

## 第5章 三相电路习题解答

5.1 今测得三角形联接负载的三个线电流均为  $10\text{A}$ ，能否说线电流和相电流都是对称的？若已知负载对称，试求相电流。

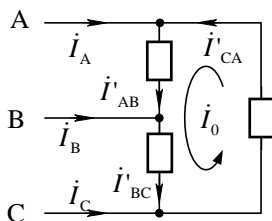
解：设负载线电流分别为  $i_A$ 、 $i_B$ 、 $i_C$ ，由 KCL 可得  $\dot{i}_A + \dot{i}_B + \dot{i}_C = 0$ 。又  $I_A = I_B = I_C = 10\text{A}$ ，则  $i_A$ 、 $i_B$ 、 $i_C$  的相位彼此相差  $120^\circ$ ，符合电流对称条件，即线电流是对称的。

但相电流不一定对称。例如，若在三角形负载回路内存在环流  $\dot{i}_0$ （例如，按三角形联接的三相变压器），则负载相电流不再对称，因为

$$\dot{i}'_{AB} = \dot{i}_{AB} + \dot{i}_0, \quad \dot{i}'_{BC} = \dot{i}_{BC} + \dot{i}_0, \quad \dot{i}'_{CA} = \dot{i}_{CA} + \dot{i}_0$$

不满足对称条件。而该环流对线电流却无影响，因为每个线电流都是两个相电流之差（如图题 5.1），即

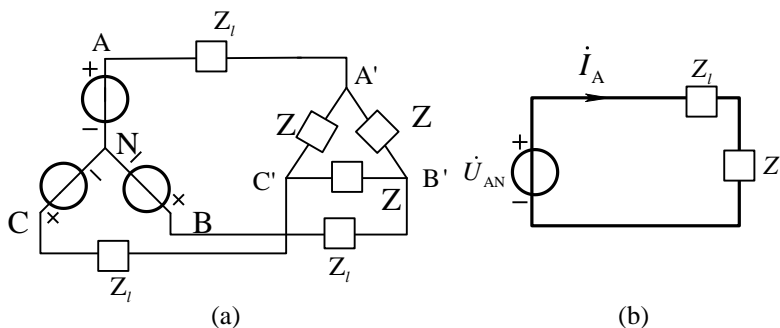
$$\dot{i}_A = \dot{i}'_{AB} - \dot{i}'_{CA} = \dot{i}_{AB} - \dot{i}_{CA}, \quad \dot{i}_B = \dot{i}'_{BC} - \dot{i}'_{AB} = \dot{i}_{BC} - \dot{i}_{AB}, \quad \dot{i}_C = \dot{i}'_{CA} - \dot{i}'_{BC} = \dot{i}_{CA} - \dot{i}_{BC}$$



图题 5.1

如已知负载对称，则相电流也是对称的，每相电流为  $10/\sqrt{3} \approx 5.77\text{A}$ 。

5.2 对称三角形联接的负载与对称星形联接的电源相接。已知负载各相阻抗为  $(8-j6)\Omega$ ，线路阻抗为  $j2\Omega$ ，电源相电压为  $220\text{V}$ ，试求电源和负载的相电流。



