Referències ràpides per a l'R (*by Max Fisher & M.Graells*)

Taules de sintaxis del llenguatge R

Elementals

Comanda	Comentari sobre la comanda	Exemple(*Input*)	(*ouput*)
`#`	Serveix per ficar comentaris.	`#This is a code comment`	
`*`	Operador producte.	`3*2`	`[1] 6`
`sqrt()`	Funció arrel quadrada.	`sqrt(196)`	`[1] 14`
`pi`	Quocient de la longitud d'una circumferència entre el doble del seu radi.	`-pi`	`[1] -3.141593`
`e`	Com prefixe potència de deu	`3e2 #Thermopylae number`	`[1] 300`
`as.complex()`	a+bi amb a i b reals	`as.complex(-4) #-4 vist com a nombre complex`	`[1] -4+0i`
`i`	Unitat Complexa	`3i`	`[1] 0+3i`
`""`	Per donar una cadena.	`"En el Nom de Edmon"`	`[1] "En el Nom de Edmon"`
`T`	Variable Booleana. Veritat.	`T #TRUE`	`[1] TRUE`
`F`	Variable Booleana. Fals.	`F #FALSE`	`[1] FALSE`
`NA`	Not available, hi ha alguna dada que falta o que no té sentit, en algun lloc.	`NA #NADENA`	`[1] NA`
`print()`	Si afegim l'argument `quote=FALSE`, aleshores imprimeix els *Strings* sense `'`'s o `"`'s.	`print('"', quote=FALSE)`	`[1] "`
`+,-,*,/,^`	Operadors bàsics, en igual odre; suma, resta, producte, quocient, potència. (**Nota:** El vectors o llistes és sumen component a component).	`(1+2-3*4/5^6)`	`[1] 2.999232`

Successions

Comanda	Comentari sobre la comanda	Exemple(*Input*)	(*ouput*)
`rep()`	*Repeat*, serveix per repetir el primer argument *n* vegades el segon argument.	`rep(":)",2) #El doble de content`	`[1] ":)" ":)"`
`1:10`	Successions (llista) d'enters.	`1:10 #Comptar nombre de suspesos`	`[1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10`
`5:1`	Dóna els valors dels enters de gran a petit.	`5:1`	`[1] 5 4 3 2 1`
`seq(„by=)`	Serveix per fer llistes de nombres més elaborades. Podem pensar que ens dóna fins l'enèsim nombre d'una successió. De `-pi` fins a `pi` de `0.5` en `0.5`.	`seq(-pi,pi,by=.5)`	`[1] -3.1415927 -2.6415927 -2.1415927 -1.6415927 -1.1415927 -0.6415927 [7] -0.1415927 0.3584073 0.8584073 1.3584073 1.8584073 2.3584073 [13] 2.8584073`
`seq( , , lenght=)`	També podem ficar l' *especificador* `lenght=` per demanar 10 valors equiespaiats entre dos nombres de la recta real.	`seq(-pi,pi,length=10),`	`seq(-pi,pi,length=10)`

Comanda	Comentari sobre la comanda	Exemple(*Input*)	(*ouput*)
`seq(,by=, lenght=)`	Podem combinar les dues opcions per a fer una llista de `lenght` valors de `by` en `by` a partir d'un valor donat, en aquest cas `1`.	`seq(1,by=.05,length=10)`	`[1] 1.00 1.05 1.10 1.15 1.20 1.25 1.30 1.35 1.40 1.45`
`espera= c("H","O", "P","E")`	També podem definir un *array*/llista/vector de *Strings*.	`c("N",espera[2])`	`[1] "N" "O"`

Arrays

Recordem la **Regla de reutilització**: si tenim dos vector de diferents mides `a` i `b`. Suposem que el vector més curt és `b`. Aleshores en fer l'operació `a*b`,`a+b`,`a-b`, etc; tenim que les operacions és fan *component a component* i quan s'acaben les *components* de `b`, aleshores és reciclen, en el mateix ordre, fins acabar amb totes les components de `a`.

Exemple:

```
> a=c(1,2,3,4);b=c(-1,1);
> a*b
[1] -1  2 -3  4
```

Comanda	Comentari sobre la comanda	Exemple(*Input*)	(*ouput*)
`a <- c(1,0,-1,1)`	Assignar valor vectorial `c(1,0,-1,1)` a la variable `a`. La `c` ve de *concatenar*.	`a<- c(1,0,-1,1) #Forma de fer ho vella (previus versions R)`	
`a=c(1, 0, -1, 1)`	Assignar valor vectorial `c(1,0,-1,1)` a la variable `a`. Sintaxis més nova. Pot no funcionar en *obsolets*.	`a=c(1,0,-1,1)`	
`c(a,b)`	També serveix per concatenar vectors. Siguin `a=c(1,2)` i `b=c(3,4)`, llavors `c(a,b)` retornara el vector `c(1,2,3,4)`.	`c(c(1,2),c(3,4))`	`[1] 1 2 3 4`
`a[2]`	Retorna la segona component del vector `a`. El vector no està indexat per `0`.	`c(1,2)[1] #Suposem c(1,2)=a definit prèviament`	`[1] 1`
`c(1, 2, 4, 4)[-3]`	Retorna el vector `c(1,2,4,4)` menys la darrera component,és a dir , imprimeix`[1] 1 2 4` . El mateix podríem pensar per `c(1,2,4,4)[-1]` que imprimeix `[1] 2 4 4` .	`c(1,2,4,4)[-3]`	`[1] 1 2 4`
`c(0, 2, 4, 6 ,8, 10, 12, 14)[3:4]`	Retorna el fragment (o components) del vector desitjat.	`c(0,2,4,6,8,10,12,14)[3:4] # Imprimira [1] 4 6`	`[1] 4 6`
`c(1, 2, 3, 4, 5)-1`	Vector menys un nombre, és interpretar com restar/sumar la quantitat a cada una de les components.	`c(1,2,3,4,5)-1`	`[1] 0 1 2 3 4`
`c(1, 2, 3, 4, 5)*2`	Producte usual de *vector* per *escalar*.	`c(1,2,3,4,5)*2`	`[1] 2 4 6 8 10`

