

다이나믹 프로그래밍 1

최백준 choi@startlink.io

다이나믹 프로그래밍

다이나믹 프로그래밍

Dynamic Programming

- 큰 문제를 작은 문제로 나눠서 푸는 알고리즘
- Dynamic Programming의 다이나믹은 아무 의미가 없다.
- 이 용어를 처음 사용한 1940년 Richard Bellman은 멋있어 보여서 사용했다고 한다
- https://en.wikipedia.org/wiki/Dynamic_programming#History

다이나믹 프로그래밍

Dynamic Programming

4

- 두 가지 속성을 만족해야 다이나믹 프로그래밍으로 문제를 풀 수 있다.

1. Overlapping Subproblem
2. Optimal Substructure

Overlapping Subproblem

5

Overlapping Subproblem

- 피보나치 수
- $F_0 = 0$
- $F_1 = 1$
- $F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \ (n \geq 2)$

Overlapping Subproblem

Overlapping Subproblem

- 피보나치 수
- $F_0 = 0$
- $F_1 = 1$
- $F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \ (n \geq 2)$
- 문제: N번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 작은 문제: N-1번째 피보나치 수를 구하는 문제, N-2번째 피보나치 수를 구하는 문제

Overlapping Subproblem

7

Overlapping Subproblem

- 문제: N번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 작은 문제: N-1번째 피보나치 수를 구하는 문제, N-2번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 문제: N-1번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 작은 문제: N-2번째 피보나치 수를 구하는 문제, N-3번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 문제: N-2번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 작은 문제: N-3번째 피보나치 수를 구하는 문제, N-4번째 피보나치 수를 구하는 문제

Overlapping Subproblem

Overlapping Subproblem

- 큰 문제와 작은 문제는 상대적이다.
- 문제: N번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 작은 문제: N-1번째 피보나치 수를 구하는 문제, N-2번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 문제: N-1번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 작은 문제: N-2번째 피보나치 수를 구하는 문제, N-3번째 피보나치 수를 구하는 문제

Overlapping Subproblem

Overlapping Subproblem

- 큰 문제와 작은 문제를 같은 방법으로 풀 수 있다.
- 문제를 작은 문제로 쪼갤 수 있다.

Optimal Substructure

10

Optimal Substructure

- 문제의 정답을 작은 문제의 정답에서 구할 수 있다.
- 예시
- 서울에서 부산을 가는 가장 빠른 길이 대전과 대구를 순서대로 거쳐야 한다면
- 대전에서 부산을 가는 가장 빠른 길은 대구를 거쳐야 한다.

Optimal Substructure

Optimal Substructure

- 문제: N번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 작은 문제: N-1번째 피보나치 수를 구하는 문제, N-2번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 문제의 정답을 작은 문제의 정답을 합하는 것으로 구할 수 있다.
- 문제: N-1번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 작은 문제: N-2번째 피보나치 수를 구하는 문제, N-3번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 문제의 정답을 작은 문제의 정답을 합하는 것으로 구할 수 있다.
- 문제: N-2번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 작은 문제: N-3번째 피보나치 수를 구하는 문제, N-4번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 문제의 정답을 작은 문제의 정답을 합하는 것으로 구할 수 있다.

Optimal Substructure

12

Optimal Substructure

- Optimal Substructure를 만족한다면, 문제의 크기에 상관없이 어떤 한 문제의 정답은 일정하다.
- 10번째 피보나치 수를 구하면서 구한 4번째 피보나치 수
- 9번째 피보나치 수를 구하면서 구한 4번째 피보나치 수
- ...
- 5번째 피보나치 수를 구하면서 구한 4번째 피보나치 수
- 4번째 피보나치 수를 구하면서 구한 4번째 피보나치 수
- 4번째 피보나치 수는 항상 같다.

다이나믹 프로그래밍

Dynamic Programming

- 다이나믹 프로그래밍에서 각 문제는 한 번만 풀어야 한다.
- Optimal Substructure를 만족하기 때문에, 같은 문제는 구할 때마다 정답이 같다.
- 따라서, 정답을 한 번 구했으면, 정답을 어딘가에 메모해놓는다.
- 이런 메모하는 것을 코드의 구현에서는 배열에 저장하는 것으로 할 수 있다.
- 메모를 한다고 해서 영어로 Memoization이라고 한다.

피보나치 수

Dynamic Programming

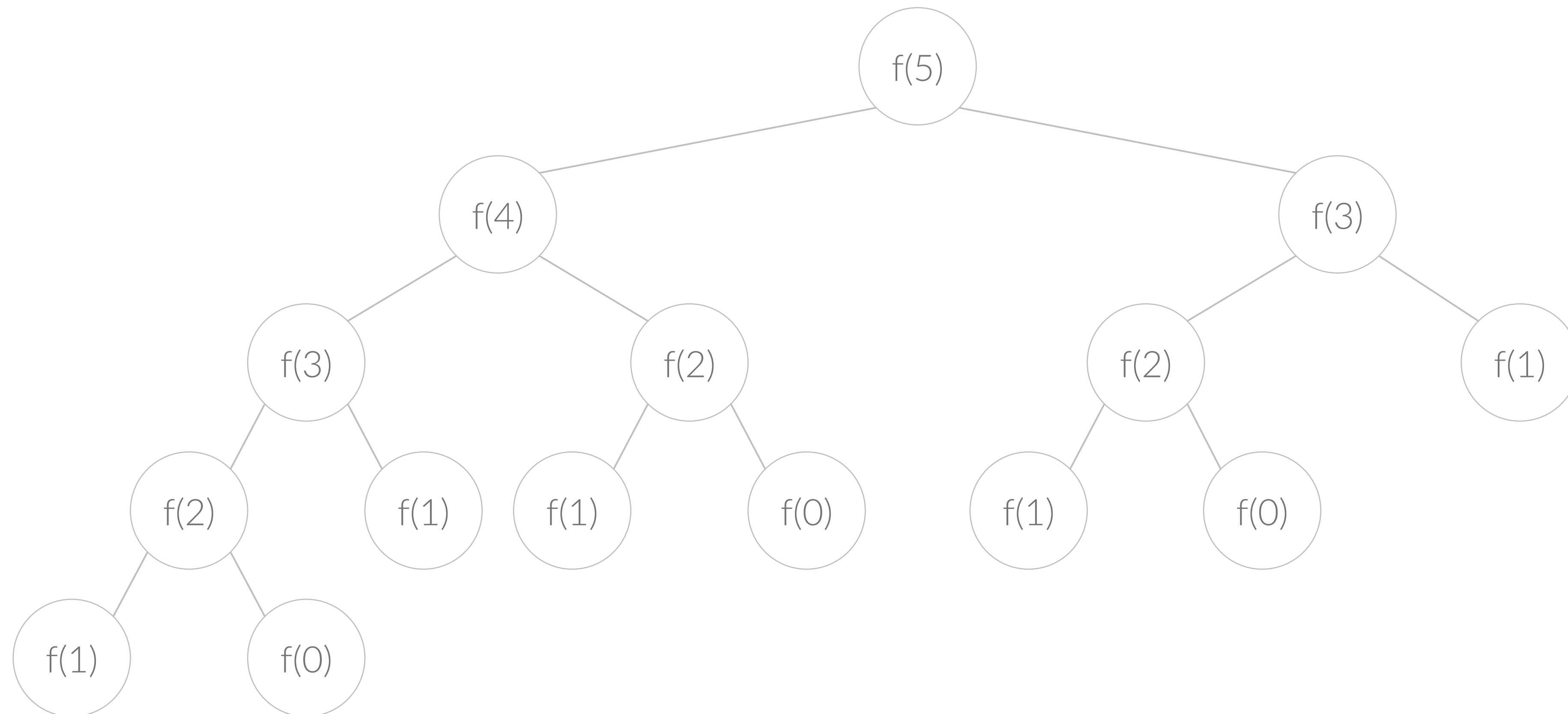
```
int fibonacci(int n) {  
    if (n <= 1) {  
        return n;  
    } else {  
        return fibonacci(n-1) + fibonacci(n-2);  
    }  
}
```

- 피보나치 수를 구하는 함수이다.

피보나치 수

Dynamic Programming

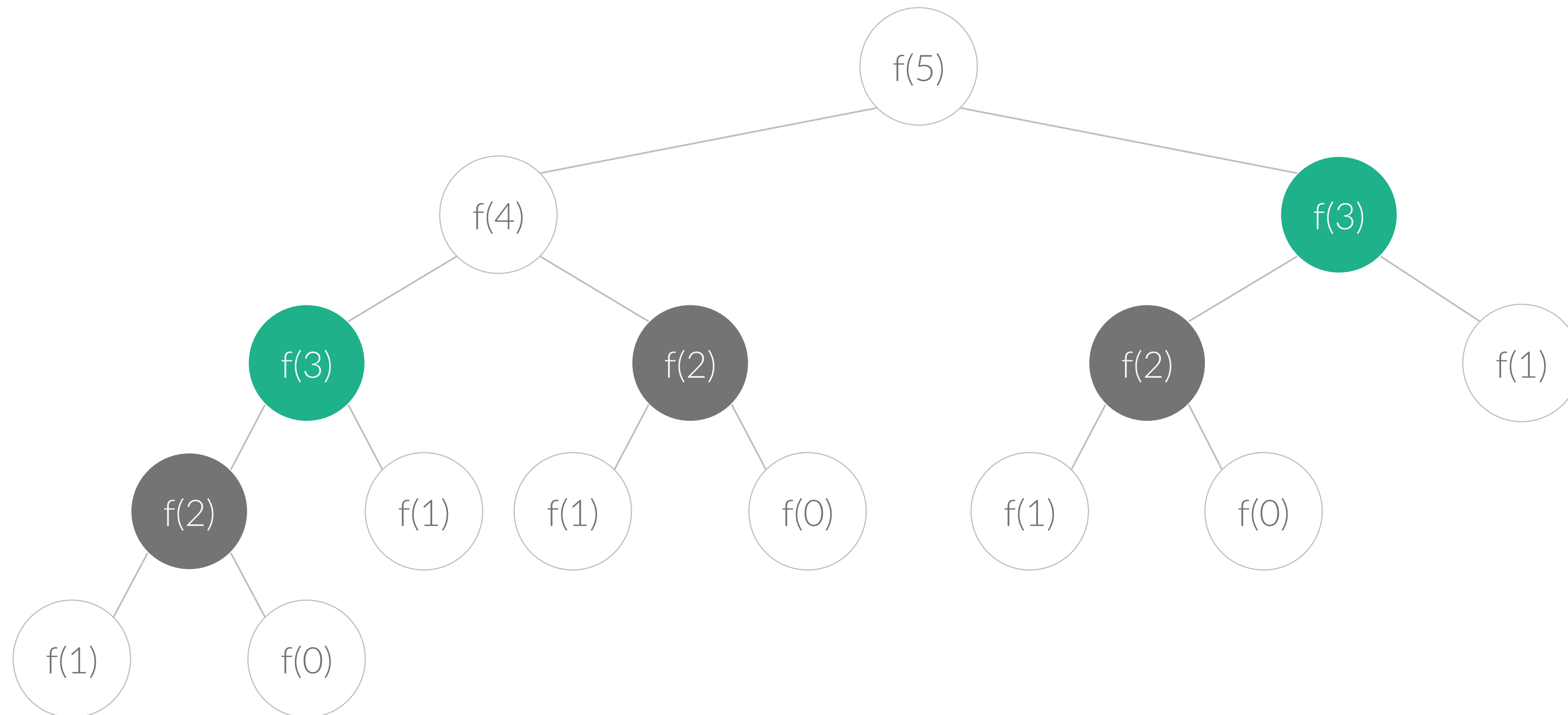
- fibonacci(5)를 호출한 경우 함수가 어떻게 호출되는지를 나타낸 그림



피보나치 수

Dynamic Programming

- 아래 그림과 같이 겹치는 호출이 생긴다.

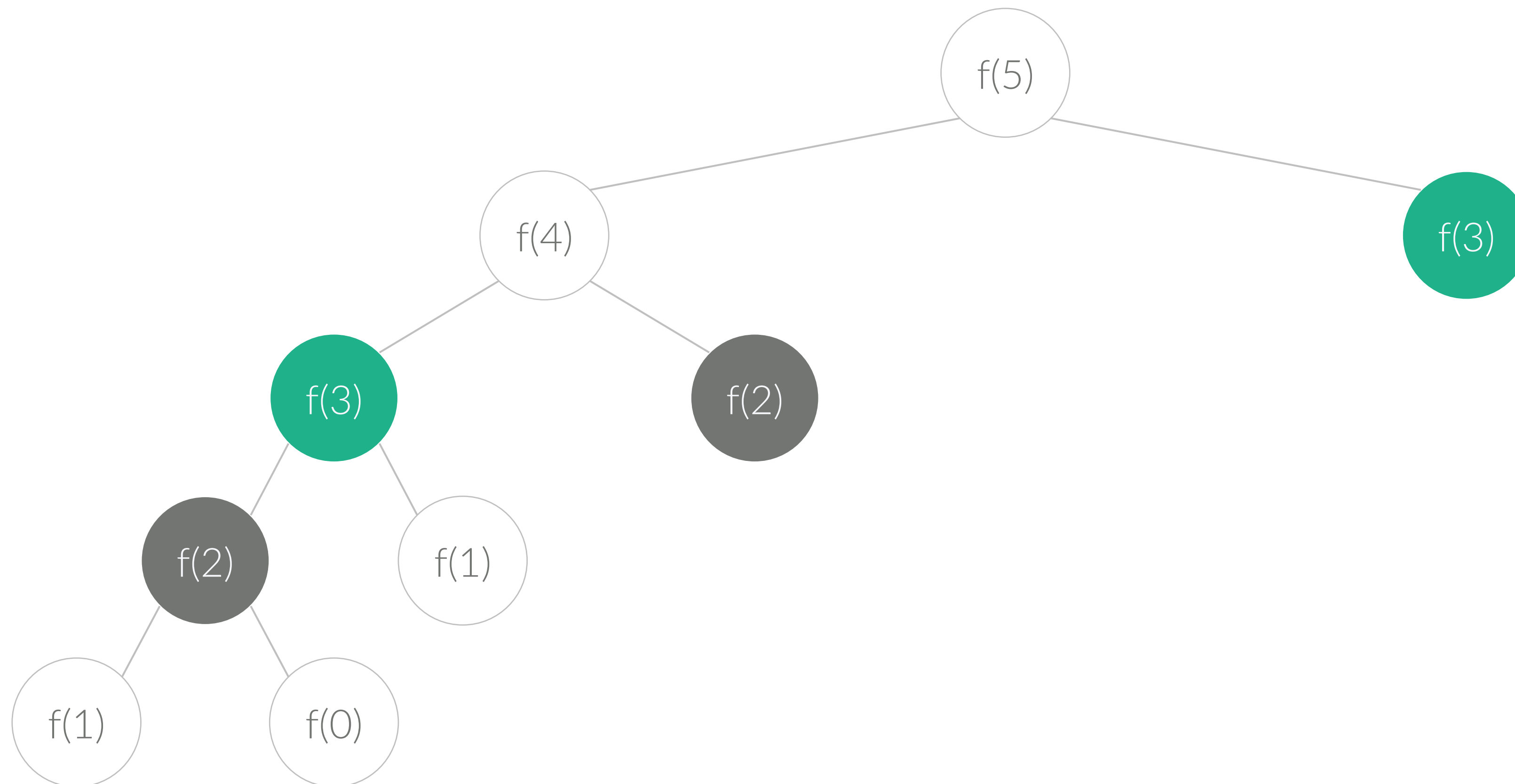


피보나치 수

Dynamic Programming

17

- 한 번 답을 구할 때, 어딘가에 메모를 해놓고, 중복 호출이면 메모해놓은 값을 리턴한다.