解：负载化为星形联接法，得各相阻抗

$$Z' = \frac{Z}{3} = \frac{(8-j6)\Omega}{3}$$

设 A 相电源相电压为  $220\angle 0^\circ$ ，A 相负载线电流与电源相电流相等

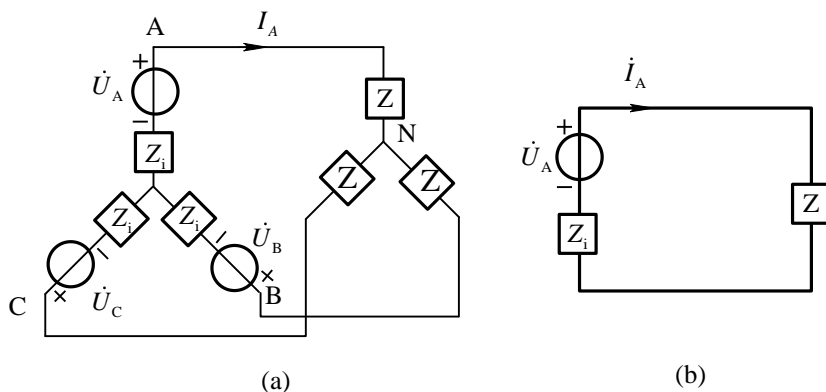
$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_l + Z'} = \frac{220\angle 0^\circ}{j2\Omega + \frac{(8-j6)\Omega}{3}} = 82.5\angle 0^\circ \text{ A}$$

由三角形联接得相电流与线电流关系得

$$I_{AB'} = \frac{I_A}{\sqrt{3}} = \frac{82.5\text{A}}{\sqrt{3}} = 47.6\text{A}$$

即负载相电流为 47.6A。

5.3 作星形联接的三相电源，其每相内阻抗为  $Z_0 = (2+j4)\Omega$ ，供给一个功率因数为 0.8 的感性对称三相负载，用电压表和电流表分别测得三相电源输出电压和电流各为 380V 和 2A。若把此负载断开，电源输出电压应为多少？



解：电路联接关系如图(a)所示。负载断开时电源的输出线电压等于图中相电压的  $\sqrt{3}$  倍。下面计算相电压  $U_A$ 。

设负载 A 相电压为  $\dot{U}_{AN} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$ ，对于感性负载，由  $\cos \varphi = 0.8$ ，得  $\varphi = -36.87^\circ$ ，则  $\dot{I}_A = 2\angle -36.87^\circ \text{ A}$

采用单相分析法，如图(b)所示。

$$\begin{aligned} \text{电源相电压为} \quad \dot{U}_A &= \dot{U}_{AN} + \dot{I}_A Z_i = [220\angle 0^\circ + 2\angle -36.87^\circ \times (2+j4)]\text{V} \\ &= 228\angle 1^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\text{当负载断开时，电源输出电压为} \quad U_l = \sqrt{3}U_A = 395\text{V}$$

5.4 如图所示正弦交流电路，AC 之间加以正弦电压  $\dot{U}_s$ ，角频率为  $\omega$ 。现欲使  $\dot{U}_{AO} = U \angle 0^\circ \text{V}$ ， $\dot{U}_{BO} = U \angle -120^\circ \text{V}$ ， $\dot{U}_{CO} = U \angle 120^\circ \text{V}$ ，试求参数  $R$  与  $L$  的关系以及  $R$  与  $C$  的关系。

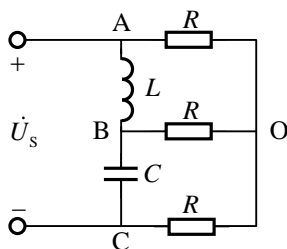


图 题 5.4

解：电感和电容上的电压分别为

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{AO} - \dot{U}_{BO} = U \angle 0^\circ - U \angle -120^\circ = \sqrt{3}U \angle 30^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{BO} - \dot{U}_{CO} = U \angle -120^\circ - U \angle 120^\circ = \sqrt{3}U \angle -90^\circ \text{V}$$

电感和电容上的电流分别为

$$\dot{i}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{j\omega L} = \frac{\sqrt{3}U \angle -60^\circ}{\omega L} \text{A}, \quad \dot{i}_{BC} = j\omega C \dot{U}_{BC} = \omega C \sqrt{3}U \angle 0^\circ \text{A}$$

支路 BO 上的电流为

$$\dot{i}_{BO} = \frac{\dot{U}_{BO}}{R} = \frac{U}{R} \angle -120^\circ$$

对节点 B 列写 KCL 方程得

$$\frac{\sqrt{3}U \angle -60^\circ}{\omega L} = \omega C \sqrt{3}U \angle 0^\circ + \frac{U}{R} \angle -120^\circ$$

