

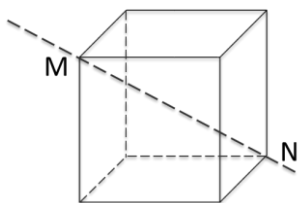
力学与理论力学期中试卷(2020)

学号_____ 姓名_____ 成绩_____ (闭卷)

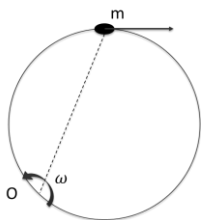
一. (8 分) 某人在离水面高度为 h 的岸上用绳索拉船靠岸, 人拉绳速率恒定为 v_0 , 方向与岸平行, 将船的速度和加速度表示成船离岸水平距离 L 的函数。

二. (8 分) 质点沿抛物线 $y = Ax^2$ 运动, 设路程从抛物线顶点开始计算, 其路程与时间的关系为 $s = bt^2 + ct$, 式中 A, b, c 为常数且大于零, 求顶点处质点的法向加速度和切向加速度。

三. (10 分) 均质立方体质量为 m , 各边边长为 a , 试求该立方体绕对角线 MN 的转动惯量 I 。



四. (10 分) 质量为 m 的小环套在半径为 a 的光滑圆圈上，可在其上滑动。若圆圈在水平面内以恒定角速度 ω 绕圈上某点 O 转动，转轴垂直于水平面。如图，求小环沿圆圈切线方向的运动微分方程。



五. (15 分) 在水平桌面上，质量 M 的物块上连着一倔强系数为 k 的弹簧，弹簧开始时处于原长，长度为 l_0 。某时刻一质量为 $\frac{1}{3}M$ 的小球以初速度 u 开始与弹簧相碰并压缩弹簧，不考虑一切摩擦，求：

- (1) 弹簧的最大压缩量；
- (2) 以物块初始时刻位置为坐标零点，求在自然坐标系下物块的位移与时间的 $x(t)$ 函数。

六. (16 分) 在光滑水平面上, 用长为 l 的轻线连接两个质量分别为 m_1, m_2 的小球。开始时, 线刚好拉直, 两球的速度分别为 v_1, v_2 。二者方向相同且垂直于连线, 问:

(1) 若 $m_1 = 3m_2$, $v_1 > v_2$, 系统相对于质心的角动量为多少?

(2) 在 (1) 问的条件下, 线中的张力多大?

(3) 若 $m_1 = m_2$, $v_1 = v_2$, 线处于伸直状态。在运动过程中, 线上距离 m_1 小球为 $\frac{1}{4}l$ 的一点与固定在台面上的一竖直光滑细钉相碰, 求小球 1 与钉的最大距离。

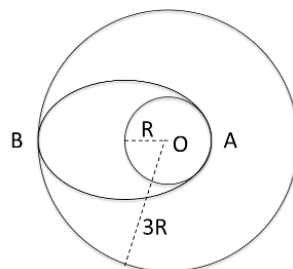
七. (18 分) 宇宙飞船绕一行星沿圆轨道飞行, 轨道半径为 R , 速率为 v_0 。要把轨道改为经过 B 点的椭圆轨道, 如图, B 位于以 O 为圆心, 半径为 $3R$ 的圆周上。

(1) 写出该椭圆方程;

(2) 飞船在 A 点进入上述轨道时, 其速度应该增加多少;

(3) 从 A 点到 B 点的航程需要多少时间;

(4) 当飞船位矢垂直于 AB 时, 求速度的横向和径向分量。



八. (15 分) 质量 m , 半径 r 的均质球位于倾角 θ 的斜面底端, 开始时球的中心速度为 0, 球相对过中心且与斜面平行的水平轴以角速度 ω_0 旋转, 如图。已知球与斜面间的摩擦因数 $\mu > \tan\theta$, 在摩擦力作用下会沿斜面向上运动, 试求球能上升的最大高度 h 。