피보나치 수

Dynamic Programming

```
int memo[100];
int fibonacci(int n) {
    if (n <= 1) {
        return n;
    } else {
        memo[n] = fibonacci(n-1) + fibonacci(n-2);
        return memo[n];
    }
}
```

피보나치 수

Dynamic Programming

```
int memo[100];
int fibonacci(int n) {
    if (n <= 1) {
        return n;
    } else {
        if (memo[n] > 0) {
            return memo[n];
        }
        memo[n] = fibonacci(n-1) + fibonacci(n-2);
        return memo[n];
    }
}
```

다이나믹 프로그래밍

Dynamic Programming

20

- 다이나믹의 구현 방식에는 두 가지 방법이 있다.

1. Top-down
2. Bottom-up

Top-down

Dynamic Programming

1. 큰 문제를 작은 문제로 나눈다.
2. 작은 문제를 푼다.
3. 작은 문제를 풀었으니, 이제 큰 문제를 푼다.

Top-down

Dynamic Programming

1. 문제를 풀어야 한다.
 - `fibonacci(n)`
2. 문제를 작은 문제로 나눈다.
 - `fibonacci(n-1)`과 `fibonacci(n-2)`로 문제를 나눈다.
3. 작은 문제를 푼다.
 - `fibonacci(n-1)`과 `fibonacci(n-2)`를 호출해 문제를 푼다.
4. 작은 문제를 풀었으니, 이제 문제를 푼다.
 - `fibonacci(n-1)`의 값과 `fibonacci(n-2)`의 값을 더해 문제를 푼다.

Top-down

Dynamic Programming

- Top-down은 재귀 호출을 이용해서 문제를 풀 수 있다.

Bottom-up

Dynamic Programming

1. 문제를 크기가 작은 문제부터 차례대로 푼다.
2. 문제의 크기를 조금씩 크게 만들면서 문제를 점점 푼다.
3. 작은 문제를 풀면서 왔기 때문에, 큰 문제는 항상 풀 수 있다.
4. 반복하다 보면 가장 큰 문제를 풀 수 있다.

Bottom-up

Dynamic Programming

```
int d[100];  
int fibonacci(int n) {  
    d[0] = 0;  
    d[1] = 1;  
    for (int i=2; i<=n; i++) {  
        d[i] = d[i-1] + d[i-2];  
    }  
    return d[n];  
}
```

Bottom-up

Dynamic Programming

1. 문제를 크기가 작은 문제부터 차례대로 푼다.
 - `for (int i=2; i<=n; i++)`
2. 문제의 크기를 조금씩 크게 만들면서 문제를 점점 푼다.
 - `for (int i=2; i<=n; i++)`
3. 작은 문제를 풀면서 왔기 때문에, 큰 문제는 항상 풀 수 있다.
 - `d[i] = d[i-1] + d[i-2];`
4. 반복하다 보면 가장 큰 문제를 풀 수 있다.
 - `d[n]`을 구하게 된다.

문제 풀이 전략

다이나믹 문제 풀이 전략

Dynamic Programming

- 문제에서 구하려고 하는 답을 문장으로 나타낸다.
- 예: 피보나치 수를 구하는 문제
- N번째 피보나치 수
- 이제 그 문장에 나와있는 변수의 개수만큼 메모하는 배열을 만든다.
- Top-down인 경우에는 재귀 호출의 인자의 개수
- 문제를 작은 문제로 나누고, 수식을 이용해서 문제를 표현해야 한다.

문제 풀이

1로 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/1463>

- 정수 X 에 사용할 수 있는 연산은 다음과 같이 세 가지
 1. X 가 3으로 나누어 떨어지면, 3으로 나눈다
 2. X 가 2로 나누어 떨어지면, 2로 나눈다
 3. 1을 뺀다
- 어떤 정수 N 에 위와 같은 연산을 선택해서 1을 만드려고 한다. 연산을 사용하는 횟수의 최소값을 구하는 문제

1로 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/1463>

1. X가 3으로 나누어 떨어지면, 3으로 나눈다
2. X가 2로 나누어 떨어지면, 2로 나눈다
3. 1을 뺀다

- N을 1로 만드려고 한다.
- N을 작게 만들어야 한다.
- 3으로 나누는 것이 수를 빠르게 작게 만든다.
- 3으로 나누는 것, 2로 나누는 것, 1을 빼는 우선 순위로 N을 1로 만들어 본다.

1로 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/1463>

- 3으로 나누는 것, 2로 나누는 것, 1을 빼는 우선 순위로 N을 1로 만들어 본다.
- 이 방법은 정답을 구할 수 없다.

1로 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/1463>

- 3으로 나누는 것, 2로 나누는 것, 1을 빼는 우선 순위로 N을 1로 만들어 본다.
- 이 방법은 정답을 구할 수 없다.
- 반례: 10

1로 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/1463>

- 정수 X 에 사용할 수 있는 연산은 다음과 같이 세 가지
1. X 가 3으로 나누어 떨어지면, 3으로 나눈다
 2. X 가 2로 나누어 떨어지면, 2로 나눈다
 3. 1을 뺀다

1로 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/1463>

- $D[i]$ = i 를 1로 만드는데 필요한 최소 연산 횟수
- i 에게 가능한 경우를 생각해보자
 1. i 가 3으로 나누어 떨어졌을 때, 3으로 나누는 경우
 2. i 가 2로 나누어 떨어졌을 때, 2로 나누는 경우
 3. i 에서 1을 빼는 경우

1로 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/1463>

- $D[i]$ = i 를 1로 만드는데 필요한 최소 연산 횟수
- i 에게 가능한 경우를 생각해보자
 1. i 가 3으로 나누어 떨어졌을 때, 3으로 나누는 경우
 - $D[i/3] + 1$
 2. i 가 2로 나누어 떨어졌을 때, 2로 나누는 경우
 - $D[i/2] + 1$
 3. i 에서 1을 빼는 경우
 - $D[i-1] + 1$

1로 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/1463>

- $D[i]$ = i 를 1로 만드는데 필요한 최소 연산 횟수
- i 에게 가능한 경우를 생각해보자
 1. i 가 3으로 나누어 떨어졌을 때, 3으로 나누는 경우
 - $D[i/3] + 1$
 2. i 가 2로 나누어 떨어졌을 때, 2로 나누는 경우
 - $D[i/2] + 1$
 3. i 에서 1을 빼는 경우
 - $D[i-1] + 1$
- 세 값중의 최소값이 들어가게 된다.

1로 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/1463>

```
int go(int n) {
    if (n == 1) return 0;
    if (d[n] > 0) return d[n];
    d[n] = go(n-1) + 1;
    if (n%2 == 0) {
        int temp = go(n/2) + 1;
        if (d[n] > temp) d[n] = temp;
    }
    if (n%3 == 0) {
        int temp = go(n/3) + 1;
        if (d[n] > temp) d[n] = temp;
    }
    return d[n];
}
```

1로 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/1463>

```
d[1] = 0;
for (int i=2; i<=n; i++) {
    d[i] = d[i-1] + 1;
    if (i%2 == 0 && d[i] > d[i/2] + 1) {
        d[i] = d[i/2] + 1;
    }
    if (i%3 == 0 && d[i] > d[i/3] + 1) {
        d[i] = d[i/3] + 1;
    }
}
```

1로 만들기

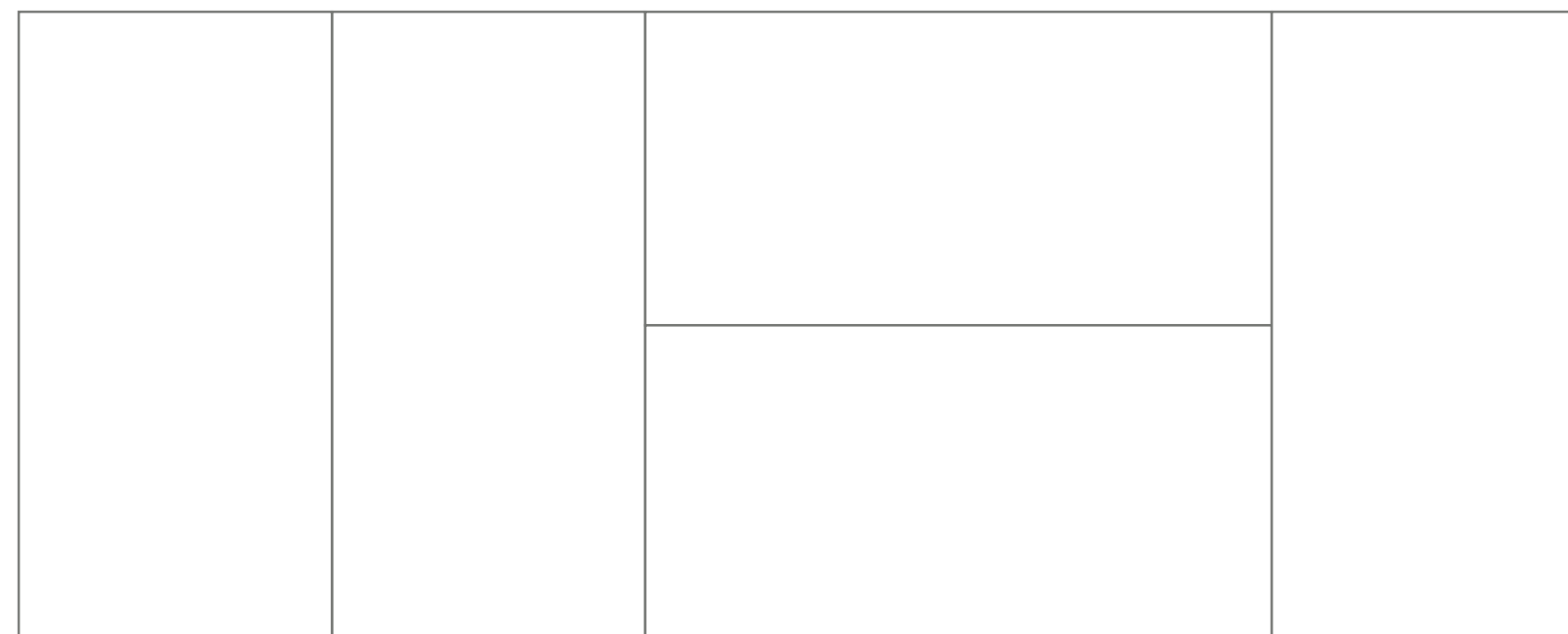
<https://www.acmicpc.net/problem/1463>

- Top-Down 방식 소스: <http://codeplus.codes/12ffce80685a4455bbf40339cf7262c3>
- Bottom-up 방식 소스: <http://codeplus.codes/a699db3df91047efb3feb7d9c120d09c>

2×n 타일링

<https://www.acmicpc.net/problem/11726>

- 2×n 직사각형을 1×2, 2×1타일로 채우는 방법의 수
- 아래 그림은 2×5를 채우는 방법의 수
- $D[n] = 2 \times n$ 직사각형을 채우는 방법의 수

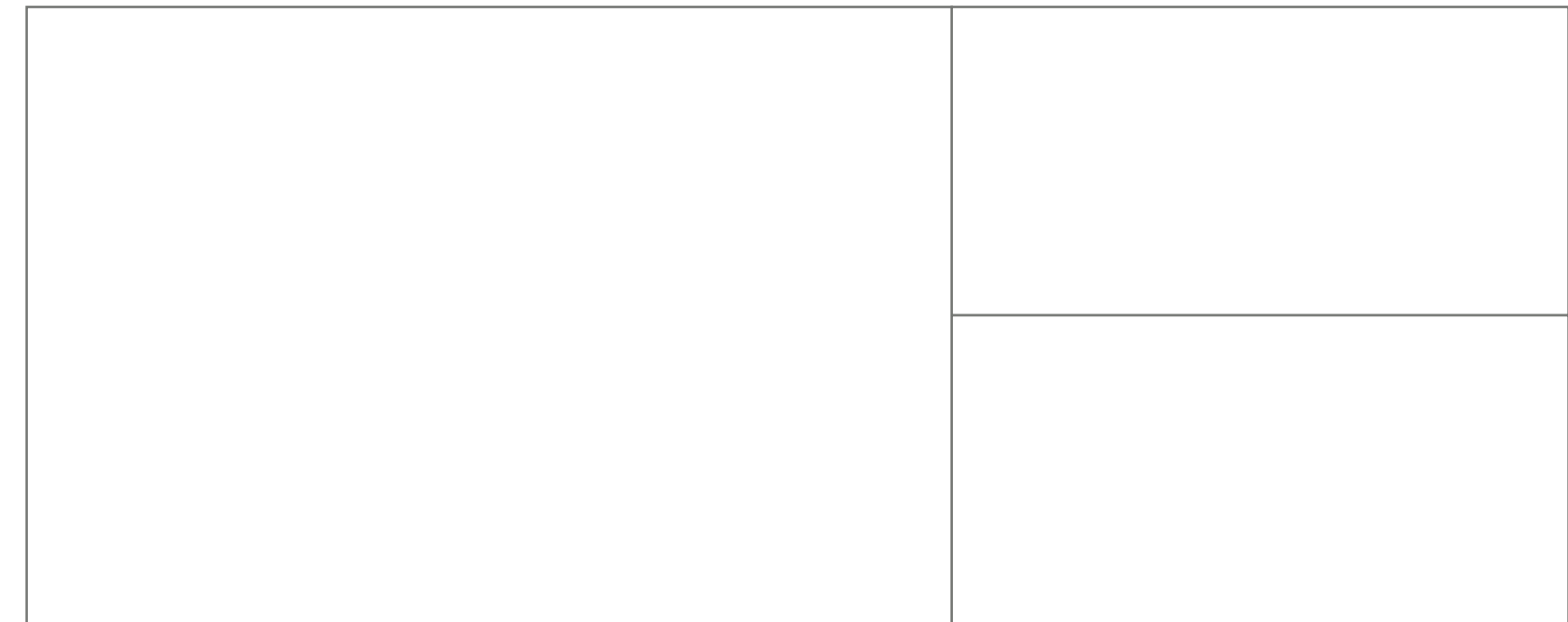
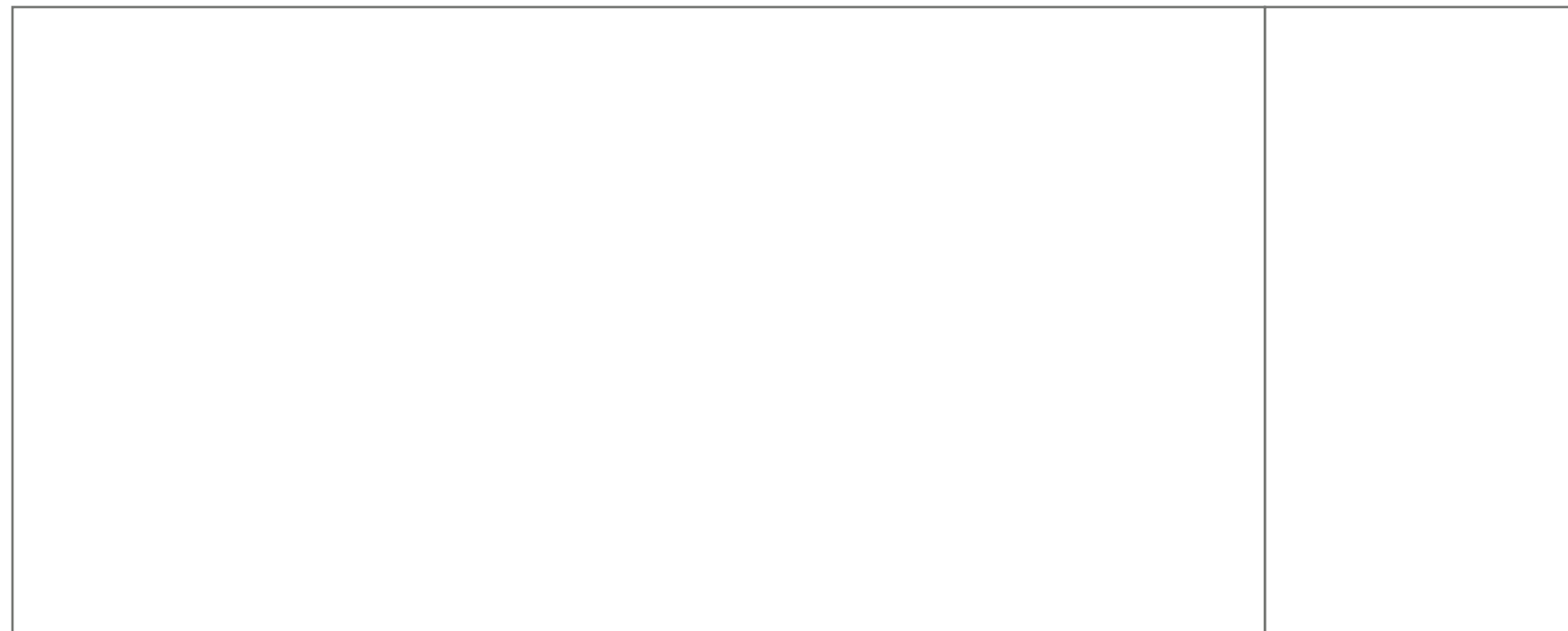


