电路基本理论提纲

仅作为复习（或速成）用，列出我认为基础或重要的部分
在此提纲内≠考试重点，不在此提纲内≠不考
课本上每章最后的小结虽然很啰嗦但也可以看看

虽然不保证今年不变，但以往大题基本都考察 线性电阻电路、简单交流电路、暂态分析、Laplace变换和二端口。

刘奕昕2024.7.1

1.基础

电压、电流
电势（=电位）：相对某指定零点（一般为接地点）的电压

基尔霍夫定律:
$\sum_{not} i_k = 0, \sum_{circ} u_k = 0$

参考方向：

1. 为了标记电流（或电压），选取一个正方向，其选取与真实的电流电压无关
2. 电路的不同部分可以选取不同的参考方向
3. 对同一个元件，**关联参考方向**：电压和电流参考方向相同；非关联参考方向：……相反。
4. **如无说明，后文均取关联参考方向**

吸收（=消耗/存储）功率：
$p = ui$，平均功率 $\bar{P} = \frac{1}{T}\int_{\tau}^{\tau+T} ui\,dt$
释放（发出）功率：$p = -ui$

能量：
$E = \int_0^t P(t)\,dt$

电阻：$u = Ri$
电感：$u = L\mathrm{d}i/\mathrm{dt}, E_L = Li^2/2$
电容：$i = C\mathrm{du}/\mathrm{dt}, E_C = Cu^2/2$
电阻不发出功率，吸收的功率变为热量；电感和电容吸收功率存储，稍后释放

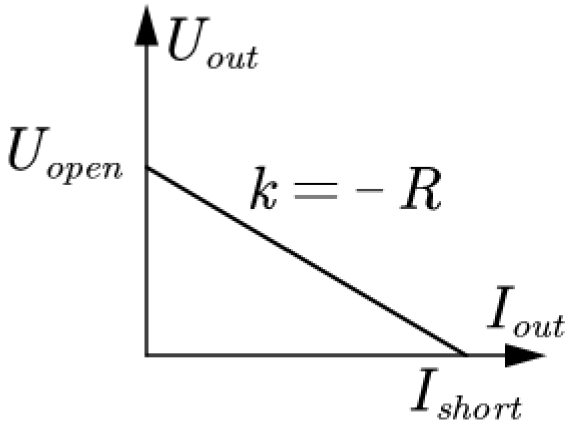
电源：无需吸收即可发出功率的元件
独立电源：输出与电路环境无关（但可能与时间有关），其中维持电压与外界无关的为电压源，维持电流的为电流源

2.线性直流电路

电阻串联 : $R = R_1 + R_2$
并联 : $1/R = (1/R_1 + 1/R_2)$
$\Delta \to Y : 1/R_1 = 1/R_{12} + 1/R_{13} + R_{23}/R_{12}R_{13}$ （类似并联）
$Y \to \Delta : R_{12} = R_1 + R_2 + R_1R_2/R_3$ （类似串联）

端子：可以流入（出）电流的一个节点
端口：一对电流始终同大反向的端子

电源变换、Norton（诺顿）和Thevenin（戴维南）等效：
含源一端口线性网络=电源+内阻，即电压源U_s串联电阻R_s（Thevenin）或电流源I_s并联电阻G_s（Norton）
电源变换：内阻不变（$R_s = 1/G_s$），开路电压不变$U_s = I_s/G_s$，短路电流不变$I_s = U_s/R_s$
伏安特性：输出端口上压降和电流的关系 $U \leftrightarrow I$，线性直流电路（电源+电阻）的伏安特性曲线总为一直线，可以由截距（开路电压/短路电流）和斜率（内阻）完全定义
$R = 0$ （水平线）：理想电压源；
$R \to \infty \Leftrightarrow G \to 0$ （竖直线）：理想电流源