化简得

$$\frac{\sqrt{3}}{\omega L} \left( \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \omega C \sqrt{3} + \frac{1}{R} \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

由实部和虚部分别相等得

$$R = \frac{\omega L}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}\omega C}$$

5.5 如图所示对称三相电路，已知  $\dot{U}_{AB} = 380 \angle 0^\circ \text{V}$ ， $Z_1 = j50\Omega$ ， $Z_2 = 150\Omega$ ，求电压  $\dot{U}_{AB'}$ 、电流  $\dot{i}_{CA'}$ 。

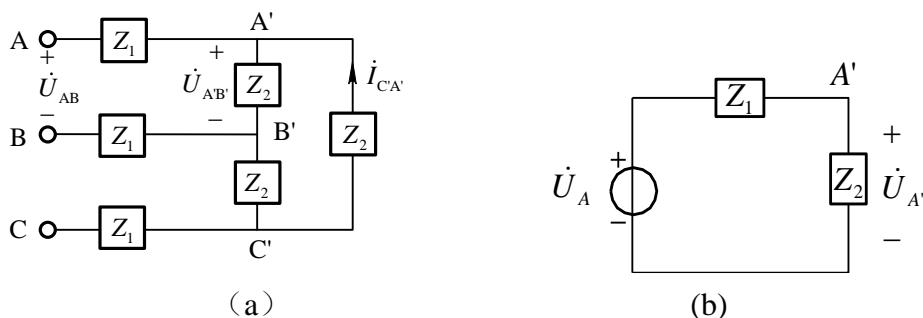


图 题 5.5

解：画出单相等效电路如图（b）所示。由图(b)得：

$$\dot{U}_{A'} = \frac{50}{50 + j50} \dot{U}_A \approx 155.56 \angle -75^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{AB'} = \sqrt{3} \dot{U}_{A'} \angle 30^\circ \approx 269.44 \angle -45^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_{AB'} = \frac{\dot{U}_{AB'}}{Z_2} \approx 1.796 \angle -45^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{CA'} = \dot{I}_{AB'} \angle 120^\circ \approx 1.796 \angle 75^\circ \text{ A}$$

5.6 图示电路电流表的读数均为 2A，求电流  $\dot{I}_A$ ,  $\dot{I}_B$  和  $\dot{I}_C$ 。

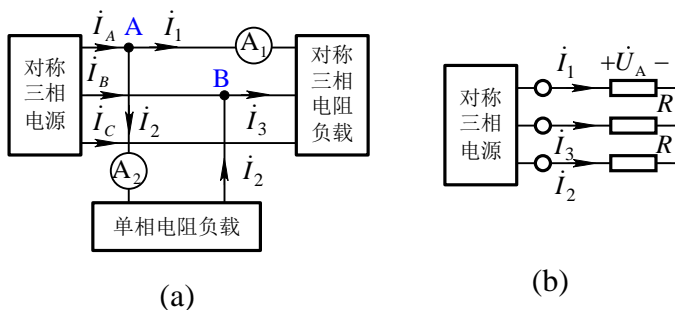


图 题 5.6

解：设线电流  $\dot{I}_1 = 2 \angle 0^\circ \text{ A}$ ，由于负载对称，故其它线电流为：

$$\dot{I}_C = 2 \angle 120^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_3 = 2 \angle -120^\circ \text{ A}$$

设对称三相电阻负载的星形等效电路如图(b)所示。对电阻负载， $\dot{I}_1$  与  $\dot{U}_A$  同相。由于

线电压  $\dot{U}_{AB}$  超前相电压  $\dot{U}_A$  为  $30^\circ$ ，故  $\dot{I}_{AB}$  超前  $\dot{I}_1$  的角度也为  $30^\circ$ 。图(a)中  $\dot{I}_2$  是流过电阻负载的电流，它与  $\dot{U}_{AB}$  同相，即  $\dot{I}_2$  超前  $\dot{I}_1$   $30^\circ$ ：

$$\dot{I}_2 = 2\angle 30^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 2\angle 0^\circ + 2\angle 30^\circ = 3.864\angle 15^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_3 - \dot{I}_2 = 2\angle -120^\circ - 2\angle 30^\circ = 3.864\angle 45^\circ \text{ A}$$

