_2^{'2}}{c^2}$$

两组粒子不属于同组应满足

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1^{'}q_2^{'}}{r^2} + \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{g_1^{'}g_2^{'}}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

即 $q_1^{'}q_2^{'} + \frac{g_1^{'}g_2^{'}}{c^2} = q_1 q_2$

平方展开 $q_1^{'2}q_2^{'2} + \frac{2q_1^{'}q_2^{'}g_1^{'}g_2^{'}}{c^2} + \frac{g_1^{'2}g_2^{'2}}{c^4} = (q_1^{'2} + \frac{g_1^{'2}}{c^2})(q_2^{'2} + \frac{g_2^{'2}}{c^2})$

$\Rightarrow (q_1^{'}g_2^{'} - q_2^{'}g_1^{'})^2 = 0$

即 $\frac{q_1^{'}}{q_2^{'}} = \frac{g_1^{'}}{g_2^{'}}$

4-24(PB13000699 刘其瀚)
解:

假设当地磁场与运动平面垂直，偏移量y:

$(R-y)^2+L^2=R^2$

且$R = \frac{mv}{Bq}$,电子加速之后Uq=$\frac{1}{2}mv^2$,综上

$R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Um}{q}} \approx 12m \Rightarrow y = 6.67 * 10^{-3} m$

4-25 (肖伟 PB13203148)
解：

答：由洛伦兹力公式$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathrm{E}} + q\vec{\mathbf{V}} \times \vec{\mathbf{B}}$易知，对于同方向的电流第二项的力$q\vec{\mathbf{V}} \times \vec{\mathbf{B}}$占主导，导致导线相互吸引。而阴极射线其本质是电子束流，所以他们的相互作用力为电场力和洛伦兹力，电场力是相互排斥的，洛伦兹力是相互吸引的，但电场力占主导所以最终的合力为排斥力。

4-26(PB13203098 高翔)
解：

速度可分为$V_{\perp}$和$V_{\parallel}$两个分量，洛伦兹力提供的向心力

$$\frac{mV_{\perp}^{2}}{R}=BV_{\perp}e\Rightarrow V_{\perp}=\frac{BeR}{m}$$

周期T=$\frac{2\pi R}{V_{\perp}}=\frac{2\pi m}{Be}$

有$\frac{h}{T}=V_{\parallel}\Rightarrow V_{\parallel}=\frac{Beh}{2\pi m}$

则$V=\sqrt{V_{\perp}^{2}+V_{\parallel}^{2}}=\sqrt{\frac{B^2e^2R^2}{m^2}+\frac{B^2e^2h^2}{4\pi^2m^2}}=7.04*10^7 m/s$

4-27 (马超 PB13203072)

解：

初始时刻

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(2R)^2}=m\omega_0^{2}R$$

$$\omega_0=\sqrt{\frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 mR^3}}$$

加上均匀弱磁场后两带电指点绕质心的圆周运动不变，即ω_0,R不变

$F_c=2Bq\omega_0R$，经过 t 时间，两质点连线与 y 轴所成角$\varphi=\omega_0t$

$$F_x=F_c\sin\varphi,F_y=F_c\cos\varphi$$

$$F_c\sin\varphi=m\frac{dv_x}{dt},F_c\cos\varphi=m\frac{dv_y}{dt}$$

代入$F_c=2Bq\omega_0R$，$\varphi=\omega_0t$

得

$$dv_x=\frac{2Bq\omega_0R}{m}\sin\omega_0t\cdot dt$$

$$dv_y=\frac{2Bq\omega_0R}{m}\cos\omega_0t\cdot dt$$

积分得 $v_x=\frac{2BqR}{m}(1-\cos\omega_0t),v_y=\frac{2BqR}{m}\sin\omega_0t$

再对时间积分可得

$$x=\frac{2BqR}{m}(t-\frac{1}{\omega_0}\sin\omega_0t),y=\frac{2BqR}{m\omega_0}(1-\cos\omega_0t)$$

