2024 年 7 月 3 日（周三）8:30-10:45

2024春电磁学(H)期终考试试卷

注意事项：

1. 本试卷为回忆版，题目表述与原卷严重不符，仅保证了物理图像与所给条件与试卷一致；

2. 本试卷仅为协助 24 级以后的严济慈物理科技英才班同学进行考前复习而整理，可搭配整理者另一文件（2024Sp 电磁学（H）期末复习参考题目）食用；

3. 课程授课教师与原卷命题教师为**叶邦角**老师，部分题目为全校公共试题。若有侵权，请联系 yuhongfei@mail.ustc.edu.cn。

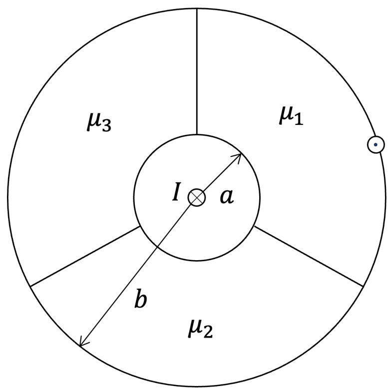
一、 如图，同轴导体间充满绝对磁导率分别为 μ_1, μ_2, μ_3 的介质，介质分界面与半径重合且均分导体间隙。导体内部为半径为 a 的导线，电流 I 均匀分布在导线；外部为半径为 b 的薄导体板，与导线电流等大反向的面电流分布在导体板上。求：

1. 空间中各处的磁感应强度和磁场强度；

2. 导线与介质界面处的传导电流和磁化电流；

3. 同轴导体单位长度的磁场能；

4. 同轴导体单位长度的电感。



二、 已知粒子质量为 m，带电荷量 q，以初速度 v_0 射入非均匀磁场 $B(r)$ 中，粒子与磁感线夹角为 θ_0，入射处磁感应强度为 B_0。已知运动过程中粒子的回旋磁矩 μ 为守恒量，求：

1. 粒子的等效磁矩 μ；

2. 任意位置粒子的回旋半径 R；

3. 任意位置粒子回转一周后，粒子螺旋轨迹间的距离 h；

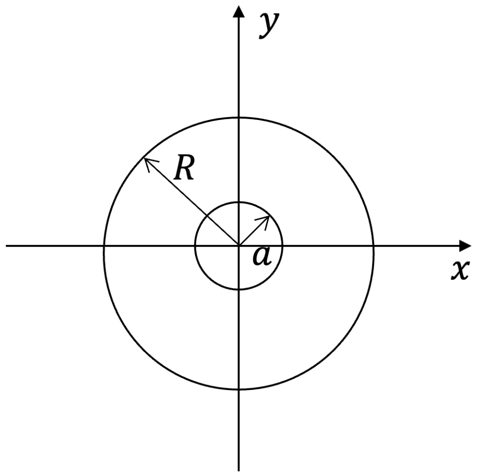
4. 证明：粒子运行圆形轨道的磁通量近似为守恒量；

5. 若在某位置粒子回头运动，求该处的磁感应强度 B_l。

三、 如图，半径为 R 的非导体圆环上均匀分布电荷 Q；圆环内部有一同心共面超导圆环，半径为 $a(a \ll R)$，超导圆环上电流大小为 I_0。某时刻因温度升高超过临界温度，超导圆环失去超导性，电流 $I(t)$ 随时间快速衰减，忽略磁场的二级响应。求：

1. 非导体圆环和超导圆环之间的互感；

2. 非导体圆环的角速度与时间的关系，并计算圆环的终末角速度。



四、 如图：半径为 R 的导体环上通有电流 I。

参考公式：

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_r) + \frac{\partial}{\partial \varphi}B_\varphi + \frac{\partial}{\partial z}B_z$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial B_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial B_\varphi}{\partial z}\right)\boldsymbol{e}_r + \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r}\right)\boldsymbol{e}_\varphi + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial (rB_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial B_r}{\partial \varphi}\right)\boldsymbol{e}_z$$

