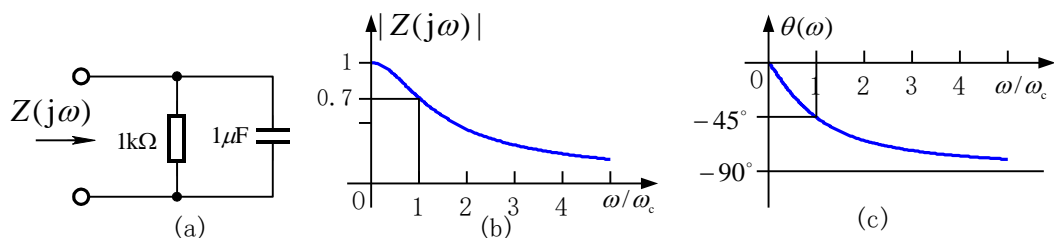


## 第 7 章 频率特性和谐振现象习题解答

7.1 求图(a)所示 RC 并联电路的输入阻抗  $Z(j\omega)$ ，大致画出其幅频特性和相频特性，确定通带、阻带和截止频率。



图题 7.1

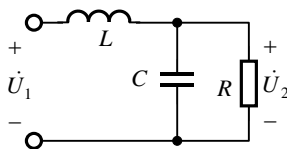
解：由阻抗并联等效公式得：
$$Z(j\omega) = \frac{10^3 / (j\omega 10^{-6})}{10^3 + 1 / (j\omega 10^{-6})} = \frac{10^3}{1 + j\omega 10^{-3}} \Omega$$

阻抗模及幅角分别为：
$$|Z(j\omega)| = \frac{10^3}{\sqrt{1 + (10^{-3}\omega)^2}}, \quad \theta(\omega) = -\arctan(10^{-3}\omega)$$

令  $|Z(j\omega_c)| = 1/\sqrt{2}$ ，求得截止角频率  $\omega_c = 10^3 \text{ rad/s}$ ，故通带及阻带分别为：

通带  $\omega = 0 \sim 10^3 \text{ rad/s}$ ，阻带  $\omega = 10^3 \text{ rad/s} \sim \infty$ 。幅频特性和相频特性如图(b)和(c)所示。

7.2 求图示电路的网络函数，它具有高通特性还是低通特性？



图题 7.2

解：RC 并联的等效阻抗  $Z_{RC} = \frac{R / j\omega C}{R + 1 / j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= \dot{U}_2 / \dot{U}_1 = \frac{Z_{RC}}{j\omega L + Z_{RC}} \\ &= \frac{R}{R + j\omega L(1 + j\omega RC)} = \frac{1}{1 - \omega^2 LC + j\omega L/R} \end{aligned}$$

$$\text{幅频特性 } |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega L/R)^2}}$$

当  $\omega \rightarrow 0$  时,  $|H(j\omega)| = 1$ ; 当  $\omega \rightarrow \infty$  时,  $|H(j\omega)| = 0$

所以它具有低通特性。

7.3 求图示电路的转移电压比  $H(j\omega) = \dot{U}_2 / \dot{U}_1$ , 当  $R_1 C_1 = R_2 C_2$  时, 此网络函数有何特性?

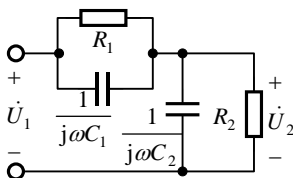


图 题 7.3

$$\text{解: 设 } Z_1 = R_1 // \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{R_1}{R_1 + j\omega R_1 C_1}, \quad Z_2 = R_2 // \frac{1}{j\omega C_2} = \frac{R_2}{R_2 + j\omega R_2 C_2}$$

$$\text{由分压公式得: } \dot{U}_2 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \dot{U}_1$$

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{R_2(1 + j\omega R_1 C_1)}{R_1(1 + j\omega R_2 C_2) + R_2(1 + j\omega R_1 C_1)}$$

当  $R_1 C_1 = R_2 C_2$  时, 得  $H(j\omega) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ , 此网络函数模及辐角均不与频率无关。