电路的求解

若平面网络有n个节点和b条边，则有$n-1$个独立的KCL方程，$b-(n-1)$个独立的KVL方程（理由见11章，但不是重点）。

各种求解法只需掌握一个：
1. *支路电流法*：列出以上$b-(n-1)+n-1$个方程，变量为各支路电压和电流
   $\sum_{not} I_k = 0, \sum_{circ} U_k = 0$
2. *回路电流法*：电路有$b-(n-1)$个网孔（网孔即支路围成的最小封闭圈），视电流为环绕网孔的各个回路电流（支路电流为包含它的各个回路电流之和）。$b-(n-1)$个网孔的KVL方程，变量为各回路电流
   $\sum_{j=1}^{b-n+1} R_{ij}I_j = \sum U_s$
   $R_{ii} : i$ 网孔上电阻之和；$R_{ij} : i$ 与 j 网孔共同边的电阻，**有正负**：网孔电流同向取正，反向取负；$U_s : i$ 网孔上电压源的压降，**沿回路电流为负**
   回路电流法本质上是KVL方程，遇到Norton源换成Thevenin源，遇到纯电流源要另设出其

上压降作为额外变量
3. *节点电压法*：$n-1$ 个KCL方程。选一个节点为参考点（0节点），以其它节点相对它的电势（节点电压）为变量
　$\sum_{j=1}^{n-1} G_{ij} U_j = \sum I_s$
　$G_{ii}: i$ 节点到其它所有节点（包括0）的导纳；$G_{ij}: i$ 节点到 j 节点的导纳，**取负值**；$I_s:$ 与 i 节点相连的电流源，**流入为正**
　节点电压法本质上是KCL方程，遇到Thevenin源换成Norton源，遇到纯电压源要另设出其上电流作为额外变量

3.电路定理

关于电路的性质
1. **置换定理**：压降为 U 的元件可 *暂时* 替换成电压 U 的电压源，电流源 I 同理。
　暂时 是指电路其它部分不能变化，因为这会引起替换前元件上 U 或 I 的改变
2. **齐性与叠加**：响应（任一个电压或电流）总为激励（独立源）的线性叠加，电路结构和被动元件参数不变，仅改变激励的数值时，线性叠加系数不变。
　功率不是线性的，不算响应，不满足叠加定理
3. **等效电源**：Norton和Thevenin的互换，参考本提纲第2章。
4. Tellegen定理：结构相同（元件参数可以不同）的两个电路A与B，满足
$\sum_i U_{A,i} I_{B,i} = 0, \sum_i U_{B,i} I_{A,i} = 0$
　取AB为同一个电路，可得功率守恒
5. 互易定理：特勒根定理的特殊形式，一个纯电阻二端口网络两端的 U_{left}, I_{left} 有
$U_{left,A} I_{left,B} + U_{rightA} I_{rightB} = 0$
6. 对偶原理：不重要

4.正弦电流电路

下文都用余弦函数而不用正弦函数。当然只用正弦不用余弦也是等价的。

欧拉公式 $e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta, \quad j^2 = -1$ ，从而可以记任意一个余弦
$A\cos(\omega t + \phi) = \mathcal{R}e\{Ae^{j(\omega t+\phi)}\}$
角频率 $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ ，相位差 $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$
（一般都认为自变量是 $j\omega$ ，而非 ω ）（并且实数变换之后再变回来肯定还是实数，不带 j 的）

有效值：任意交流电看成是与之做功相同的直流电，直流电量即有效值。
正弦电流（压）对纯电阻做功时，$A_{rms} = A/\sqrt{2}$

相量法：复平面上 $Ae^{j(\omega t+\phi)} = A\angle\phi = \dot{A}$
　（显然，要求各电量频率统一，不统一时用叠加原理分开考虑）
　（一般用 U, I 表示有效值，U_m, I_m 表示正弦振幅，$\dot{U}, \dot{I}$ 表示模长为有效值的相量，$\dot{U}_m, \dot{I}_m$ 表示模长为正弦振幅的相量）
　（本章用有效值居多，注意区分）

相量基尔霍夫：$\sum_{not} \dot{I}_k = 0, \sum_{circ} \dot{U}_k = 0$

1. RLC元件：定义阻抗 $Z_X = \dot{U}_X / \dot{I}_X$ ，电阻 $Z_R = R$ ，电感 $Z_L = j\omega L$ ，电容 $Z_C = 1/j\omega C$
2. 对RLC正弦电路，把RLC换成相对应的阻抗，即可用线性电阻电路的方法求解。