$2 \times n$ 타일링

42

<https://www.acmicpc.net/problem/11726>

- $2 \times n$ 직사각형이 있을 때, 가장 오른쪽에 타일을 놓을 수 있는 방법은 총 2가지가 있다.

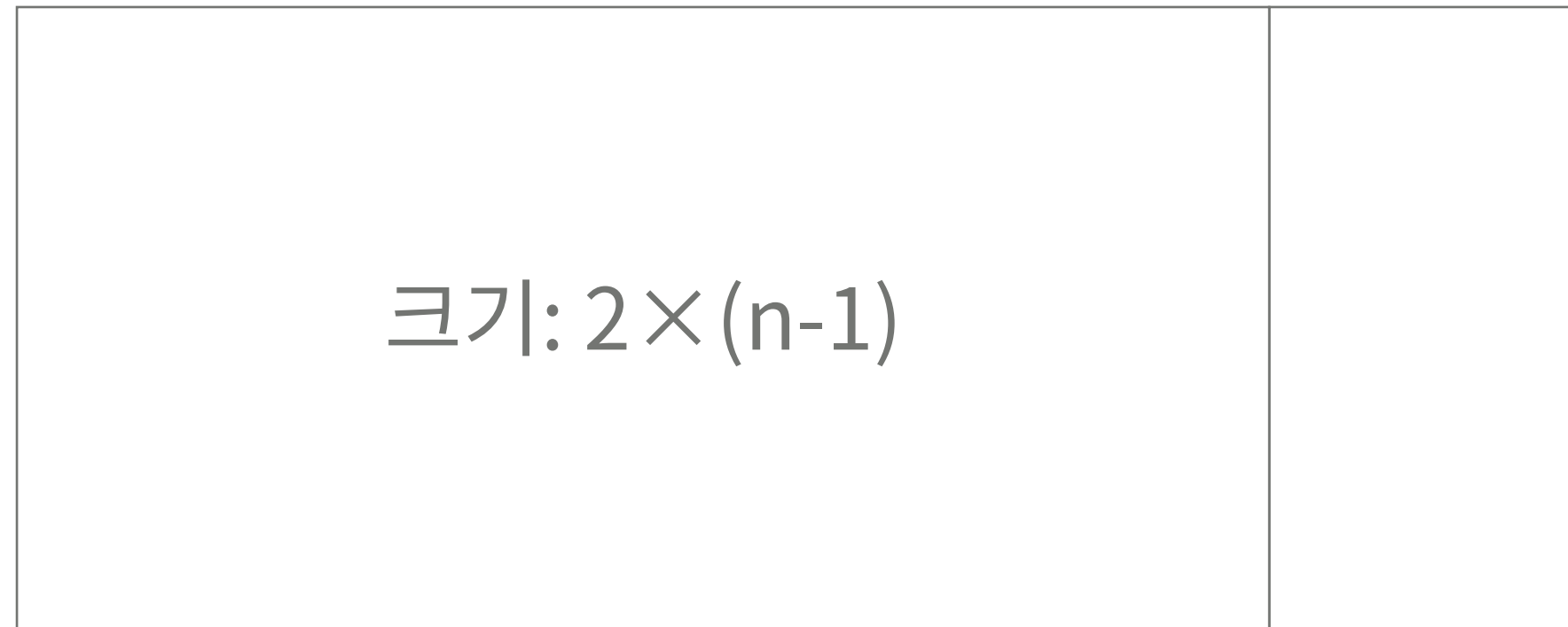


$2 \times n$ 타일링

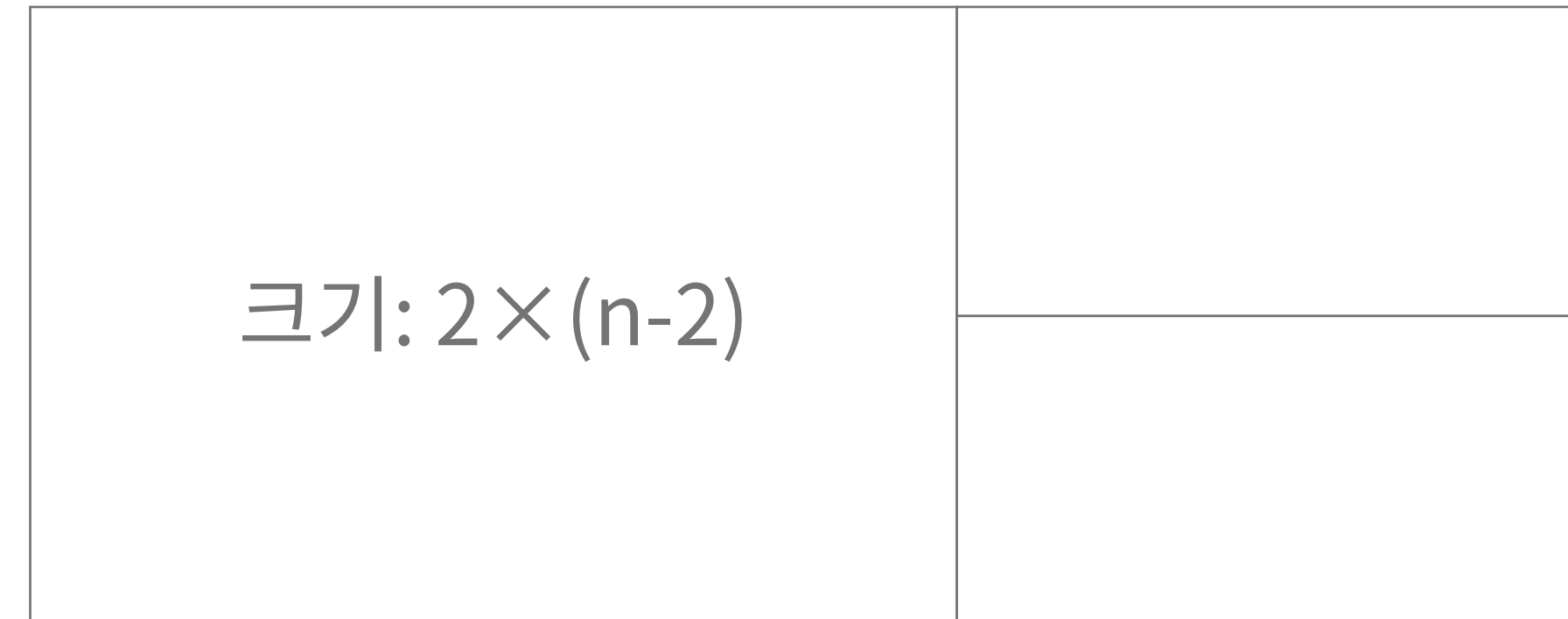
43

<https://www.acmicpc.net/problem/11726>

- $2 \times n$ 직사각형이 있을 때, 가장 오른쪽에 타일을 놓을 수 있는 방법은 총 2가지가 있다.