7.4 设图示电路处于谐振状态, 其中  $I_s = 1\text{A}$ ,  $U_1 = 50\text{V}$ ,  $R_1 = |X_C| = 100\Omega$ 。求电压  $U_L$  和电阻  $R_2$ 。

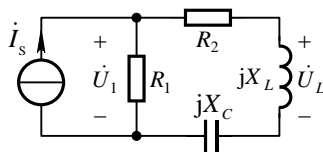


图 题 7.4

解: 因为电路处于谐振状态, 故电感与电容串联电路相当于短路, 因此有

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{U_1}{I_s} = 50 \Omega$$

代以  $R_1 = 100\Omega$ ，解得  $R_2 = 100\Omega$

又因为电路处于谐振状态，所以  $X_L = |X_C| = 100\Omega$

$$\text{故有 } U_L = I_2 X_L = \frac{R_1 I_s}{R_1 + R_2} \times X_L = 50\text{V}$$

7.5 图示电路中，已知  $u = 0.1\sqrt{2}\cos\omega t\text{V}$ ， $\omega = 10^4\text{rad/s}$  时电流  $i$  的有效值为最大，量值是  $1\text{A}$ ，此时  $U_L = 10\text{V}$ 。

(1) 求  $R$ 、 $L$ 、 $C$  及品质因数  $Q$ ；

(2) 求电压  $u_C$ 。

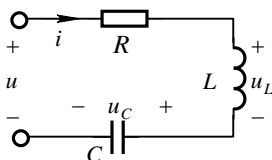


图 题 7.5

解：(1) 根据题意，电路发生谐振时，存在下列关系：

$$\begin{cases} \omega = 1/\sqrt{LC} = 10^4 \text{ rad/s} \\ I = U/R = 1\text{A} \\ U_L = \omega LI = 10\text{V} \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} R = 0.1\Omega \\ L = 1\text{mH} \\ C = 10\mu\text{F} \end{cases}$$

品质因数  $Q = \frac{U_L}{U} = \frac{10}{0.1} = 100$

(2)  $\dot{U}_C = \dot{I}/(j\omega C) = 1\angle 0^\circ \times 10\angle -90^\circ \text{V} = 10\angle -90^\circ \text{V}$

即有  $u_C = 10\sqrt{2}\cos(\omega t - 90^\circ)\text{V}$

7.6  $RLC$  串联电路的谐振频率为  $875\text{Hz}$ ，通频带宽度为  $250\text{Hz}$ ，已知  $L = 0.32\text{H}$ 。

(1) 求  $R$ 、 $C$  及品质因数  $Q$ ；

(2) 设输入电压有效值为  $23.2\text{V}$ ，求在上述三个频率时电路的平均功率；

(3) 求谐振时电感电压和电容电压。

解：(1)  $C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{1}{(2\pi \times 875)^2 \times 0.32} = 1.034 \times 10^{-7} \text{F}$

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}, \quad Q = \omega_0 / \Delta\omega = 875 / 250 = 3.5$$

$$Q = \omega_0 L / R, \quad R = \omega_0 L / Q = 2\pi \times 875 \times 0.32 / 3.5 = 502.65\Omega$$

$$\text{谐振频率为 } f_{c1} = \left(-\frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1}\right) \times f_0 \approx 759\text{Hz}$$

$$f_{c2} = \left(\frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1}\right) \times f_0 \approx 1009\text{Hz}$$

$$(2) \text{ 谐振时电路的平均功率为: } P_0 = I_0^2 R = (23.2/502.65)^2 \times 502.65 = 1.071\text{W}$$

在截止频率处, 电流下降至谐振电流  $I_0$  的  $1/\sqrt{2}$ , 故功率减小到  $P_0$  的一半, 所以

当  $f = 759\text{Hz}$  和  $f = 1009\text{Hz}$  时, 电路平均功率均为  $P = P_0/2 = 0.535\text{W}$

$$(3) \quad U_L = U_C = QU = 3.5 \times 23.2 = 81.2\text{V}$$

7.7  $RLC$  并联电路中, 已知谐振角频率  $\omega_0 = 10^3 \text{ rad/s}$ , 谐振时阻抗为  $10^3 \Omega$ , 频带宽度为  $\Delta\omega = 100 \text{ rad/s}$ 。求  $R$ 、 $L$ 、 $C$ 。

