

机房网络

考虑先把边反过来建，每个询问转化为从1号点走一条递增的路径到达 x ，且这条路径的第一条边的权值 $x \geq l$ ，这条路径的最后一条边的权值 $y \leq r$ ，我们记一条路径为 (x, y) 。

这时候考虑将边按照从小到大的顺序加入图中，记 f_i 表示当前状态下从1到点 i 的所有路径 (x, y) 中， x 的最大值。那么当你加入一条边权为 w 的边 $u \rightarrow v$ 时：如果 u 为1，你将会得到一条从1到 v 的路径 (w, w) ，然后将 $f_v \leftarrow w$ ；否则如果 f_u 有值，你会得到一条从1到 v 的路径 (f_u, w) ，然后将 $f_v \leftarrow f_u$ 。

因为一条边顶多贡献一条路径，所以你得到的路径总数是 $\leq m$ 的。

之后对于每个询问 (x, l, r) 你只要查看是否有你处理出来的从1到路径 x 的路径 (x, y) 满足 $l \leq x < y \leq r$ ，可以二维数点也可以拿vector边处理路径边处理答案解决。

注意边权可能相同，边权相同的边转移的时候要一起处理。

复杂度 $O(n \log n)$ ，瓶颈在排序。

数中分

sub0

Sol1 查看 `jntm3.in` 后发现输入是哥哥帅气的照片，易证他的生日是 1998年8月2日，故输出 19980802。

Sol2 查看 `jntm3.out` 后发现答案是19980802，故输出19980802。

$O(1)$

sub1

枚举其中一条背带，再用前缀和检查中分的范围内是否全是1。 $O(n^4)$

sub2

先 $O(n^2)$ 枚举两条背带的交点，然后用单调栈维护对于这个交点：

1. 以它作为背带的右下角，背带的宽为 x ，背带的最大高度，记为 $f(x)$ 。
2. 以它作为背带的左上角，背带的高为 x ，背带的最大宽度，记为 $g(x)$ 。

则这个交点的贡献为 $\sum_x \min(f(x), g(x))$ 。

写法上可以注意本质不同的中分只有两种，所以可以先跑一遍，把原矩阵镜像之后再跑一遍。

$O(n^3)$

sub3

考虑用数据结构维护上述操作，但难点是处理完 (x, y) 的信息后，这些信息对于 $(x, y + 1)$ 和 $(x + 1, y)$

会产生错位。

容易想到按斜线枚举交点，即处理完 (x, y) 后，下一个处理 $(x + 1, y + 1)$ 或 $(x - 1, y - 1)$ 。

以下一个处理 $(x-1, y-1)$ 为例：考虑从 (x, y) 转移到 $(x-1, y-1)$ 的过程中，发生了什么变化。

其中 f 数组经历以下三个变化：

1. 由于向左移了一位，故删除数组最右边的一项 x 。若此时 右边第二项 大于 x ，则它在经历了暗无天日的磨难后终于迎来了出头之时。需要检查后面的项是否能造成更多贡献，并更新贡献，即区间赋值。
2. 由于向下移了一位，故 f 的高度整体加一，即全局加。
3. 向下平移后拓展到的这一行可能并不全都是1，其中最靠近右侧的0会将左边全部截断，即区间赋值。

变化一的复杂度可能有疑问，但事实上遍历整个矩阵后，变化一的更新次数恰好等于单调栈中弹出的总项数，故不超过 n^2 次。

实现上可以先预处理出单调栈，单调栈的前后两项连边，实际上变化一需要更新的项就在 右边第二项 到 右边第一项 的路径上。

问题转化为一棵维护两个单调不降数组的线段树，支持区间赋值、全局加一、以及求 $\sum_{i=1}^n \min(f_i, g_i)$ 。

记录下每个节点管辖范围的 $f_{\min}, g_{\min}, f_{\max}, g_{\max}, f_{\text{sum}}, g_{\text{sum}}, \text{ans}$ ，区间赋值时当节点的 $[f_{\min}, f_{\max})$ 和 $[g_{\min}, g_{\max})$ 无交时即可更新答案。

由于 f, g 均为单调不降函数，所以单次区间赋值是 $O(\log n)$ 的。

总复杂度 $O(n^2 \log n)$ ，常数由于操作过于繁琐相对较大。

出题人的代码常数有亿点大，且已经尽可能地卡掉 $O(n^3)$ 做法了，如果还有卡常暴力过了这题，谢罪。

摆阵

令 $V = \max a_i$ 。

根据矩阵树定理，我们要求 $\det(D - G) = \det(D - AA^T)$ ，其中 $A_{i,j} = a_i[j|a_i]$ 。

由 [Matrix determinant lemma](#)，有 $\det(D - AA^T) = \det(D) \det(I - A^T D^{-1} A)$ 。

前面一项是好求的，后面的我们考虑先把矩阵求出来。

令 $B = A^T D^{-1} A$ ，则有 $B_{i,j} = \sum_{k=1}^n \frac{[i|a_k][j|a_k]a_k^2}{\deg_k}$ 。这个式子只与 $\text{lcm}(i, j)$ 有关，可以预处理后计算。

容易发现当 $\text{lcm}(i, j) > V$ 的时候， $B_{i,j} = 0$ ，且 i 越大该行不为 0 的项越少。因此对这个矩阵按行的编号由大到小进行高斯消元即可，实际运行效率极快。若按行的编号由小到大进行高斯消元只能过 $V \leq 500$ 。