Funcions Matemàtiques

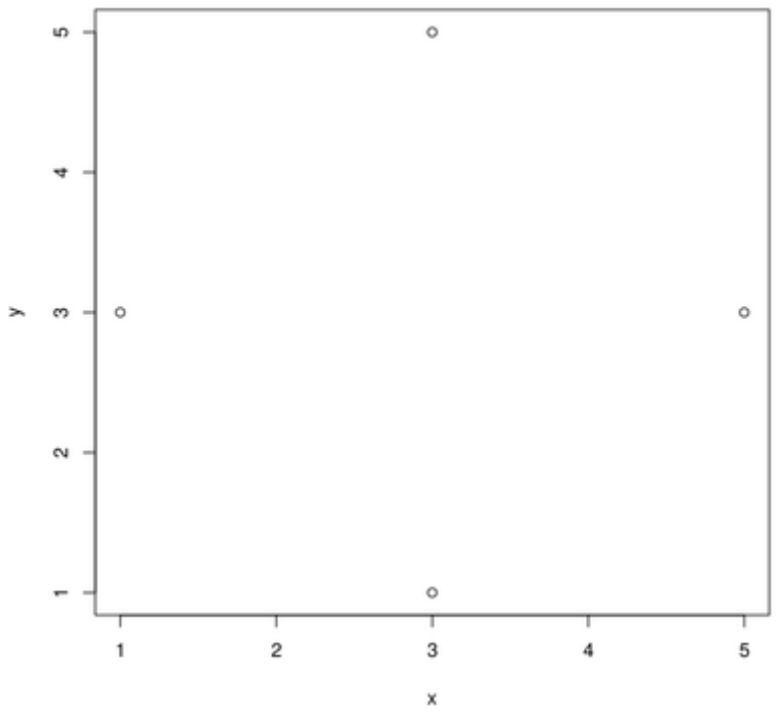
Comanda	Comentari sobre la comanda	Exemple(*Input*)	(*ouput*)
`max(a)` i `min(a)`	Dóna el valor màxim, i mínim, de totes les components del vector `a`, respectivament. Això també es pot veure com la *norma infinit*.	`min(c(8,3,7)); max(c(8,3,7));`	`[1] 3 [1] 8`
`sum(a)`	Suma totes les components del vector `a`.	`sum(c(8,3,7));`	`[1] 18`
`prod(a)`	Dóna el producte de totes les components del vector `a`.	`prod(c(8,3,7));`	`[1] 168`
`prod(a)`	Dóna el producte de totes les components del vector `a`.	`prod(c(8,3,7));`	`[1] 168`
`choose (n,k)`	*n sobre k*, nombre combinatori, combinacions de agafar `k`, elements sense ordre, d'un conjunt de `n` elements.	`choose(6,4);`	`[1] 15`
`factorial(n)`	Dóna n factorial, $n!$.	`factorial(4); factorial(5); factorial(6);`	`[1] 24 [1] 120 [1] 720`
`lfactorial( n)`	Serveix per obtenir directament el logaritme del valor factorial. Cal recordar que $log(n!) = log(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cdots \cdot n) = log(1) + log(2) + \cdots + log(n)$.	`> lfactorial(4); lfactorial(5); lfactorial(6);`	`[1] 3.178054 [1] 4.787492 [1] 6.579251`
`g=function( x_1, x_2, x_3){ operacions amb variables}`	Serveix per definir noves funcions a partir de les anteriors.	`f= function(x){x^2-1};f(2); a=c(1,2,3); f(a); # Aplica funció component a component`	`[1] 3 [1] 0 3 8`

Gràfics

Comentari sobre la comanda	Comanda	Gràfic
Representa els punts al pla que defineixen dos vector amb la mateixa longitud, un per els valor de les abscisses `OX`, i l'altre per les ordenades `OY`.	`x=c(3,1,5,3); y=c(1,3,3,5); plot(x,y);`	`#Veure PlotTypeL .png`
Representa una línia que uneix els punts al pla (per orde de component) que defineixen dos vector amb la mateixa longitud, un per els valor de les abscisses `OX`, i l'altre per les ordenades `OY`.	`x=c(3,1,5,3); y=c(1,3,3,5); plot(x,y, type="l");`	`#Veure PlotTypeL.png`
Per dibuixar fragments de funcions o corbes planes parametritzades. Observem que `col=2` fa referència a que el color per efectuar el gràfic és el *color 2*, que tal com podem veure, fa referència al color vermell.	`curve(exp(-x^2),from=-3,to=3,col=2)`	`#VeureCurveBellGauss.png`
Per introduir llegendes als gràfics de fragments de, funcions o corbes planes parametritzades.	`curve(exp(-x^2),from=-3,to=3,col=2); legend('topright', 'exp(-x^2)', lty=1,col=2);`	`#Veure *LegendBellGauss.png`
Per afegir la recta horitzontal i vertical que passa pel zero, respectivament.	`curve(exp(-x^2),from=-3,to=3,col=2); abline(h=0); abline(v=0);`	`# Veure CurveLines*`
Podem prescindir de `for=`i `to=` i simplement ficar els dos valors per el paràmetre després de la funció `sin(x)`. `main=dibuix` permet ficar un títol al gràfic.	`curve(sin(x),-pi,pi, main="dibuix")`	`#Veure CosSin01.png`

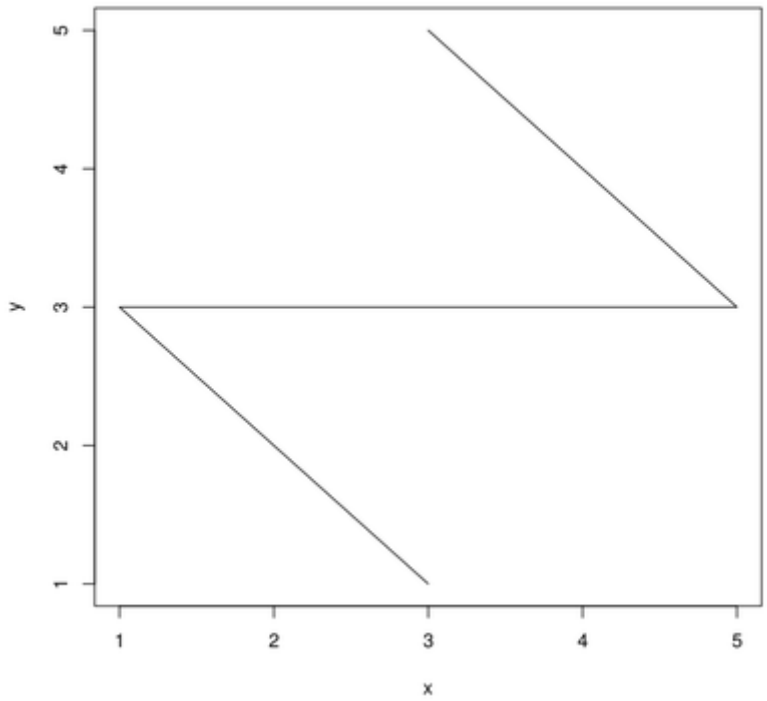
Comentari sobre la comanda	Comanda	Gràfic
El *argument* `add=T` (T de True i F de False) permet ficar diversos gràfics junts.`lty=2` fa referencia a *line type* és ha dir línia tipus 2, que tal com podem veure és una línia discontinua. `col=2` ens indica que el gràfic és dibuixarà amb color vermell.	`...; curve(cos(x),add=T,lty=2,col=2);`	`#Veure CosSin02.png`
Com abans a `legend(...)`, `'topright'` indica la posició. El vector de *Strings* indicarà el nom de les dos gràfiques sobreposades. `lty=c(1,2)` indica que el primer element de la llegenda és amb línia contínua `lty=1` i el segon amb línia discontinua `lty=2`. El color és `col=1` per negre i `col=2` per al vermell, primera i segona gràfica respectivament.	`...; legend('topright',c('sin(x)','cos(x)') ,lty=c(1,2),col=c(1,2));`	`#Veure CosSin03.png`
Amb `abline(h=0,v=0);` afegim les rectes horitzontals `h` i verticals `v` que passen per zero `=0` al gràfic. També podem pensar que això és el mateix que ficar els eixos `OX`i `OY`.	`...; abline(h=0,v=0);`	`#Veure CosSin04.png`
Amb `point(...)` podem dibuixar punts. `-1:1` fa referencia a la regió del eix d'abscisses que agafem per dibuixar punts, amb punts equidistants. El vector `c(0,1,0.5)` indica el nombre de punts i els valors de les ordenades. `col=c(3,4,5)` indica els colors ; `col=3` verd,`col=4`blau, `col=5` cian.`pch=` fa referència a la forma dels punts. Potser passa el mateix que amb els colors `col=23` és el mateix que `col=7`, cicle `23-8*2=7`.	`...; points(-1:1,c(0,1,0.5) ,pch=c(18,20,22), col=c(3,4,5));`	`#Veure CosSin05.png`
Podem afegir més d'una gràfica en una finestra amb `par(mfrow=c(NumFiles,NumColum))`, en aquest cas dues files i una columna `par(mfrow=c(2,1))`.	`par(mfrow=c(2,1); curve(sin(x),-pi,pi,lty=3,col=3); curve(cos(x),lty=2,col=2);`	`#Veure TwoPicturesInOne01.png TwoPicturesInOne02.png`
Podem definir el punt equiespaiats de 0 a 2π amb distància `0.1` al eix `OX`. Amb cercles o bé amb línies `type="l"`, obtenint el mateix resultat (o bé augmentant la precisió establerta per defecte). També podriem fer servir la funció `lines(...)`	`x=seq(0,2*pi,by=0.1); plot(x,sin(x)); plot(x,sin(x), type="l");`	`#Veure PlotWithSeq.png`

```
x=c(3,1,5,3); y=c(1,3,3,5); plot(x,y);
```