5.7 一个联接成星形的对称负载接在线电压为 380V 的对称三相电源上(无中线)，负载每相阻抗  $Z = (8 + j6)\Omega$ 。(1)求负载相电压和相电流，作电压、电流相量图；(2)设 C 相断线，重求各相电压和相电流；(3)设 C 相负载短路，再求各相电压和相电流。

解：设电源为星形联接，电源 A 相电压相量为  $\dot{U}_{AN} = \frac{380\text{V}}{\sqrt{3}} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$ ，则电源线电

压分别为  $\dot{U}_{AB} = 380\angle 30^\circ \text{ V}$ ， $\dot{U}_{BC} = 380\angle -90^\circ \text{ V}$ ， $\dot{U}_{CA} = 380\angle 150^\circ \text{ V}$ 。

(1) 设电路联接如图(a)所示，化为单相计算，如图(b)所示。

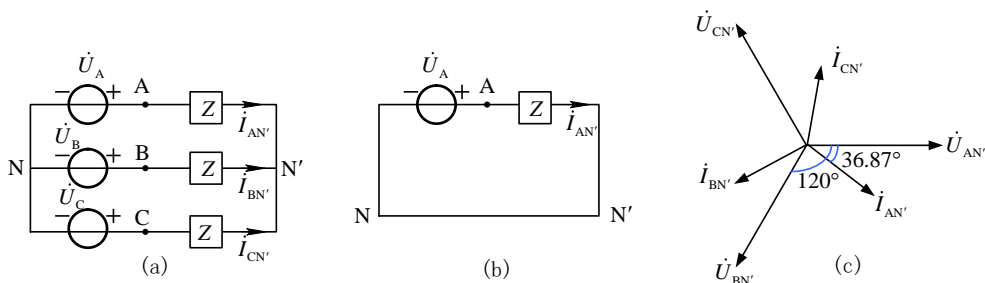


图 题 5.7

因为负载为星形联接，所以负载相电压

$$\dot{U}_{AN'} = 220\angle 0^\circ \text{ V}, \quad \dot{U}_{BN'} = 220\angle -120^\circ \text{ V}, \quad \dot{U}_{CN'} = 220\angle -240^\circ \text{ V}$$

又因为  $Z = (8 + j6)\Omega = 10\angle 36.87^\circ \Omega$ ，

相电流

$$\dot{I}_{AN'} = \frac{\dot{U}_{AN'}}{Z} = 22\angle -36.87^\circ \text{ A}, \quad \dot{I}_{BN'} = \frac{\dot{U}_{BN'}}{Z} = 22\angle -156.87^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{CN'} = \frac{\dot{U}_{CN'}}{Z} = 22\angle -276.87^\circ \text{A}$$

电压、电流相量图如图(c)所示。

(2) C 相断线时,  $\dot{I}_{CN'} = 0$ , 电源线电压降落在 AB 相上。如图(d)所示。

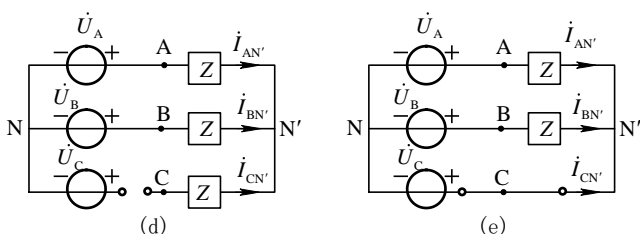


图 题 5.7

$$\dot{I}_{AN'} = -\dot{I}_{BN'} = \frac{\dot{U}_{AB}}{2Z} = \frac{380\angle 30^\circ \text{V}}{2 \times 10\angle 36.87^\circ \Omega} = 19\angle -6.87^\circ \text{A}$$

$$U'_{AN'} = -\dot{U}_{BN'} = 190\angle 30^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{CN'} = \dot{U}_{CA} + \dot{U}_{AN'} = 380\angle 150^\circ \text{V} + 190\angle 30^\circ \text{V} = 329\angle 120^\circ \text{V}$$