경우의 수: $D[n-1]$



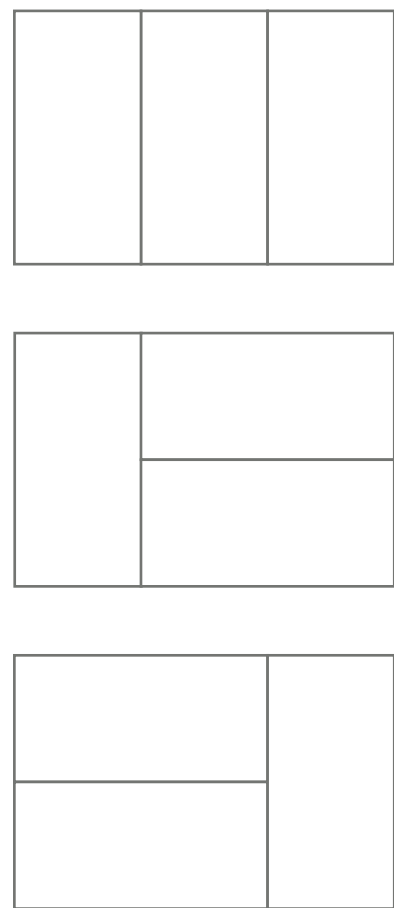
경우의 수: $D[n-2]$

2×n 타일링

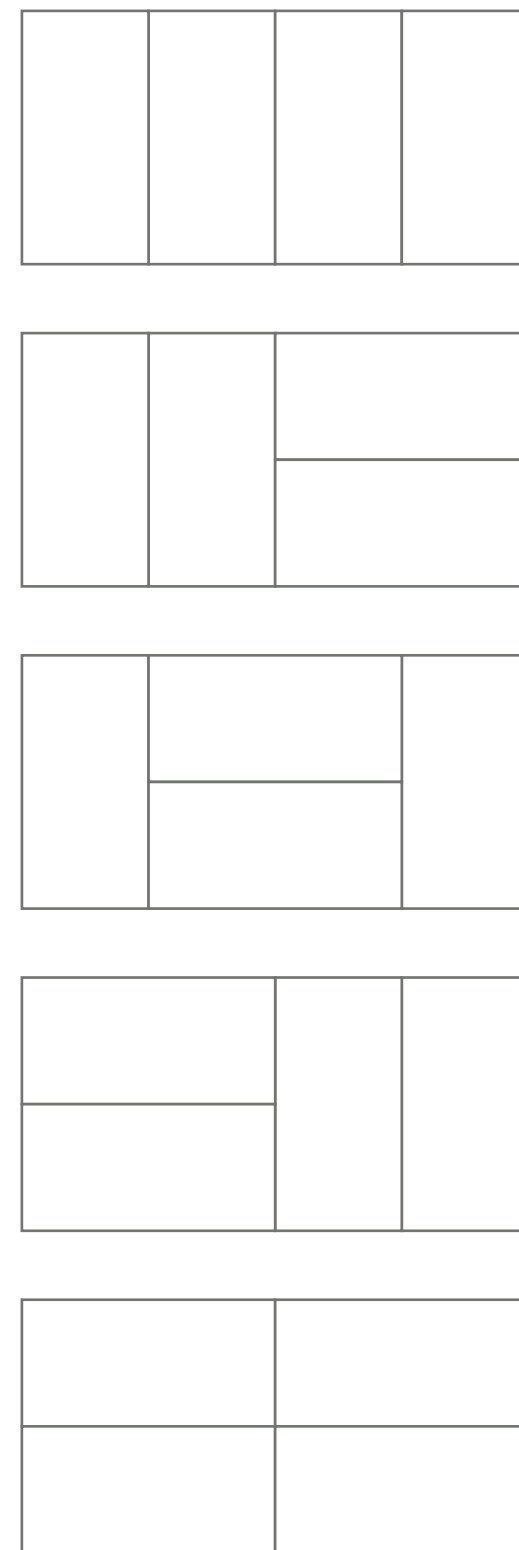
<https://www.acmicpc.net/problem/11726>

44

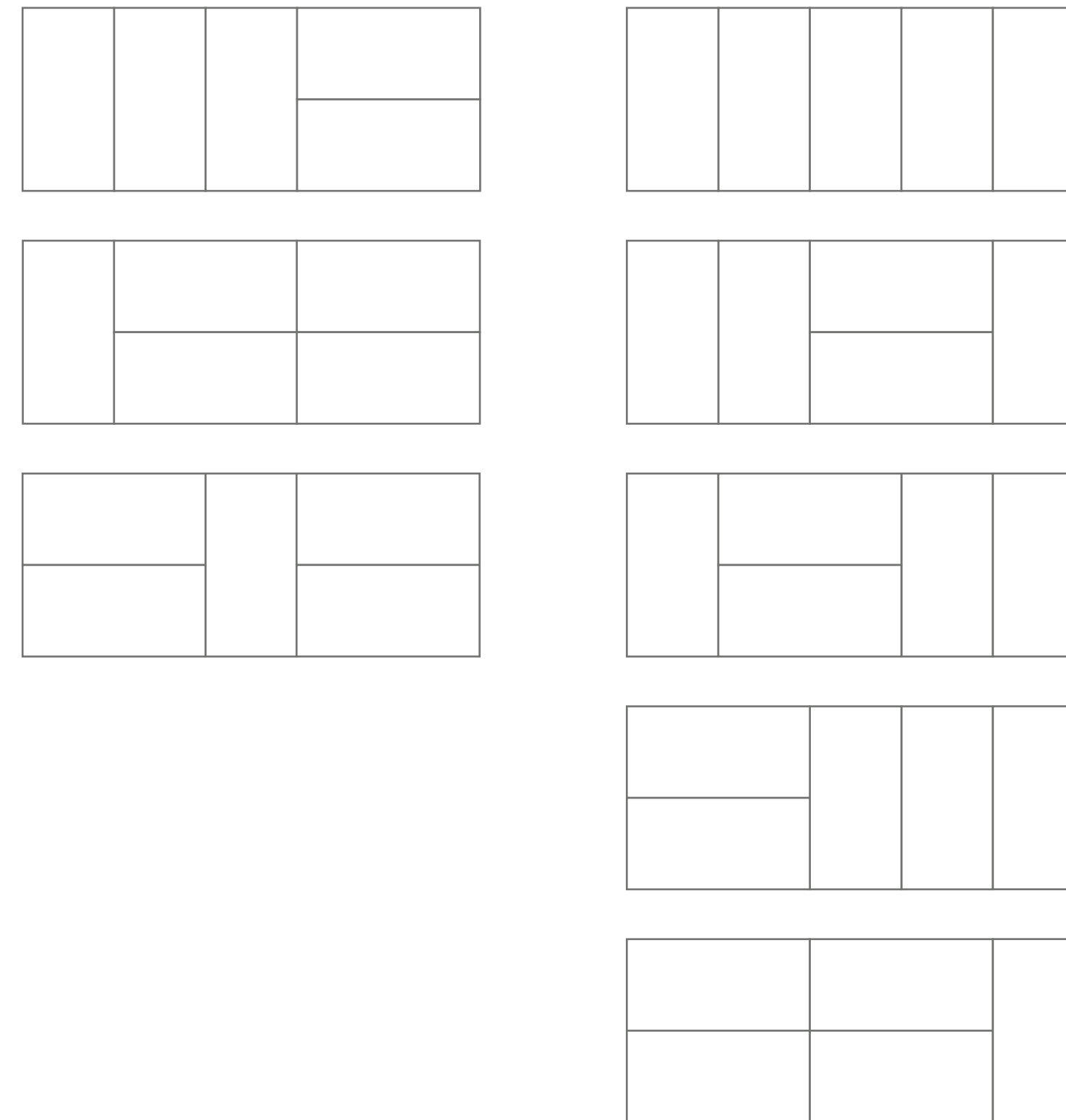
2×3



2×4



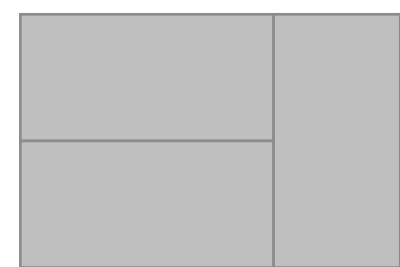
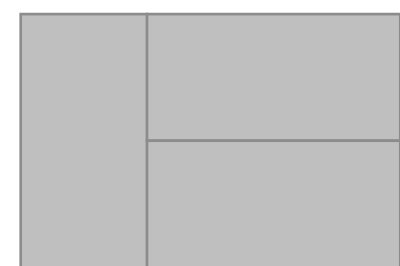
2×5



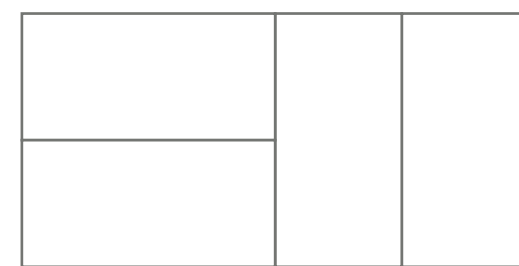
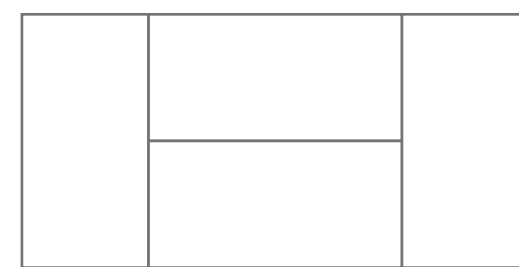
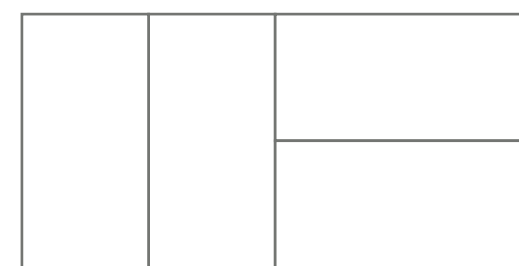
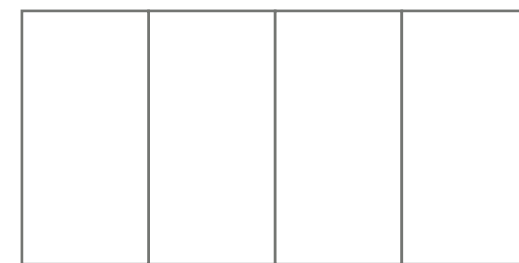
2×n 타일링

<https://www.acmicpc.net/problem/11726>

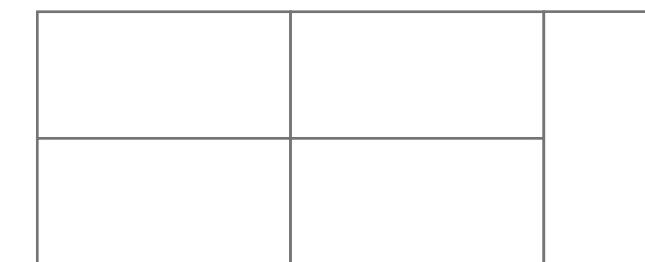
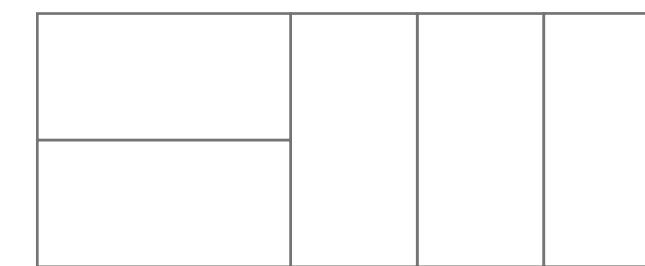
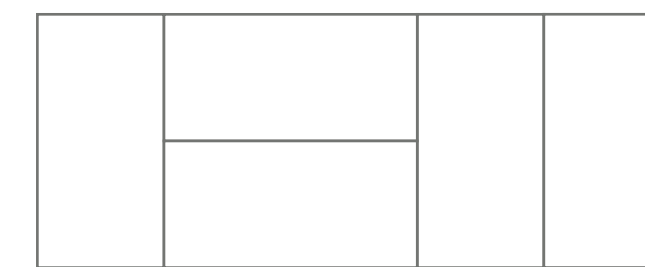
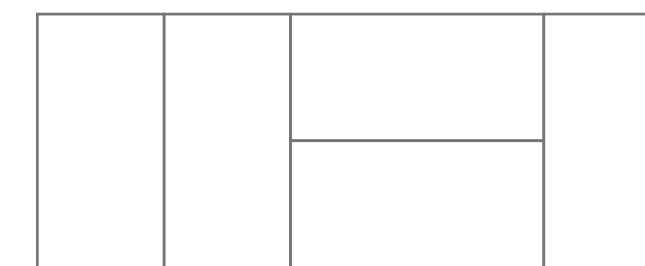
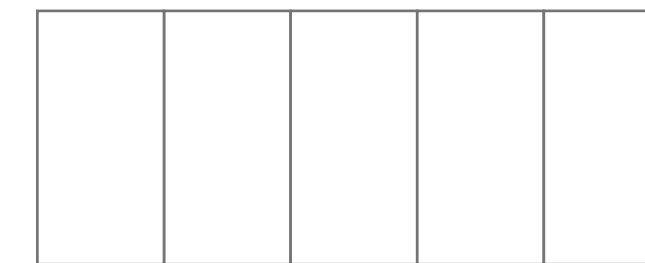
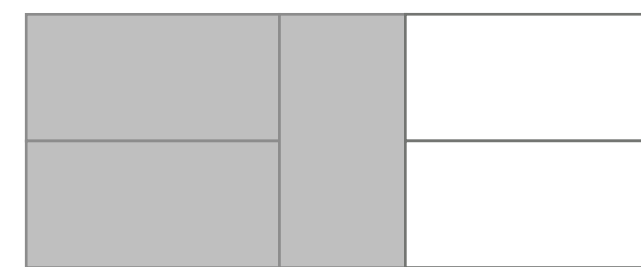
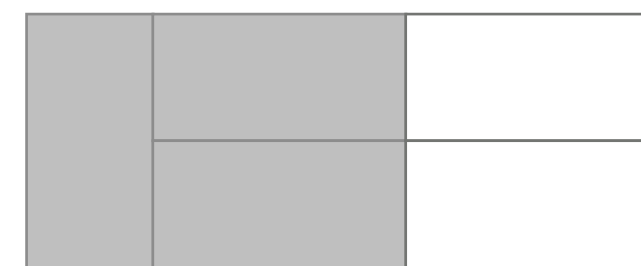
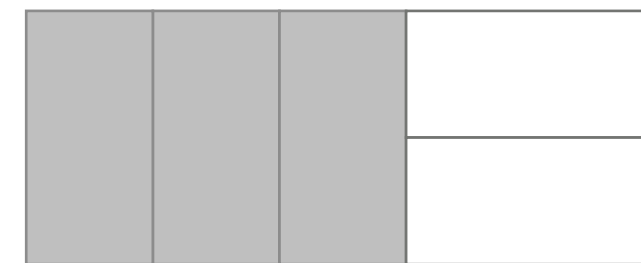
2×3