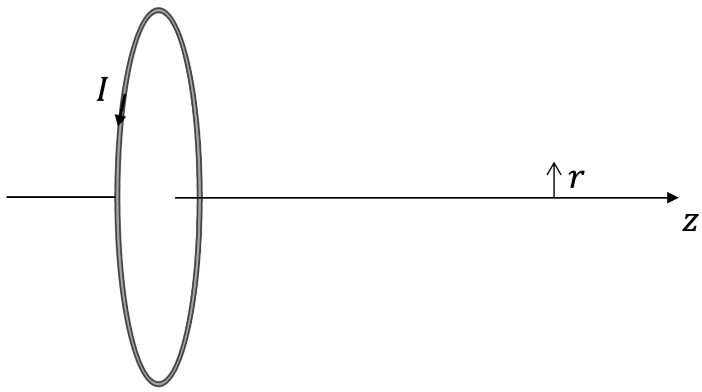
求：

1. 圆环轴线上任意一点的磁感应强度；

2. 在圆环轴线上 z 处，若径向偏移 $r(r \ll z)$，根据磁场的无源特性 $\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$，近似地计算偏移后位置的磁感应强度径向分量 B_r；

3. 实际上在偏移 r 后，磁感应强度的轴向分量 z 与原本 z 处的轴向分量发生了微小变化，根据 $\nabla \times \boldsymbol{B} = 0$，利用 2. 中结果近似地计算偏移后位置的磁感应强度轴向分量 B_z；

4. 由 2. 和 3. 的结果写出，在 $r \ll z$ 时 (r, z) 处的磁感应强度 B。



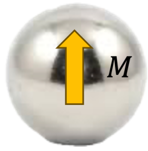
五、 如图，巴克球（Bucky Ball）是一种儿童益智玩具，其可被近似看为磁化强度为 M，半径为 a 的固有磁化球。球内的磁感应强度均匀分布，球外磁感应强度可等效为磁矩产生的磁场。求：

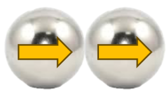
1. 球内外的磁感应强度 B 和磁场强度 H；

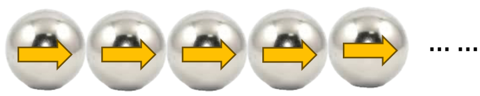
2. 已知磁化能密度 $w_{\text{磁化能}} = -\dfrac{1}{2}\boldsymbol{M}\cdot\boldsymbol{B}$，求巴克球内总磁化能；

3. 若两个巴克球并列接触放置，磁化强度同向，求两个巴克球之间的作用力大小；

4. 若无限个巴克球并列接触放置，磁化强度同向，求第一个巴克球收到的作用力大小（已知：$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^4}=\frac{\pi^4}{90}$）。







六、 如图，一个长为 l、半径为 R 的密绕螺线管 ($l \gg R$)，忽略漏磁与边缘效应。螺线管内通有缓慢变化的电流 $I(t)$，忽略磁场的二级响应。求：

1. 空间中磁场与涡旋电场的分布；

2. 螺线管内总的位移电流的大小；

3. 若 $\ddot{I}=0$，求螺线管内电磁场的总能量；

4. 若 $\ddot{I}=0$，电磁场能量守恒定律为：

$$\frac{\partial}{\partial t}\iiint_V w\mathrm{d}V+\oiint_s \boldsymbol{S}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s}=-\iiint_V \boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{E}\mathrm{d}V$$

   写出 $\boldsymbol{S}$ 与 w 的表达式。根据全空间电磁场能量守恒定律，证明：外界对系统输入的功率等于单位时间磁场能量的变化。

5. 在螺线管内半径界面处，根据电磁场能量守恒定律，证明：能量流入界面的功率等于单位时间磁场能量的变化。