

Pergunta 1

Respondida Pontuou 0,200 de 1,000 Destacar pergunta

Suponha os seguintes ciclos, escritos em linguagem C:

Os dois ciclos serão executados de maneira às condições de execução serem idênticas: $x0$, xf e c iguais e n escolhido de tal maneira que o número de iterações feitas em a) seja igual às de b)

a)	b)
<pre>float f(float x) { ... }; float x0 = ..., xf = ..., c = ...; for(float x = x0; x <= xf; x+= c) y= f(x);</pre>	<pre>float f(float x) { ... }; float x0 = ..., xf = ..., c = ...; for(int i = 0; i <= n; i++) y= f(x0 + i * c);</pre>

Os sucessivos valores de y serão iguais em a) e em b) ?

Aponte duas razões que justifiquem a sua resposta.

A resposta é um (pequeno) texto, submetido abaixo, que será corrigido manualmente.

Sim, os sucessivos valores serão iguais

Em ambas concluímos que $xf = x0 + c * i$;

No ciclo a, o valor de partida é $x0$, é incrementado c em cada ciclo. O ciclo termina quando x é igual a xf ;

No ciclo b, dado que o n escolhido é o número de maneira a que as iterações feitas sejam iguais em a e em b, obtemos o mesmo x em todas as mesma iterações.

Como uma função tem o mesmo y para o mesmo x , podemos concluir que o valor final de y é o sempre o mesmo.

Quando iniciamos o ciclo, o primeiro y é igual para os 2, isto é, é a imagem de $x0$ em ambos os casos. No primeiro ciclo soma-se o valor de c , no segundo multiplica-se c por o numero de iterações. É como se em a estivéssemos a fazer $2+2+2+2$ em b fazemos $2*4$. Portanto concluímos que os valores de y são sempre os mesmos, em ambos os ciclos.

Submeti um ficheiro que comprova a igualdade dos ciclos. n é calculado como $(xf-x0)/c$. O ficheiro tem o nome meilec-MariaFerreira-1.

Pergunta 2

Parcialmente correto Pontuou 0,750 de 1,000 Destacar pergunta

Dado o seguinte sistema de equações não lineares, que se pretende resolver pelo método de Newton

$$\begin{cases} \sin(x+y) = e^{x-y} \\ \cos(x+y) = x^2 y^2 \end{cases}$$

Preencha a tabela com os valores correctos:

	Iter. 0	Iter. 1	Iter. 2
x_n	-0.50000	-1,137752 ✗	-4,958416 ✗
y_n	1.00000	0,551773 ✗	2,0290696 ✗

As respostas são numéricas com pelo menos cinco casas decimais.

Comentário:
trocou os sinais às derivadas da segunda equação... de resto tudo certo

15% pelo código

Pergunta 3

Parcialmente correto

Pontuou 0,944 de 1,000

Destacar pergunta

Considere o sistema de equações lineares apresentado nas seguintes formas equivalentes I, II e III:

$$\begin{aligned} \text{I} & \begin{cases} 10x + 6y + 1z = 2 \\ x + 11y + 3z = 0 \\ 2x + 7y + 13z = -8 \end{cases} \\ \text{II} & \begin{cases} 2x + 7y + 13z = -8 \\ x + 11y + 3z = 0 \\ 10x + 6y + 1z = 2 \end{cases} \\ \text{III} & \begin{cases} x + 11y + 3z = 0 \\ 10x + 6y + 1z = 2 \\ 2x + 7y + 13z = -8 \end{cases} \end{aligned}$$

a) Qual das formas se deve usar para resolver numericamente o sistema aplicando o método iterativo de Gauss-Seidel? ✓

b) Qual das formas se deve usar para resolver o sistema pelo método de eliminação de Gauss? ✗

c) Complete o quadro preparando o sistema para a sua resolução pelo método iterativo de Gauss-Seidel:

$x_{n+1} =$	(<input type="text" value="2"/> ✓ +	<input type="text" value="-6"/> ✓ y_n +	<input type="text" value="-1"/> ✓ z_n) /	<input type="text" value="10"/> ✓
$y_{n+1} =$	(<input type="text" value="0"/> ✓ +	<input type="text" value="-1"/> ✓ x_{n+1} ✓ +	<input type="text" value="-3"/> ✓ z_n ✓) /	<input type="text" value="11"/> ✓
$z_{n+1} =$	(<input type="text" value="-8"/> ✓ +	<input type="text" value="-2"/> ✓ x_{n+1} ✓ +	<input type="text" value="-7"/> ✓ y_{n+1} ✓) /	<input type="text" value="13"/> ✓

Pergunta 4

Correto

Pontuou 1,000 de 1,000

Destacar pergunta

A tabela abaixo representa os valores de uma função $f(x,y)$ calculados segundo uma grelha de igual espaçamento, em que a coordenada x (última linha) deve ser lida segundo a horizontal, e y (primeira coluna) segundo a vertical.

2	3	1.5	1.2
1	2.1	4.5	2.2
0	1.1	1.4	9.4
y/x	0	1	2

Calcule o integral duplo da função, no domínio rectangular de integração especificado na tabela,

$$\int_{D_x} \int_{D_y} f(x,y) dy dx$$

usando a Regra dos Trapézios.