功率：$P = UI\cos(\phi_u - \phi_i) = UI\lambda$ ，称有功功率。λ 称功率因数，越大做功能力越强

1. 另有无功功率 $UI\sin(\phi_u - \phi_i)$ 和视在功率 UI
2. 有功功率单位为瓦（W），无功为乏（Var），视在为伏安

在RLC电路中，取总阻抗 $Z = Z_m e^{j\phi_Z}$ ，ϕ_Z 称阻抗角，则由 $U = IZ$ 得到
$\lambda = \cos(\phi_u - \phi_i) = \cos\phi_Z$

最大功率传输定理：
对 $U_s - Z_s$ 的Thevenin源，负载 $Z_{load} = \tilde{Z}_s$ ，即
$\mathcal{R}e\{Z_{load}\} = \mathcal{R}e\{Z_s\} = R, \mathcal{I}m\{Z_{load}\} = -\mathcal{I}m\{Z_s\}$ 时，输出功率最大，为 $P_{max} = U_s^2/4R$

耦合电感：

1. 两电感间有互感 M ，它们原来的电感称自感 L_1, L_2 ，两者压降（**关联参考方向**）
   $\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2, \dot{U}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1$
2. 两电感各有一个用*标记的端和没有*的端，两电感都有*的那端称为**同名端**（当然，没有*的那两端也是同名端）。电流从同名端流入时 $j\omega M$ 前取正号，异名端符号。
   1. "流入"仅指参考方向，电流的实际方向只体现在 $I_{1,2}$ 的数值上，与 $j\omega M$ 前的符号无关。
3. 能量守恒要求 $M^2 < L_1 L_2$ ，记耦合系数 $k = M/\sqrt{L_1 L_2}$
4. 去耦等效即把 M 拆成一个独立自感，但很麻烦，我一般不用。直接列相量方程就好。

理想变压器：无漏磁，无损，无功。匝数比 $n:1$ 时电压比 $\dot{U}_1 : \dot{U}_2 = n:1$，电流比
$\dot{I}_1 : \dot{I}_2 = 1:n$，阻抗比 $Z_1 : Z_2 = (\dot{U}_1/\dot{I}_1) : (\dot{U}_2/\dot{I}_2) = n^2 : 1$

5.三相交流电

正弦电流电路 + $\Delta \leftrightarrow Y$ ，线电流（压）与相电流（压）的变换画出相量图即得。不难，不是重点。

6.Fourier变换

我一般都不用Fourier的，Laplace变换性质好很多。只需要知道基本上所有的电量都可以写成不同频率的正弦量的叠加即可。Fourier变换的计算在数分有学。

7.频率特性和谐振

对于一对激励 $X(j\omega)$ 和响应 $Y(j\omega)$ ，取 $H(j\omega)=Y(j\omega)/X(j\omega)$ 为网络函数（或传递函数，whatever）。
两复数相乘时 $(A_1\angle\theta_1)\cdot(A_2\angle\theta_2)=A_1A_2\angle(\theta_1\theta_2)$ ，对应地 $H(j\omega)=A(j\omega)\angle\theta_H(j\omega)$ ，$A(j\omega)$ 为增益（幅频特性），$\theta_H(j\omega)$ 为延迟（相频特性）。

幅频特性决定网络为低通/带通/高通/带阻/全通。一般只考察低中高通。带阻Notch与带通相反。全通为幅频基本不变，只改变相位。
判断低中高通：考察 $A(\infty)=\lim_{\omega\to\infty}A(j\omega)$ 和 $A(0)=\lim_{\omega\to 0}A(j\omega)$ 。低通 $A_{LP}(\infty)=0$ ，带通 $A_{BP}(0)=0=A_{BP}(\infty)$，高通 $A_{HP}(0)=0$

一般RLC电路都是二阶函数，即 $H(j\omega)=[D(j\omega)]/(-\omega^2+pj\omega+q)$
低通 D 为常数，带通 D 为一次函数，高通 D 为二次函数。

记 $-\omega^2+pj\omega+q=\omega_0^2\left[\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2+2\xi\frac{s}{\omega_0}+1\right]$ ，其中$s=j\omega$，定义品质因数 $Q=1/2\xi$

