

# Logická funkce

- Logická funkce je funkce, která pro konečný počet vstupních parametrů vrací logické hodnoty.
- Přiřazuje kombinaci vstupních logických proměnných nějakou výstupní kombinaci.
- Používá se v oboru teorie řízení a číslicové techniky, v praxi pak například v mikroprocesorové technice.
- Parametry logické funkce jsou logické proměnné. ...

**Logická proměnná** je taková proměnná, která může nabývat nějakého konečného počtu logických hodnot.

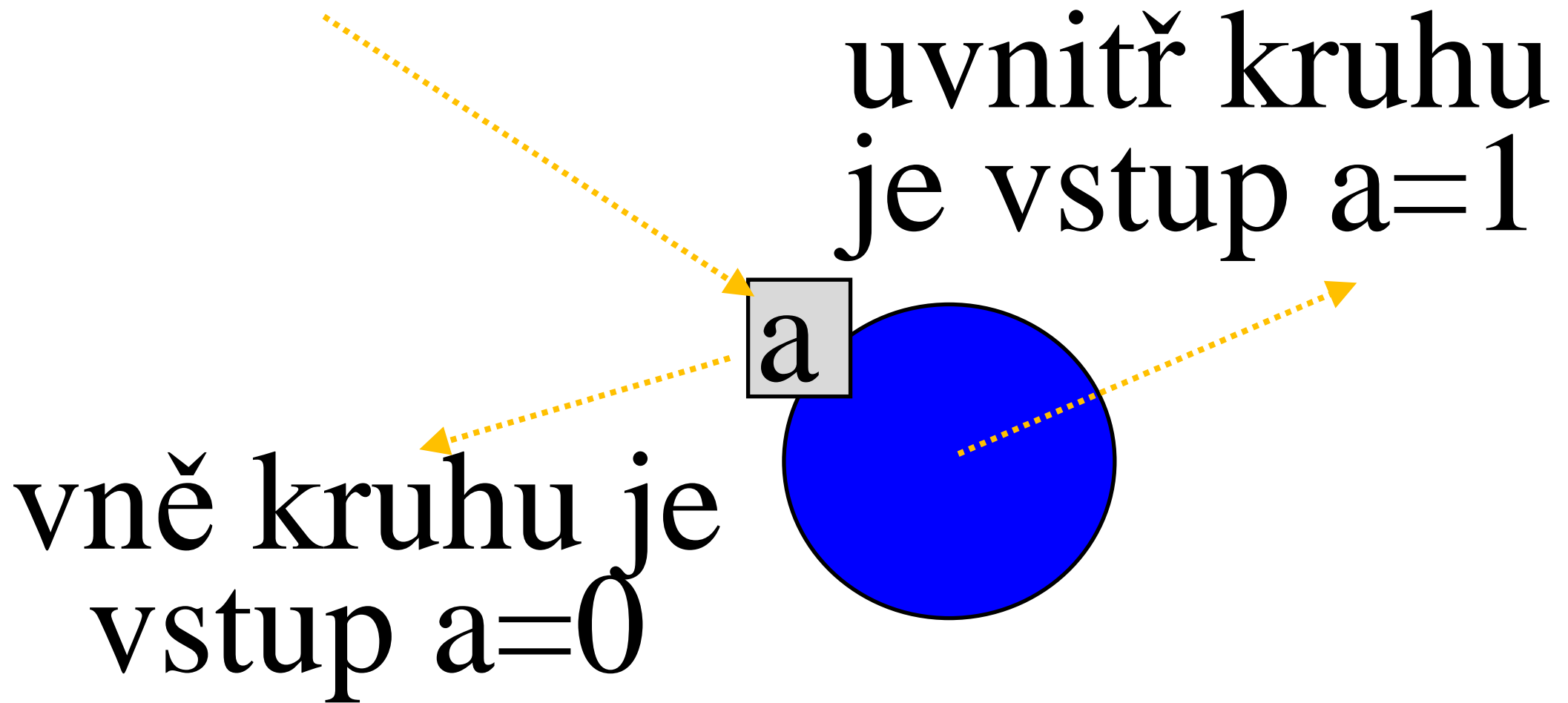
Nejčastěji jsou tyto hodnoty dvě a reprezentují stavy **pravda** a **nepravda**.

Pravda se vyjadřuje jako  $1 =$  **logická jednička**

Nepravda se vyjadřuje jako  $0 =$  **logická nula**

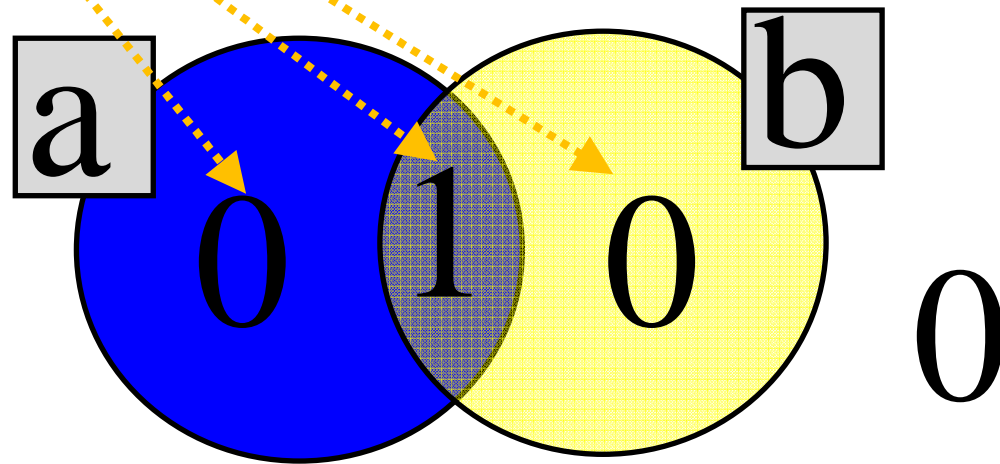
# Vennův diagram

Vstupní proměnnou zaznameneáme kruhem (příp.jiným obrazcem), vnitřek představuje hodnotu 1



# Vennův diagram

Výsledná hodnota je pro danou kombinaci je označena uvnitř kruhu.



Čtu: funkce bude rovna 1, pokud  $a=1$  a zároveň  $b=1$ .

# Logická funkce

**Logická operace** je taková operace s výroky, jejíž výsledkem je opět výrok, jehož pravdivostní hodnota (PRAVDA nebo NEPRAVDA) závisí na pravdivosti.

**Booleova algebra** je algebraická struktura, která zobecňuje vlastnosti množinových a logických operací.

# Logická funkce

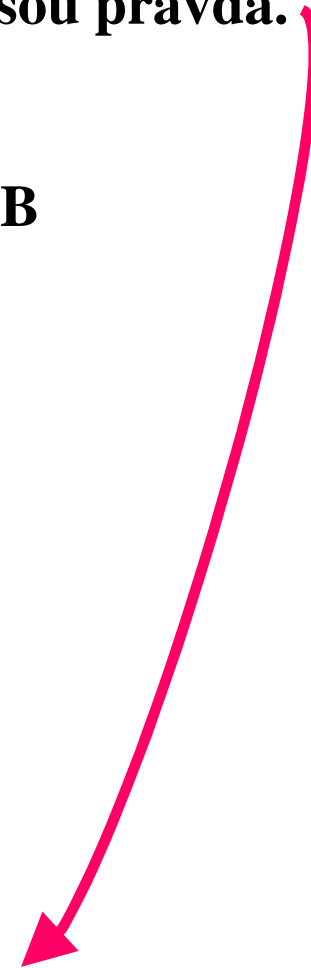
**Logická konjunkce** (symboly  $\wedge$  AND, &) je binární logická operace jejíž hodnota je pravda, právě když obě vstupní hodnoty jsou pravda.

**Zápis:**

$X = A \text{ AND } B$ , nebo  $X = A \& B$ ,  $X = A \wedge B$ ,  $X = A * B$

Mohu vyjádřit **pravdivostní tabulkou**:

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



# Logická funkce

**Disjunkce** v logice znamená logický součet. Výroky jsou spojeny symbolem *OR* nebo  $\vee$  ) Logický součet nabývá hodnotu pravda , když alespoň jeden z obou vstupních výroků je pravda.

**Zápis:**

$X = A \text{ OR } B$ , nebo  $X = A \vee B$  , někdy  $X=A+B$

Mohu vyjádřit **pravdivostní tabulkou**:

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



# Logická funkce

Logická **negace** (používá se pro ni NOT, popř. se označuje pruhem nad proměnnou) hodnota je nepravda, právě když první vstupní hodnota je pravda a naopak.

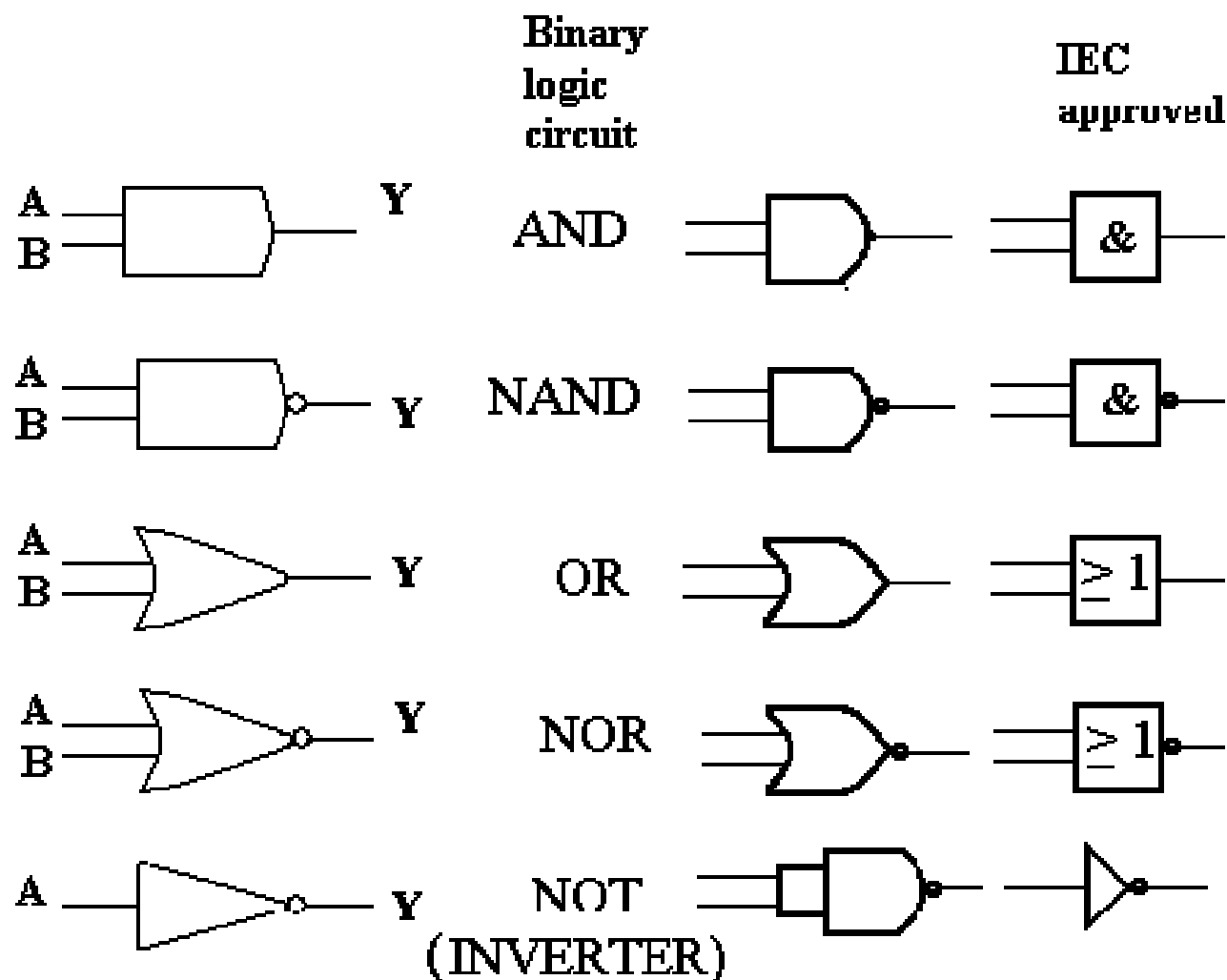
Logická **negace** (používá se pro ni NOT, popř. se označuje pruhem nad proměnnou) hodnota je nepravda, právě když první vstupní hodnota je pravda a naopak.