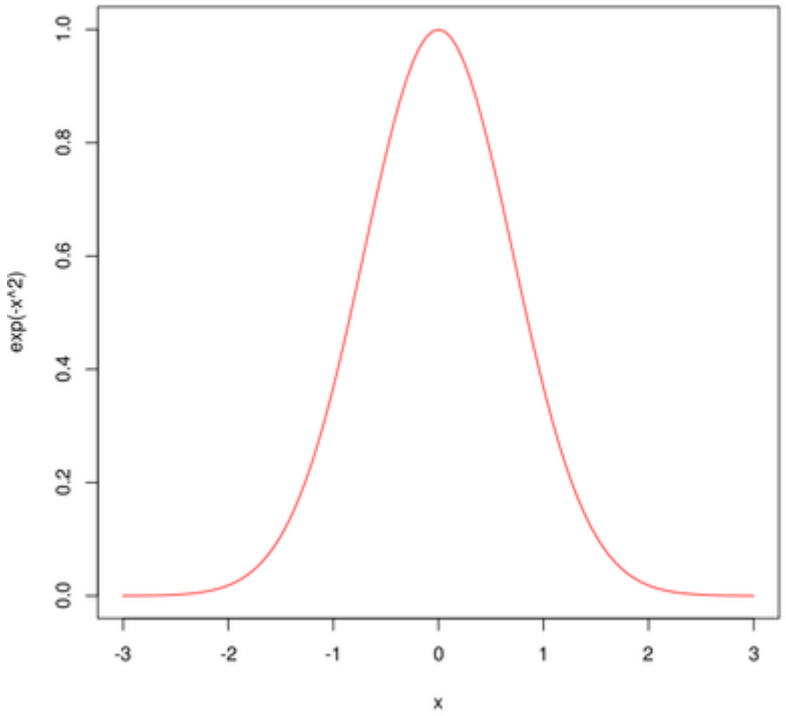
PlotTypeDefault.png

```
x=c(3,1,5,3); y=c(1,3,3,5); plot(x,y, type="l");
```



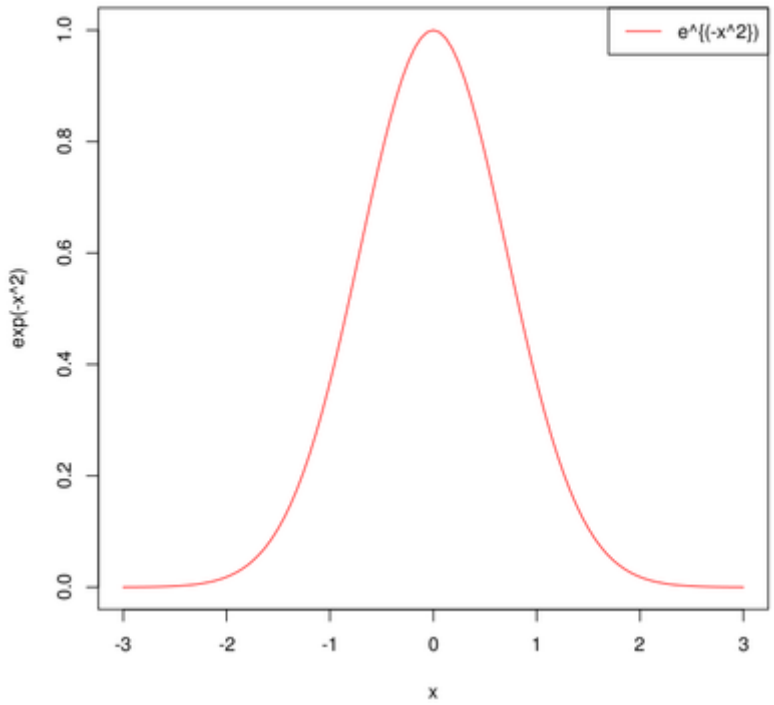
PlotTypeL.png

```
curve(exp(-x^2),from=-3,to=3,col=2)
```



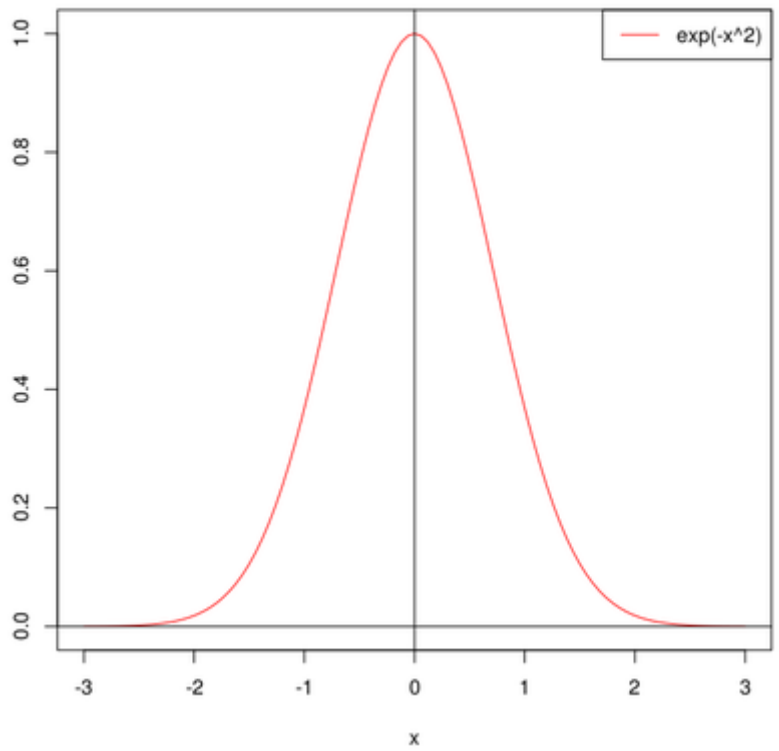
CurveBellGauss.png

```
legend('topright','exp(-x^2)',lty=1,col=2);
```