2×4



2×5

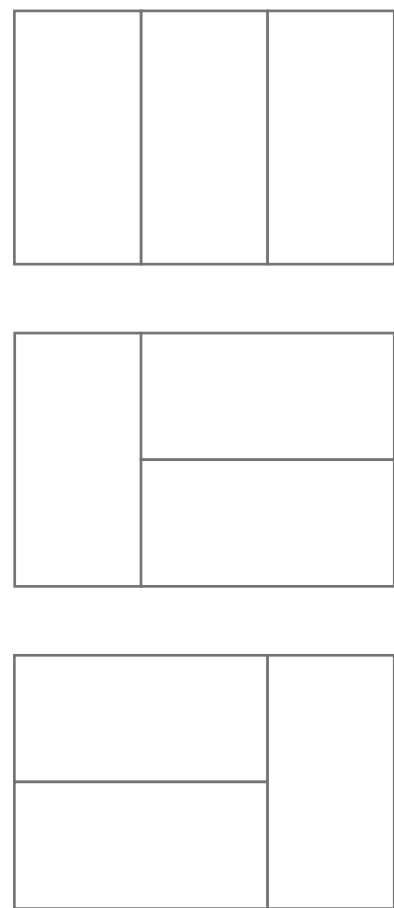


2×n 타일링

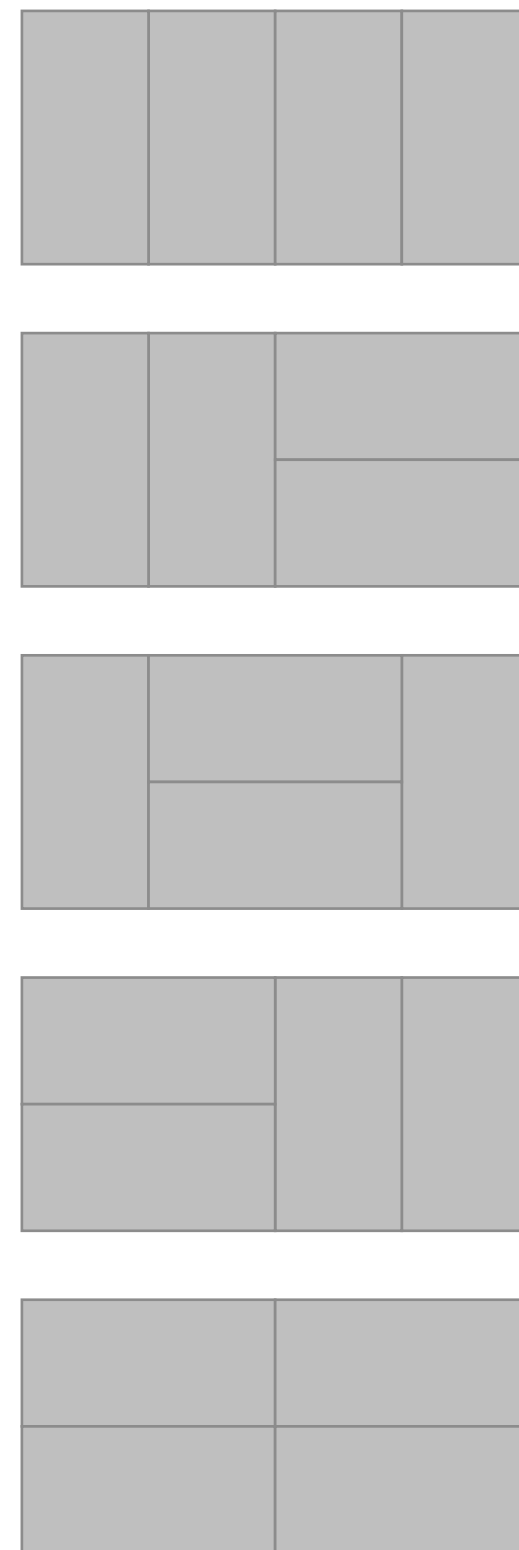
<https://www.acmicpc.net/problem/11726>

46

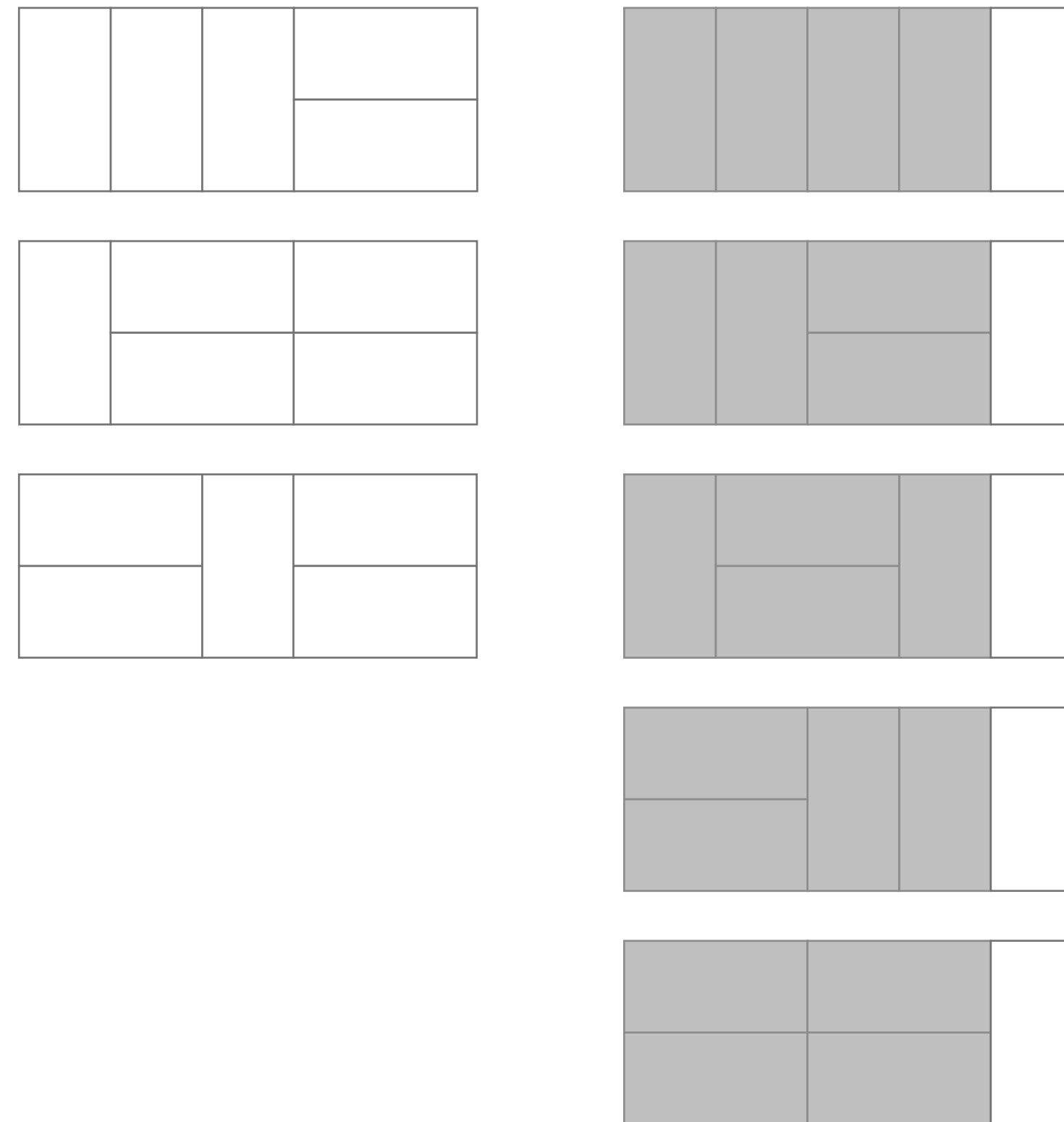
2×3



2×4



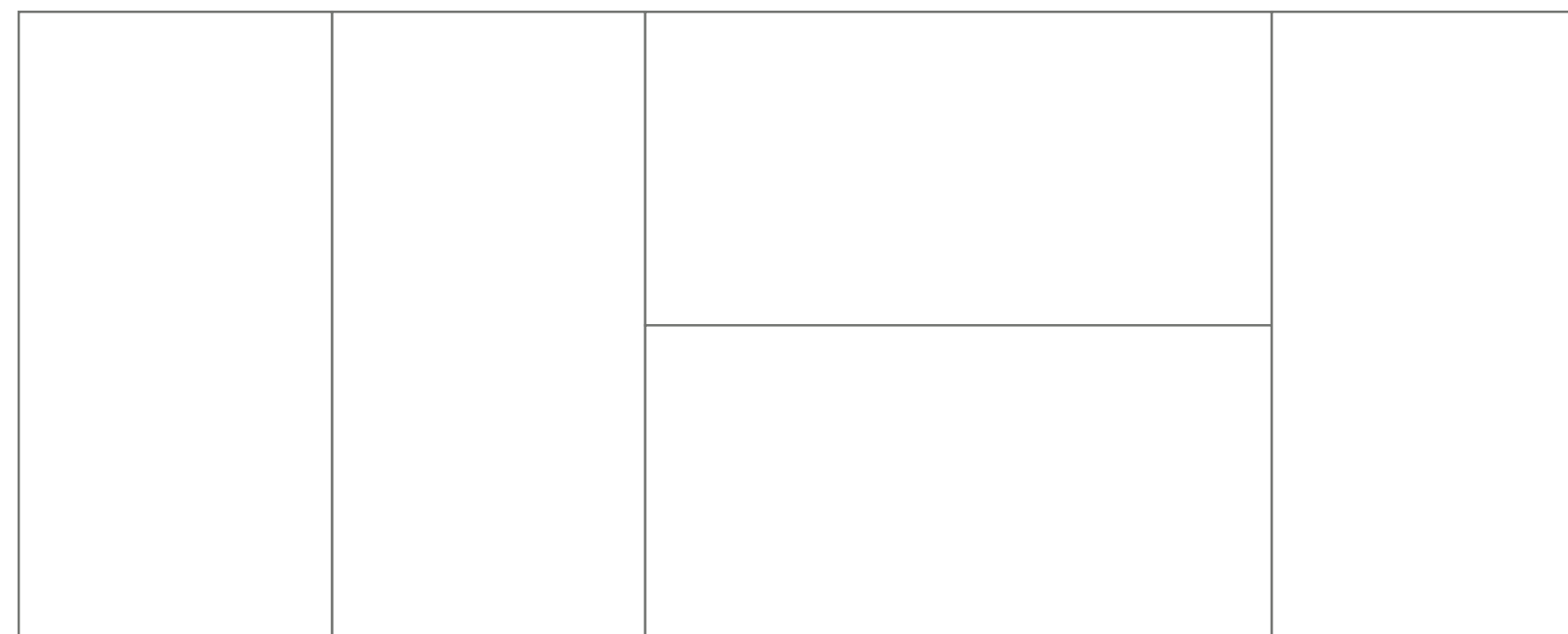
2×5



2×n 타일링

<https://www.acmicpc.net/problem/11726>

- 2×n 직사각형을 1×2, 2×1타일로 채우는 방법의 수
- $D[n] = 2 \times n$ 직사각형을 채우는 방법의 수
- $D[n] = D[n-1] + D[n-2]$



2×n 타일링

48

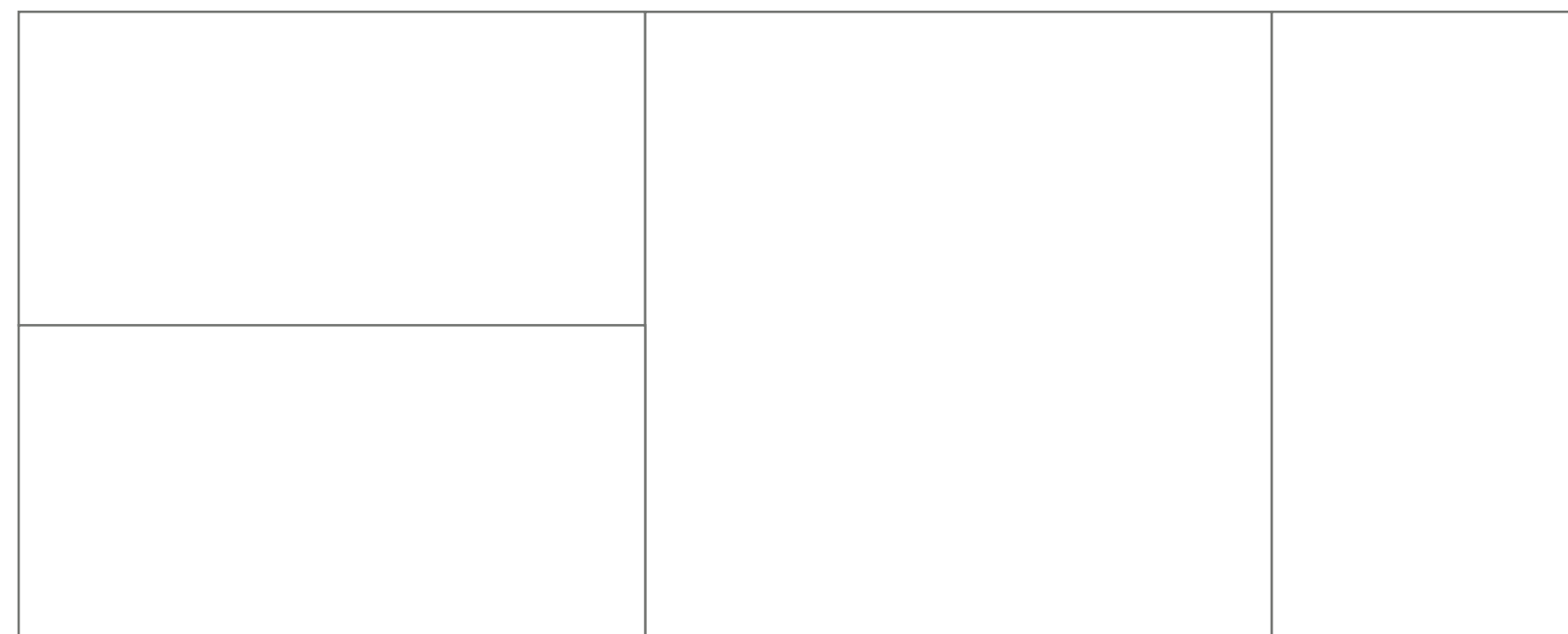
<https://www.acmicpc.net/problem/11726>

- 소스: <http://codeplus.codes/30e6fab923b2472b9efdd75a54a9bdd6>

$2 \times n$ 타일링 2

<https://www.acmicpc.net/problem/11727>

- $2 \times n$ 직사각형을 1×2 , 2×1 , 2×2 타일로 채우는 방법의 수
- 아래 그림은 2×5 를 채우는 방법의 수
- $D[n] = 2 \times n$ 직사각형을 채우는 방법의 수