例如
RLC串联电路
$Z=R+j\omega L-j\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{j\omega C}\left(-LC\omega^2+RCj\omega+1\right)$
$\dot{U}_R=\frac{R}{Z}\dot{U}_0=RCj\omega/(-LC\omega^2+RCj\omega+1)$，
套形式得到 $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}},Q=\frac{1}{RC}$，带通

对于带通滤波器（或网络函数），$\frac{\sqrt{2}}{2}$ 通带（$-3\mathrm{dB}$ 通带）宽度 $\Delta\omega=\omega_0/Q$
（附：分贝dB 用于两同单位物理量的比值$k=A_1/A_2$，且取 $k/\mathrm{dB}=20\log(A_1/A_2)$，故而 $0.707\to 20\log 0.707=-3.011\mathrm{dB}$）

不同滤波器的关系：$\text{Highpass}\to^{\int} \mathit{Bandpass}\to^{\int}\text{Lowpass}, 1-\text{Highpass}=\text{Notch}$

谐振的定义有很多，例如幅频取极值，例如电容电感相消（此时称它们阻抗为**特性阻抗**）。
谐振时一般都有 $\mathcal{I}m\{Z\}=0$

有源滤波器超纲。

8.暂态电路时域分析

一阶、二阶常系数线性非齐次微分方程解法参考数分。
其齐次解即电路通解（自由项、衰减项），非齐次解即电路特解（强迫项、稳态项）。
也可以按物理含义分为零输入响应（齐次）和零状态响应（无初值）

冲激和阶跃：

1. 阶跃函数 $\varepsilon(t)=\begin{cases}0,t<0\\1,t\geq 0\end{cases}$

2. 冲激函数 $\delta(t)=\mathrm{d}\varepsilon(t)/\mathrm{d}t=\begin{cases}0,t\neq 0\\+\infty,t=0\end{cases}$
$\int_{-a}^{a}\delta(t)\,dt=1\quad(\forall a>0)$

3. 它们对应的零状态响应即单位阶跃响应 $s(t)$ 与单位冲激响应 $h(t)$ ，且有 $h(t) = \mathrm{d}s(t)/\mathrm{d}t$

4. 更一般地，
   1. $\forall f(t), \quad \varepsilon(t) * f(t) = F(t) = \int_0^t f(\tau)\,d\tau, \quad \delta(t) * f(t) = f(t), \quad \delta(t) \cdot f(t) = f(0)$
   2. 其中卷积运算 $(f * g)(t) = \int_0^\infty f(\tau) g(t-\tau)\,d\tau$ （卷积运算无需掌握，且为数分知识）。卷积满足数乘线性性、交换律、分配律、结合律。
   3. 所以**冲激响应肯定是阶跃响应的导数**，这一点在Laplace变换中更为明显。

5. $\delta(t) * f(t) = f(t)$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow H(f(t)) &= H\left[\int_0^\infty \delta(t-\tau) f(\tau)\,d\tau\right] \\
&= \int_0^\infty H\left[\delta(t-\tau) f(\tau)\right] d\tau \\
&= \int_0^\infty H\left[\delta(t-\tau)\right] \cdot f(\tau)\,d\tau \\
&= (h * f)(t),
\end{aligned}
$$

即卷积分析：**任何响应 y 为激励 x 与阶跃响应 h 的卷积。**

时间常数 τ ： 解衰减项得到的衰减速度 $e^{-bt} = e^{-t/\tau}$ ， $\tau_{RL} = L/R, \tau_{RC} = RC$
（可以用 $u = L\mathrm{d}i/\mathrm{d}t, i = C\mathrm{d}u/\mathrm{d}t, u = Ri$ 来检查量纲，防止写错）

三要素法：用强迫项 $f_p(t)$ 、初值 f_0 和时间常数 τ 直接写解 $f(t) = f_p(t) + (f_0 - f_p(t))e^{-t/\tau}$ ，本质上是已经解过的一阶微分方程懒得再解第二遍直接套结论。

二阶电路：暴解二阶常系数线性微分方程，或者Laplace变换。

状态变量好像没讲。反正也不太可能考。

9.Laplace变换

Laplace Transform: $F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\} = \int_0^{+\infty} f(x) e^{-sx}\,dx, s \in \mathbb{C}$
在 $p = j\omega \in \mathcal{I}$ 时退化为Fourier变换。不过我们不需要关心Fourier和Laplace的关系。