(3) C 相负载短路时, 如图(e)所示。

$$U_{AN'} = U_{BN'} = U_{AC} = 380 \text{V}, \quad U_{CN'} = 0$$

$$\dot{I}_{AN'} = \frac{\dot{U}_{AN'}}{Z} = \frac{\dot{U}_{AC}}{Z} = 38\angle -66.87^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_{BN'} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z} = 38\angle -126.97^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_{CN'} = -\dot{I}_{AN'} - \dot{I}_{BN'} = 65.82\angle 83.13^\circ \text{A}$$

5.8 一个联接成三角形的负载, 其各相阻抗  $Z = (16 + j24)\Omega$ , 接在线电压为 380V

的对称三相电源上。(1)求线电流和负载相电流;(2)设负载中一相断路, 重求相电流和线电流;(3)设一条端线断路, 再求相电流和线电流。

解: (1)电路模型如图(a)所示。

负载相电流

$$I_{AB} = \frac{U_{AB}}{|Z|} = \frac{380 \text{V}}{\sqrt{16^2 + 24^2} \Omega} \approx 13.17 \text{A}$$

负载线电流

$$I_A = \sqrt{3}I_{AB} \approx 22.81A$$

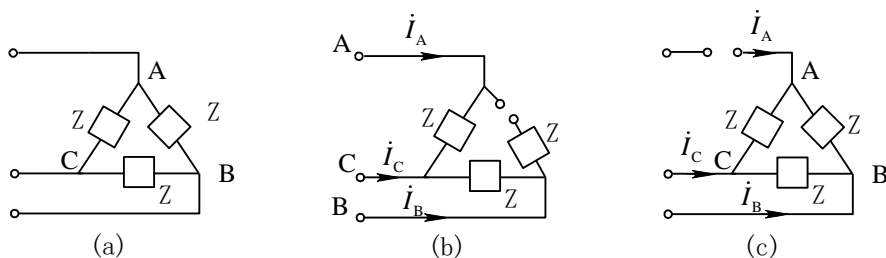


图 题 5.8

(2) 设 A 相负载断路，如图(b)所示。

由图(b)可见， $I_{AB} = 0$ ，B、C 相负载因相电压不变，均为电源线电压，故相电流

$$I_{BC} = I_{CA} = 13.17A$$

$$I_C = \sqrt{3}I_{BC} = 22.81A$$

$$I_A = I_B = I_{BC} = 13.17A$$

(3) 设端线 A 断路，如图(c)所示。

由图(c)可见， $I_A = 0$ ，

$$I_B = I_C = \frac{U_{BC}}{|Z//2Z|} \approx 19.76A$$

$$I_{AB} = I_{CA} = \frac{U_{BC}}{|2Z|} \approx 6.587A$$

$$I_{BC} = \frac{U_{BC}}{|Z|} \approx 13.17A$$

5.9 某对称负载的功率因数为  $\lambda = 0.866$  (感性)，当接于线电压为 380V 的对称三相电源时，其平均功率为 30kW。试计算负载为星形接法时的每相等效阻抗。