Resposta: ✓

Basta aplicar a fórmula dos Trapézios que neste caso se reduz a

$$[(\text{soma dos valores nos vértices}) + 2 * (\text{soma dos valores nos pontos médios das arestas}) + 4 * (\text{ponto interior})] * (h_y * h_x) / 4$$

sendo $h_y = h_x = 1$

A resposta correta é: 11,77

Pergunta 5

Correto Pontuou 1,000 de 1,000 Destacar pergunta

Para integrar numericamente a equação diferencial de 2ª ordem:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - A \frac{dy}{dx} + By = 0$$

temos que a transformar num sistema de duas equações diferenciais de 1ª ordem, em que a primeira equação é:

$$\frac{dy}{dx} = z \quad \checkmark$$

e a segunda equação é:

$$\frac{dz}{dx} = Az \quad \checkmark + -By \quad \checkmark$$

Preencha as células em branco das tabelas seguintes, em que é feita a integração numérica do sistema de equações diferenciais, usando o "método de EULER:

Parâmetros da equação diferencial

A	B
-6	5

Integração numérica

Passo de integração h = 0,1000000 ☒

x	y	y'
0,0000000 <input checked="" type="checkbox"/>	2,00000	1,00000
0,10000	2,10000	-0,60000
0,20000	2,04000	-1,29000
0,3000000 <input checked="" type="checkbox"/>	1,911000 <input checked="" type="checkbox"/>	-1,536000 <input checked="" type="checkbox"/>

Pergunta 6

Respondida Pontuou 0,700 de 1,000 Destacar pergunta

Pretendemos minimizar uma função

$$y = f(x,p) = x^4 + x^2 - 2 \cdot p \cdot x + p^2$$

em que x é uma variável independente e p um parâmetro experimental.

Discuta quais as técnicas que pode usar para resolver o problema.

Resolva-o com a sua melhor técnica, usando o último dígito do seu número de estudante como valor de p .

Apresente justificações, cálculos e resultados.

- Responda escrevendo ou copiando a sua resposta na zona de texto, e faça aí os comentários que entender necessários;
- Também pode submeter (*drag and drop*) na zona de entrega de ficheiros, um ficheiro com a resposta, indicando na zona de texto "a resposta está no ficheiro xxxxx.xxx".
o nome do ficheiro deve ser <NomeDoAluno>P<NumeroDaPergunta>.*
(não inclua os < e >)
Exemplo: AntonioSilvaP6.m

Escreva sempre algo na zona de texto!

A função em estudo será então $y = f(x) = x^4 + x^2 - 2 \cdot 8 \cdot x + 8^2$.

Existem duas grandes técnicas para encontrarmos o mínimo de uma função, o método da regra áurea e o método da interpolação quadrática.

Para além desta duas grandes técnicas existe também o método dos terços que segue o mesmo princípio da seção áurea, mas em vez do número áureo e o seu quadrado, utiliza 1/3 e 2/3, repetidamente, sendo por isso menos exata.

Começando por falar pelo método da regra áurea que eu implementei em código e considero o método mais eficiente para minimizar uma função.

Para o implementar, começamos por desenhar o gráfico da função do maxima, com o comando plot2d, identificando que o mínimo se encontra entre o intervalo de -4 a 5, sendo os nossos x_1 e x_2 , respetivamente. Obviamente que se pode procurar o mínimo em qualquer intervalo, eu procurei o da função neste intervalo por acaso. O maxima também nos diz o valor do mínimo se derivarmos a função e seguirmos a igualmos a zero, utilizando solve, e obtemos também a solução pretendida para o nosso caso.

O método da regra áurea vai diminuindo sucessivamente os intervalos da procura. Se a imagem do objeto x_3 é menor que a do objeto x_4 , teremos que igualar x_2 com o x_4 anterior e x_4 terá o valor de x_3 , reduzindo o intervalo, o valor de x_3 será de aproximadamente um terço do intervalo que agora temos para a próxima iteração.

Se a imagem do objeto x_3 é maior que a do objeto x_4 , reduzimos o intervalo opostamente, pondo o valor de s_3 em x_1 , e o novo x_3 será o antigo x_4 . E calculamos o valor de x_4 como aproximadamente 2/3 do novo intervalo.

No método da interpolação quadrática em isolar um extremo, substituir a curva por uma parábola para obter uma nova estimativa do extremo e retomar o processo de busca, agora com um intervalo mais reduzido. À medida que vamos reduzindo o intervalo chegamos mais próximos do mínimo. Dado que, em muitos casos, a maior parte do tempo de cálculo é dedicado ao cálculo de y , devemos iniciar o processo descendente, com passo sucessivamente duplicados, até se encontrar um valor da função que exceda o anterior. Quando encontramos o ponto, damos o passo em sentido contrário com metade da amplitude. Tendo 4 pontos equidistantes, identifica-se a imagem mais baixa e despreza-se o que da uma imagem maior.

MariaFerreiraP6.cpp