轨迹是一条摆线

4-28 (PB13000373 干淑远)
证:
由于加上磁场后，电子回转半径近似认为不变，则 $\Delta\omega<<\omega$，即磁感应强度 B 很小。
考虑粒子的动力学方程:$ke^2/r^2=m\omega^2 r, ke^2/r^2\pm Bev=m\omega'^2 r$.
由 $\omega'=\omega+\Delta\omega, \Delta\omega^2$为高阶无穷小量，$v=\omega r$,解得:$\Delta\omega=\omega'-\omega=\pm eB/2m$

4.29(PB13000373 干淑远)
解:
由磁镜比定义:$R_m=1/\sin^2\theta_m$，即出射角 $\theta<\theta_m$ 的粒子都将从磁镜中逃逸。
带入 $R_m=4$,解得:$\theta_m=30^o$.
总立体角 $\Omega=2\cdot\iint\sin\theta d\theta d\varphi=(2-\sqrt{3})\cdot 2\pi$.
所占比例 $\eta=\Omega/4\pi=1-\sqrt{3}/2\approx 13.4\%$.

4-30((PB13203054 丰雪雯)
解：

$$eBv = m\frac{v^2}{R}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{eB}$$

运动周期与初速无关，各向粒子旋转周期相同
设粒子到达正极时间为 t（慢速粒子初速可忽略）

$$\frac{eU}{2md}t^2 = d$$

满足 $t = nT$ 时聚焦，n 为正整数，联立解得：

$$U = \frac{ed^2B^2}{2\pi n^2 m^2}$$

4-31(PB13203053 孙浩然)
（1）设粒子加速后获得速度 v

$$Uq = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{2Uq}{m}} \quad ①$$

由于粒子在磁场中受合力大小不变且垂直于速度方向（忽略洛伦兹力以外的力），因此粒子在磁场中做圆周运动,且向心力大小 Fn=Fc=qvB。设圆周运动半径为 R，则有

$$qvB = m\frac{v^2}{R}$$

因此

$$R = \frac{mv}{Bq} \quad ②$$

所以

$$x=2R=\frac{2mv}{Bq} \quad ③$$

（2）由①③解得

$$\frac{q}{m}=\frac{8U}{B^2x^2} \quad ④$$

将题目中数据代入得

$$\frac{q}{m}=4.68\times10^{6}C/kg \ ⑤$$

4-32(PB13203054 丰雪雯)

解：

$$v_x=v_0\cos\beta$$

$$qBv_1=mg$$

$$v_y=-v_1+(v_0\sin\beta+v_1)\cos wt \quad w=\frac{2\pi}{T}=\frac{qB}{m}$$

$$v_z=(v_0\sin\beta+v_1)\sin wt$$

$$x=x_0+\int_0^t v_0\cos\beta dt=v_0\cos\beta\cdot t$$

$$y=y_0+\int_0^t[-v_1+(v_0\sin\beta+v_1)\cos wt]dt=\frac{1}{w}(v_0\sin\beta+v_1)\sin wt-v_1t$$

$$z=z_0+\int_0^t(v_0\sin\beta+v_1)\cos wtdt=\frac{1}{w}(v_0\sin\beta+v_1)\sin wt+z_0$$

4-33(PB13203054 丰雪雯)

解：

$$\mu_0 i\pi r^2=2\pi rB(r)$$

$$B(r)=\frac{\mu_0 ir}{2}$$

$$m\frac{dv_r}{dt}=qBv_\tau$$

v_τ 为平行电流方向的速度，由于焦距远大于管长，故 v_r 很小，由洛伦兹力不做功得 v_τ 近似不变，仍为初始速度 v

$$m\frac{dv_r}{dr}\cdot\frac{dr}{dt}=mv_r\frac{dv_r}{dr}=qBv=qv\mu_0 ir/2$$

积分得$mv_r^2 = qv\mu_0 ir^2/2$

$\frac{r}{v_r} = \sqrt{\frac{2m}{qv\mu_0 i}}$ 与粒子距轴距离无关，故粒子聚焦于轴上一点

$f = \frac{r}{v_r} \cdot v = \sqrt{\frac{2p}{qi\mu_0}}$

4-34 (余阳阳 PB13203083)