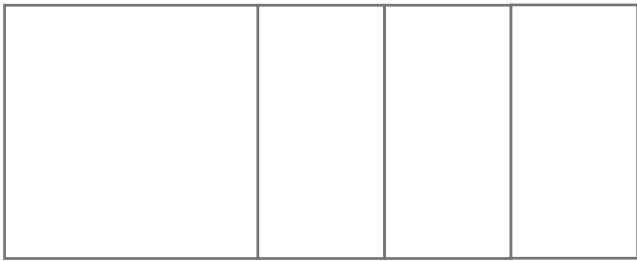
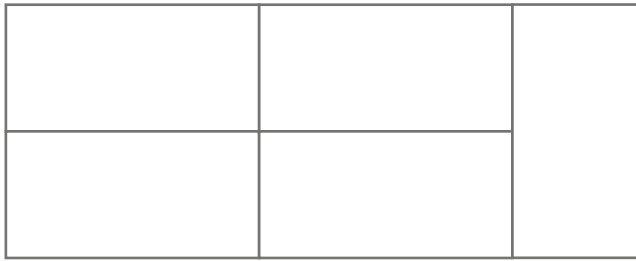
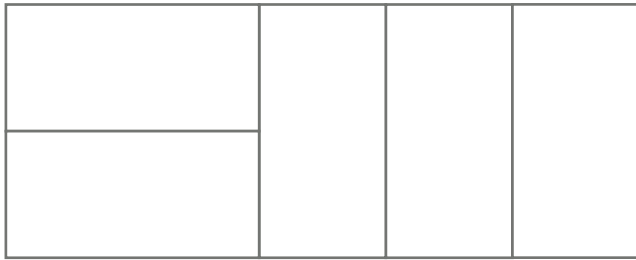
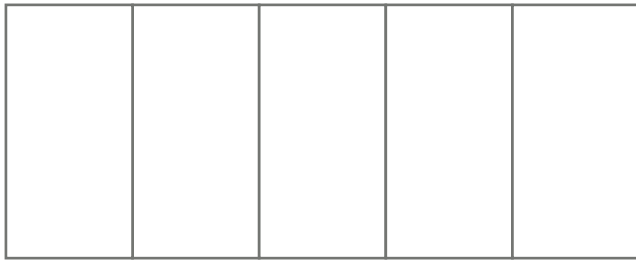
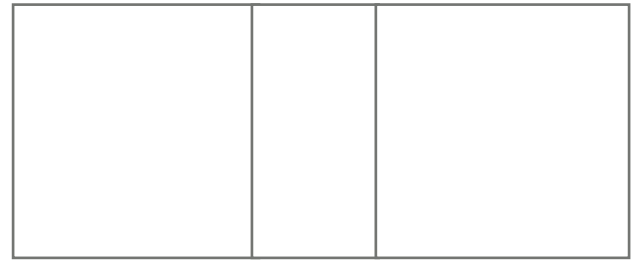
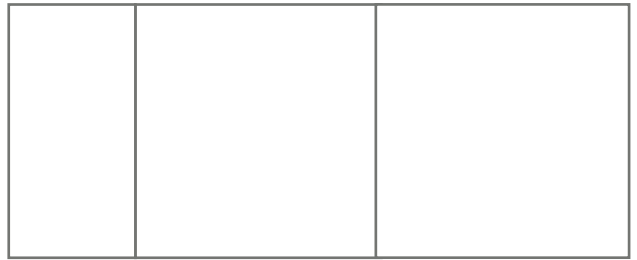
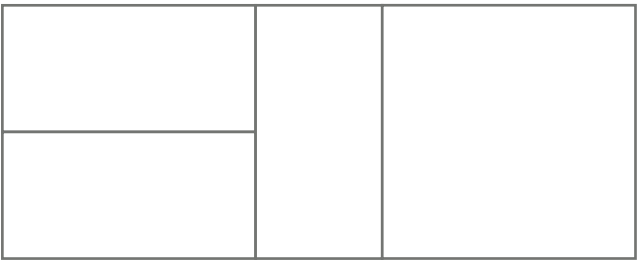
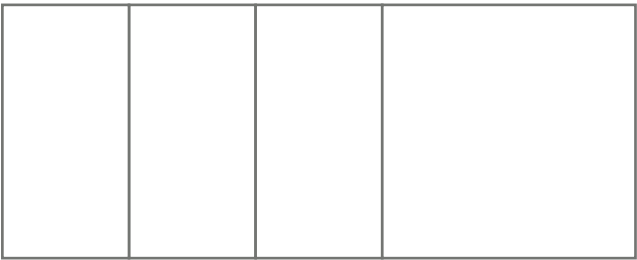
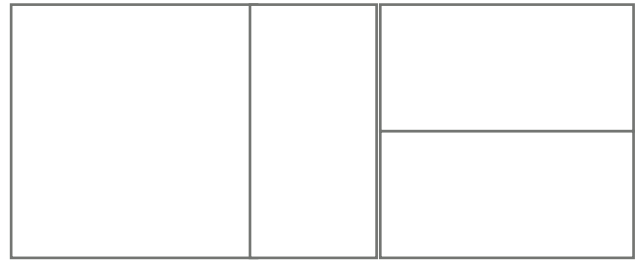
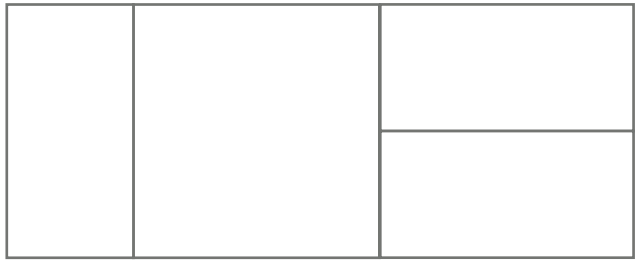
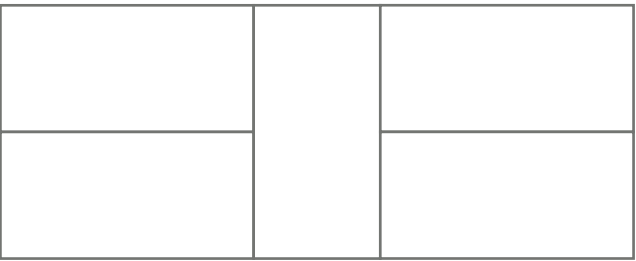
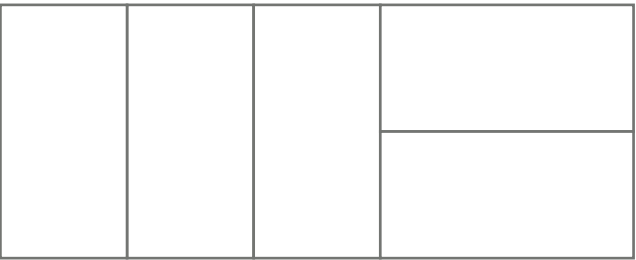
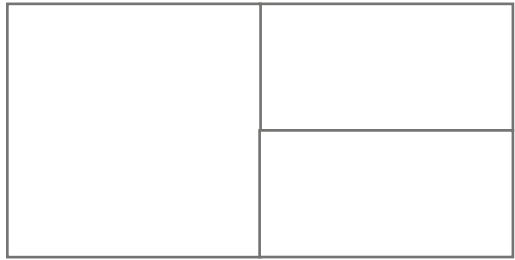
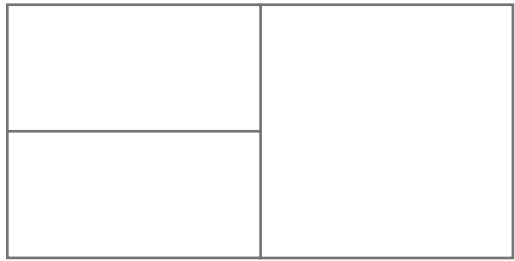
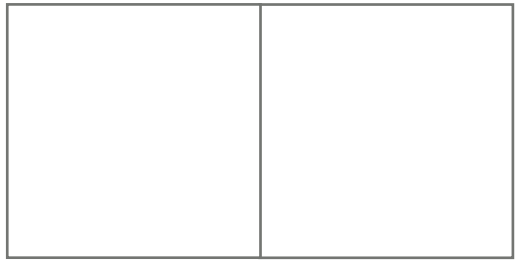
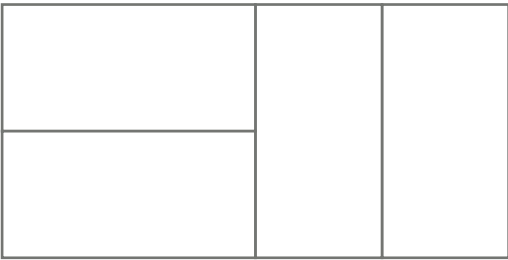
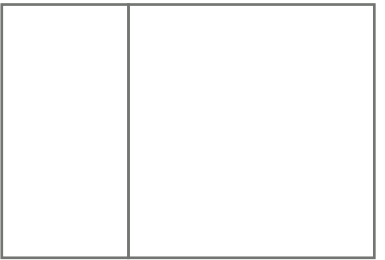
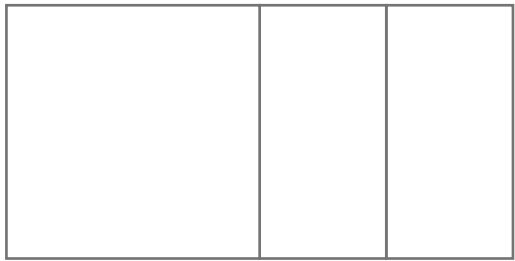
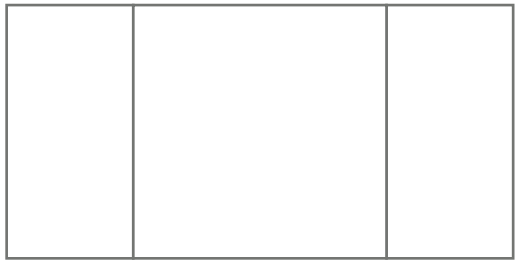
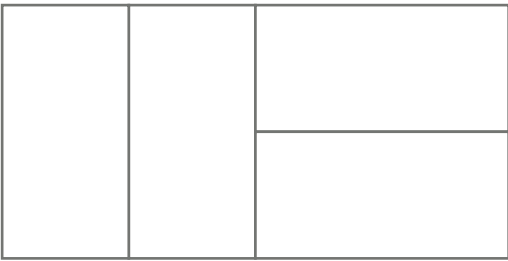
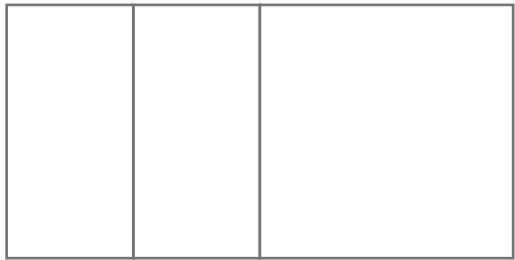
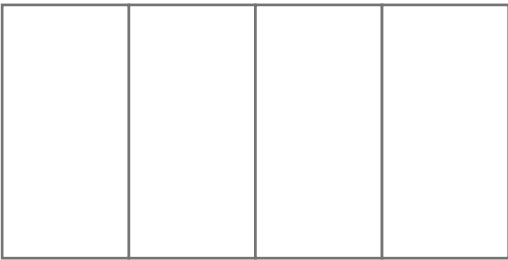
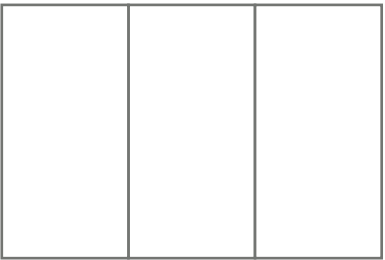
2×n 타일링 2

<https://www.acmicpc.net/problem/11727>

2×3

2×4

2×5



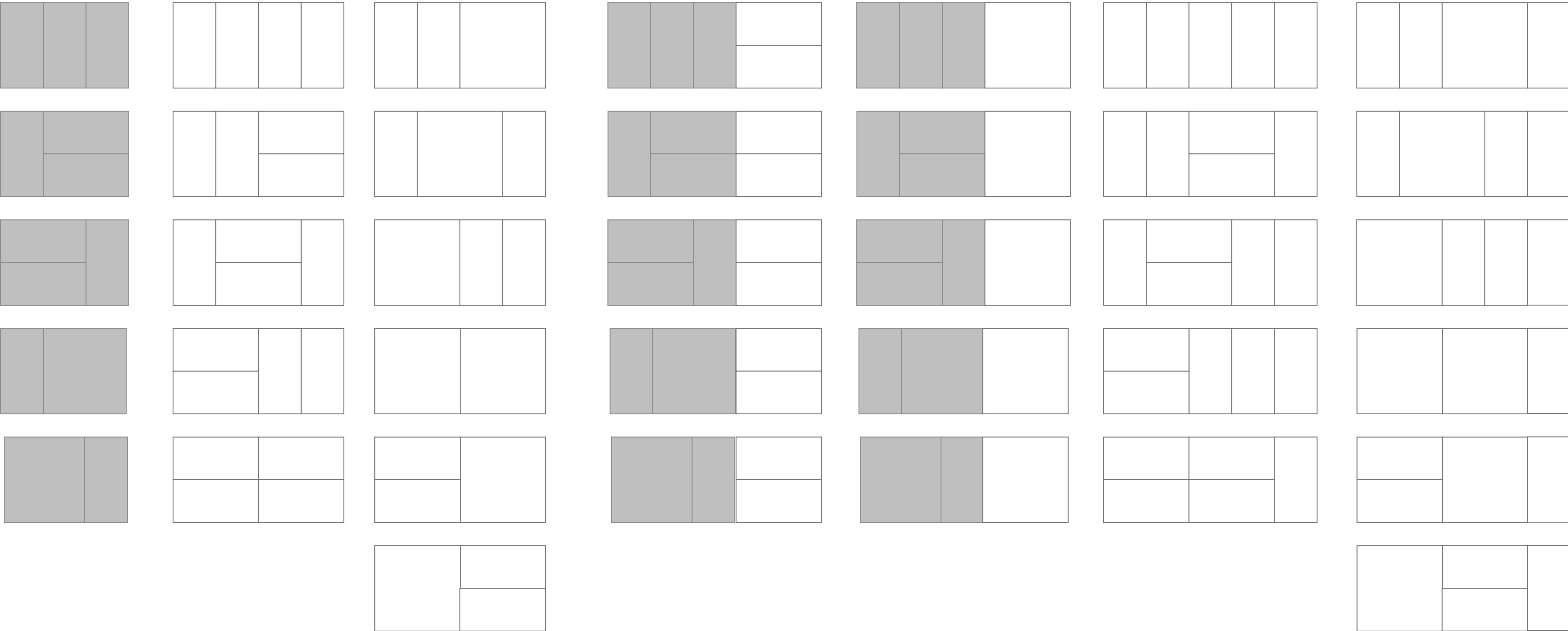
2×n 타일링 2

<https://www.acmicpc.net/problem/11727>

2×3

2×4

2×5



2×n 타일링 2

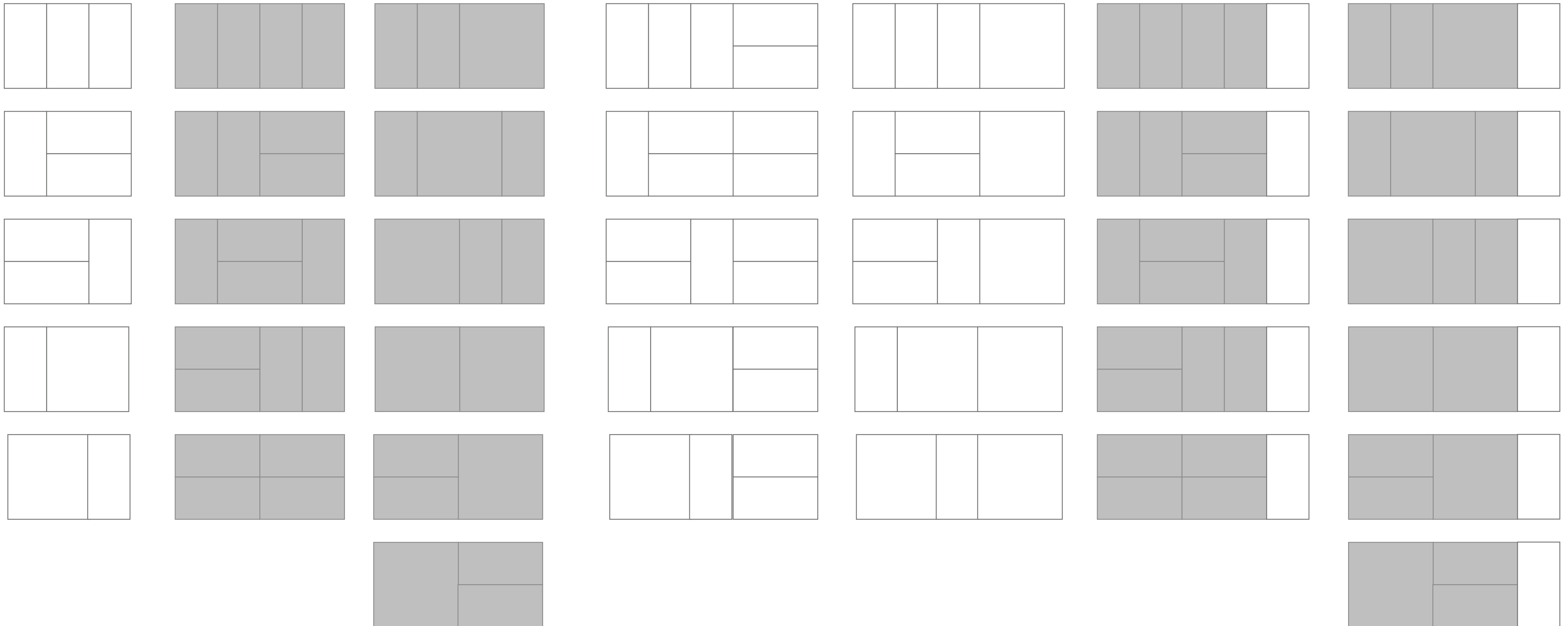
52

<https://www.acmicpc.net/problem/11727>

2×3

2×4

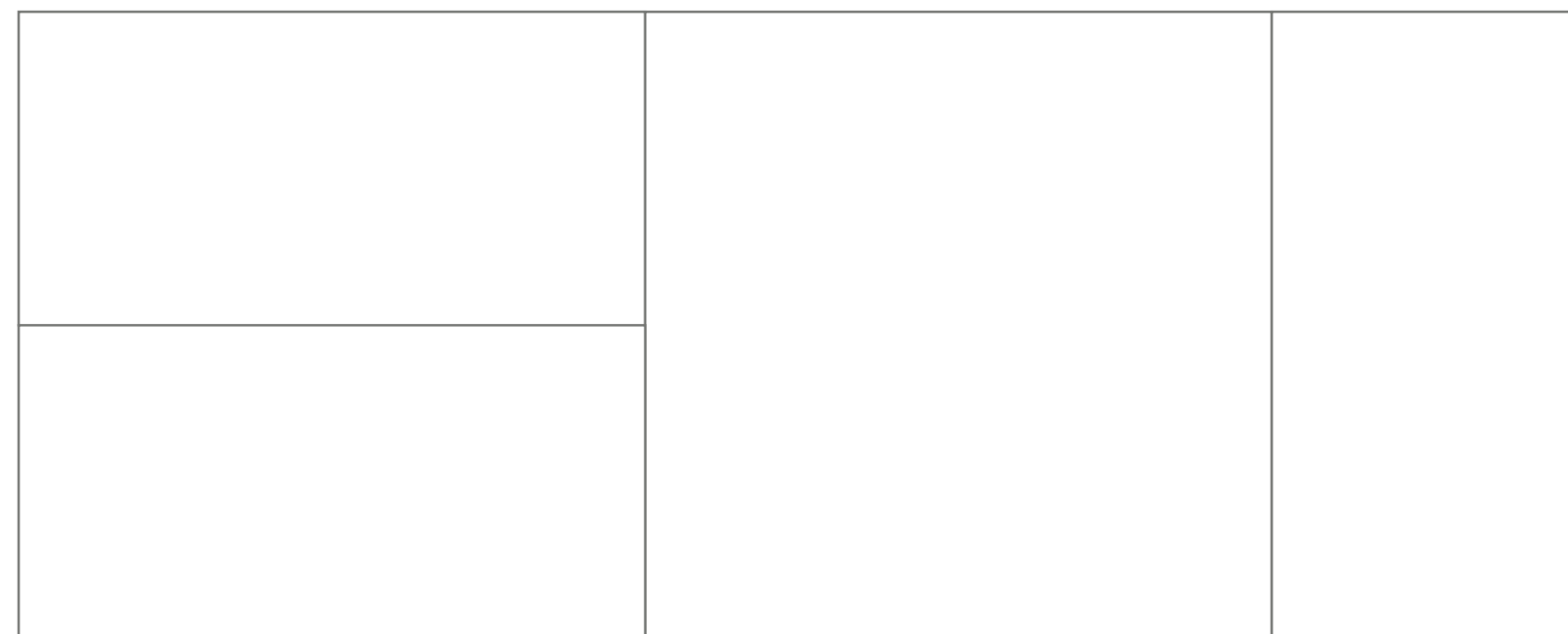
2×5



$2 \times n$ 타일링 2

<https://www.acmicpc.net/problem/11727>

- $2 \times n$ 직사각형을 1×2 , 2×1 , 2×2 타일로 채우는 방법의 수
- $D[i] = 2 \times i$ 직사각형을 채우는 방법의 수
- $D[i] = 2 * D[i-2] + D[i-1]$