解: 由串联谐振规律得:

$$\begin{cases} R = 1000\Omega \\ \omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 10^3 \text{ rad/s} \\ \Delta\omega = \omega_0/Q = 100 \text{ rad/s} \\ Q = R/\omega_0 L \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} R = 1000\Omega \\ L = 0.1\text{H} \\ C = 10\mu\text{F} \end{cases}$$

注:  $RLC$  并联电路的品质因数为电感电流与总电流之比, 即

$$Q = \frac{I_L}{I} = \frac{U/\omega_0 L}{U/R} = \frac{R}{\omega_0 L}$$

7.8 图示正弦稳态电路,  $u_s(t) = 8\sqrt{2} \cos(\omega t) \text{ V}$ ,  $R_1 = 1\Omega$ ,  $R_2 = 3\Omega$ ,  $L_1 = 1\text{H}$ ,  $C_1 = 1\mu\text{F}$ ,  $C_2 = 250\mu\text{F}$ 。且已知电流  $i_1$  为零, 电压  $u_s$  和  $i$  同相, 试求电感  $L_2$  的数值和电流  $i_{C1}$ 。

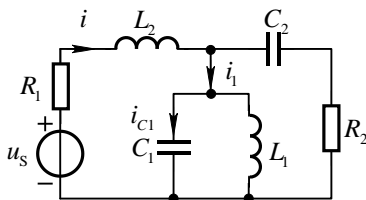


图 题 7.8

解: 电流  $i_1$  为零则  $L_1 C_1$  并联部分发生并联谐振

电压  $u_s$  和  $i$  同相则串联部分发生串联谐振

$$\text{由并联谐振条件得: } \omega = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = 10^3 \text{ rad/s}$$

$$\text{由串联谐振条件得: } L_2 = \frac{1}{\omega^2 C_2} = 4 \text{ mH}$$

$$i = \frac{u_s(t)}{R_1 + R_2} = 2\sqrt{2} \cos(\omega t) \text{ A}$$

$$\dot{I}_{C1} = \dot{I} \left( R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right) \times j\omega C_1 = 0.01 \angle 36.9^\circ \text{ A}$$

$$\Rightarrow i_{C1} = 0.01\sqrt{2} \cos(1000t + 36.9^\circ) \text{ A}$$

7.9 已知图示电路中  $L_1 = 0.01 \text{ H}$ ,  $L_2 = 0.02 \text{ H}$ ,  $M = 0.01 \text{ H}$ ,  $R_1 = 5 \Omega$ ,  $R_2 = 10 \Omega$  和  $C = 20 \mu\text{F}$ 。试求当两线圈顺接和反接时的谐振角频率。若在这两种情况下外加电压均为  $6 \text{ V}$ , 试求两线圈上的电压  $U_1$  和  $U_2$ 。

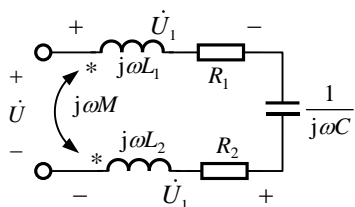


图 题 7.9

解：当两线圈顺接时，等效电感  $L = L_1 + L_2 + 2M = 0.05 \text{ H}$

$$\text{谐振角频率 } \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0.05 \times 20 \times 10^{-6}}} = 10^3 \text{ rad/s}$$