$A$	$\neg A$
0	1
1	0

# Logické funkce

Používané schematické  
značky:

Logic symbols  
(IEC = International Electrochemical Commission)





# Zákony Booleovy algebry

požadované znalosti:

- celkový přehled o možnosti zápisu
- umět si odvodit proč  $a+1=1$ ,  $a*0=0$  ... a podobně
- znát de Morganova pravidla

## Booleova algebra

### - minimalizace logických funkcí pomocí zákonů a pravidel

- |                         |  |   |                  |
|-------------------------|--|---|------------------|
| ▪ Zákon komutativní     | $a + b = b + a$                                  | $a \times b = b \times a$                   |                  |
| ▪ Zákon asociativní     | $a + (b + c) = (b + a) + c$                      |   |                  |
| ▪ Zákon distributivní   | $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ | $a + (b \times c) = (a + b) \times (a + c)$ |                  |
| ▪ Zákon idempotentní    | $a + a = a$                                      | $a + 0 = a$                                 | $a + 1 = 1$      |
|                         | $a \times a = a$                                 | $a \times 0 = 0$                            | $a \times 1 = a$ |
| ▪ Zákon doplňku         | $a + \bar{a} = 1$                                | $a \times \bar{a} = 0$                      |                  |
| ▪ Zákon involuce        | $a = \overline{\bar{a}}$                         |   |                  |
| ▪ Zákon absorpce        | $a \times (a + b) = a$                           | $a + (a \times b) = a$                      |                  |
| ▪ Zákon absorpce negace | $a + (\bar{a} \times b) = a + b$                 | $\bar{a} \times (a + b) = \bar{a} \times b$ |                  |
| ▪ Zákon de Morganův     | $\overline{a + b} = \bar{a} \times \bar{b}$      | $\overline{a \times b} = \bar{a} + \bar{b}$ |                  |

# Zjednodušení logické funkce

**Karnaughova mapa** je metoda používaná pro minimalizaci logické funkce při její analýze. Jejím principem je zobrazení n-rozměrné tabulky hodnot do dvojrozměrné mapy. Z této mapy lze poté graficky vyčíst minimální funkci.

- ⇒ Každé okénko odpovídá kombinaci vstupních proměnných.
- ⇒ Jen jedna proměnná se mění u sousedního okénka.
- ⇒ Uvnitř okénka je výstupní hodnota, při této kombinaci vstupních proměnných.

		A		B	
C D		$\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}$	$A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}$	$A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}$	$\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}$
		$\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D}$	$A \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D}$	$A \cdot B \cdot C \cdot \overline{D}$	$\overline{A} \cdot B \cdot C \cdot \overline{D}$
		$\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot D$	$A \cdot \overline{B} \cdot C \cdot D$	$A \cdot B \cdot C \cdot D$	$\overline{A} \cdot B \cdot C \cdot D$
		$\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot D$	$A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot D$	$A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot D$	$\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} \cdot D$

		A		B	
C D		0000	0001	0011	0010
		0100	0101	0111	0110
		1100	1101	1111	1110
		1000	1001	1011	1010

		A		B	
C D		0	1	3	2
		4	5	7	6
		12	13	15	14
		8	9	11	10

- vytvářím podmapy ze sousedních políček
- podmapa představuje člen součtu
- každý člen součtu je násobek vstupních proměnných, které představuje políčko
- pokud podmapa představuje přímý i negovaný tvar vstupní proměnné, proměnná vypadne
- snažím se vytvořit co největší podmapy
- políčko mohu využít pro víc podmap

# Zjednodušení logické funkce

## Příklad vytváření podmap.

**Pozor: i políčka vyznačená fialově jsou sousední**

**X jsou stavy u kterých nezáleží na výsledku - mohu je použít jak potřebuji**

0	1	X	0
1	0	X	1
1	1	X	X
0	0	X	X

Indices: 0 1 2 3 (rows), 0 1 2 3 (columns)

Linear indices: 0 4 12 8 (row 0), 1 5 13 9 (row 1), 3 7 15 11 (row 2), 2 6 14 10 (row 3)

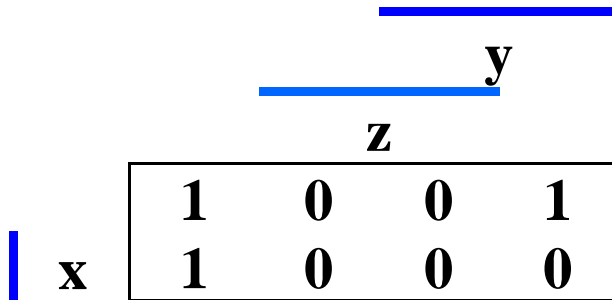
# Zjednodušení logické funkce

## Pravdivostní tabulka (zadání):

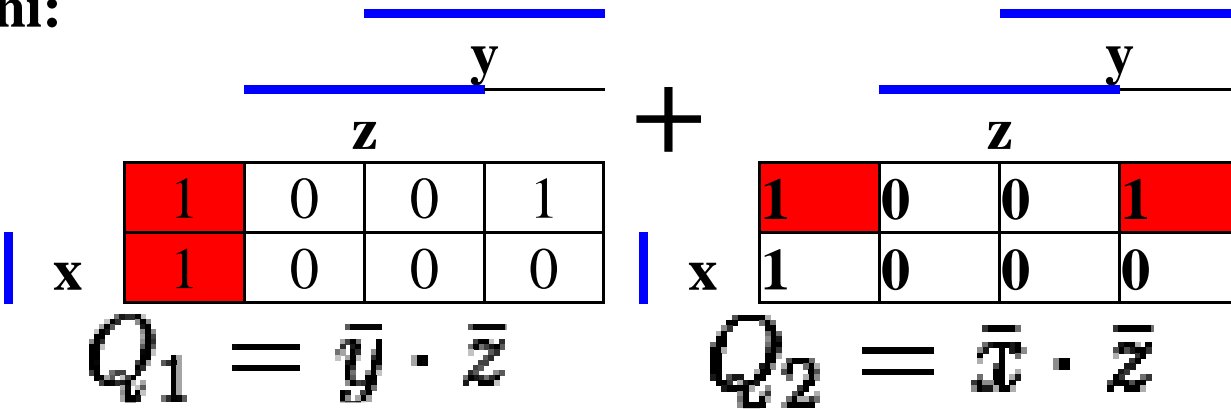
$$Q = (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}) + (\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}) + (x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z})$$

x	y	z	Q
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

## Odovídá:



## Řešení:



## Řešení:

$$Q(x, y, z) = (\bar{y} \cdot \bar{z}) + (\bar{x} \cdot \bar{z})$$

# Kombinační logické obvody

- logické obvody, ve kterých stavy na výstupech závisí pouze na okamžitých kombinacích vstupních proměnných a nezávisí na jejich předchozích hodnotách, s výjimkou krátkého přechodového děje
- nemají žádnou paměť předchozích stavů, takže jedné kombinaci vstupních proměnných odpovídá právě jediná výstupní kombinace funkčních hodnot
- závislost výstupních funkčních hodnot na hodnotách vstupních proměnných popisuje pravdivostní tabulkou nebo pomocí logických výrazů

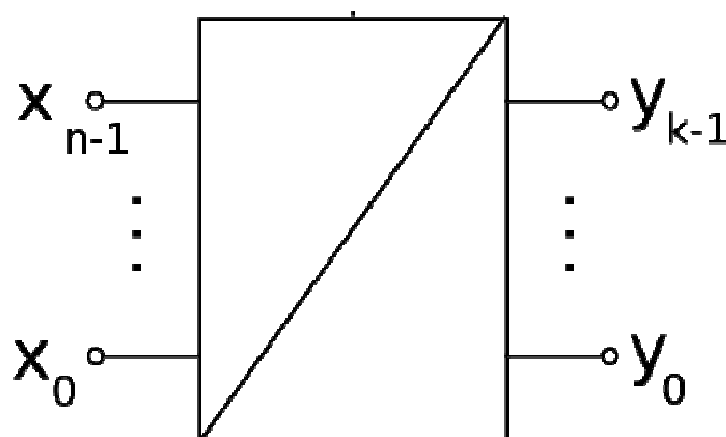
**Pro realizaci kombinačních obvodů je možné použít:**

- pevné paměti
- programovatelná logická pole
- základní logické členy: NAND, AND, NOR, OR, apod.