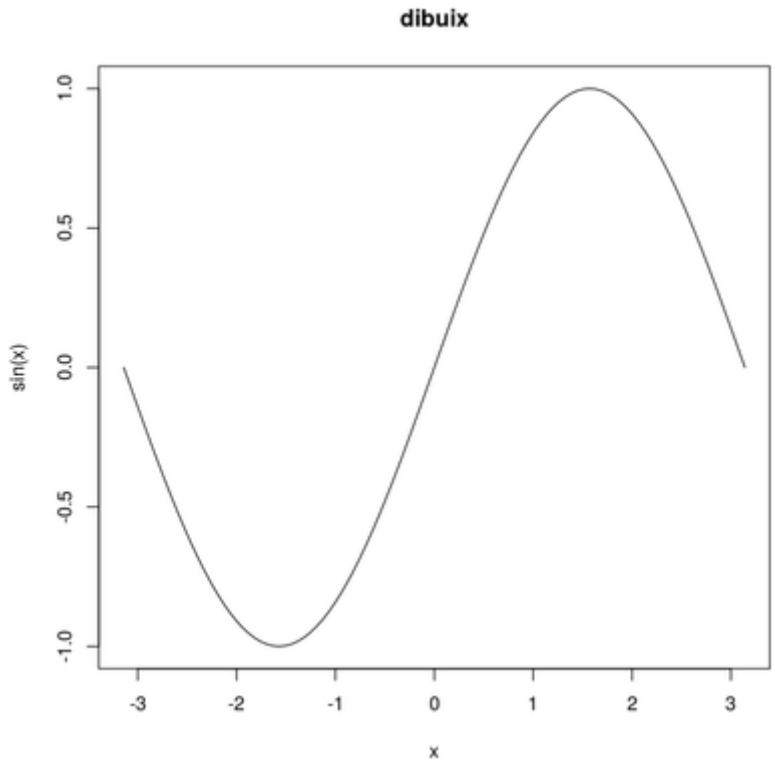
CurveLegendBellGauss.png

```
legend('topright','exp(-x^2)',lty=1,col=2);
```



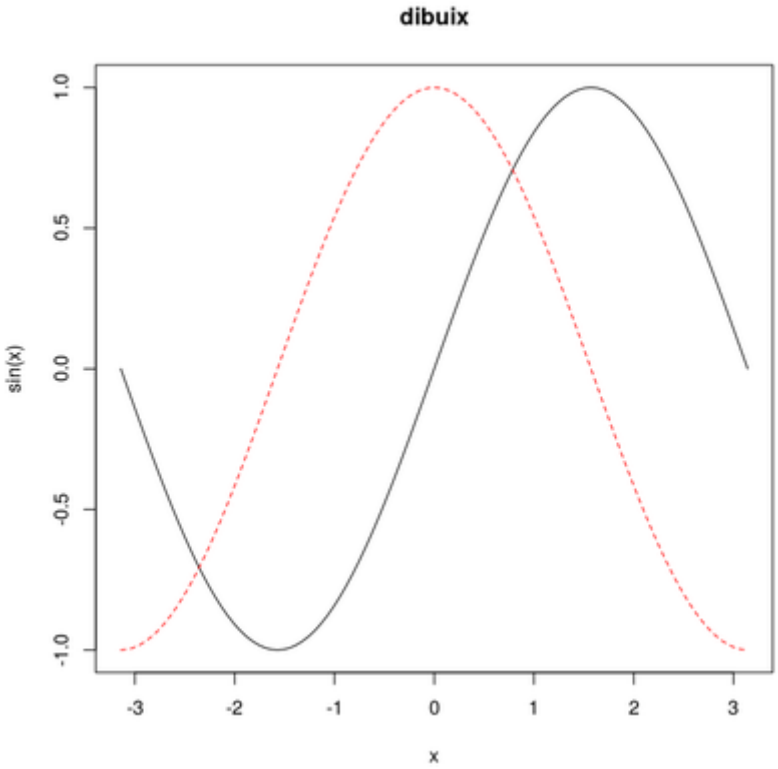
CurveLinesLegendBellGauss.png

```
curve(sin(x),-pi,pi, main="dibuix");
```



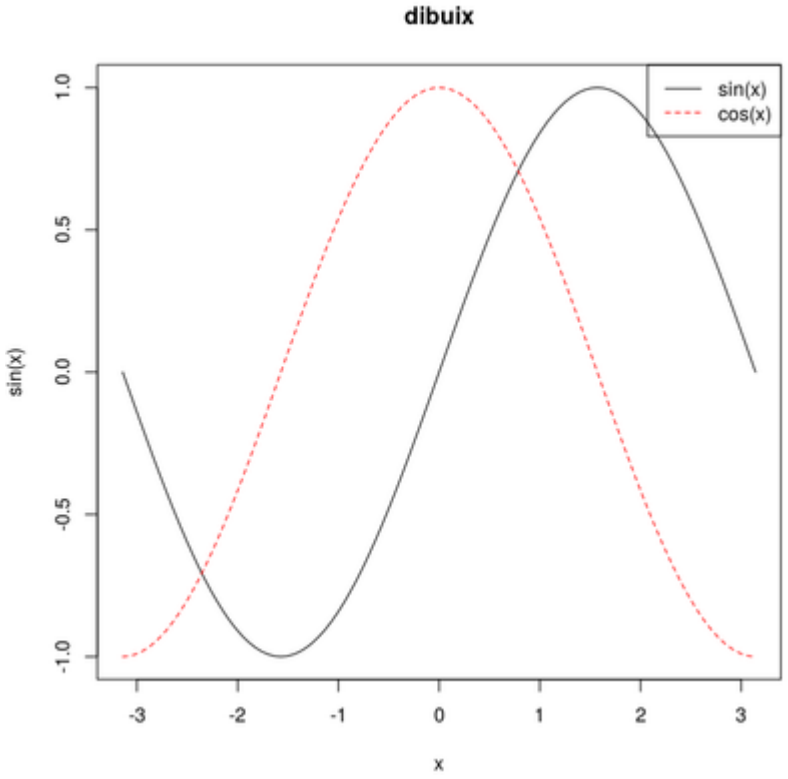
CosSin01.png

```
curve(cos(x),add=T,lty=2,col=2)
```



