中国科学技术大学2012-2013学年第一学期 《单变量微积分》期末考试试卷

题号	_	1	Ξ	四	五	六	七	总分
得分					,			
复评人								

一. (20 分) 求下列不定积分(每小题 5 分):

得分	评卷人

$$V(1) \quad \int x(x-1)^n \, dx \ (n>0) \tag{2}$$

$$(2) \int \sin(2x)\cos^2 x \ dx$$

$$(3) \quad \int \sin \sqrt{x} \ dx$$

$$(4) \int \ln(x+\sqrt{x^2+1})\,dx$$

二. (20 分) 求下列积分(每小题 5 分):

得分	坪卷人
	State of the state

$$(1) \quad \int_0^1 x^2 \arcsin x \ dx$$

$$\checkmark(2) \quad \int_1^{+\infty} \frac{\arctan x}{x^2} \, dx$$

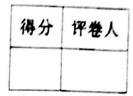
$$\int_{0}^{1} \frac{1+3x}{(x^{2}+1)(x+1)} dx$$

$$= \int_{0}^{1} \left(\frac{x+2}{X^{2}+1} - \frac{1}{X+1} \right) dx$$

$$(4) \quad \int_0^{2\pi} \sqrt{|\cos x|} \sin^5 x \ dx$$

三. (14 分) 求下面的极限(每小题 7 分):

(a)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^4 + |\sin x|} \int_0^{x^2} \frac{t^3}{1 + t^2} dt$$



(h)	lim	n
-(0)	$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{\infty}$	$\sqrt[n]{n^2+k^2}$

四. (20 分) 求下面微分方程的通解或初值问题.(每小题 10 分):

得分 坪卷人

- (a) y'' 3y' + 2y = 2x 3.
- (b) $y'' + (y')^2 = y'$, y(0) = y'(0) = 1.

五. $(10 \ fine eta)$ 设 u 是正常数, 求曲边梯形 $D: 0 \le y \le \frac{e^{x}+e^{-x}}{2}$, $0 \le x \le u$, 绕 x-轴旋转一周所得旋转体的体积和侧面积.

得分	评卷人

六. $(6\ \beta)$ 设 f(x) 是区间 [0,1] 上的可导函数且满足 $f(0) = 0\ \text{和}\ f'(x) > 0.\ \text{对于 } 0 < \alpha < \beta < 1, 求证:$

$$\int_0^1 f(x) dx > \frac{1-\alpha}{\beta-\alpha} \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx.$$

得分	评卷人

七. (10 分) (毎小题 5 分)

(a) 设 f(x) 在 ℝ 上连续. 令

得分	坪卷人

$$g(x,y) = \int_0^x \left(f(t+y) - f(t) \right) dt.$$

求证: g(x,y) = g(y,x).

(b) 求在 \mathbb{R} 上连续且满足方程 f(x+y)-f(x)-f(y)=xy 及条件 $f(1)=\frac{1}{2}$ 的函数 f(x).