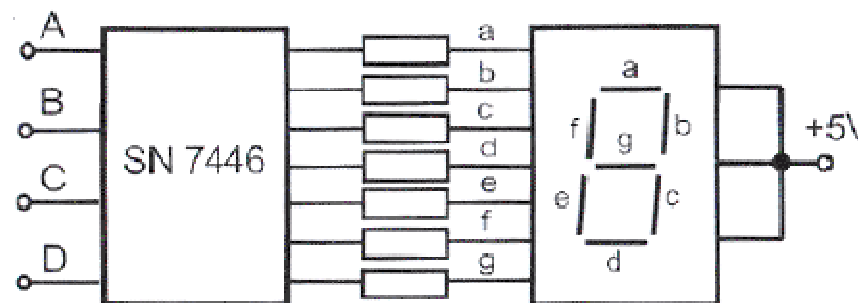
# Kombinační logické obvody

## Kodér

- kombinační logický obvod, který na základě kombinační tabulky z kombinace vstupních dat ( $x$ ), vstupního kódu vytváří na výstupu ( $y$ ) kód jiný. Funkce kodéru je inverzní k funkci dekodéru
- má  $n$  vstupních signálů  $x_0 \dots x_{n-1}$  jejichž kombinace vytváří na  $k$  výstupech  $y_0 \dots y_{k-1}$  jinou kombinaci signálů. Obecně platí, že  $n > k$ . Volitelně je možno použít strobovací výstup  $s$  pro vzorkování signálu nebo signál  $e$  pro uvolnění



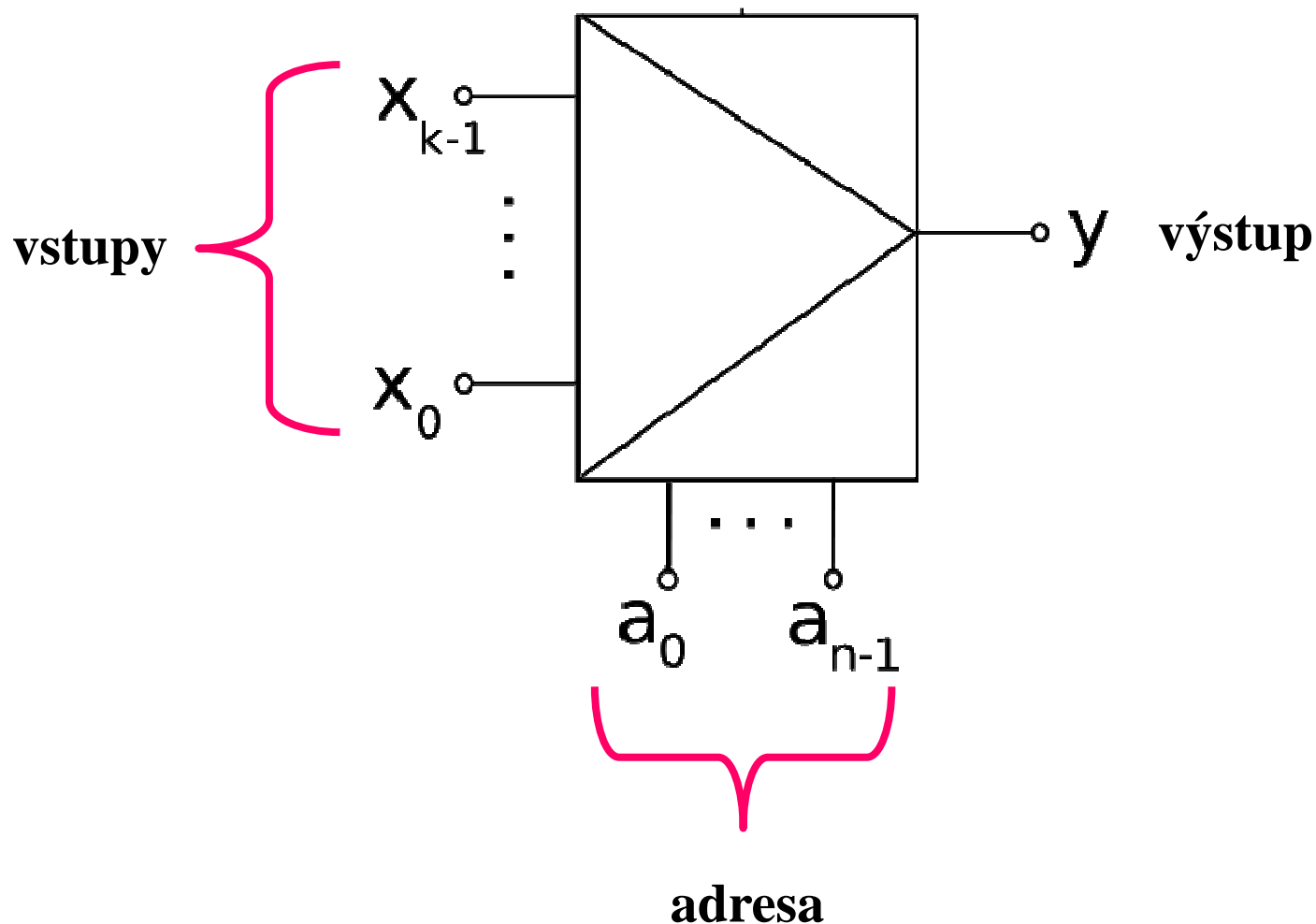
**Příklad - kodér hexadecimální/  
sedmissegmentovka:**



# Kombinační logické obvody

## Multiplexer

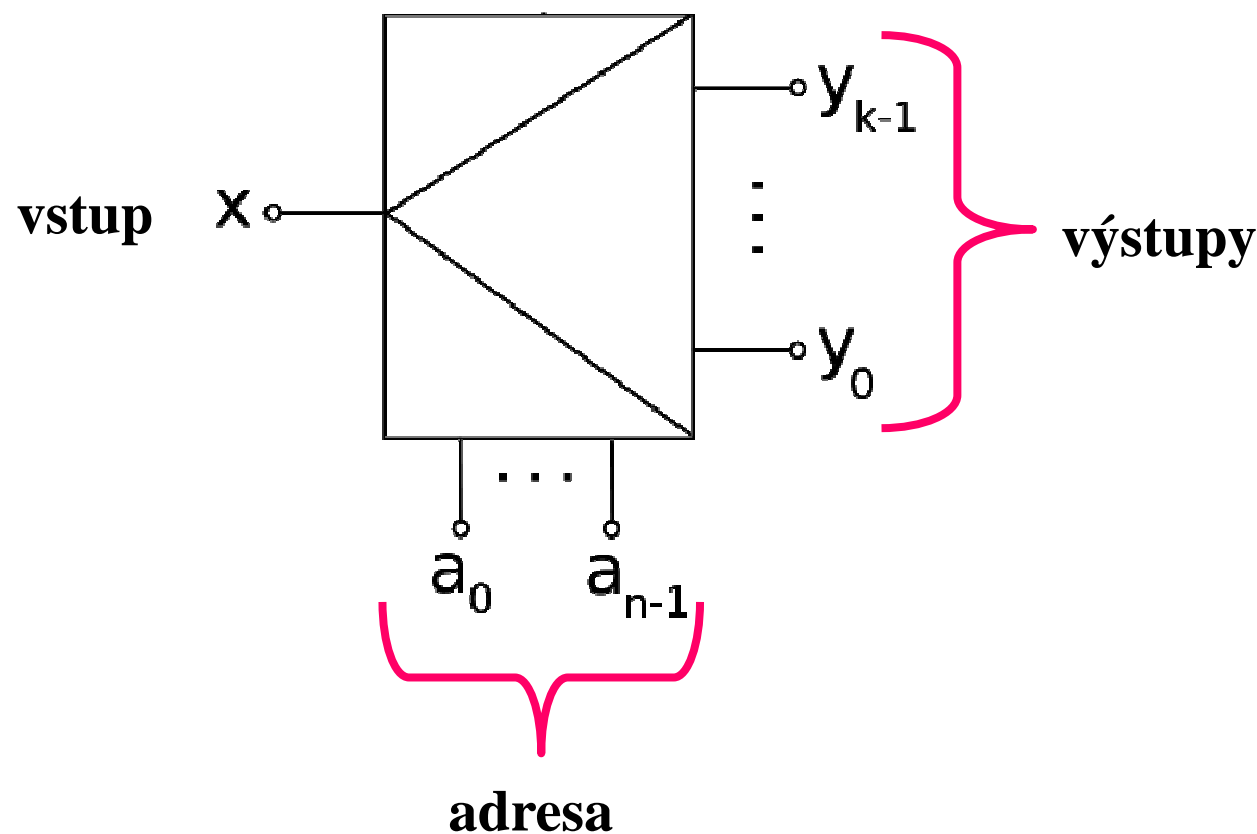
je elektronický člen, fungující na principu přepínače, kdy je podle řídicích signálů (a) přiváděn na výstup (y) jeden ze vstupních signálů (x)



# Kombinační logické obvody

## Demultiplexer

je elektronický člen, fungující na principu přepínače, kdy je podle řídicích signálů ( $a$ ) přiváděn na výstup ( $y$ ) jeden ze vstupních signálů ( $x$ )





# Kombinační logické obvody

## Sčítačka

- kombinační obvod
- obvod, který sčítá 2 a více čísel

Ve dvojkové soustavě se provádí sčítání podle klíčů:

### Úplná má

- vstupy sčítaných bitů  $a_1$ ,  $b_1$  a přenos  $c$
- výstupy součet  $s_1$  a přenos  $c$

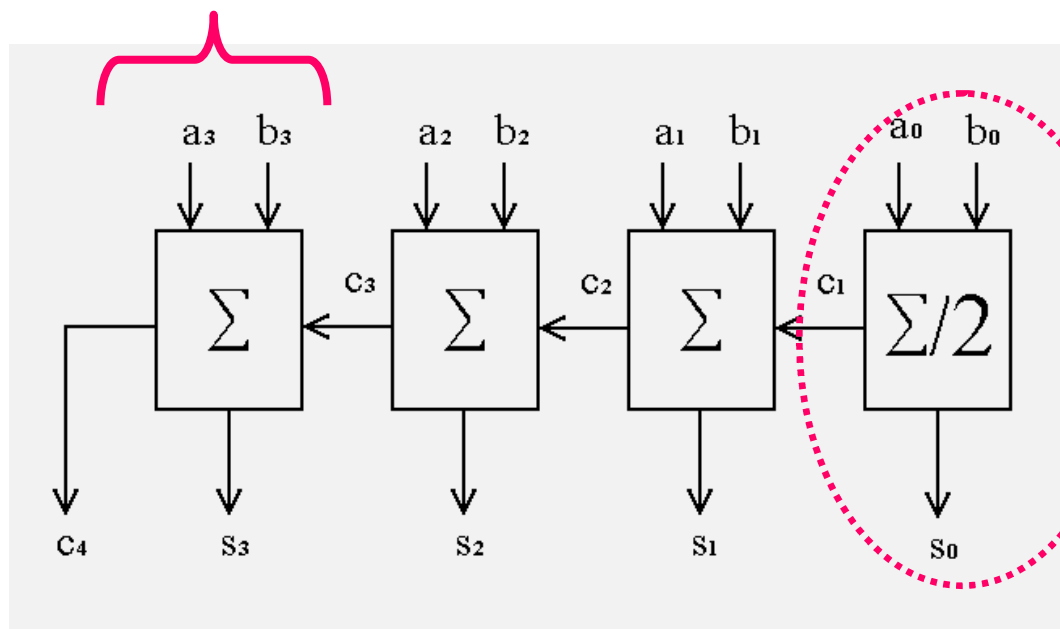
$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 10$$

↖ přenos do vyššího řádu



### Poloviční má

- vstupy sčítaných bitů  $a_1$ ,  $b_1$
- výstupy součet  $s_1$  a přenos  $c$

Chybí přenos z bitu, protože je první.