2×n 타일링 2

54

<https://www.acmicpc.net/problem/11727>

- 소스: <http://codeplus.codes/7df3209d439c4a70847a17de9dd33af8>

1, 2, 3 더하기

55

<https://www.acmicpc.net/problem/9095>

- 정수 n 을 1, 2, 3의 합으로 나타내는 방법의 수를 구하는 문제
- $n = 4$
- $1+1+1+1$
- $1+1+2$
- $1+2+1$
- $2+1+1$
- $2+2$
- $1+3$
- $3+1$

1, 2, 3 더하기

<https://www.acmicpc.net/problem/9095>

- $D[i]$ = i 를 1, 2, 3의 합으로 나타내는 방법의 수

1, 2, 3 더하기

<https://www.acmicpc.net/problem/9095>

- $D[i]$ = i 를 1, 2, 3의 합으로 나타내는 방법의 수
- $D[i] = D[i-1] + D[i-2] + D[i-3]$

1, 2, 3 더하기

<https://www.acmicpc.net/problem/9095>

58

0

1

2

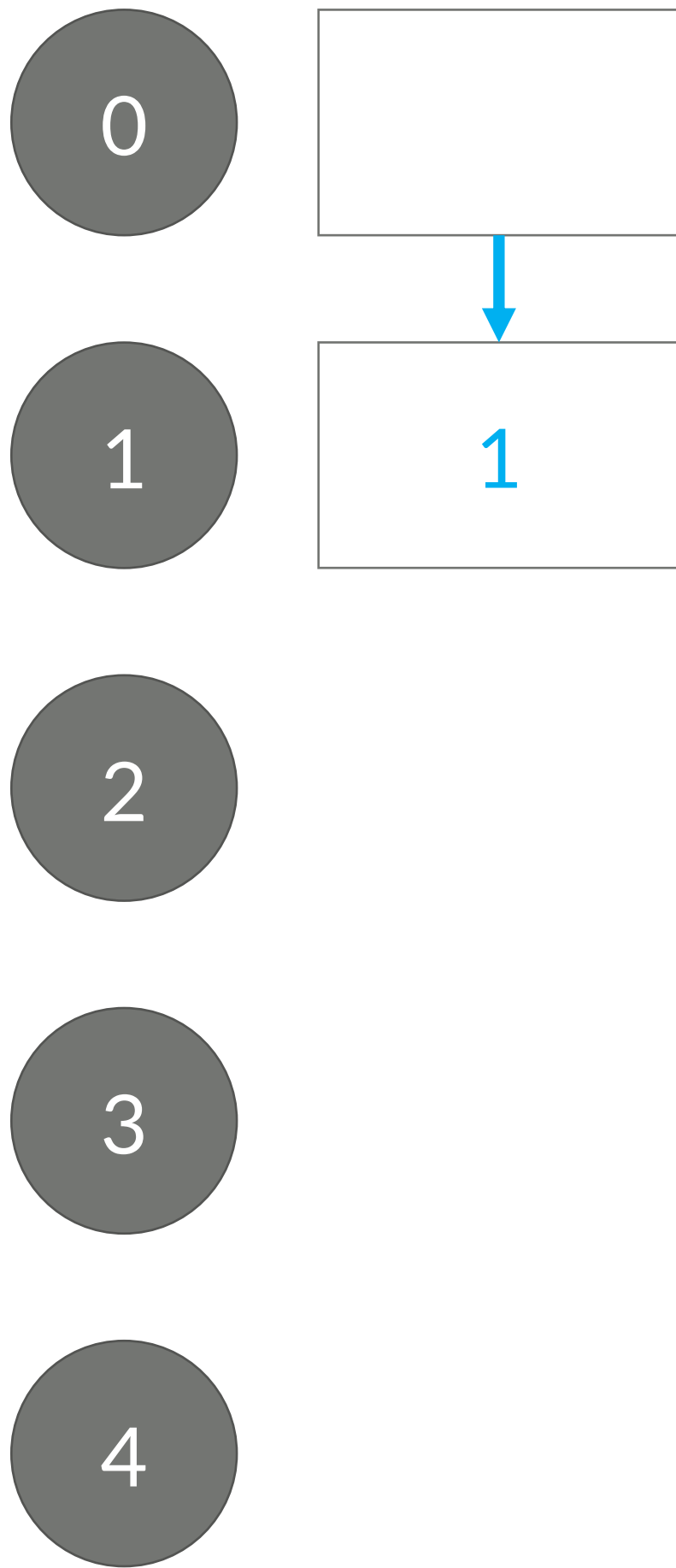
3

4

1, 2, 3 더하기

<https://www.acmicpc.net/problem/9095>

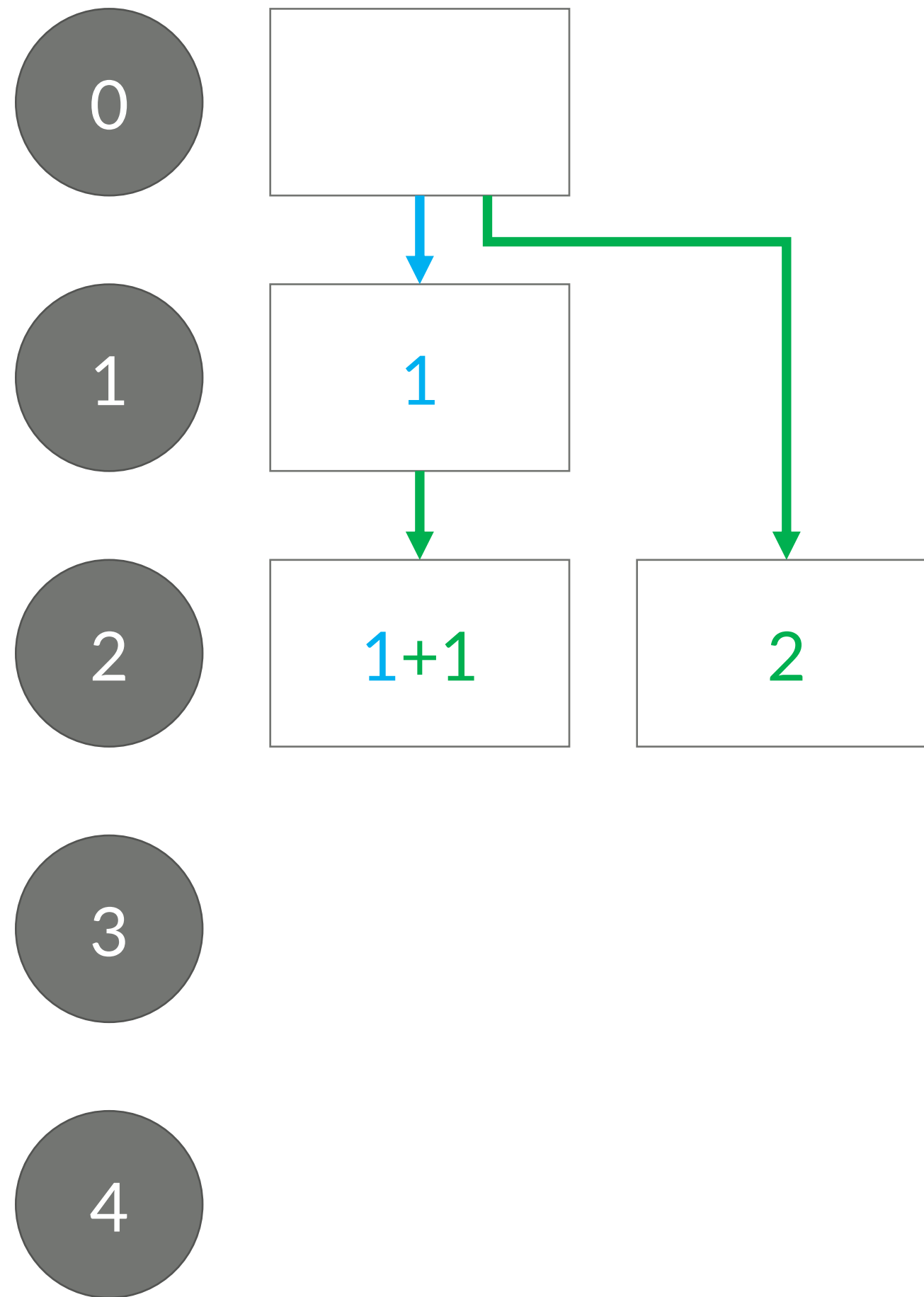
59



1, 2, 3 더하기

<https://www.acmicpc.net/problem/9095>

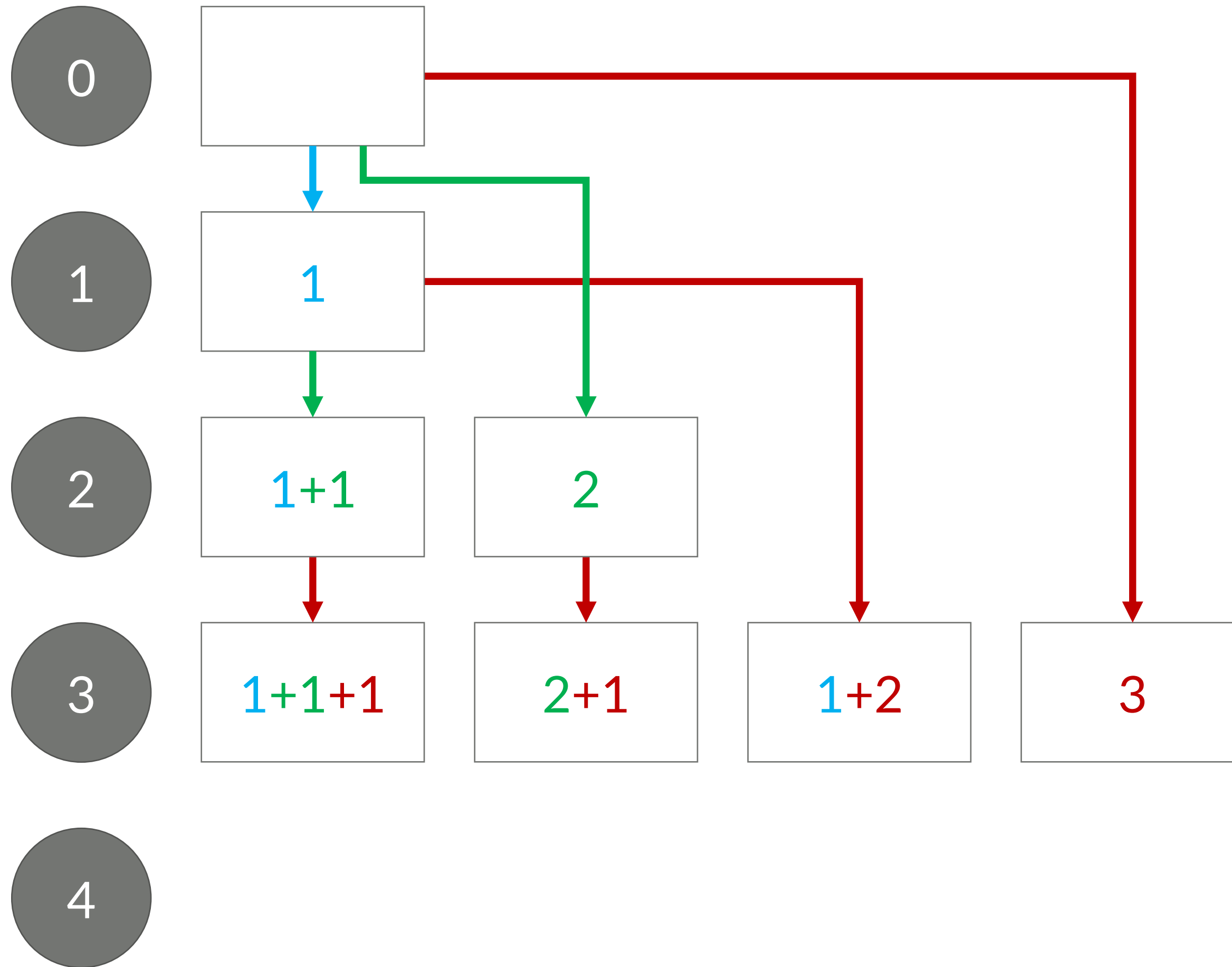
60



1, 2, 3 더하기

<https://www.acmicpc.net/problem/9095>

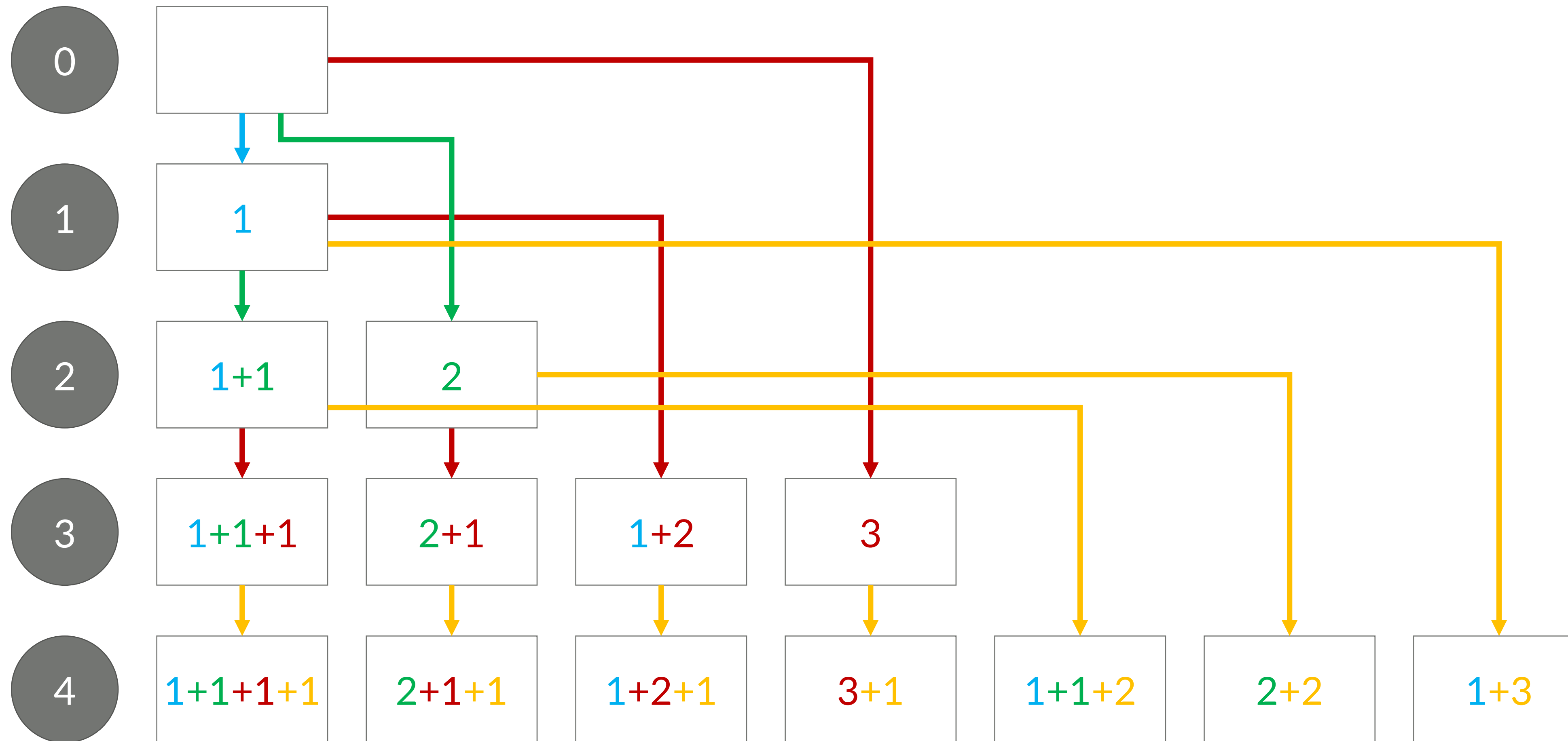
61



1, 2, 3 더하기

<https://www.acmicpc.net/problem/9095>

62



1, 2, 3 더하기

<https://www.acmicpc.net/problem/9095>

- 소스: <http://codeplus.codes/859f6162aa764caa93e92ad3f65c25dc>

카드 구매하기

<https://www.acmicpc.net/problem/11052>

- 카드 N개를 구매해야 한다.
- 카드팩은 총 N가지 종류가 존재한다.
- i번째 카드팩은 i개의 카드를 담고 있고, 가격은 $P[i]$ 원이다.
- 카드 N개를 구매하는 비용의 최대값을 구하는 문제

카드 구매하기

65

<https://www.acmicpc.net/problem/11052>

- $D[i]$ = 카드 i 개 구매하는 최대 비용
- 카드 i 개를 구매하는 방법은?

카드 구매하기

<https://www.acmicpc.net/problem/11052>

- $D[i]$ = 카드 i 개 구매하는 최대 비용
- 카드 i 개를 구매하는 방법은?
- 카드 1개가 들어있는 카드팩을 구매하고, 카드 $i-1$ 개를 구매
- 카드 2개가 들어있는 카드팩을 구매하고, 카드 $i-2$ 개를 구매
- ...
- 카드 $i-1$ 개가 들어있는 카드팩을 구매하고, 카드 1개를 구매
- 카드 i 개가 들어있는 카드팩을 구매하고, 카드 0개를 구매

카드 구매하기

<https://www.acmicpc.net/problem/11052>

- $D[i]$ = 카드 i 개 구매하는 최대 비용
- 카드 i 개를 구매하는 방법은?
- 카드 1개가 들어있는 카드팩을 구매하고, 카드 $i-1$ 개를 구매
 - $P[1] + D[i-1]$
- 카드 2개가 들어있는 카드팩을 구매하고, 카드 $i-2$ 개를 구매
 - $P[2] + D[i-2]$
- ...
- 카드 $i-1$ 개가 들어있는 카드팩을 구매하고, 카드 1개를 구매
 - $P[i-1] + D[1]$
- 카드 i 개가 들어있는 카드팩을 구매하고, 카드 0개를 구매
 - $P[i] + D[0]$

카드 구매하기

<https://www.acmicpc.net/problem/11052>

- $D[i]$ = 카드 i 개 구매하는 최대 비용
- 카드 i 개를 구매하는 방법은?
- 카드 j 개가 들어있는 카드팩을 구매하고, 카드 $i-j$ 개를 구매
 - $D[i] = \max(P[j] + D[i-j]) \ (1 \leq j \leq i)$

카드 구매하기

<https://www.acmicpc.net/problem/11052>

```
for (int i=1; i<=n; i++) {  
    for (int j=1; j<=i; j++) {  
        d[i] = max(d[i], d[i-j]+a[j]);  
    }  
}
```

카드 구매하기

70

<https://www.acmicpc.net/problem/11052>

- 소스: <http://codeplus.codes/03e95c4468d7473289fe4829f13419b5>

카드 구매하기 2

<https://www.acmicpc.net/problem/16194>

- 카드 N 개를 구매해야 한다.
- 카드팩은 총 N 가지 종류가 존재한다.
- i 번째 카드팩은 i 개의 카드를 담고 있고, 가격은 $P[i]$ 원이다.
- 카드 N 개를 구매하는 비용의 최솟값을 구하는 문제

카드 구매하기 2

<https://www.acmicpc.net/problem/16194>

- $D[i]$ = 카드 i 개 구매하는 최소 비용
- 카드 i 개를 구매하는 방법은?
- 카드 j 개가 들어있는 카드팩을 구매하고, 카드 $i-j$ 개를 구매
 - $D[i] = \min(P[j] + D[i-j]) \ (1 \leq j \leq i)$

카드 구매하기 2

<https://www.acmicpc.net/problem/16194>

```
for (int i=1; i<=n; i++) {  
    for (int j=1; j<=i; j++) {  
        d[i] = min(d[i], d[i-j]+a[j]);  
    }  
}
```

- 이 방법은 배열 d에 항상 0이 들어간다.
- 카드를 구매하는 비용은 0보다 크기 때문에, min의 결과는 항상 0이다.
- 따라서, 배열의 초기값을 잘 설정해야 한다.

카드 구매하기 2

<https://www.acmicpc.net/problem/16194>

```
for (int i=1; i<=n; i++) {  
    d[i] = 1000*10000;  
}  
d[0] = 0;  
for (int i=1; i<=n; i++) {  
    for (int j=1; j<=i; j++) {  
        d[i] = min(d[i], d[i-j]+a[j]);  
    }  
}
```

- 카드의 개수 $N \leq 1,000$, 카드팩의 가격 $\leq 10,000$ 이기 때문에
- 정답은 절대로 $1000 * 10000$ 을 넘지 않는다.

카드 구매하기 2

<https://www.acmicpc.net/problem/16194>

```
for (int i=1; i<=n; i++) d[i] = -1;
d[0] = 0;
for (int i=1; i<=n; i++) {
    for (int j=1; j<=i; j++) {
        if (d[i] == -1 || d[i] > d[i-j]+a[j]) {
            d[i] = d[i-j]+a[j];
        }
    }
}
```