取  $\dot{U} = 6 \angle 0^\circ \text{ V}$ ，则谐振时的电流

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R_1 + R_2} = \frac{6 \angle 0^\circ}{5 + 10} \text{ A} = 0.4 \angle 0^\circ \text{ A} \quad , \quad \text{由互感的元件方程得:}$$

$$\dot{U}_1 = (R_1 + j\omega_1 L_1) \dot{I} + j\omega_1 M \dot{I} = [(5 + j10) \times 0.4 + j10 \times 0.4] \text{ V} = (2 + j8) \text{ V}$$

$$\dot{U}_2 = (R_2 + j\omega_1 L_2) \dot{I} + j\omega_1 M \dot{I} = [(10 + j20) \times 0.4 + j10 \times 0.4] \text{ V} = (4 + j12) \text{ V}$$

两线圈电压的有效值分别为

$$U_1 = \sqrt{2^2 + 8^2} = 8.24\text{V}, \quad U_2 = \sqrt{4^2 + 12^2} = 12.65\text{V}$$

当两线圈反接时, 等效电感  $L' = L_1 + L_2 - 2M = 0.01\text{H}$

$$\text{谐振角频率} \quad \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{0.01 \times 20 \times 10^{-6}}} = 2.236 \times 10^3 \text{ rad/s}$$

$$\dot{U}_1 = (R_1 + j\omega_2 L_1)\dot{I} - j\omega_2 M\dot{I} = 5\Omega \times 0.4\text{A} = 2\text{V}$$

$$\dot{U}_2 = (R_2 + j\omega_2 L_2)\dot{I} - j\omega_2 M\dot{I} = (10 + j22.36)\Omega \times 0.4\text{A} = (4 + j8.95)\text{V}$$

此时两线圈电压的有效值分别为  $U_1 = 2\text{V}$ ,  $U_2 = \sqrt{4^2 + 8.95^2} = 9.8\text{V}$

7.10 图示电路, 已知  $L_1 = 3\text{H}$ ,  $L_2 = 1\text{H}$  和  $\omega = 100\text{rad/s}$ 。求电容  $C$  为何值时电路发生谐振。

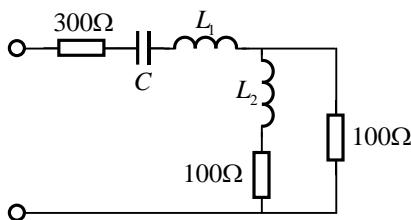


图 题 7.10

解: 设端口总阻抗为  $Z_{\text{eq}}$ , 根据谐振定义当  $Z_{\text{eq}}$  虚部为零时发生谐振

$$\begin{aligned} Z_{\text{eq}} &= 300\Omega + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L_1 + 100\Omega \parallel (100\Omega + j\omega L_2) \\ &= 360\Omega + \frac{1}{j\omega C} + j320\Omega \end{aligned}$$

$$\text{由 } \frac{1}{j\omega C} + j320\Omega = 0 \text{ 得 } \omega = 3.125 \times 10^4 \text{ rad/s}$$

7.11 图示电路, 已知  $u_s = 2\sqrt{2} \cos(\omega t)\text{V}$ , 角频率  $\omega = 100\text{rad/s}$ ,  $R = 1\Omega$ ,  $C_1 = 10^{-2}\text{F}$  和  $C_2 = 0.5 \times 10^{-2}\text{F}$ 。

求: (1)  $L$  为何值时电流  $I$  为最大?  $I_{\text{max}} = ?$  并求此时电压  $u_1$ 。

(2)  $L$  为何值时电流  $I$  为最小?  $I_{\text{min}} = ?$  并求此时电压  $u_1$ 。

解: (1) 当  $L$  和  $C_1$  发生串联谐振时相当于短路, 此时整个电路的阻抗为最小, 电流  $I$

$$\text{为最大。} \quad I_{\text{max}} = \frac{U_s}{R} = \frac{2}{1} = 2\text{A}$$

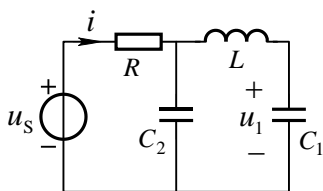


图 题 7.11

$$\text{由串联谐振条件得 } \omega L = \frac{1}{\omega C_1} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C_1} = 0.01 \text{H}$$