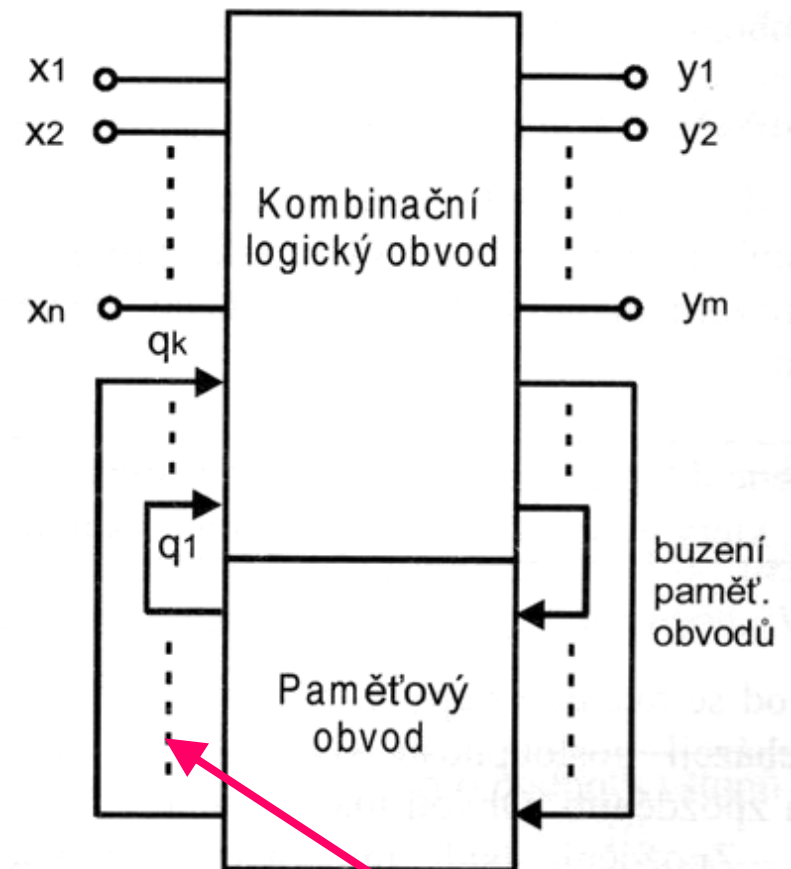
# Sekvenční logické obvody

výstup závisí na

- vstupních proměnných
- vnitřním stavu (nastaveném v předchozím ději)

Skládá se z:

- kombinační části
  - paměti
  - zpětné vazby
- Abychom mohli určit hodnotu výstupní proměnné, je potřeba u sekvenčních obvodů sledovat kromě vstupních proměnných ještě i jeho vnitřní proměnné – **vnitřní stav**. Jsou to proměnné, které jsou uchovány v paměťových členech.
  - Existence vnitřních proměnných způsobuje, že **stejně hodnoty vstupních** proměnných přivedené na vstup obvodu, **nevyvolávají vždy stejnou odezvu na výstupu** obvodu.



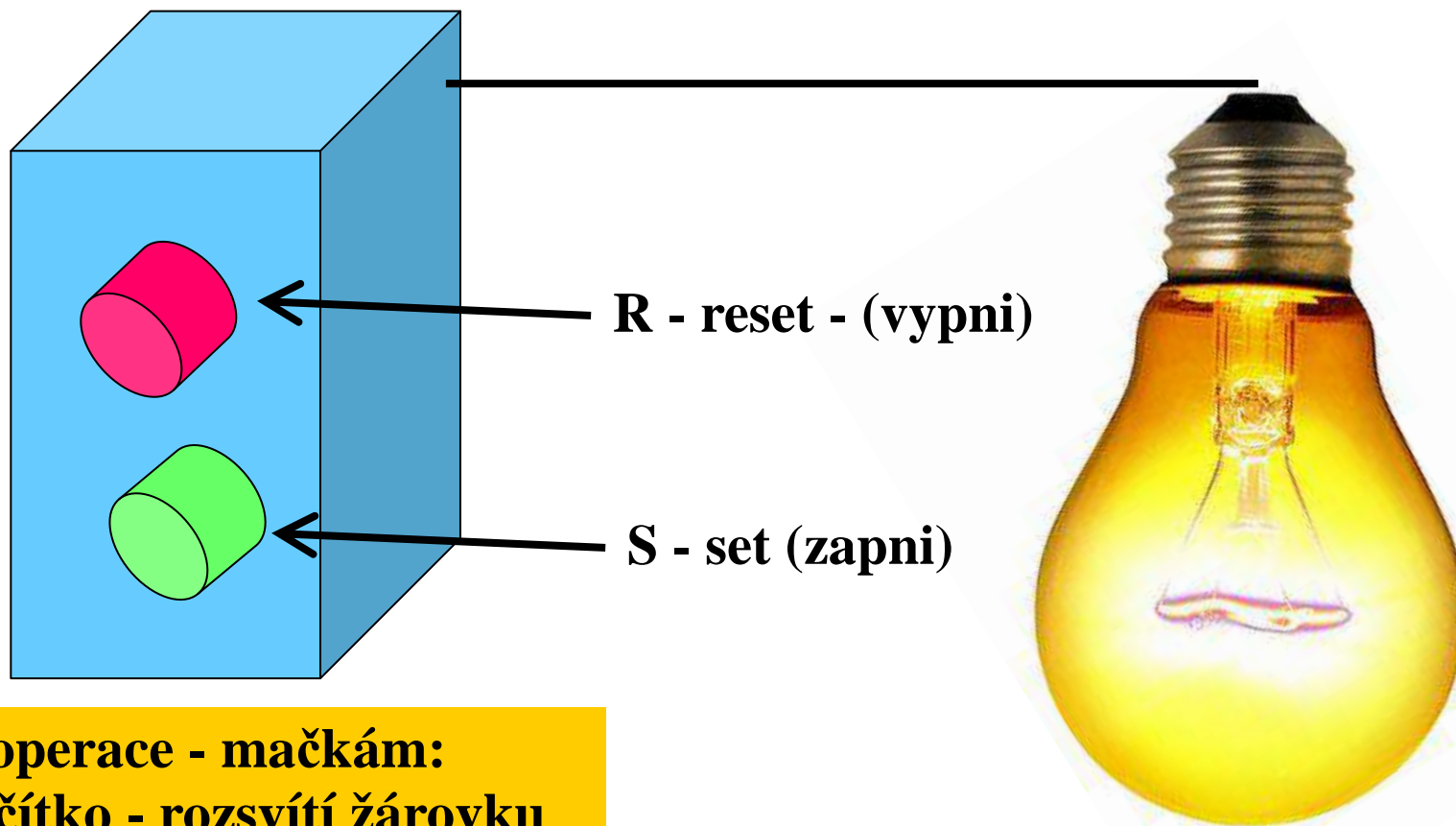
**R – S**  
**klopný obvod**

# Sekvenční logické obvody

**vstupy**

**S - set (nastavuje stav výstupu do logické 1)**

**R - reset (nastavuje stav výstupu do logické 0 - nuluje výstup)**



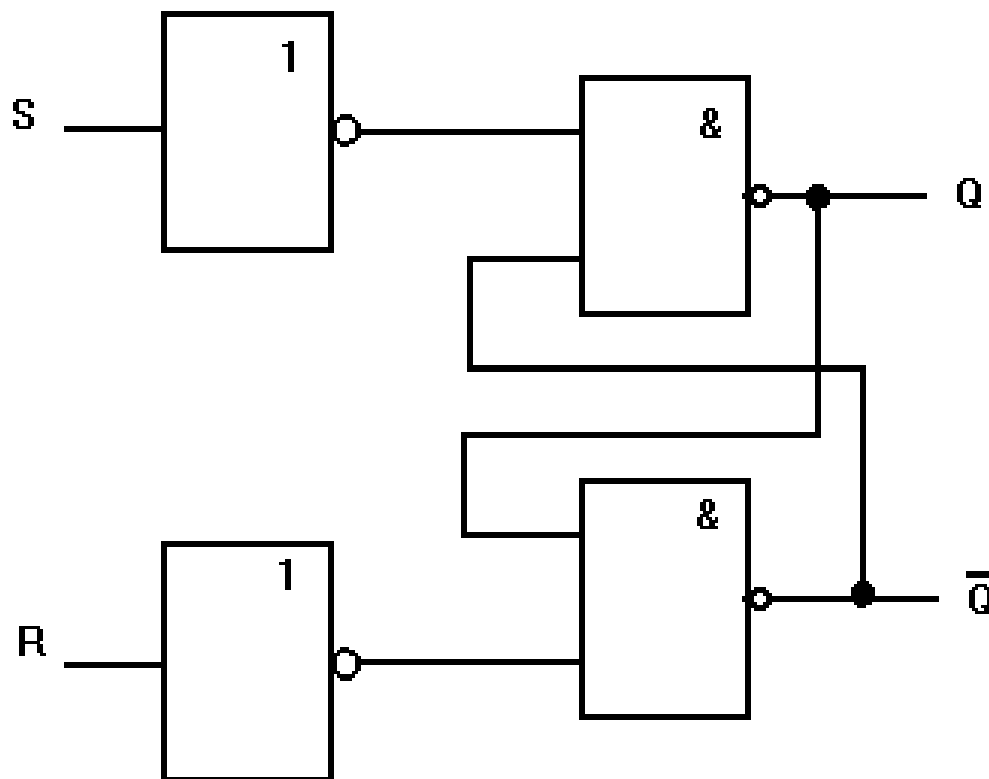
**Povolené operace - mačkám:**  
**Zelené tlačítko - rozsvítí žárovku**  
**Červené tlačítko - zhasne žárovku**

**Zakázané operace - mačkám:**  
**Obě tlačítka**

## R – S klopný obvod

# Sekvenční logické obvody

Realizace funkce RS



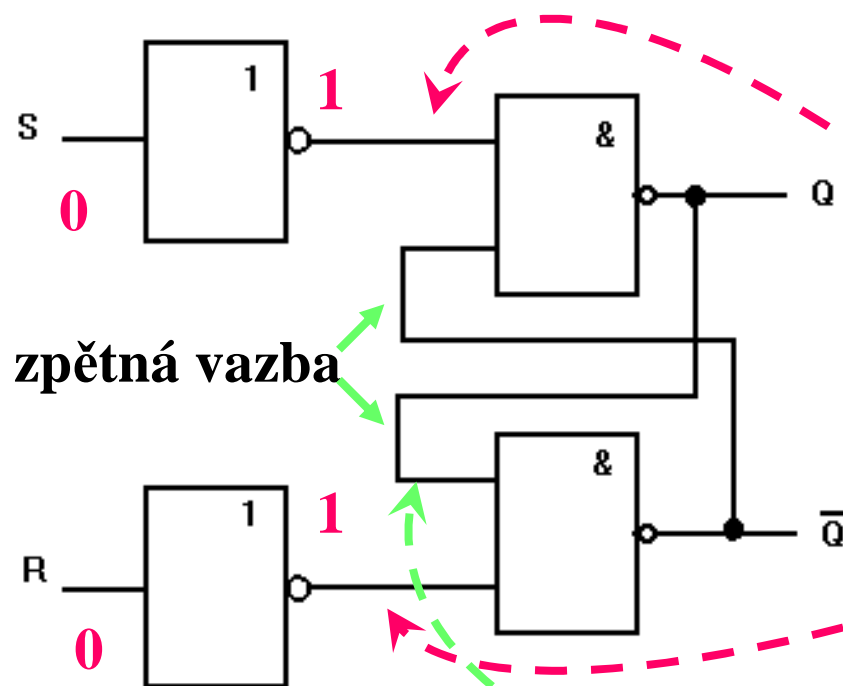
Pravdivostní tabulka RS klopného obvodu

S	R	$Q^{t+1}$	$\overline{Q^{t+1}}$
0	0	$Q^t$	$\overline{Q^t}$
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	(1)	(1)

