Práctica 3, Integración numérica (Parte 2)	Fecha de Reporte: **07/05/2019**
Métodos numéricos	Alumno: *Graells Ricardo, Marc*
2n curso del grado en Matemáticas	(`NIU:` *1388471*)

0. Resumen

En el presente documento se comentan las soluciones a los ejercicios propuestos en las sesiones de *Seminarios de Métodos Numéricos* de los días 1, 24 y 29 de Abril. Los ficheros `.c` con las implementaciones del código en lenguaje C se adjuntan tal como se detalla en documento del mismo subdirectorio `README.txt`.[1]

4. Cuarto problema

Implementado en C el método compuesto de los trapecio y el método compuesto basado en la regla de Simpson, y partir del calculo exacto de la integral[2], obtenemos los siguientes resultados que podemos ver en la Tabla 4. Claramente el método de Simpson mejora la

Método	Trapecios	Simpson
`valor aproximado`	0.7827941176	0.7853981256
`error aproximado`	2.6040×10^{-3}	3.7782×10^{-8}

Tabla 1: Resultados obtenidos para $\int_0^1 = \frac{1}{1+x^2}dx$ mediante `pr4_d.c` dividiendo [0,1] en 4 intervalos de igual longitud.

aproximación, como era de esperar.[3]

5. Quinto problema

En este caso el cálculo de la integral es más complicado. Pero por fórmulas del error y mediante el estudio gráfico de la segunda derivada, podemos acotar el error absoluto a partir del máximo absoluto de esta[4]. Es decir:

$$\left|\int_1^5 \frac{e^x}{x}dx - T_{NI}(f,1,5)\right| \le \left|\frac{(5-1)\,\text{máx}_{x\in[1,5]} f''(\xi(x))}{12}h^2\right| \approx 6.7280632\cdot h^2$$

donde $h = \frac{b-a}{\mathtt{NI}}$ dependerá de `NI` número de intervalos (o número de nodos menos uno). Los resultados obtenidos se muestran en Tabla 5. Observamos pues, que al aumentar `NI`,

[1] Esta práctica está dividida en dos partes, la primera, trata sobre interpolación numérica; la segunda parte, la presente, esta dedicada a integración numérica.

[2] $\frac{\pi}{4}$.

[3] Tal como se muestra en la fórmula del error el método de Simpson es $O(h^4)$, en cambio el método de los Trapecios es $O(h^2)$.

[4] En [1,5]

número intervalos	valor aproximado	cota error estimado
NI=4	40.2397013566	6.7281
NI=8	38.7829281563	1.6820
NI=16	38.4137113635	4.2050×10^{-1}
NI=32	38.3210691623	1.0512×10^{-1}
NI=64	38.2978869041	2.6281×10^{-2}

Tabla 2: Resultados obtenidos para $\int_1^5 = \frac{e^x}{x} dx$ mediante `pr5_d.c` dividiendo [1,5] en `NI` intervalos de igual longitud.

las aproximaciones mejoran. Esto se puede prever observando la dependencia del error absoluto al valor h^2 para un intervalo y función fijada.

6. Sexto problema

De nuevo, como en Problema 5, podemos acotar el error cometido, ya que el máximo en valor absoluto de $f^{(4)} = \frac{-6}{x^4}$ en [1,2] es 6.

$$\left| \int_1^2 log(x) dx - S_{NI}(f,1,2) \right| \leq \left| \frac{(2-1) \max_{x \in [1,2]} f^{(4)}(\xi(x))}{180} h^4 \right| = \frac{1}{30} \cdot h^4$$

Iterando el método de Simpson observamos que dividiendo el intervalo en 2, es decir, con una única iteración, podemos garantizar un error menor a 10^{-2}.

7. Séptimo problema

El séptimo problema se ha resuelto con ayuda de la regla compuesta de Simpson y el hecho de que tenemos un número par de intervalos de misma longitud, 15 nodos, 15-1 intervalos. La *la gracia* esta en que no necesitamos saber la función de la velocidad, ya que solo necesitamos evaluar la función en los nodos (tiempos) que vienen dados por la tabla del enunciado.

Mediante `pr7_d.c`, obtenemos un valor numérico aproximado para la longitud de la pista de carreras de $L = 2715.44$ metros.