$$\dot{U}_1 = \dot{I} \times \left( \frac{1}{j\omega C_1} \right) = 2 \times (-j1) = -j2 \text{V}$$

$$\Rightarrow u_1 = 2\sqrt{2} \cos(100t - 90^\circ) \text{V}$$

(2) 当电路发生并联谐振时相当于断路, 此时电流  $I$  为最小。  $I_{\min} = 0$

$$\text{此时并联部分导纳 } Y = j\omega C_2 + \frac{1}{j\omega L - j/\omega C_1} = 0$$

$$\text{解得 } L = 3 \times 10^{-2} \text{H}$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_s \times \frac{-j/\omega C_1}{j\omega L - j/\omega C_1} = -1 \text{V} \Rightarrow u_1 = \sqrt{2} \cos(100t + 180^\circ) \text{V}$$

7.12 如图所示的电路发生谐振, 求谐振角频率  $\omega$ 。

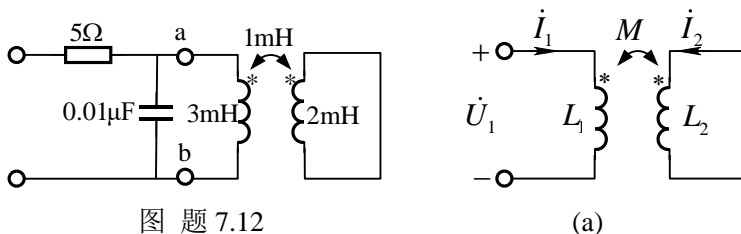


图 题 7.12

解: 先求 ab 端右侧的等效电路, 在图 (a) 中

$$\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 \quad (1)$$

$$0 = j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1 \quad (2)$$

由式 (1) 和 (2) 解得:

$$\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega (M^2 / L_2) \dot{I}_1 = j\omega (L_1 - M^2 / L_2) \dot{I}_1$$

$$\text{即等效电感 } L = L_1 - M^2 / L_2 = 2.5 \text{mH}$$

$$\text{谐振角频率 } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2 \times 10^5 \text{rad/s}$$

7.13 图示电路中，正弦电流源有效值  $I_s = 10\text{mA}$ ，角频率  $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$ ， $L_1 = L_2 = 3\text{H}$ ， $M = 1\text{H}$ ， $R = 2\text{k}\Omega$ 。(1)问可变电容  $C$  为何值时电流  $I$  最小？(2)可变电容  $C$  又为何值时电流  $I$  为最大？并求出  $I$  的最小值和最大值。

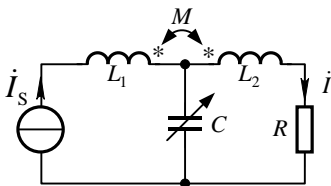


图 题 7.13

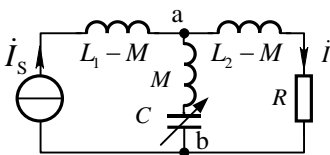


图 (b)

解：(1)消去互感后，得图 (b) 所示等效电路。当等效电感  $M$  和电容  $C$  发生串联谐振时，即  $C = 1/\omega^2 M = 1/10^6 \times 1 = 1\mu\text{F}$ ， $ab$  端相当于短路，端电压为零，则电流  $I$  也为零。所以电流  $I$  的最小值为  $I_{\min} = 0$

(2)先分析  $ab$  端的等效导纳，由图 (b) 得

$$Y_{ab} = \frac{1}{R + j\omega(L_2 - M)} + \frac{1}{j\omega M - j/\omega C}$$

$$= \frac{R}{R^2 + \omega^2(L_2 - M)^2} + j\left[\frac{1}{1/\omega C - \omega M} - \frac{\omega(L_2 - M)}{R^2 + \omega^2(L_2 - M)^2}\right]$$

由于电容  $C$  变化时， $Y_{ab}$  的实部不变，所以，当并联部分发生谐振时， $|Y_{ab}|$  最小，电压  $U_{ab} = I_s / |Y_{ab}|$  为最大，因此电流  $I$  也为最大。令

$$\frac{1}{1/\omega C - \omega M} - \frac{\omega(L_2 - M)}{R^2 + \omega^2(L_2 - M)^2} = 0$$