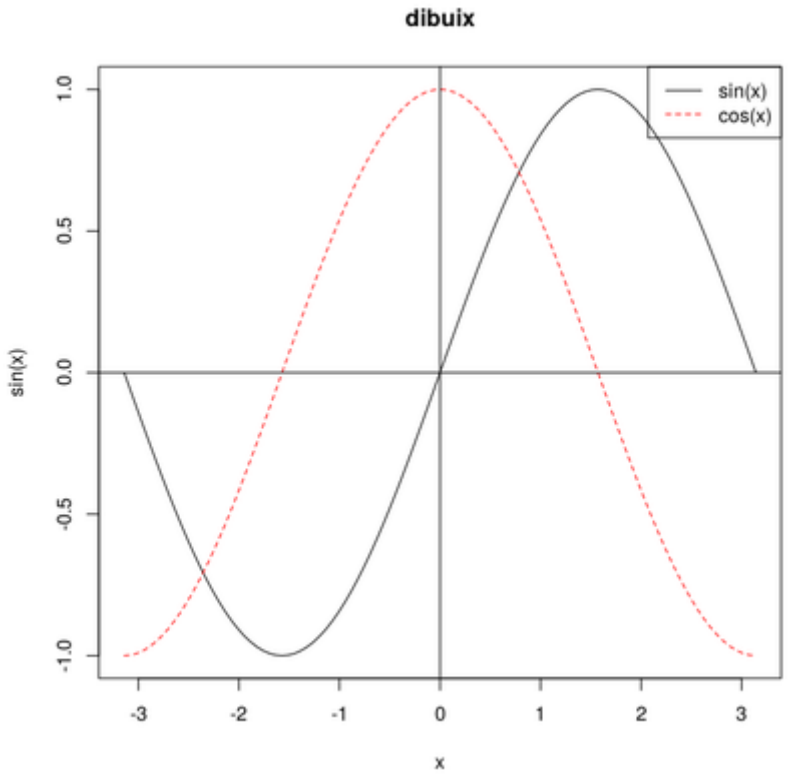
CosSin02.png

```
legend('topright',c('sin(x)','cos(x)'),lty=c(1,2),col=c(1,2))
```



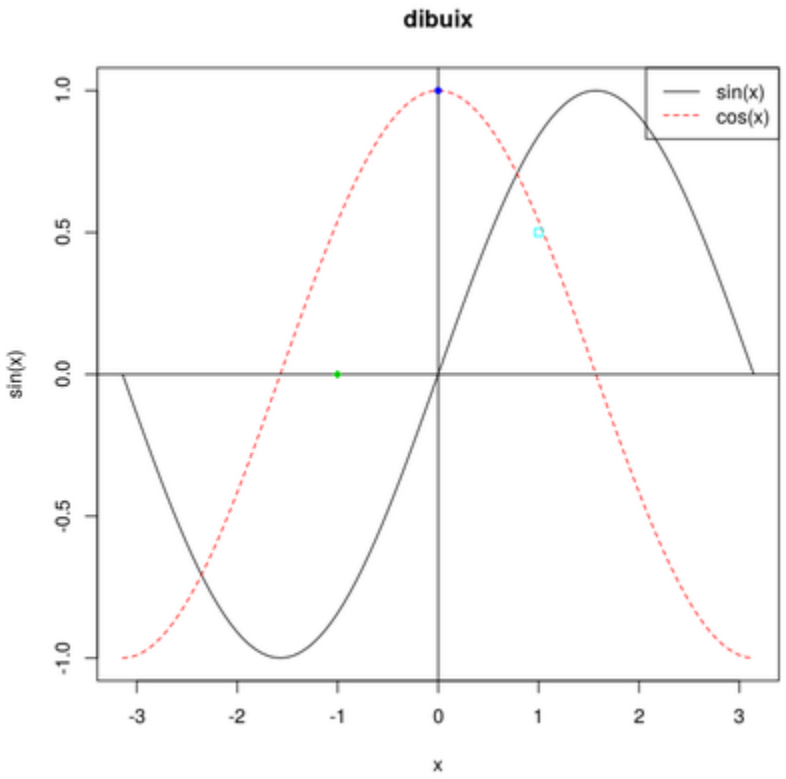
CosSin03.png

```
abline(h=0,v=0)
```



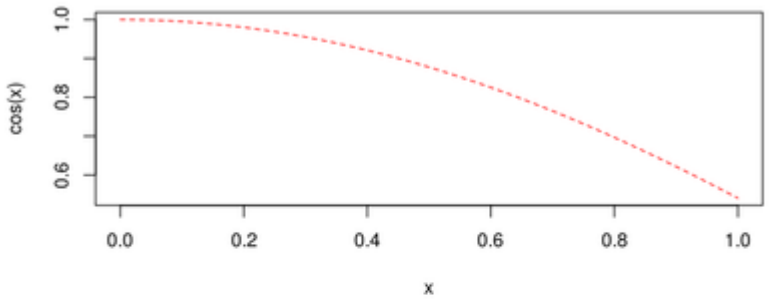
CosSin04.png

```
points(-1:1,c(0,1,0.5),pch=c(18,20,22), col=c(3,4,5));
```



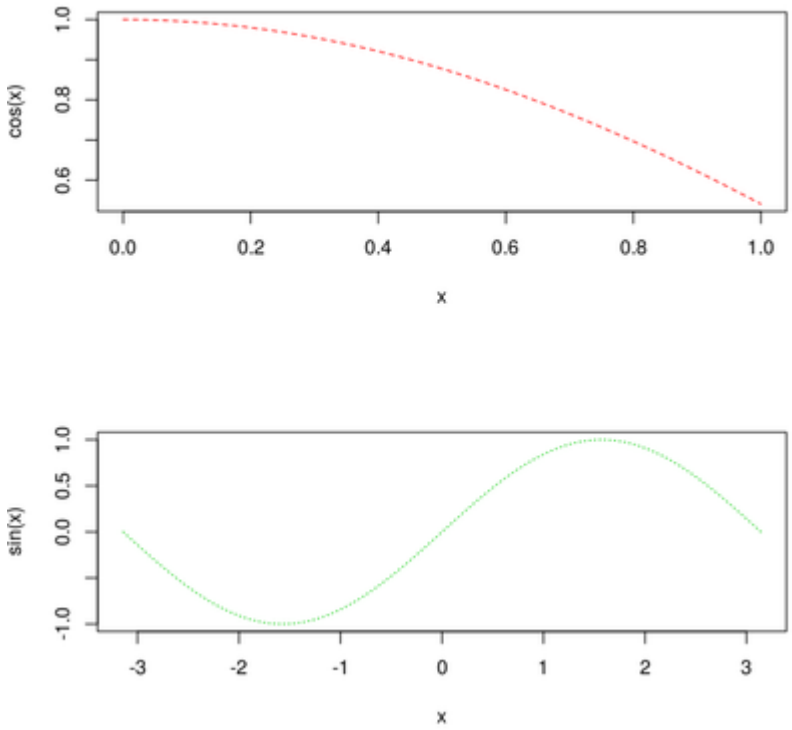
CosSin05.png

```
par(mfrow=c(2,1); curve(sin(x),-pi,pi,lty=3,col=3); curve(cos(x),lty=2,col=2);
```