重要变换：

1. 阶跃： $1 \to 1/s$
2. 冲激： $\delta \to 1$
3. 指数： $e^{at} \to 1/(s-a)$
4. 三角函数：由指数可推。 $\sin\omega t = \frac{1}{2j}(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}), \cos\omega t = \frac{1}{2}(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t})$
5. 多项式：由积分性质可推，见例题9.3。

重要性质：

1. 线性。
2. 时移： $f(t-t_0) \to e^{-st_0}F(s)$
3. 频移： $e^{at} \to F(s-a)$
   时移和频移可以由定义检查，防止写错
4. 微积分： $\mathrm{d}f/\mathrm{d}t \to sF(s) - f(0_-), \quad \int_0^t f(\tau)\,d\tau \to F(s)/s$

5. 初值终值可记可不记。书P249
6. 卷积：$(f_1 * f_2)(t) \to F_1(s)F_2(s)$

把电路中所有电量和元件拉氏变换之后就可以用线性电阻电路处理。类似我们在正弦那一章做的一样。

一般得到的都是多项式比多项式（又称有理式），逆变换回来需要用有理式分拆，把函数拆成多个函数之和，其中每个只含1-2个极点，1极点项即常数项/指数项，2极点项即正弦项。

分拆方法：只需掌握一种
(分拆前先把假分式拆成多项式＋真分式，使**分子阶数＜分母阶数**)

1. 暴力：待定系数法。$H(s) = \frac{A_1}{s-p_1} + \frac{A_1'}{(s-p_1)^2} + \frac{A_2}{s-p_2} + \cdots$
2. （书P250）留数法。
   1. 对单极点，系数 $A_1 = \lim_{s\to p}\left[(s-p)\cdot H(s)\right]$
   2. 对 m 重极点，$m-k$ 次项
      $B_{m-k} = \frac{1}{k!}\lim_{s\to p}\mathrm{d}\left[H\cdot(s-p)^m\right]/\mathrm{d}s$
      $B_m = \lim_{s\to p}\left[H\cdot(s-p)^m\right]$

复频域电路：电阻 $Z_R = R$ 电容 $Z_C = 1/sC$ 电感 $Z_L = sL$ ，**有初值时需要根据微分定理添加电源**（也可以直接列写方程而不动电路，例如 $i_C = C\mathrm{d}u_C/\mathrm{d}t \Rightarrow I_C = C\left[sU_C - U_C(0_-)\right]$ ）

由于是解线性电阻方程，基本可以不用管零输入零状态、强迫和自由的区别。当然把电路响应这样分类也是可以的，毕竟有线性叠加。

10.二端口网络

阻抗方程 $\begin{pmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{U}_2\end{pmatrix} = Z\begin{pmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{pmatrix}$ ，即$\mathbf{U} = Z\mathbf{I}$；

导纳方程 $Y\begin{pmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{U}_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{pmatrix}$ ，即 $Y\mathbf{U} = \mathbf{I}$

传输方程 $\begin{pmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{I}_1\end{pmatrix} = A\begin{pmatrix}\dot{U}_2\\ -\dot{I}_2\end{pmatrix}$ ，逆传输方程 $B\begin{pmatrix}\dot{U}_1\\ -\dot{I}_1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\dot{U}_2\\ \dot{I}_2\end{pmatrix}$ （负号是保证电流始终向前，从而级联可以直接把矩阵相乘）

混合参数方程$\begin{pmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{I}_2\end{pmatrix} = H\begin{pmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{U}_2\end{pmatrix}$

输入阻抗 $Z_i = \dot{U}_1/\dot{I}_1$ ，输出阻抗 $Z_o = \dot{U}_2/\dot{I}_2$
特性阻抗：输入电源内阻 $Z_s = Z_i$ ，输出负载阻抗 $Z_l = Z_o$ ，此时称阻抗匹配，两阻抗称特性阻抗

所谓T、 Π 型可以用 $\Delta - Y$ 变换做，不难。

11.图论

不是重点，Kirchhoff定律的开胃菜。

12.非线性

没讲……吧？无非就是非线性特性曲线与线性特性曲线求交点。有时候也可以取阻抗的泰勒展开。

13.非集中参数电路

没讲。