

中国科学技术大学

2009--2010 学年第 1 学期考试试卷

考试科目: 算法基础

得分: _____

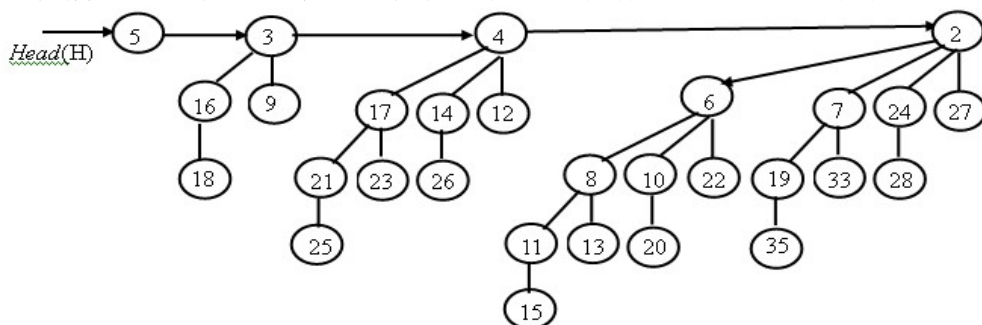
学生所在系: _____ 姓名: _____ 学号: _____

一、基本题: (20 分, 每小题 5 分)

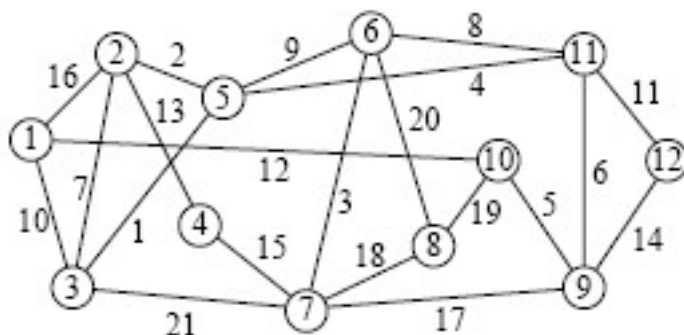
1. 已知 $f(n) = n + 2\sqrt{n}$, $g(n) = n^2$, 请证明 $f(n) = O(g(n))$;
2. 请举例说明存在函数 $f(n)$, 使得 $f(n) \neq O(n)$ 且 $f(n) \neq \Omega(n)$;
3. 求解递归方程 $T(n) = 8 \cdot T(n/2) + n$ (给出量级和推导过程)
4. 求解递归方程 $T(n) = 9 \cdot T(n/3) + n^3 \log n$ (给出量级和推导过程)

二、计算题: (40 分, 每小题 10 分)

1. 有下图所示的二项堆, 请给出在该二项堆中执行 Extract-Min 操作的过程。



2. 已知有两个序列 $X = "11201012"$, $Y = "21011021"$, 计算出 X 和 Y 的一个最长公共子序列 (给出计算过程)。
3. 已知有一段电文, 共出现了 8 种字符, 各字符出现次数分别为: A 3 次, B 5 次, C 12 次, D 15 次, E 6 次, F 2 次, G 9 次, H 4 次, 现在要求对此段电文进行 3 进制编码(采用前缀码), 如何编码才能使编码后的电文总长度最小? 请给出你的编码方案(给出编码树)。
4. 请给出下图的一棵最小生成树, 图中给出了顶点编号和边的权值:



三、阅读并分析算法： (20 分，每小题 10 分)

1. 给出下述函数的运行结果，将其表示成 n 的函数：

```

Function Pesky( $n$ )
1.   $r := 0$ ;
2.  for  $i := 1$  to  $n$  do
3.      for  $j := 1$  to  $i$  do
4.          for  $k := j$  to  $i + j$  do
5.               $r := r + 1$ 
6.  return( $r$ )
    
```

2. 已知下述算法被调用时的初值为 $P[1..12] = \text{"AABCAAABCAAAA"}$ ，数组 $\text{Next}[1..12]$ 全为 0，请给出算法运行后数组 $\text{Next}[1..12]$ 的值。

```

NewPass( $P$ )
1.   $j \leftarrow 0$ ;
2.   $m \leftarrow \text{Length}(P)$ ;
3.  For  $i \leftarrow 1$  to  $m$  do
4.       $\text{Next}[i] \leftarrow j$ ;
5.      While  $j > 0$  and  $P[i] \neq P[j]$  do
6.           $j \leftarrow \text{Next}[j]$ ;
7.       $j \leftarrow j + 1$ ;
8.  Return
    
```

四、算法设计： (20 分， 每题 10 分)

1. 已知某班共有 n 个同学参加算法课程考试，课程的成绩从 0 至 100，由于学校教务部门要求任课教师根据考试成绩进行试卷分析，也就是对任意输入的整数 a 和 b （注： $0 \leq a < b \leq 100$ ）要求统计出成绩大于等于 a 且小于 b 的学生数和占总人数的百分比。为了便于快速完成统计工作，现要求编写算法：对学生考试成绩做预处理，预处理所需时间不超过 $O(n)$ ，使得在预处理后，能够对任意输入的整数 a 和 b （注： $0 \leq a < b \leq 100$ ），只需 $O(1)$ 的时间就能统计出成绩大于等于 a 且小于 b 的学生数和占总人数的百分比。
2. 已知有一个带权的无向图 G ，该图表示一个网络，其顶点表示路由器，边表示连接两个路由器的链路（双向），边上的权值表示链路的带宽，图中任意两顶点之间均有路径相通，路径的带宽定义为路径上所有边的最小权值（最小带宽），设 a 和 b 是图 G 上给定的两顶点，请设计算法，求出由 a 至 b 的一条最大带宽路径。