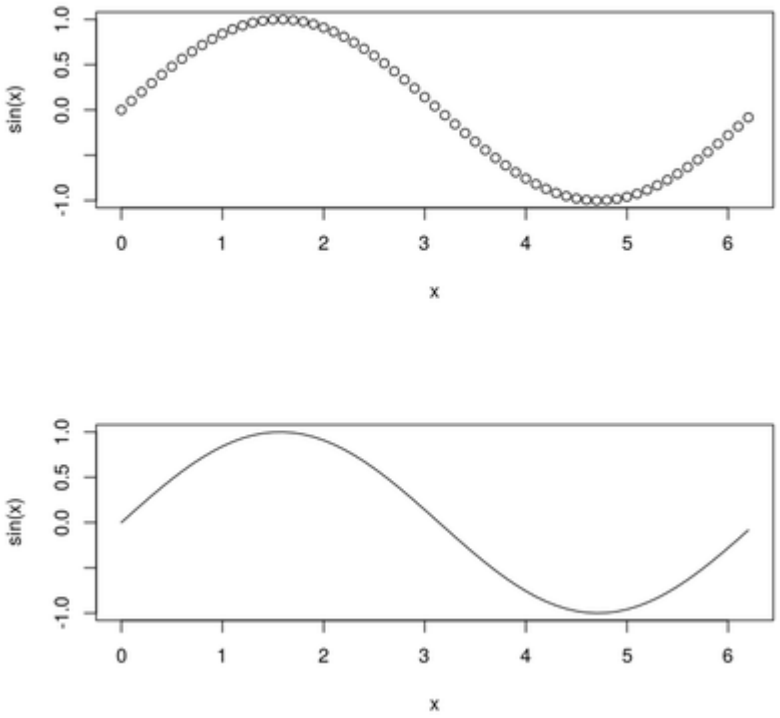
TwoPicturesInOne01.png

```
par(mfrow=c(2,1); curve(sin(x),-pi,pi,lty=3,col=3); curve(cos(x),lty=2,col=2);
```



TwoPicturesInOne02.png

```
par(mfrow=c(2,1); x=seq(0,2*pi,by=0.1); plot(x,sin(x)); plot(x,sin(x), type="l");
```



PlotWithSeq.png

Bucles i condicionals

Una recomanació: Sempre que sigui possible, en R, usarem funcions amb vectors i evitarem l'ús de condicionals i bucles. Per qüestions d'eficiència en el temps de CPU.

If

Estructura: `if (condicio) resultatSI else resultatNo`

Exemple:

```
factorial2=function(){if(n<=170) factorial(n) else print("El nombre demanat es massa gran")}
```

De fet podem fer servir la **mateixa sintaxis** per el condicional que a C:

```
factorial2=function(n){if(n<=170){factorial(n);} else{print("Nombre massa gran");}}
```

For

Estructura: `for (variable en el conjunt E)` resultat. El resultat es pot posar entre claus, i si es vol en línies successives, o separades amb punts i comes a la mateixa línia;`{operacio1;operacio2;....}`.

Exemple: Taula amb el producte dels nombres $n(n+1)(n+2)$ per $n = 1, \cdots, 10$.

```
h=rep(0,10) # vector on posarem els resultats
g=function(n){prod(n:(n+2))}
for(i in 1:10){h[i]=g(i)}
h
```

```
 [1]    6   24   60  120  210  336  504  720  990 1320
```

While

Exemple: Ves imprimint `i` i sumant una unitat mentre `i` sigui més petit que `6`.

```
i <- 1 #~i=1
while (i < 6){
print(i)
i = i+1
}
```

```
[1] 1
[1] 2
[1] 3
[1] 4
[1] 5
```

Matrius

Omplir Matrius

Comanda com exemple	Comentari sobre la comanda
`matrix(c(1,4,2,5,3,6),nrow=2)`	**Omplir** una matriu **per columnes** especificant el nombre de files com al segon argument.
`matrix(c(1,2,3,4,5,6),2,byrow=T)`	Omplir una matriu especificant el nombre de columnes com a segon argument ,i com a tercer: el fet de voler-la **omplir per files**. On la `T` és una abreviatura per `True`.
`matrix(c(1,4,2,5,3,6),ncol=3)`	Omplir una matriu per columnes **especificant el nombre de columnes** com a segon argument.
`cbind(c(1,3,5),c(2,4,6))`	**Ajuntar vectors com a columnes** per formar una matriu.
`rbind(c(1,2,3),c(4,5,6))`	**Ajuntar vectors com a files** per formar una matriu.

Coses de Matrius

Sigui `A` i `B` matrius, `a` un vector `c(...)`, aleshores;

Comanda com exemple	Comentari sobre la comanda
`dim(A)`	Dóna les **dimensions** de la matriu `A`.
`ncol(A)`	Dóna les **columnes** de la matriu `A`.

Comanda com exemple	Comentari sobre la comanda
`nrow(A)`	Dóna les **files** de la matriu `A`.
`length(A)`	Ens dóna el **nombre d'elements** de la matriu `A`
`dimnames(A)`	Si les files i columnes tenen *nom*, ens els dóna. (Veure: **Annex matrius I**).
`A[i,j]`	**Element** de fila `i` columna `j` de la matriu `A`.
`A[i,]`	Dóna la **fila** *sencera* `i` de la matriu `A`.
`A[,j]`	Dóna la **columna** *sencera* `j` de la matriu `A`.
`as.matrix(a)`	El vector `a` *considerat* **com a matriu columna**.
`t(A)`	Dóna la matriu traspostada de `A`.
`A*B` i `A/B`	Fa referència al producte (o divisió) **element per element**. NO és el producte habitual.
`A%*%B`	**Producte de matrius** en **R**.
`solve(A)`	Per calcular la matriu inversa podem fer servir la funció `solve`.

En general farem servir la funció `solve(a,b)` per resoldre sistemes lineals on `a` es la *matriu del sistema* i b el *vector de terme independents* $AX = B$.

Convenció en R: posar noms separats per punts.

Annex matrius I (Noms de matrius)

Exemple (*Noms columnes i files*)

Podem ficar noms a les columnes i files d'una matriu amb l'argument `dimnames=list(NomsFiles,NomColumnes)`. Donem un primer exemple:

```
> rnames=c("row1","row2")
> cnames=c("col1","col2","col3")
> matrix(c(1,4,2,5,3,6),nrow=2,dimnames=list(rnames,cnames)
+ )
```

```
     col1 col2 col3
row1    1    2    3
row2    4    5    6
```

Exemple (*Inversos dels nombres de Bernoulli*)

Donem-ne un exemple més (amb l'invers dels 8 primers nombres de *Bernoulli*):

```
> A=matrix(c(1,-2,6,0,-30,0,42,0),nrow=1, dimnames=list("$B_n^{-1}$",c("n=0","n=1","n=2","n=3","n=4","n=5","n=6","n=7")))
> A
```

```
           n=0 n=1 n=2 n=3 n=4 n=5 n=6 n=7
$B_n^{-1}$   1  -2   6   0 -30   0  42   0
```

Annex matrius II (Un error)

Malgrat el concepte de **Regla de reutilització**, vist amb les operacions aritmètiques elementals amb *arrays* per defecte, els elements donats per a construir una matriu, han de ser un múltiple de les columnes especificades; o en cas contrari, del nombre de files especificat. Veiem que això es cert, provant de fer el contrari, amb el següent exemple.

```
> b=matrix(c(5,3,-1,3,1,4),nrow=2)
> b=matrix(c(5,3,-1,3,1),nrow=2)
Warning message:
In matrix(c(5, 3, -1, 3, 1), nrow = 2) :
  data length [5] is not a sub-multiple or multiple of the number of rows [2]
```