解：因为三相负载平均功率等于每相负载平均功率的 3 倍，所以

$$P = 3 \times \frac{U_p^2}{|Z|} \times \lambda = 3 \times \frac{\left(\frac{U_l}{\sqrt{3}}\right)^2}{|Z|} \times \lambda$$

$$|Z| = \frac{U_l^2}{P} \times \lambda \approx 4.18\Omega$$

$$Z = |Z| \cos \varphi + j|Z| \sin \varphi = (3.62 + j2.09)\Omega$$

5.10 某负载各相阻抗  $Z=(6+j8)\Omega$ ，所加对称线电压是 380V，分别计算负载接成星形和三角形时所吸收的平均功率。

解：星形接法时  $U_l = 380\text{V}$ ， $I_l = I_p = \frac{U_p}{|Z|} = \frac{U_l}{\sqrt{3}|Z|} = \frac{380\text{V}}{\sqrt{3}|Z|} = 22\text{A}$

$$P = 3I_l^2 \times 6 = \sqrt{3} \times 380\text{V} \times 22\text{A} \times 0.6 = 8687.97\text{W}$$

三角形接法时负载每相承受电压为 380V，是星形接法时的  $\sqrt{3}$  倍。根据功率与电压的平方成正比关系可知，三角形联接时负载的平均功率是星形联接的 3 倍。即

$$P = 3 \times 8687.97 = 26063.91\text{W}$$

5.11 两组对称负载并联如图所示。其中一组接成三角形，负载功率为 10kW，功率因数为 0.8(感性)，另一组接成星形，负载功率也是 10kW，功率因数为 0.855(感性)。端线阻抗  $Z_L = (0.1 + j0.2)\Omega$ 。要求负载端线电压有效值保持 380V，问电源线电压应为多少？

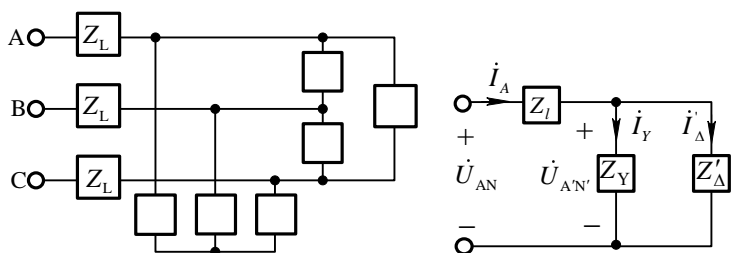


图 题 5.11

解：由已知功率因数  $\cos \varphi_Y = 0.85$ ， $\cos \varphi_\Delta = 0.8$

可求得星形和三角形负载的阻抗角分别为： $\varphi_Y = 31.24^\circ$ ， $\varphi_\Delta = 36.87^\circ$

方法一：

因为负载端线电压

$$U_l = 380\text{V}$$

所以星形负载相电流为

$$I_Y = \frac{P_Y}{\sqrt{3}U_l \cos \varphi_Y} = \frac{10\text{kW}}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.855} = 17.77\text{A}$$

三角形负载线电流为



$$I_{\Delta} = \frac{P_{\Delta}}{\sqrt{3}U_l \cos \varphi_{\Delta}} = \frac{10\text{kW}}{\sqrt{3} \times 380\text{V} \times 0.8} = 18.99\text{A}$$

将三角形联接等效成星形联接，设负载阻抗为  $Z'_{\Delta}, Z'_{\Delta} = \frac{Z_{\Delta}}{3}$

化为单相分析法，则电路如右图所示。

$$\text{设 } \dot{U}_{A'N'} = 220\angle 0^{\circ}\text{V}, \dot{I}_Y = 17.77\angle -31.24^{\circ}, \dot{I}_{\Delta} = 18.99\angle -36.87^{\circ}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_Y + \dot{I}_{\Delta} = 17.77\angle -31.24^{\circ} + 18.99\angle -36.87^{\circ} = 36.76\angle -34.14^{\circ}\text{A}$$

由KVL方程得，电源相电压为

$$\dot{U}_{AN} = \dot{I}_A \times I_l + \dot{U}_{A'N'} = 227.1\angle 1^{\circ}\text{V}$$