*Zakázaný stav*

# R – S klopný obvod

## Sekvenční logické obvody



Pravdivostní  
tabulka funkce  
NAND

a	b	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Zde jsou „0“

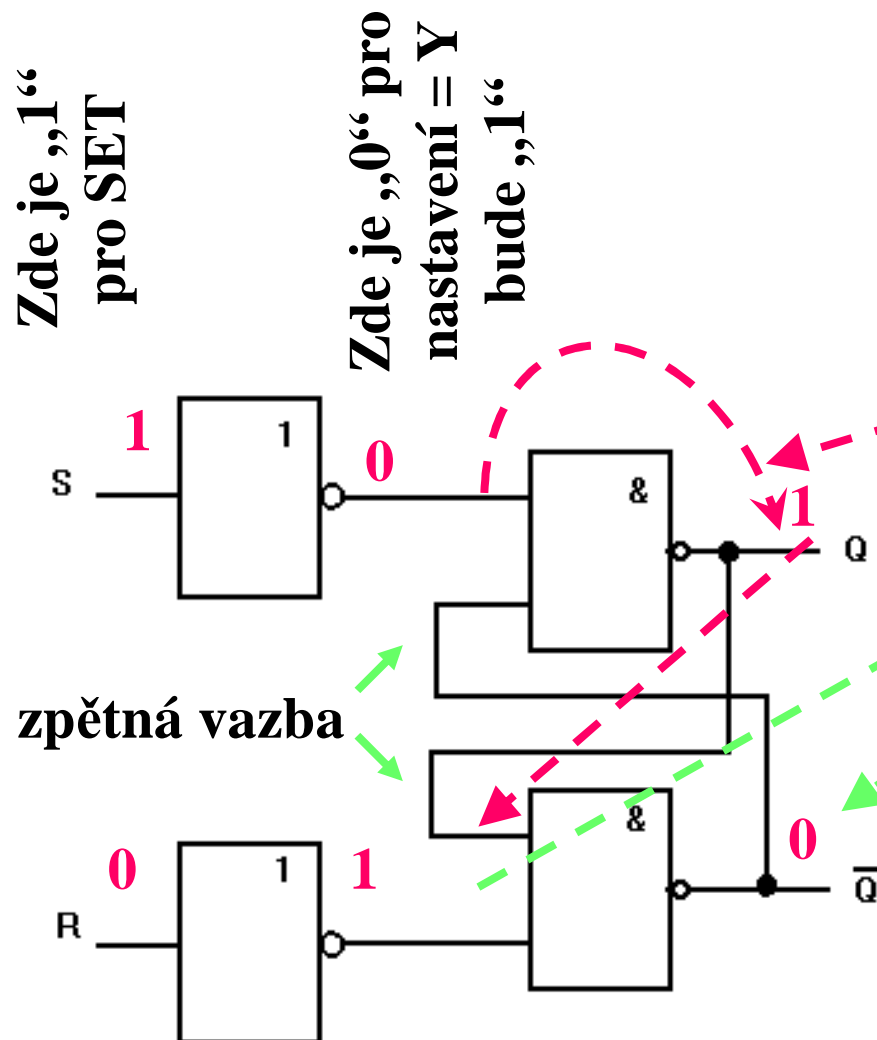
Zde jsou „1“

Zpětná vazba  
má rozhodující  
vliv na výstup.

R i S vstup jsou „0“ - výstup se nemění

# R – S klopný obvod

## Sekvenční logické obvody



Pravdivostní  
tabulka funkce  
NAND

a	b	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

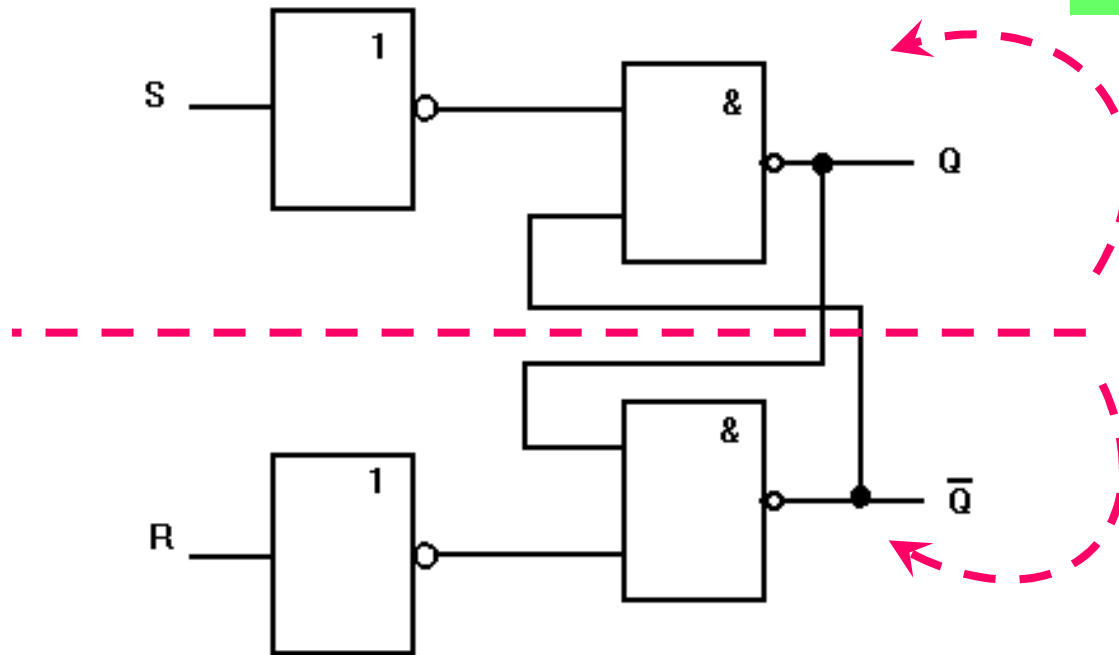
R vstup je „1“ - výstup Q = „1“

## R – S klopný obvod

# Sekvenční logické obvody

Stejný princip platí pro R jako S.  
(Zrcadlové zapojení.)

S vstup je „1“ - výstup Q = „0“



Zapojení je  
zrcadlové  
pro SET i  
RESET

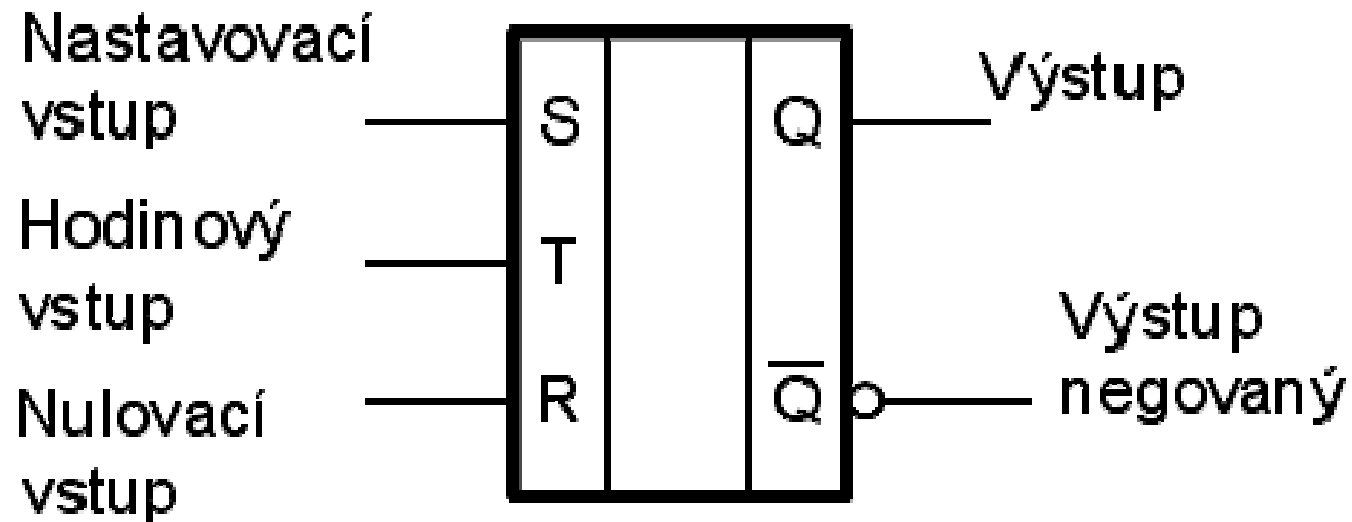
R i S v „0“ - nic se neděje  
R „0“, S „1“ - nastavení do „1“  
R „1“, S „0“ - nastavení do „0“

**RST**  
klopný obvod

# Sekvenční logické obvody

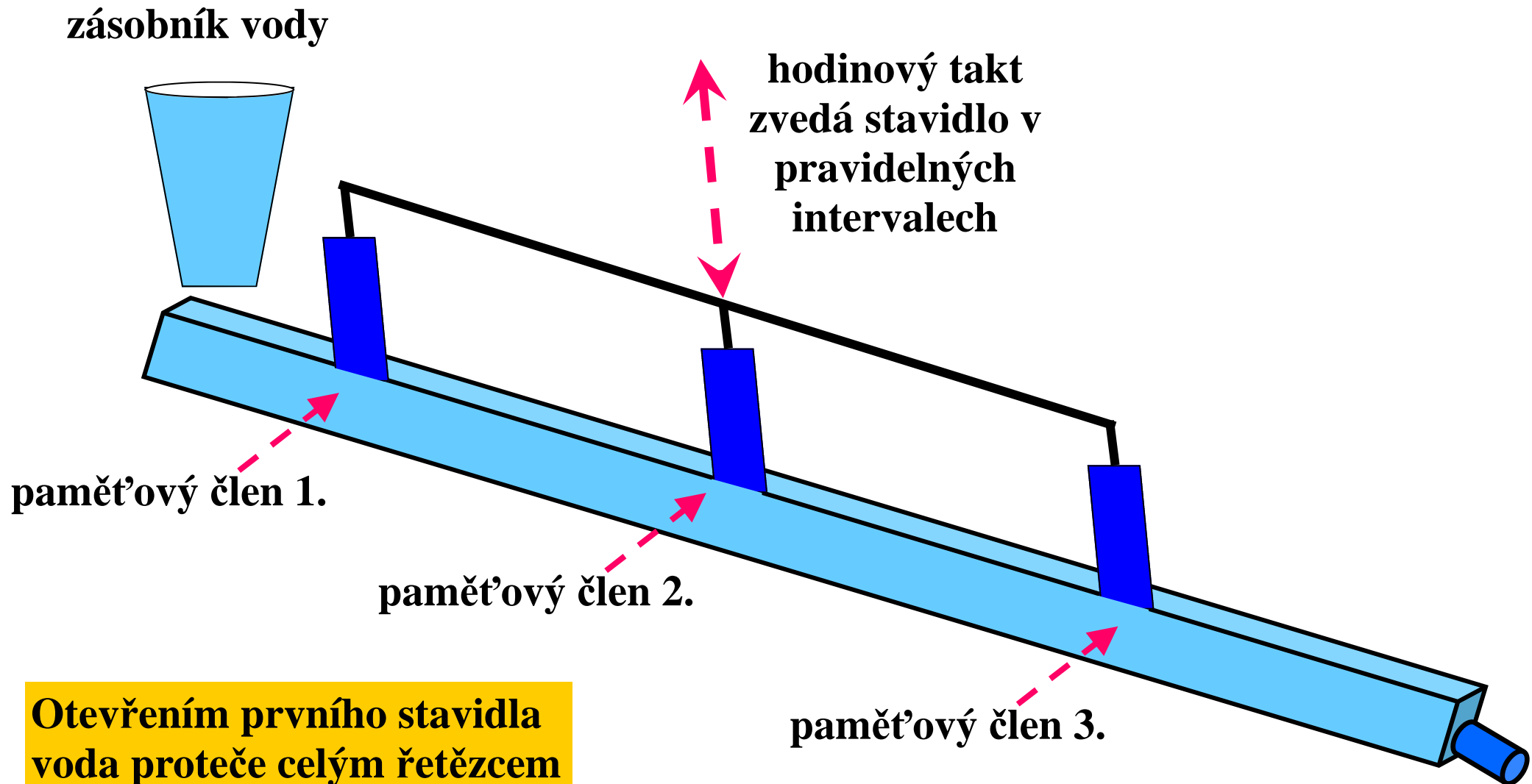
RS obvod doplněn o vstup T (časové pulzy)

