Memoria de práctica 2, (Ceros de funciones) Fecha de Reporte: **01/04/2019**
Métodos numéricos Alumno: *Graells Ricardo, Marc*
2n curso del grado en Matemáticas (NIU: *1388471*)

De nuevo, tal como hemos hecho en la primera práctica, expondremos algunas de las conclusiones más relevantes aprendidas durante las sesiones de trabajo dedicadas a esta segunda práctica. Y igualmente quedara para futuras consultas de lo aprendido de forma esquemática por puntos.

I En el caso concreto de las ecuaciones polinómicas cubicas de una variable real, aún disponer de las *fórmulas de Cardano* para obtener un valor exacto, a la práctica es mejor el uso de métodos numéricos; como por ejemplo el método de Newton.

II En la línea del punto anterior, pero sin hacer solo referencia a funciones polinómicas, el uso de un método u otro dependerá de factores como la proximidad a las soluciones que no siempre sera conocida, la seguridad de que la solución sea simple o dobles, o de su existencia (si es segura o no), la facilidad del cálculo de su derivada y otras cuestiones tratadas como el orden de convergencia de cada método.

III Nos familiarizamos con los siguientes métodos numéricos:
- Método de la *Bisección* (p=1)
- Método de *Newton* (p=2)
- Método de la *secante* (p=2)
- Método de *Halley* (p=3)
- Algoritmo de *Brent-Salamin* (p=2)

IV La elección de un método u otro podría estructurase entorno a tres preguntas: *¿Converge?* y *¿Cómo de rápido converge?*

V Una idea que nace del trabajo en las sesiones de seminario, es la *combinación de los métodos numéricos*, anteriormente citados, para obtener mejores resultandos que aplicando un único método.

VI Los *métodos numéricos* tiene un gran *potencial* que debe usarse con ***responsabilidad*** sin desvincularse de una visión analítica ya que podríamos llegar a hacer cosas tan absurdas como buscar el cero de la función $f(x) = 0.75x^4 + 0.025$ por inercia.

VII Esto anterior, a la práctica, se traduce en aplicar por ejemplo el *Teorema de Bolzano* a $f(x) = x^3 - x - 40$. Como $f(2) = 8-2-40 < 0$ y $f(4) = 2^6 - 4 - 40 = 64 - 44 > 0$ sabemos que como mínimo hay una solución en [2,4] al ser la función continua. Esto mismo de comprobar la existencia de forma analítica ya sea hace en el apartado c) al deducir una fórmula de Cardano para la solución (en $\mathbb{R}$) y de hecho además vemos que esta es la única para la ecuación dada.

VIII Tanto en los Problemas 2,3 y 4 obtenemos un método numérico para determinar el *orden de convergencia* de un método dado en función del decrecimiento y crecimiento de los valores

$$\frac{e_k}{e_{k-1}}, \frac{e_k}{(e_{k-1})^2}, \dots, \frac{e_k}{(e_{k-1})^4}, \dots, \frac{e_k}{(e_{k-1})^k}$$

Anexo 1 (Cálculo aproximado de raíces cuadradas)

El objetivo es obtener una aproximación de la raíz cuadrada de un número utilizando la expresión

$$\sqrt{1+x} = f(x)\sqrt{1+g(x)}$$

donde g es un infinitésimo de orden más pequeño que x para x tendiendo a 0. Si elegimos $f(x)$ como una aproximación de $\sqrt{1+x}$ entonces se puede calcular $g(x)$ como

$$g(x) = \frac{1+x}{f(x)^2} - 1,$$

A.1. Apartado a)

La función $f(x)$ puede elegirse como una función racional $p(x)/q(x)$, tal que p y q tienen el mismo grado de y su desarrollo de MacLaurin coincide con el de $\sqrt{1+x}$ hasta cierto grado. Hallar una función racional, $f(x) := p(x)/q(x)$, cociente de dos lineales, tal que el desarrollo de MacLaurin de $p(x) - \sqrt{1+x}q(x)$ tenga los tres primeros términos nulos. Esta función f se conoce como el aproximante de Padé de la función $\sqrt{1+x}$.