解：

(1)

设载流子电荷为 q，漂移速度为 v，则

$q\overrightarrow{E_\perp} + q\vec{v} \times \vec{B} = 0$

$\because \vec{j} = nq\vec{v}, n$为载流子密度，则

$\overrightarrow{E_\perp} = -\frac{1}{q_n} \vec{j} \times \vec{B}$

$\therefore R_H = -\frac{1}{q_n}$

R_H与载流子的电荷反号，且已知载流子电荷时可由R_H求出 n.

(2)

实验装置图略。通过高内阻电压计可测出霍尔电压的大小和极性，由此可得霍尔电场为$\overrightarrow{E_\perp}$=V/d，于是$\therefore R_H = \frac{\overrightarrow{E_\perp}}{\vec{j} B_Z} = \frac{v_t}{I_y B_Z}$

式中，I_y可用电流表测量，B_Z可由另一霍尔系数已知的样品来测定

(3)

应测的全部参数如下：

参数：B_Z，I_y，t，V

单位：T，A，m，V

(4)

可对两组I_y，B_Z值重复实验，则

$R_H = \frac{(V_1 - V_0)t}{I_{y_1} B_{Z_1}} = \frac{(V_2 - V_0)t}{I_{y_2} B_{Z_2}}$

式中 V_0 是因整流效应产生的接触电势差. 由上式定出 V_0 为$\frac{(V_2 I_{y_1} B_{Z_1} - V_1 I_{y_2} B_{Z_2})}{I_{y_1} B_{Z_1} - I_{y_2} B_{Z_2}}$

从而可消除整流效应的影响。

(5)

该样品载流子为正，即为 P 型半导体

(6)
在液氮温度下，由受主原子产生的空穴浓度大大降低，致使本征电子和空穴起主要作用，二者浓度一样，但由于电子的迁移率高于空穴的迁移率。故电子的霍尔效应超过空穴的而使 R_H 由负变正。

4-35(PB13203054 丰雪雯)
解：
水银受到阻力与流速成正比，设比例系数为 k
水银切割磁感线产生感生电动势 $\varepsilon = Bav$

$$I = \frac{\varepsilon}{\frac{\rho a}{bl}},\quad F = BIa$$

$$Pab = kv_0$$

$$Pab - F = kv$$

联立解得 $v = \dfrac{\rho v_0 P}{lB^2 v_0 + \rho P}$。

第五章

5-1
分子磁矩用玻尔磁矩代替，可得

$$\frac{kT}{m_B B} = \frac{kT\cdot 4\pi\cdot m_e}{ehB} = \frac{4\pi\times 1.38\times 10^{-23}\times 300\times 9.11\times 10^{-31}}{1.602\times 10^{-19}\times 6.626\times 10^{-34}\times 1} = 446.5$$

5-2
依磁矩的定义

$$\mu = I\cdot S = 1200\times 30\times 10^{-3}\times \pi\times (5\times 10^{-3})^2 A\cdot m^2 = 0.0028 A\cdot m^2$$

5-3
（1） 中子的磁矩

$$\mu = I\cdot S = (\frac{4e}{3}/\frac{2\pi r}{v})\cdot \pi r^2 = \frac{2}{3}evr$$

（2） 由（1）

$$v = \frac{3}{2}\mu/er = 1.5\times 9.66\times 10^{-27}/1.602\times 10^{-19}\times 1.2\times 10^{-15} m/s = 7.5\times 10^{7} m/s$$

5-4
（1） 自旋已排列整齐的电子数为