Pracuje stejně jako RS, jen v době, kdy  
to dovolí vstup T.



Používá se tehdy, kdy musí být vstupy  
RS necitlivé a změna jen tehdy, kdy po-  
třebujeme.





**Otevřením prvního stavidla  
voda proteče celým řetězcem  
až na výstup - chybné řešení.**

zásobník vody

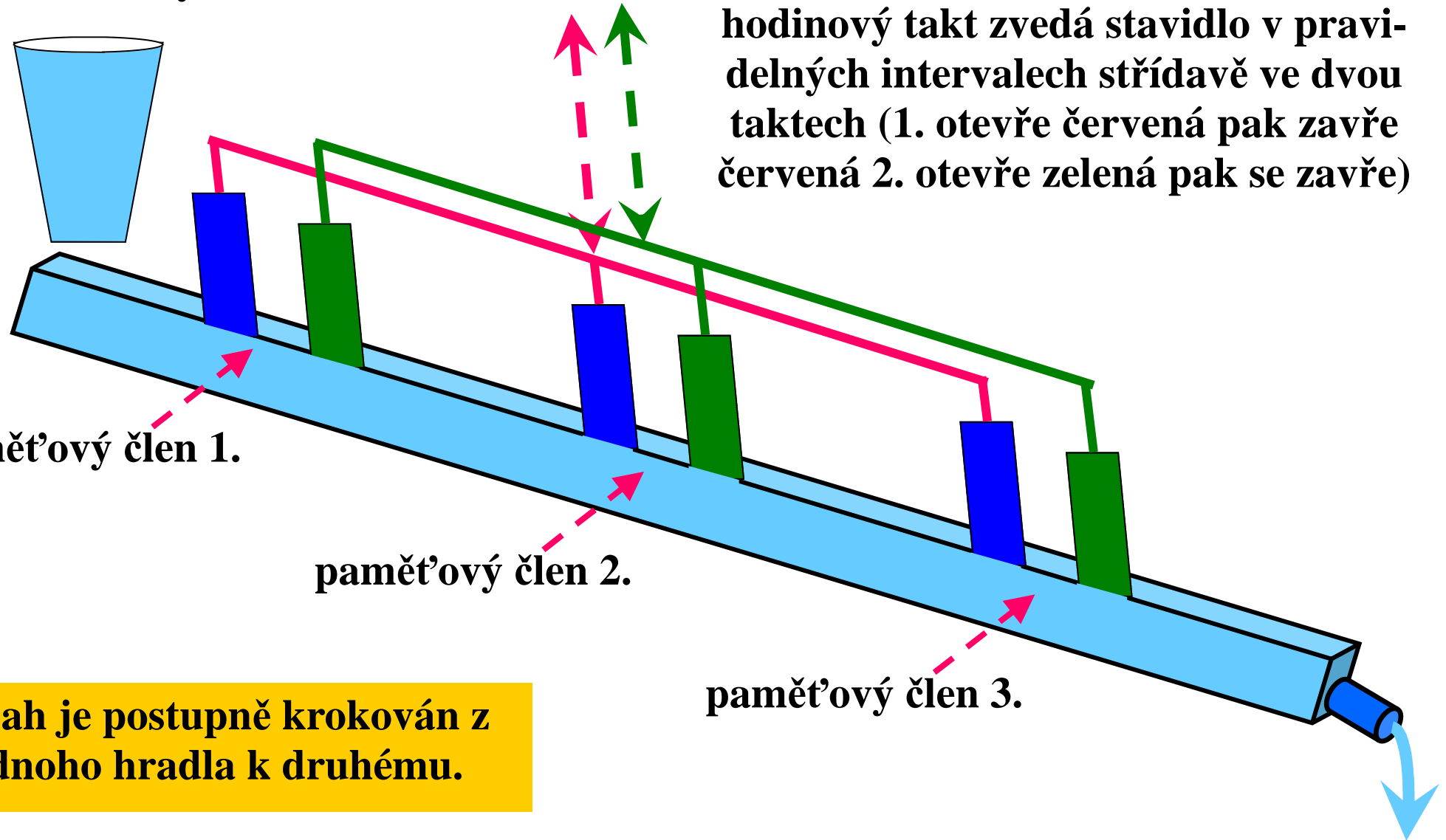
hodinový takt zvedá stavidlo v pravidelných intervalech střídavě ve dvou taktech (1. otevře červená pak zavře červená 2. otevře zelená pak se zavře)

paměťový člen 1.

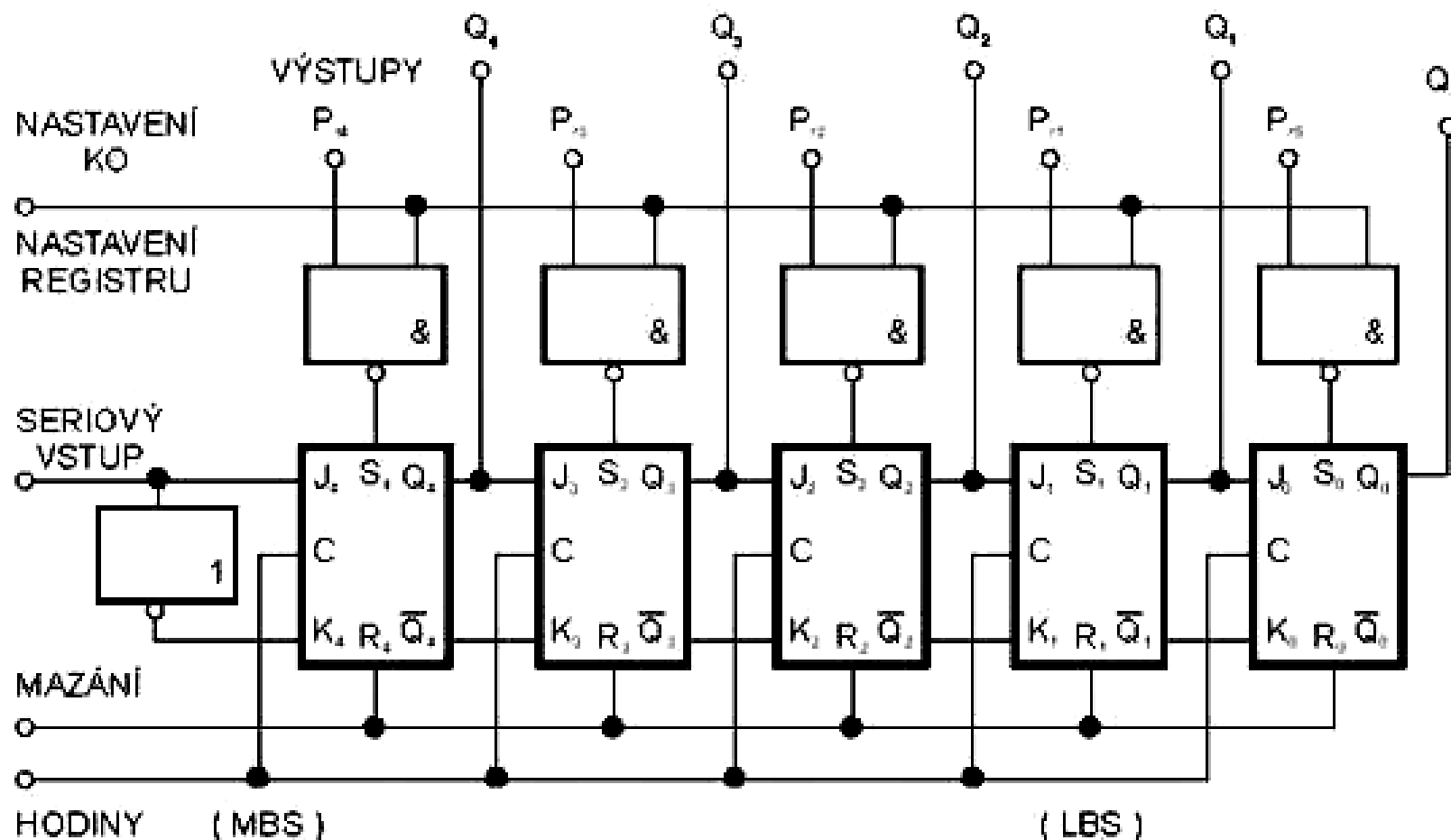
paměťový člen 2.

paměťový člen 3.