得 
$$C = \frac{L_2 - M}{R^2 + \omega^2 L_2 (L_2 - M)} = \frac{2}{4 + 3 \times 2} \times 10^{-6} \text{ F} = 0.2\mu\text{F}$$

由分流公式求得：

$$\dot{I} = \frac{j(\omega M - 1/\omega C)}{j(\omega M - 1/\omega C) + R + j\omega(L_2 - M)} \dot{I}_s = \frac{-j4}{2 - j2} \dot{I}_s = \sqrt{2} \dot{I}_s \angle -45^\circ$$

故当  $C = 0.2\mu\text{F}$  时， $I_{\max} = \sqrt{2} I_s = 14.14\text{mA}$

7.14 图示电路， $u = 10\sqrt{2} \cos(\omega t) \text{ V}$ ，角频率  $\omega = 100 \text{ rad/s}$ ， $R = 10\Omega$ ， $L_1 = 0.3\text{H}$ ， $L_2 = 0.2\text{H}$  和  $M = 0.1\text{H}$ 。求：



- (1) 当开关断开时,  $C$  为何值时电压  $\dot{U}$  与电流  $\dot{i}$  同相位? 并求此时电压  $u_1$ 。  
 (2) 当开关短接时,  $C$  为何值时电压  $\dot{U}$  与电流  $\dot{i}$  同相位?

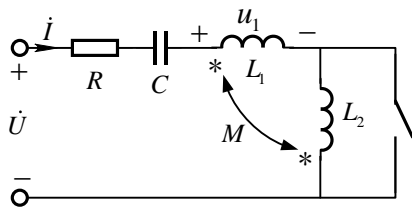


图 题 7.14

解: (1) 开关断开时, 两线圈为串联反接, 等效电感为  $L = L_1 + L_2 - 2M = 0.3\text{H}$

电压  $\dot{U}$  与电流  $\dot{i}$  同相位时发生串联谐振

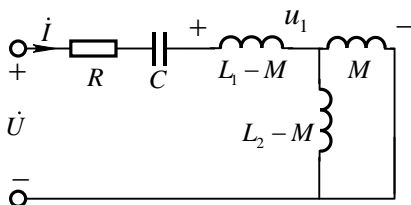
$$\text{由串联谐振条件得 } \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L} = C = \frac{1}{3} \times 10^{-3} \text{F}$$

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}_s}{R} = 1\text{A}$$

$$\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{i} - j\omega M \dot{i} = j20\text{V}$$

$$u_1 = 20\sqrt{2} \cos(100t + 90^\circ) \text{V}$$

(2) 开关短接时电路图可以等效为



$$Z = R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega(L_1 - M) + \frac{j\omega M \times j\omega(L_2 - M)}{j\omega(L_2 - M) + j\omega M} = R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega(L_1 - M^2/L_2)$$

当  $Z$  的虚部为零时, 电压  $\dot{U}$  与电流  $\dot{i}$  同相位, 发生谐振, 此时求得  $C = 4 \times 10^{-4} \text{F}$

7.15 如图所示正弦电路中, 已知  $I_1 = I_2 = I = 5\text{A}$ ,  $R_1 = 10\Omega$ ,  $\omega M = 10\Omega$ , bc 右侧并联电路达到谐振, ac 右侧总体电路亦达到谐振。求  $\omega L_1$ ,  $\omega L_2$ ,  $R_2$ ,  $U_{bc}$  和  $U_s$ 。