则电源线电压为

$$U_{AB} = \sqrt{3}U_{AN} = 393.3\text{V}$$

方法二：

$$\text{负载总平均功率 } P = P_Y + P_{\Delta} = 2 \times 10\text{kW} = 20\text{kW}$$

$$\text{负载总无功功率 } Q = P_Y \times \tan \varphi_Y + P_{\Delta} \times \tan \varphi_{\Delta} = (6.066 + 7.5)\text{kW} = 13.566\text{kvar}$$

$$\text{负载总功率因数 } \lambda = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = 0.8276$$

$$\text{因为 } P = \sqrt{3}U_l I_l \lambda$$

$$\text{负载线电流 } I_l = \frac{P}{\sqrt{3}U_l \lambda} = 36.72\text{A}$$

电源发出平均功率为

$$\begin{aligned} P_s &= P + 3I_l^2 \times \text{Re}[Z_l] \\ &= 20 \times 10^3 \text{W} + 3 \times (36.72\text{A})^2 \times 0.1\Omega \\ &= 20404.43\text{W} \end{aligned}$$

无功功率为

$$\begin{aligned} Q_s &= Q + 3I_l^2 \times \text{Re}[Z_l] \\ &= 13.566 \times 10^3 \text{W} + 3 \times (36.72\text{A})^2 \times 0.2\Omega \\ &= 14374.88 \text{var} \end{aligned}$$

电源视在功率为

$$S_S = \sqrt{P_S^2 + Q_S^2} = \sqrt{3}U_{AB}I_l$$

$$U_{AB} = 393.3\text{V}$$

5.12 图示三相电路，对称三相电源供电，已知  $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ\text{V}$ ， $R = 9\Omega$ ， $X = 4\Omega$ ， $Z_1 = (8 + j6)\Omega$ 。求三角型负载的平均功率与单相负载上的电流  $\dot{I}_1$ 。

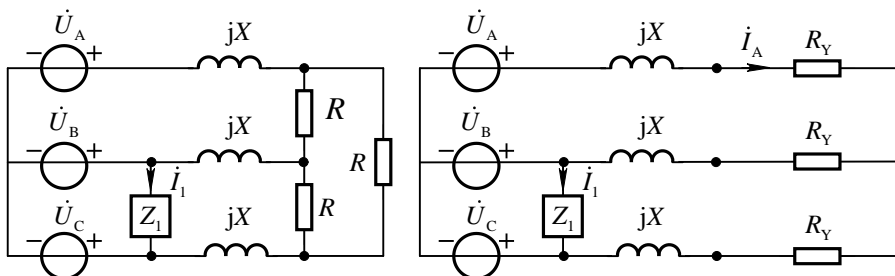


图 题 5.12

解：经过星—三角等效变换的电路如右图所示，其中

$$R_Y = \frac{1}{3}R = 3\Omega$$

对于对称部分取 A 相进行计算，有

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{R_Y + jX} = \frac{220\angle 0^\circ}{3 + j4} = 44\angle -53.1^\circ\text{A}$$

则三角型负载吸收的平均功率为

$$P = 3I_A^2 R_Y = 17.424\text{kW}$$

已知  $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ\text{V}$

则  $\dot{U}_{AB} = 380\angle 30^\circ\text{V}$ ， $\dot{U}_{BC} = 380\angle -90^\circ\text{V}$

并联的单相负载的电流为

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_1} = \frac{380\angle -90^\circ}{8 + j6} = 38\angle -126.9^\circ\text{A}$$

5.13 图示电路中，A、B 和 C 为对称三相电源的三根端线，设  $\dot{U}_{AB} = 380\angle 0^\circ\text{V}$ ，

$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = X_C = 10\Omega$ ，试求两个功率表  $W_1$  和  $W_2$  的读数。