Exemples

Exemple alçades

Tenim dades de les alçades (en metres) i masses (en grams) de un grup de 6 persones. I en volem calcular L'**índex de massa corporal** o *IMC*, que recordem que es defineix com *el pes* (no com a força, amb Kg) dividit entre l'alçada (en metres) al quadrat.

```
# Observem que les operacions amb vectors es fan component a component
pes=c(60,72,57,90,95,72)
alcada=c(1.75,1.80,1.65,1.90,1.74,1.91)
IMC=pes/(alcada^2)
IMC
```

```
[1] 19.59184 22.22222 20.93664 24.93075 31.37799 19.73630
```

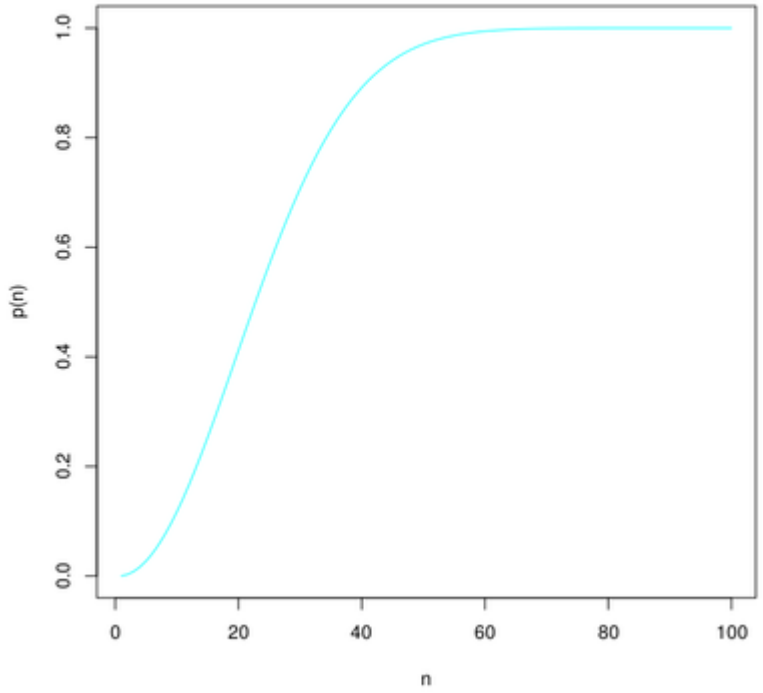
Exemple *El problema del aniversari*

La probabilitat que en un grup de n persones (amb $n \leq 365$), almenys dues celebrin l'aniversari el mateix dia és

$$p_n = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{Var(365, n)}{365^n}$$

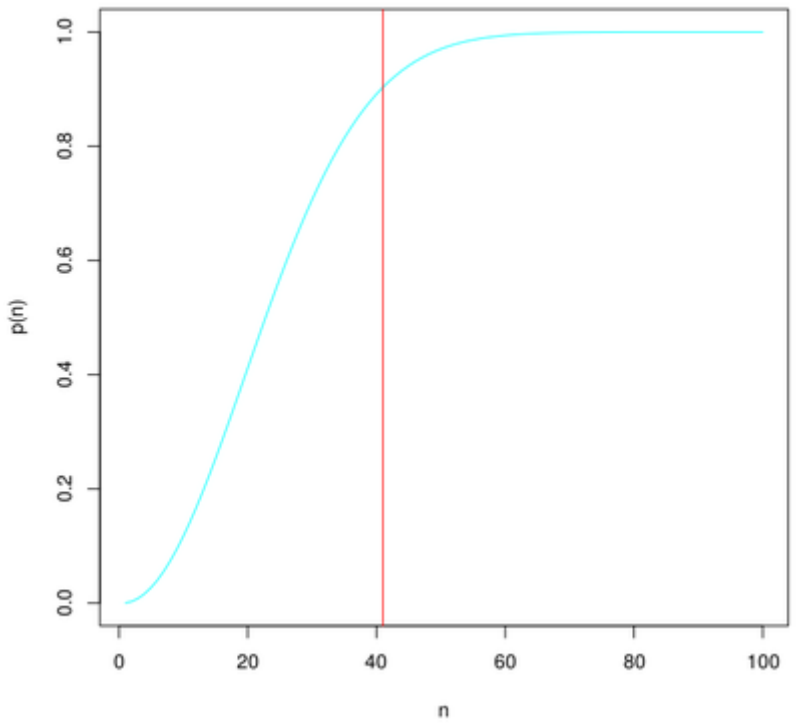
L'objectiu és fer un gràfic d'aquestes probabilitats en funció de n.

```
Var=function(m,n){choose(m,n)*factorial(n)} #variacions(m,n).
p=function(n){1-Var(365,n)/365^n} # Probabilitat del succés que volem observar.
n=1:100 # 1 2 3 4 5 ... 100
plot (n,p(n),type='l', col=5, add=T) # Gràfic com a "la corba que passa pels punts "
n[p(n)>=0.9] # n tal que n<=0.9
min(n[p(n)>=0.9]) # el més petit n tal que n<=0.9
abline(v=min(n[p(n)>=0.9]), col=2) # En vermell a partir d'on ja tenim 90%
```



`ProblemOfBirthday.png`

El problema del aniversari



`ProblemOfBirthday02.png`

Exercicis

Exercici 1

Amb els vectors `a=c(2,1,4,7)` i `b=c(4,0,-1,7)`, calculeu `c=2*a+5*b` i `d=a*b`,on aquesta darrera expressió vol dir el *producte component a component* (producte escalar de vectors).

Solució:

```
> a=c(2,1,4,7); b=c(4,0,-1,7); c=2*a+5*b; d=a*b; c; d;
[1] 24  2  3 49
[1]  8  0 -4 49
```

Exercici 2

Escriviu una funció de m i n que calculi les variacions $Var(m, n)$. Calculeu $Var(365, 10)$. Recordem que:

$$Var(m,n) = \frac{m!}{(m-n)!}$$

Solució:

Si fem servir directament l'expressió obtenim l'error `Warning message: In factorial(345) : value out of range in 'gammafn'`. Però també podem escriure $Var(m,n) = \binom{m}{n} \cdot n!$.

```
> Var=function(m,n){choose(m,n)*factorial(n)}; Var(365,10);
[1] 3.70608e+25
```

Exercici 3

Un llac té N peixos, amb N desconegut. Per tal d'estimar N fem el següent: pesquem n_1 peixos, els marquem i els tornem al llac. Esperem una estona i pesquem n_2 peixos, dels quals hi ha m de marcats. Suposem: * La primera vegada es pesquen $n_1 = 50$ peixos, que es marquen i es tornen al llac. * La segona vegada també es pesquen $n_2 = 50$, del quals n'hi ha $m = 3$ marcats.