解: 此题借助相量图求解, 由已知条件, 三个电流有效值相等, 及  $\dot{i} = \dot{i}_1 + \dot{i}_2$ ,

可以判断这三个电流相量之和可以用等边三角形描述, 设参考相量

$$\dot{U}_{bc} = U_{bc} \angle 0^\circ$$

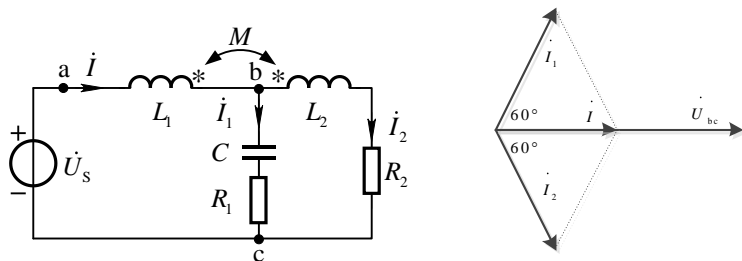


图 题 7.15

则  $\dot{I}_1 = 5\angle 60^\circ \text{A}$ ,  $\dot{I}_2 = 5\angle -60^\circ \text{A}$ ,  $\dot{I} = 5\angle 0^\circ \text{A}$

对  $R_1C$  串联支路

$$\dot{U}_{bc} = (R_1 - j\frac{1}{\omega C})5\angle 60^\circ = 5[0.5R_1 + 0.866\frac{1}{\omega C} + j(0.866R_1 - 0.5\frac{1}{\omega C})] = U_{bc}\angle 0^\circ$$

所以求得  $1/(\omega C) = \sqrt{3}R_1 = 17.32\Omega$ ,  $U_{bc} = 100\text{V}$

对右侧串联支路, 由 KVL, 并考虑互感电压, 则

$$\begin{aligned}\dot{U}_{bc} &= (R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2 - j\omega M\dot{I} \\ 100\angle 0^\circ &= (R_2 + j\omega L_2)5\angle -60^\circ - j10 \times 5\angle 0^\circ \\ 100 + j50 &= 2.5R_2 + 4.33\omega L_2 + j2.5\omega L_2 - j4.33R_2\end{aligned}$$

由实部、虚部分别对应相等, 求得

$$R_2 = 1.34\Omega, \quad \omega L_2 = 22.32\Omega$$

对于 ac 右侧整个电路, 由 KVL 方程有

$$\begin{aligned}\dot{U}_s &= j\omega L_1\dot{I} - j\omega M\dot{I}_2 + \dot{U}_{bc} \\ &= j\omega L_1 \times 5 - j25 - 43.3 + 100\end{aligned}$$

ac 右侧电路达谐振, 所以上式的虚部应该为零, 所以

$$j\omega L_1 \times 5 - j25 = 0 \Rightarrow \omega L_1 = 5\Omega$$

此时  $\dot{U}_s = -43.3 + 100 = 56.7\text{V}$

7.16 求图示一端口网络的谐振角频率和谐振时等效阻抗与  $R$ 、 $L$ 、 $C$  的关系。

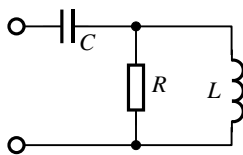


图 题 7.16

解: 端口等效阻抗

$$Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega C} + \frac{j\omega L \times R}{R + j\omega L} = \frac{(\omega L)^2 R}{R^2 + (\omega L)^2} + j\left[\frac{\omega L R^2}{R^2 + (\omega L)^2} - \frac{1}{\omega C}\right] \quad (1)$$

$$\text{令 } \text{Im}[Z] = 0; \text{ 解得谐振角频率 } \omega_0 = \frac{R}{\sqrt{R^2 LC - L^2}}$$

将  $\omega_0$  代回式 (1), 得  $Z(j\omega_0) = L/RC$

7.17 图所示电路中,  $R = 50\Omega$ ,  $L_1 = 5\text{mH}$ ,  $L_2 = 20\text{mH}$ ,  $C_2 = 1\mu\text{F}$ 。当外加电源频率  $f = 10^4/(2\pi)\text{Hz}$  时,  $R$ 、 $L_1$ 、 $C_1$  发生并联谐振, 此时测得  $C_1$  两端的电压  $U_{C1} = 10\text{V}$ 。试求  $C_1$  和  $U$ 。

