运筹学第五章习题答案

第五章

5.1A－2

用二分法求解函数的极大值点：

$I^{(0)} = [0, \pi], \quad I^{(1)} = [0, 1.8208]$

$I^{(2)} = [0, 1.1604], \quad I^{(3)} = [0.3302, 1.1604]$

$I^{(4)} = [0.4953, 1.1604], \quad I^{(5)} = [0.5779, 1.1604]$

5.1A-3

用黄金分割法求解函数的极小值点：

$I^{(0)} = [1, 10], \quad I^{(1)} = [1, 6.562]$

$I^{(2)} = [1, 4.438], \quad I^{(3)} = [1, 3.125]$

$I^{(4)} = [1.812, 3.125], \quad I^{(5)} = [2.313, 3.125]$

5.1B 2-5.1C 3

解题分别参照书上P130 和P133

5.2A －3

原问题转化后为：

$$\begin{aligned}
\min \quad & Z=\frac{1}{3}W_{12}+3W_{13}+W_{21}+W_{22}+9W_{23},\\
s.t. \quad & 2W_{12}+6W_{13}+2W_{22}+4W_{23}\geq 2,\\
& 4W_{11}+32W_{12}+256W_{13}-36W_{22}+144W_{23}\leq 25,\\
& W_{12}+3W_{13}\leq 3,\\
& W_{22}+2W_{23}\leq 2,\\
& W_{11}+W_{12}+W_{13}=1,\\
& W_{21}+W_{22}+W_{23}=1,\\
& W_{11},\ldots,W_{23}\geq 0.
\end{aligned}$$

5.2B—1

证明$f(x)$为严格凹函数，并且约束为线性的，所以解空间为凸集，原问题为凸规划问题。

KKT条件为：

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & 1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 6 & 1 & 3 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \mu_1 \\ \mu_2 \\ s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

并且

$$\mu_1 x_1=\mu_2 x_2=0; \quad \lambda_1 s_1=\lambda_2 s_2=0.$$

5.2 B—2

题中优化问题为凸规划问题，海森矩阵为对称正定矩阵，所以满足KKT条件的解为唯一最优解，KKT条件为：

$$\begin{bmatrix} -12 & 6 & 0 & 1 & 3 \\ 6 & -4 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -8 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -2 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 15 \\ -16 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

5.2 C—3

$$
\begin{aligned}
\max \quad & f(x) = x_1 + x_2^2 + x_3, \\
s.t. \quad & x_1^2 + 5x_2^3 + 2\sqrt{x_3} + 1.285y \leq 10, \\
& 15x_2^6 + 25x_3 - y^2 = 0, \\
& x_1, x_2, x_3, y \geq 0.
\end{aligned}
$$

5.2 D—1

线性规划子问题为：

$$
\begin{aligned}
\max \quad & \omega(x) = 2x_1 - 2x_2 + 3x_3, \\
& x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\
& x_1 + 5x_2 \leq 6, \\
& x_1, x_2, x_3 \geq 0.
\end{aligned}
$$