Designem per p_N la probabilitat que, si al llac hi ha N peixos, en traiem exactament 3 de marcats d'entre els 50. Tenim:

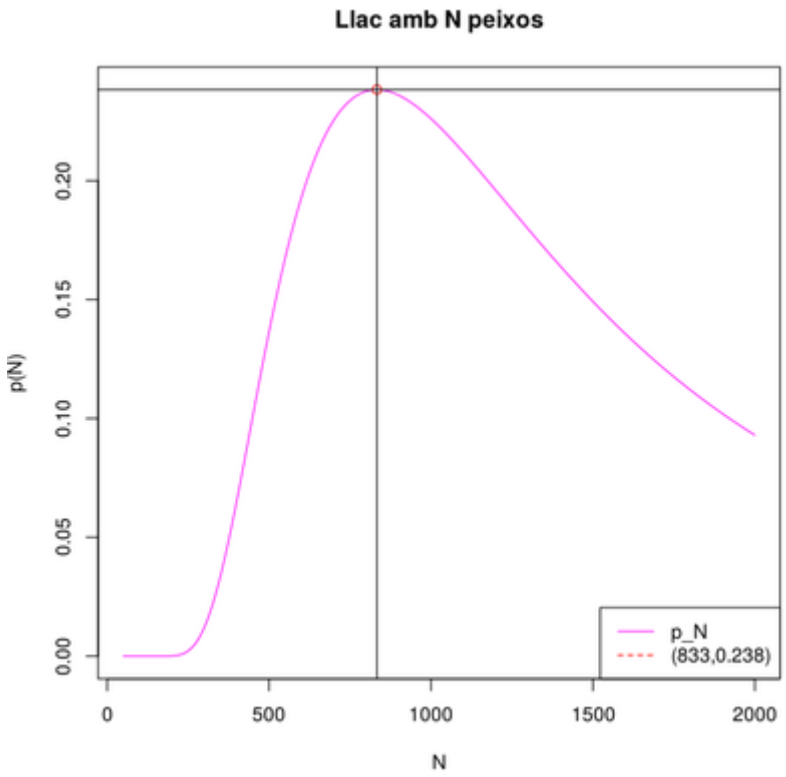
$$p_N = \frac{\binom{50}{3} \cdot \binom{N-50}{47}}{\binom{N}{50}}, \quad N \leq 50.$$

Definiu una funció que calculi aquesta probabilitat. Feu un dibuix amb $N = 50, \cdots, 2000$.. Calculeu la N que maximitza aquesta funció. *Indicació*: primer trobeu el màxim de p_N amb la funció `max(...)`.

Solució:

```
p=function(n){choose(50,3)*choose(n-50,47)*(1/choose(n,50))} # Funció probabilitat.
N=50:2000 # valors d'interès
M=c(max(N[p(N)==max(p(N))]),max(p(N))) # Punt on P_N assoleix màxim.
plot(N,p(N),type="l",col=6,main="Llac amb N peixos"); points(M[1],M[2],col=2);
abline(h=M[2],v=M[1]);
legend('bottomright',c('p_N','(833,0.238)'),lty=c(1,2),col=c(6,2)); #Gràfic
```

Exercici 3



`LakeWithNFish.png`

Exercici 4

- Entreu les matrius

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ i } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Calculeu $C = A + B$, $D = 2A$, $E = AB^t$, on aquesta útilma vol dir el producte ordinal de matrius.

- Suigui

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

  Calculeu $G = F^{-1}$
- Amb les anotacions de l'**Exercici 1** , calculeu el producte escalar dels vectors a i b.

Solució:

```r
#SolucioPrimerPunt
A=matrix(c(2,4,3,0,4,-1),3); #PitjorManeraEntrarDadees
B<-matrix(c(0,-3,1,2,2,1),ncol=3); #ElMateixQueUnIgual
C=A+B;D<-2*A;E<-A%*%t(B)
A;B;C;D;E #Resultats
```

```
   [,1] [,2] [,3]
[1,]    2    3    4
[2,]    4    0   -1
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    0    1    2
[2,]   -3    2    1
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    2    4    6
[2,]    1    2    0
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    4    6    8
[2,]    8    0   -2
     [,1] [,2]
[1,]   11    4
[2,]   -2  -13
```

```r
#SoluciosegonPunt
F<-matrix(c(2,3,4,-1),nrow=2) #MillorMoltMillor
G=solve(F) #TalQual
G;
```

```
          [,1]       [,2]
[1,] 0.07142857  0.2857143
[2,] 0.21428571 -0.1428571
```

```r
#SolucioTercerPunt
a=matrix(c(2,1,4,7),nrow=1); b=matrix(c(4,0,-1,7),ncol=1);
a%*%b;
```

```
     [,1]
[1,]   53
```

Exercici 5

Tenim una capsa amb 8 boles. Cinc boles tenen nombres positius $1, 2, 3, 4, 5$ i les altres boles nombres negatius $-1, -2$ i -3. Traiem dues boles (sense reposició). Volem calcular la probabilitat que el produce dels nombres corresponents sigui positiu.

Solució habitual: Si el producte es positiu només hi ha dos escenaris possibles: o bé els dos nombres són positius (cas **A**); o bé els dos són negatius (cas **B**). Aleshores:

```
Cas B:       Cas A:
[-1,-2];     [1,2]; [2,3]; [3,4]; [4,5];
[-1,-3];     [1,3]; [2,4]; [3,5];
[-2,-3];  ;  [1,4]; [2,5];
             [1,5];
```

,és a dir, (3)+(4+3+2+1)=3+7+3=13, combinacions favorables.

Ara veiem que tots els casos possibles (no favorables i favorables) són les combinacions totes les possibles de vuit elements agafats de dos en dos, això és:

$$\binom{8}{2} = \frac{8!}{2!\cdot(8-2)!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}{2\cdot(1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6)} = \frac{7\cdot8}{2} = 7\cdot4 = 28$$

Per tant si considerem la probabilitat d'un succés equiprobable com el quocient entre casos favorables entre casos possibles obtenim que:

$$P\{\text{"Produce dels nombres dos nombres > 0"}\} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos possibles}} = \frac{13}{28} = 0'46428571\overline{428571}.$$

On $\overline{428571}$ denota el 6-període del nombre racional decimal.

Solució amb R:

```
install.packages('combinat')
library(combinat)
```

```
Attaching package: 'combinat'


The following object is masked from 'package:utils':


    combn
```

```
urna=c(1,2,3,4,5,-1,-2,-3)
CP=combn(urna,2)
CP
```

```
     [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8] [,9] [,10] [,11] [,12] [,13] [,14]
[1,]    1    1    1    1    1    1    1    2    2     2     2     2     2     3
[2,]    2    3    4    5   -1   -2   -3    3    4     5    -1    -2    -3     4
     [,15] [,16] [,17] [,18] [,19] [,20] [,21] [,22] [,23] [,24] [,25] [,26]
[1,]     3     3     3     3     4     4     4     4     5     5     5    -1
[2,]     5    -1    -2    -3     5    -1    -2    -3    -1    -2    -3    -2
     [,27] [,28]
[1,]    -1    -2
[2,]    -3    -3
```

```
result=CP[1,]*CP[2,]; #Productes
result;
c("P=",length(result[result>0])/dim(CP)[2]); #ComptemPositius
c("P=",length(result[result>0]),"/", dim(CP)[2]) # FracciExacte
```

```
[1]   2   3   4   5  -1  -2  -3   6   8  10  -2  -4  -6  12  15  -3  -6  -9  20
[20]  -4  -8 -12  -5 -10 -15   2   3   6
[1] "P=" "0.464285714285714"
[1] "P=" "13" "/"  "28"
```