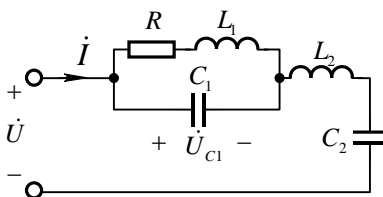


图 题 7.17

解: 设  $R$ 、 $L_1$ 、 $C_1$  并联部分的导纳为  $Y$ , 则

$$Y = j\omega C_1 + \frac{1}{R + j\omega L_1} = \frac{R}{R^2 + (\omega L_1)^2} + j\left[\omega C_1 - \frac{\omega L_1}{R^2 + (\omega L_1)^2}\right]$$

依据已知  $R$ 、 $L_1$ 、 $C_1$  发生并联谐振, 有阻抗导纳  $Y$  的虚部为零

$$C_1 = \frac{L_1}{R^2 + \omega^2 L_1^2} = 1\mu\text{F}$$

$$\omega L_1 = 50\Omega, \quad \omega L_2 = 200\Omega, \quad 1/(\omega C_1) = 1/(\omega C_2) = 100\Omega, \quad Y = \frac{R}{R^2 + (\omega L_1)^2} = 0.01$$

$$\text{设 } \dot{U}_{C1} = 10\angle 0^\circ \text{V}, \text{ 则 } \dot{I} = Y\dot{U}_{C1} = 0.1\angle 0^\circ \text{A}$$

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_{C1} + \dot{I} \times (j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2}) \\ &= 10\angle 0^\circ \text{V} + 0.1\angle 0^\circ \text{A} \times j100\Omega = 10\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{V} \\ U &= 14.14\text{V} \end{aligned}$$

7.18 设图示滤波电路的输入电压  $u_i$  中除直流分量外尚有  $\omega = 10^4 \text{rad/s}$  的正弦分量。若要求输出电压  $u_o$  中正弦分量占滤波前的 5%, 问电容  $C$  应为多少?

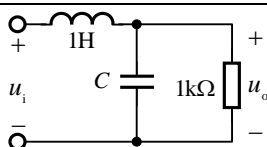


图 题 7.18

$$\text{解: } H(j\omega) = \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} = \frac{\frac{R/j\omega C}{R+1/j\omega C}}{(j\omega L + \frac{R/j\omega C}{R+1/j\omega C})} = \frac{\frac{R}{1+j\omega CR}}{(j\omega L + \frac{R}{1+j\omega CR})} = \frac{R}{R - \omega^2 LCR + j\omega L}$$

若输出电压  $u_o$  中正弦分量占滤波前的 5%，则相当于

$$|H(j\omega)| = \frac{R}{\sqrt{(R - \omega^2 LCR)^2 + (\omega L)^2}} = 5\%$$

代入数值解得  $C \approx 0.183 \mu\text{F}$

7.19 图示滤波器能够阻止电流的基波通至负载，同时能使九次谐波顺利地通至负载。设  $C = 0.04 \mu\text{F}$ ，基波频率  $f = 50 \text{kHz}$ ，求电感  $L_1$  和  $L_2$ 。

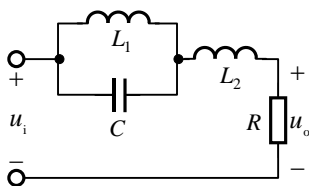


图 题 7.19

解：当  $L_1$ 、 $C$  对基波发生并联谐振时，滤波器能够阻止电流的基波通至负载，由此

$$\text{得: } \omega L_1 = \frac{1}{\omega C} \quad (1)$$

$$\text{解得 } L_1 = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{(2\pi f)^2 C} \approx 0.254 \text{ mH}$$

当  $L_1$ 、 $C$  与  $L_2$  组成的电路对九次谐波发生串联谐振时，九次谐波可以顺利地通

$$\text{至负载，由此得到: } \frac{1}{j9\omega C + 1/(j9\omega L_1)} + j9\omega L_2 = 0 \quad (2)$$

$$\text{将式 (1) 代入式 (2) 解得 } L_2 = \frac{L_1}{81\omega C L_1 - 1} \approx 3.17 \mu\text{H}$$