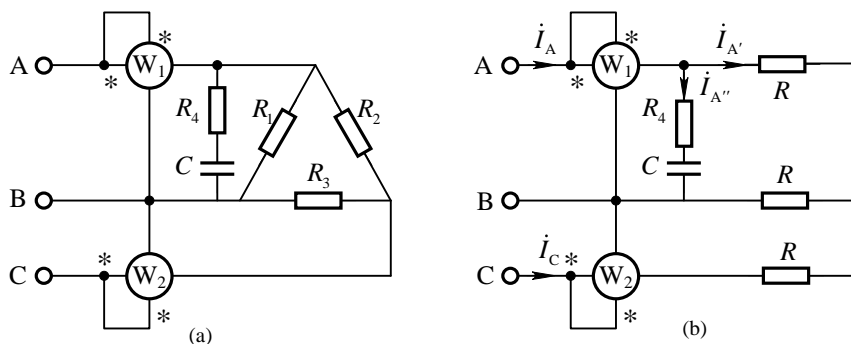


图 题 5.13

解：经过星—三角等效变换的电路如图(b)所示，其中

$$R = R_1 = R_2 = R_3 = 10/3\Omega$$

对于对称部分取 A 相进行计算，有

$$\dot{I}_{A'} = \frac{\dot{U}_A}{R} = \frac{380/\sqrt{3}\angle -30^\circ}{10/3} = 38\sqrt{3}\angle -30^\circ \text{ A}$$

则 C 相线电流为

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{A'}\angle -30^\circ + 120^\circ = 38\sqrt{3}\angle 90^\circ \text{ A}$$

并联的单相负载的电流为

$$\dot{I}_{A''} = \frac{\dot{U}_{AB}}{R_4 - jX_C} = \frac{380\angle 0^\circ}{10 - j10} = 19\sqrt{2}\angle 15^\circ \text{ A}$$

则 A 相总电流为

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A'} + \dot{I}_{A''} = 38\sqrt{3}\angle -30^\circ + 19\sqrt{2}\angle 45^\circ = 77.26\angle -10.37^\circ \text{ A}$$

功率表 W1 测量的是 A、B 两相间的线电压和 A 相的线电流，则 W1 的读数为

$$P_1 = U_{AB} I_A \cos(\varphi_{u_{AB}} - \varphi_{i_A}) = 380 \times 77.26 \times \cos(10.37^\circ) = 28.88 \text{ kW}$$

功率表 W2 测量的是 C、B 两相间的线电压和 C 相的线电流，C、B 相的电压为

$$\dot{U}_{CB} = -\dot{U}_{BC} = -380\angle -120^\circ = 380\angle 60^\circ \text{ V}$$

则 W2 的读数为

$$P_2 = U_{CB} I_C \cos(\varphi_{u_{CB}} - \varphi_{i_C}) = 380 \times 38\sqrt{3} \times \cos(60^\circ - 90^\circ) = 21.66 \text{ kW}$$

5.14 图示为用功率表测量对称三相电路无功功率的一种方法, 已知功率表的读数为 4000W, 求三相负载的无功功率。

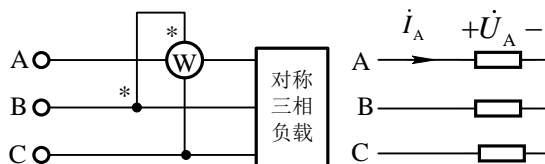


图 题5.14

解: 设电源电压  $\dot{U}_{AB} = U_l \angle 0^\circ$ , 则  $\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{AB} \angle -120^\circ = U_l \angle -120^\circ$

设负载为星形联接, 如右图所示。阻抗角为  $\varphi$ , 则 A 相负载电流  $\dot{I}_A$  滞后电压  $\dot{U}_A$  的角度为  $\varphi$ , 滞后  $\dot{U}_{AB}$  的角度为  $30^\circ + \varphi$ , 即

$$\dot{I}_A = I_l \angle (-\varphi - 30^\circ)$$

功率表的读数  $= P = U_{BC} I_A \cos(-120^\circ - (-\varphi - 30^\circ)) = U_l I_l \cos(\varphi - 90^\circ) = U_l I_l \sin \varphi$

由对称三相负载无功功率的计算公式得

$$Q = \sqrt{3} U_l I_l \sin \varphi = \sqrt{3} P = 4000\sqrt{3} \text{ var}$$