**Obsah je postupně krokován z jednoho hradla k druhému.**



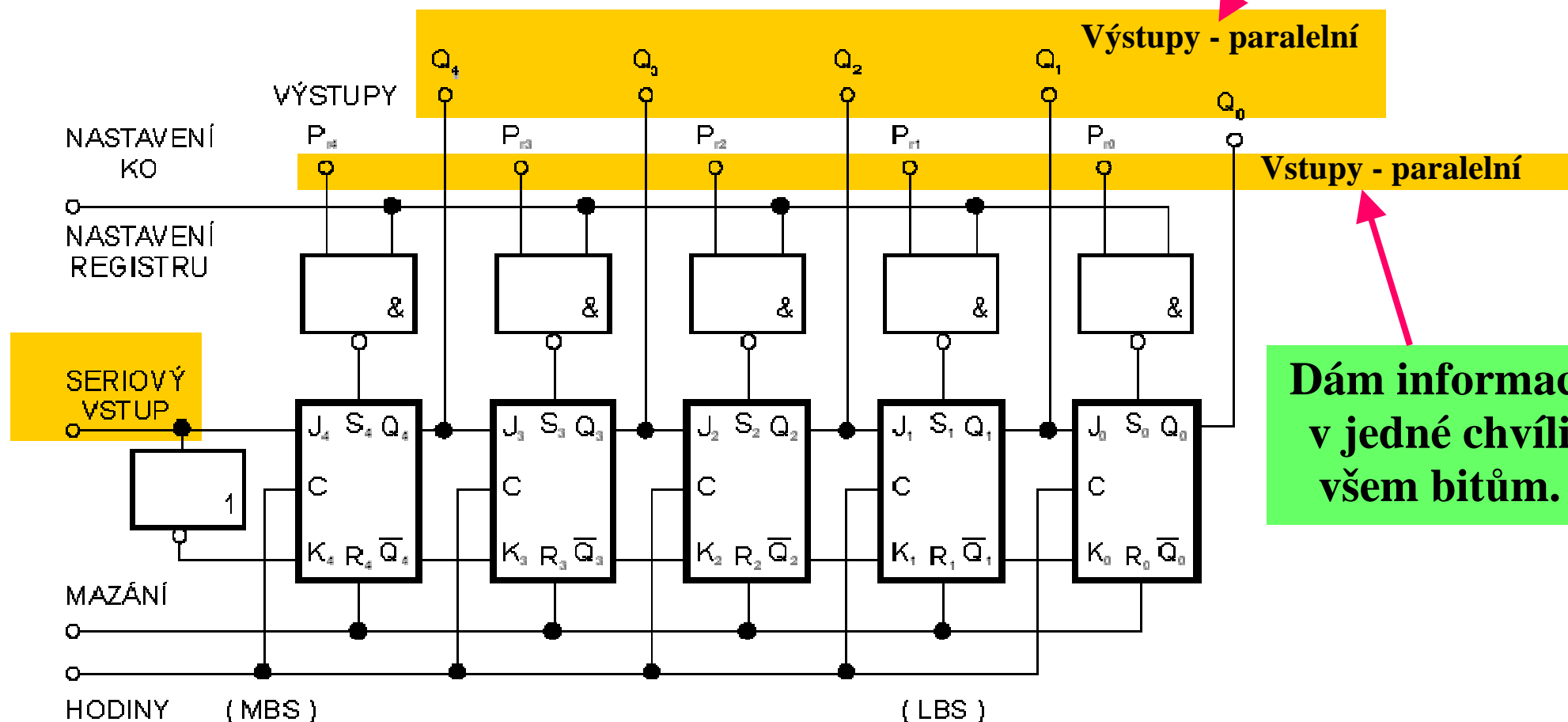
Řetězec za sebou zapojených dvojčinných klopných obvodů. Dvojčinný obvod je řízen sestupnou a vzestupnou hranou pulzu.



# Sekvenční logické obvody

Kombinací n klopných obvodů, schopnou **zapamatovat** si n-bitovou informaci, nazýváme registrem.

Dám informaci postupně bit po bitu.



Dám informaci v jedné chvíli všem bitům.

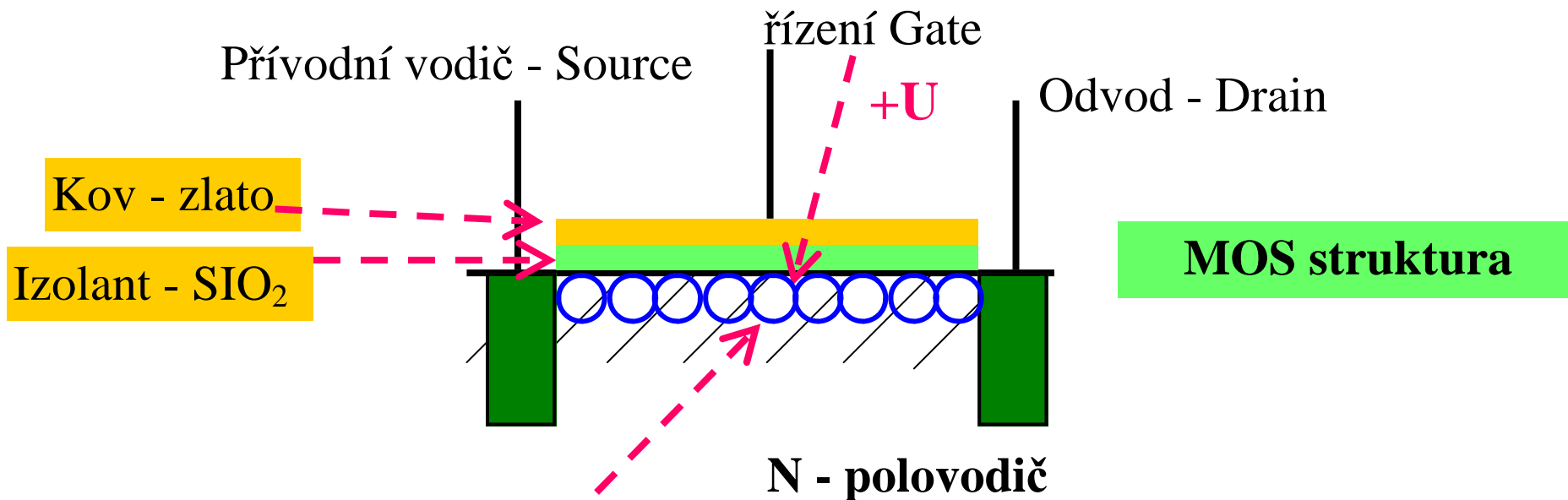
# Sekvenční logické obvody

## Sériový vstup dat

- chceme zapsat do registru binární číslo 01011

číslo hod. impulsu	bit	Q <sub>4</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>0</sub>
1	1 →	1	0	0	0	0
2	1 →	1	1	0	0	0
3	0 →	0	1	1	0	0
4	1 →	1	0	1	1	0
5	0 →	0	1	0	1	1

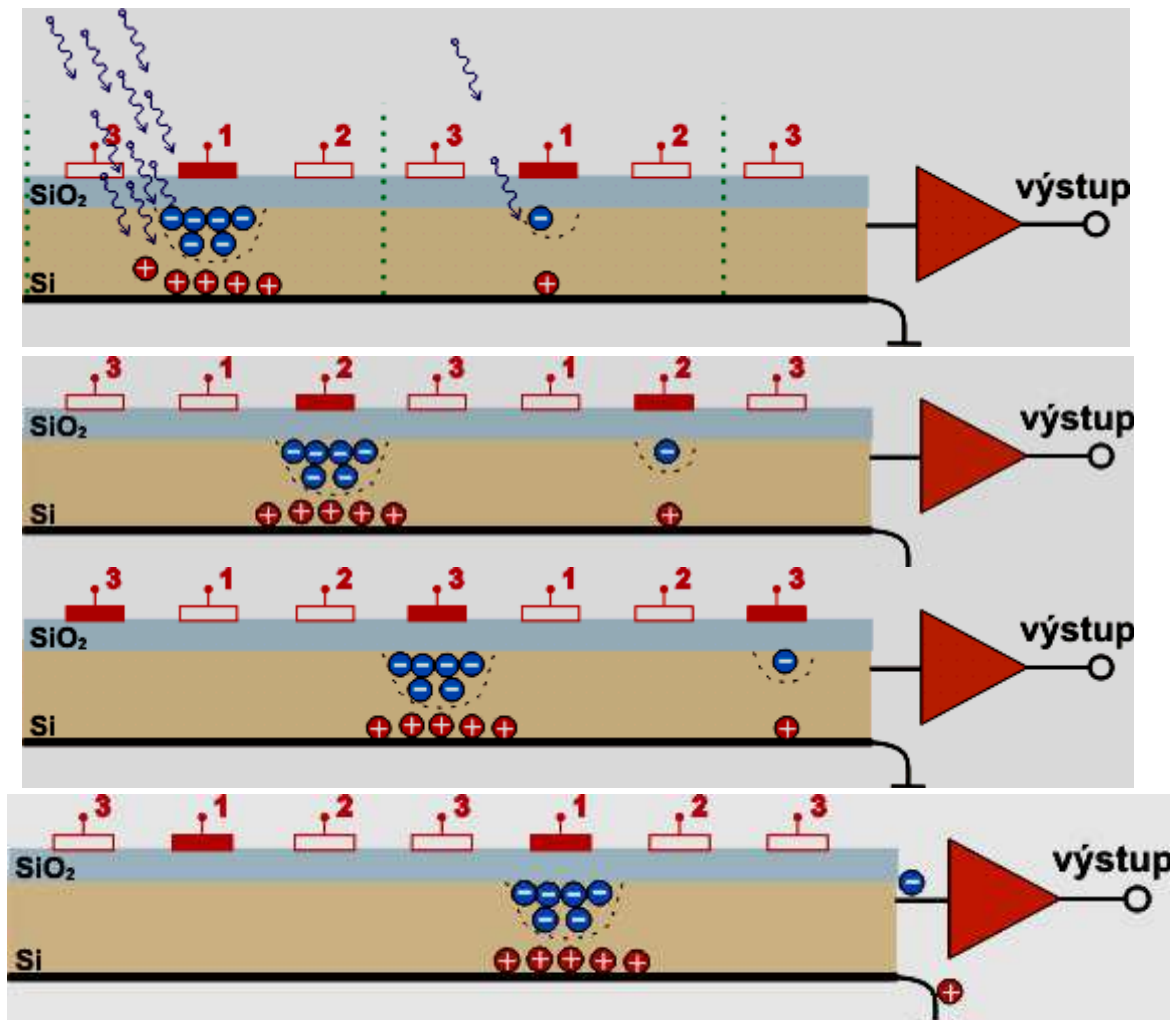
- Liší se od předchozích (statických) posuvných registrů svou dynamickou strukturou.
- Dynamické posuvné registry mají informace uloženy v kapacitě hradla (paměťová buňka) tranzistoru MOS.
- Náboj se však v malých kapacitách neudrží dlouho a proto musí být
- obnovován současně s posouváním dat



**+U - (přitáhne) vytvoří kanál elektronů**  
ty povedou proud mezi S a D elektrodou

- posuv logické informace ve struktuře MOS lze uskutečnit pomocí efektu indukce potenciálové jámy
- nábojově vázané prvky vznikly jako počítačové paměti, ale jejich schopnost převádět světlo na elektrický signál z nich vytvořila kvalitní detektory světla
- na povrchu polovodiče je vytvořena řada kovových elektrod vzájemně izolovaných (oxid křemíku) od polovodiče i mezi sebou
- uspořádány lineárně nebo do matice
- pokud se na elektrody přivede různé napětí, elektrony mohou být „přelévány“ z jedné nábojové studny do sousední
- tak je možné náboj posouvat po ploše čipu
- tento proces je používán, když je třeba informaci z CCD čipu vyčíst.
- balíky elektronů, reprezentující jednotlivé pixely, jsou posouvány do výstupního zesilovače, kde je elektrický náboj převeden na napětí
- toto napětí se objeví na výstupním pinu CCD čipu

Posouvání náboje pod buňkami CCD struktury:

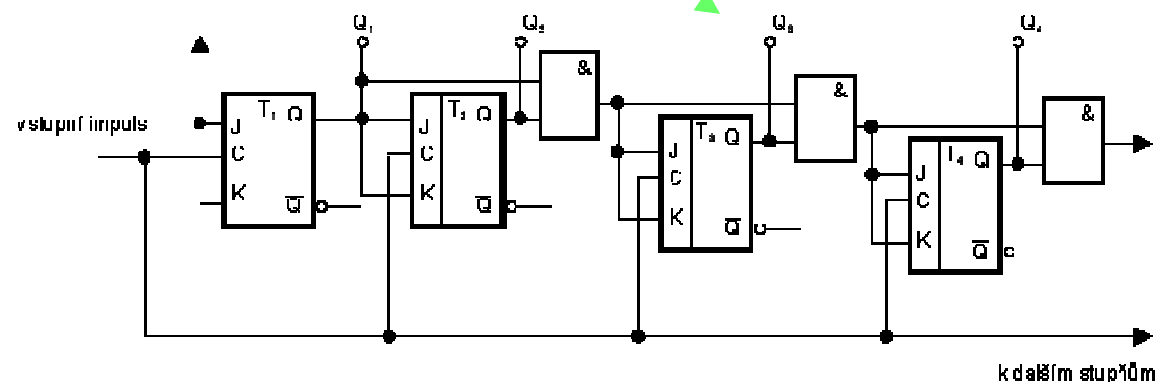
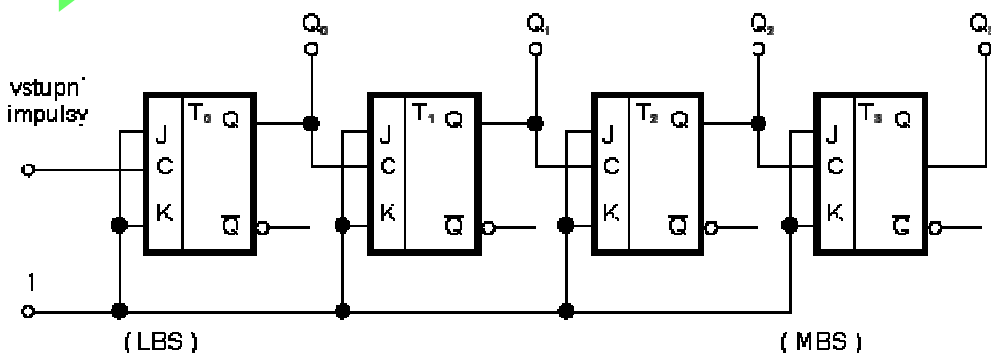




**Sériový vstup klopného obvodu (odpovídá bitu s nejnižší váhou) umožňuje čtyři různé možnosti ovládání vkládání informací:**

- **Náhrada nulami** - bity se v registru při posuvu uvolňují od nejnižší váhy. Spojíme-li sériový vstup s nulovou logickou úrovní, pak jsou na uvolněná místa vkládány nuly.
- **Náhrada jedničkami** - sériový vstup je spojen s logickou úrovní odpovídající jedničce.
- **Sériový zápis informací** - sériový vstup je připojen k externímu zdroji dat. Posuvný registr a externí datový zdroj jsou pomocí hodinových impulsů synchronizovány.
- **Kruhový posuv** - tzv. kruhové registry = paměť s kolujícími daty.
  - ⇒ posun vpravo → výstup bitu s nejvyšší váhou je spojen se vstupem bitu s nejnižší váhou
  - ⇒ posun vlevo → výstup bitu s nejnižší váhou je spojen se vstupem bitu s nejvyšší váhou

- ⇒ čítá počet vstupních impulsů a vyjadřuje jejich počet pomocí buď binárního nebo jiného kódu
- ⇒ **asynchronní čítač** - změna stavu z 1 do 0 předcházejícího obvodu teprve působí změnu stavu následujícího obvodu (může být pomalý proces proti rychlosti vstupních pulzů)
- ⇒ **synchronní čítač** - ze stavu **kombinace** předcházejících výstupů obvodů se určuje logická úroveň vstupu
- ⇒ **vratný čítač** - čítání buď vpřed nebo vzad

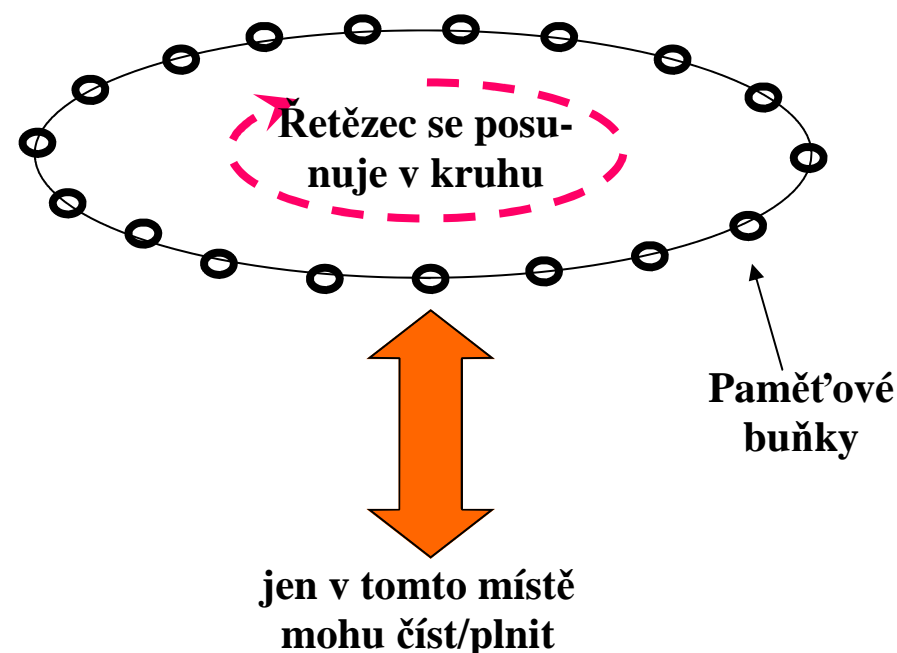
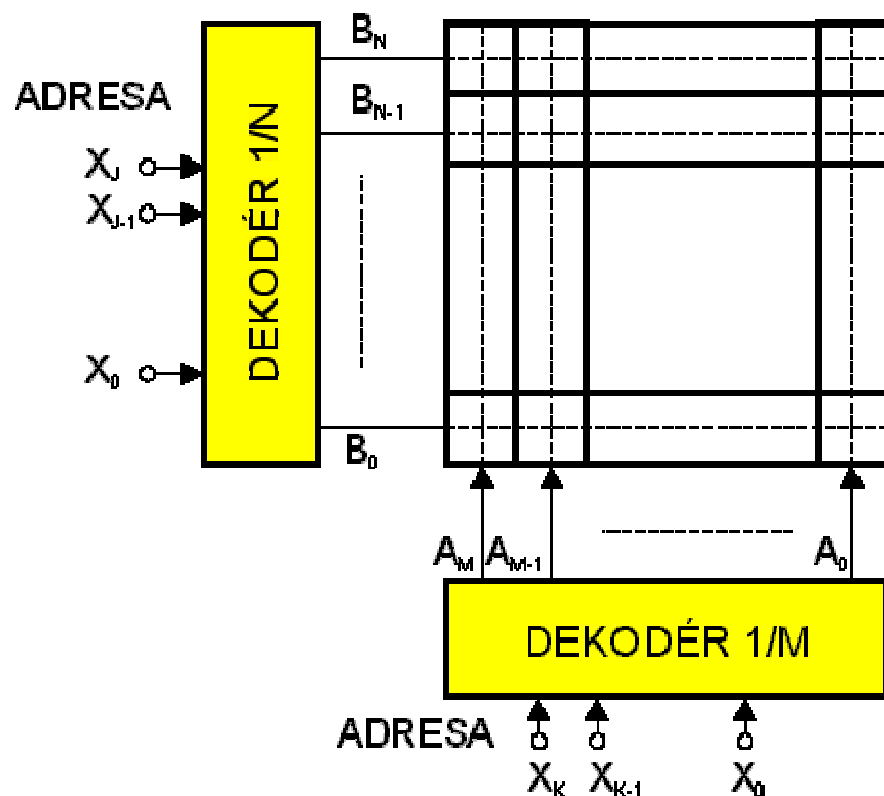


# Polovodičové paměti

Podle typu přístupu mohou být paměti rozděleny na:

⇒ **RAM** (Random Access Memory) - paměti s libovolným přístupem

⇒ **SAM** (Serial Access Memory) - paměti se sériovým přístupem.

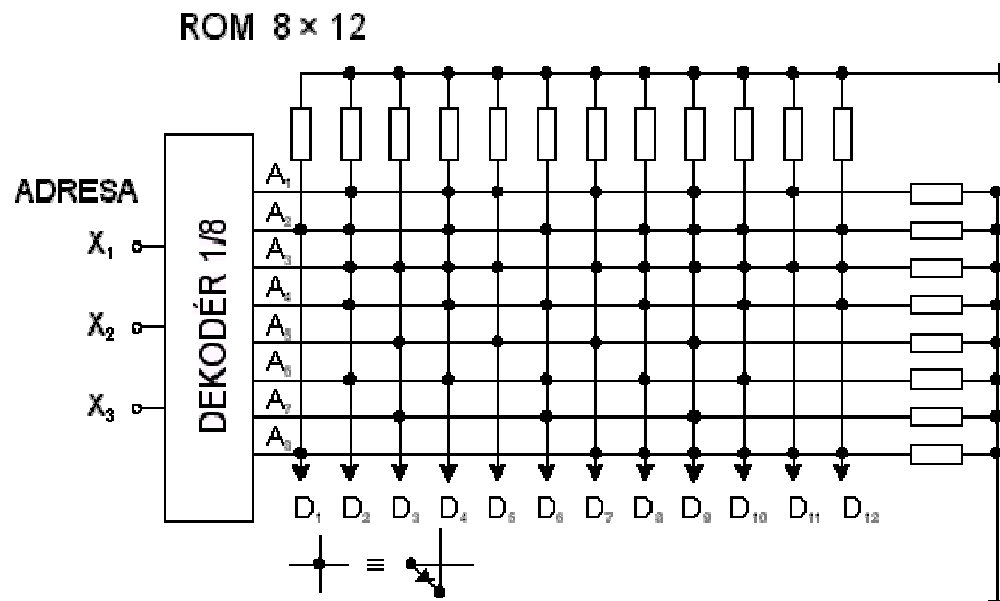


# Polovodičové paměti

Podle možnosti zápisu/čtení mohou být paměti rozděleny na:

⇒ **ROM** (Read Only Memory) - paměti pouze pro čtení

⇒ **RWM** (Read Write Memory) - paměti pro zápis i čtení



⇒ **statické** hodně součástek - malé kapacity

⇒ **dynamické** jedna součástka = jeden bit - velké kapacity

# Polovodičové paměti

⇒ **RWM** (Read Write Memory) - paměti pro zápis i čtení

⇒ **Statické SRAM** hodně součástek - malé kapacity

⇒ **Dynamické DRAM** jedna součástka  
= jeden bit - velké kapacity  
Informace = náboj kapacity tzn. musím obnovovat = **refresh**