- $d[i] = -1$ 은 아직 정답을 구하지 않았다는 의미이다

카드 구매하기 2

76

<https://www.acmicpc.net/problem/16194>

- 소스: <http://codeplus.codes/e159f4fda52c4a78a03cf1cf3f598141>

1, 2, 3 더하기 5

<https://www.acmicpc.net/problem/15990>

- 정수 n 을 1, 2, 3의 합으로 나타내는 방법의 수를 구하는 문제
- 단, 같은 수를 두 번 이상 연속해서 사용하면 안된다.
- $n = 4$
- $1+2+1$
- $1+3$
- $3+1$

1, 2, 3 더하기 5

78

<https://www.acmicpc.net/problem/15990>

- $D[i][j]$ = i 를 1, 2, 3의 합으로 나타내는 방법의 수, 마지막에 사용한 수는 j

1, 2, 3 더하기 5

<https://www.acmicpc.net/problem/15990>

- $D[i][j]$ = i 를 1, 2, 3의 합으로 나타내는 방법의 수, 마지막에 사용한 수는 j
- $D[i][1]$ = i 를 1, 2, 3의 합으로 나타내는 방법의 수, 마지막에 사용한 수는 1
- $D[i][2]$ = i 를 1, 2, 3의 합으로 나타내는 방법의 수, 마지막에 사용한 수는 2
- $D[i][3]$ = i 를 1, 2, 3의 합으로 나타내는 방법의 수, 마지막에 사용한 수는 3

1, 2, 3 더하기 5

<https://www.acmicpc.net/problem/15990>

- $D[i][j]$ = i 를 1, 2, 3의 합으로 나타내는 방법의 수, 마지막에 사용한 수는 j
- $D[i][1]$ = i 를 1, 2, 3의 합으로 나타내는 방법의 수, 마지막에 사용한 수는 1
 - 바로 전에 사용할 수 있는 수는 2, 3
- $D[i][2]$ = i 를 1, 2, 3의 합으로 나타내는 방법의 수, 마지막에 사용한 수는 2
 - 바로 전에 사용할 수 있는 수는 1, 3
- $D[i][3]$ = i 를 1, 2, 3의 합으로 나타내는 방법의 수, 마지막에 사용한 수는 3
 - 바로 전에 사용할 수 있는 수는 2, 3

1, 2, 3 더하기 5

<https://www.acmicpc.net/problem/15990>

- $D[i][j]$ = i 를 1, 2, 3의 합으로 나타내는 방법의 수, 마지막에 사용한 수는 j
- $D[i][1]$ = i 를 1, 2, 3의 합으로 나타내는 방법의 수, 마지막에 사용한 수는 1
 - 바로 전에 사용할 수 있는 수는 2, 3
 - $D[i][1] = D[i-1][2] + D[i-1][3]$
- $D[i][2]$ = i 를 1, 2, 3의 합으로 나타내는 방법의 수, 마지막에 사용한 수는 2
 - 바로 전에 사용할 수 있는 수는 1, 3
 - $D[i][2] = D[i-2][1] + d[i-2][3]$
- $D[i][3]$ = i 를 1, 2, 3의 합으로 나타내는 방법의 수, 마지막에 사용한 수는 3
 - 바로 전에 사용할 수 있는 수는 2, 3
 - $D[i][3] = D[i-3][2] + D[i-3][3]$

1, 2, 3 더하기 5

<https://www.acmicpc.net/problem/15990>

- 1, 2, 3 더하기에서 한 것 처럼 $D[0] = 1$ 로 초기화하면 중복이 발생한다.
- $D[0][1] = 1$, $D[0][2] = 1$, $D[0][3] = 1$ 로 초기화를 했다면
- $D[1][1] = D[0][2] + D[0][3] = 2$ (중복이 발생하게 된다)
- 따라서, 이 문제는 예외 처리를 해야 한다.

1, 2, 3 더하기 5

<https://www.acmicpc.net/problem/15990>

- 1, 2, 3 더하기에서 한 것 처럼 $D[0] = 1$ 로 초기화하면 중복이 발생한다.
- $D[0][1] = 1$, $D[0][2] = 1$, $D[0][3] = 1$ 로 초기화를 했다면
- $D[1][1] = D[0][2] + D[0][3] = 2$ (중복이 발생하게 된다)
- 따라서, 이 문제는 예외 처리를 해야 한다.
- $D[i][1]$
 - $D[i-1][2] + D[i-1][3]$ ($i > 1$)
 - 1 ($i == 1$)
 - 0 ($i < 1$)

1, 2, 3 더하기 5

<https://www.acmicpc.net/problem/15990>

- 1, 2, 3 더하기에서 한 것 처럼 $D[0] = 1$ 로 초기화하면 중복이 발생한다.
- $D[0][1] = 1$, $D[0][2] = 1$, $D[0][3] = 1$ 로 초기화를 했다면
- $D[1][1] = D[0][2] + D[0][3] = 2$ (중복이 발생하게 된다)
- 따라서, 이 문제는 예외 처리를 해야 한다.
- $D[i][2]$
 - $D[i-2][1] + D[i-2][3]$ ($i > 2$)
 - 1 ($i == 2$)
 - 0 ($i < 2$)

1, 2, 3 더하기 5

<https://www.acmicpc.net/problem/15990>

- 1, 2, 3 더하기에서 한 것 처럼 $D[0] = 1$ 로 초기화하면 중복이 발생한다.
- $D[0][1] = 1$, $D[0][2] = 1$, $D[0][3] = 1$ 로 초기화를 했다면
- $D[1][1] = D[0][2] + D[0][3] = 2$ (중복이 발생하게 된다)
- 따라서, 이 문제는 예외 처리를 해야 한다.
- $D[i][3]$
 - $D[i-3][1] + D[i-3][2]$ ($i > 3$)
 - 1 ($i == 3$)
 - 0 ($i < 3$)

1, 2, 3 더하기 5

<https://www.acmicpc.net/problem/15990>

- 소스: <http://codeplus.codes/6f3aa2dc605a486db24895cdda07dae5>

쉬운 계단 수

<https://www.acmicpc.net/problem/10844>

- 인접한 자리의 차이가 1이 나는 수를 계단 수라고 한다
- 예: 45656
- 길이가 N인 계단 수의 개수를 구하는 문제

쉬운 계단 수

<https://www.acmicpc.net/problem/10844>

- $D[i][j]$ = 길이가 i 이고 마지막 숫자가 j 인 계단 수의 개수
- $D[i][j] = D[i-1][j-1] + D[i-1][j+1]$

쉬운 계단 수

<https://www.acmicpc.net/problem/10844>

```
for (int i=1; i<=9; i++) d[1][i] = 1;
for (int i=2; i<=n; i++) {
    for (int j=0; j<=9; j++) {
        d[i][j] = 0;
        if (j-1 >= 0) d[i][j] += d[i-1][j-1];
        if (j+1 <= 9) d[i][j] += d[i-1][j+1];
        d[i][j] %= mod;
    }
}

long long ans = 0;
for (int i=0; i<=9; i++) ans += d[n][i];
ans %= mod;
```

쉬운 계단 수

<https://www.acmicpc.net/problem/10844>

- 소스: <http://codeplus.codes/60135ec83b494a03bf93e8fb3c04b98b>

이친수

<https://www.acmicpc.net/problem/2193>

- 0과 1로만 이루어진 수를 이진수라고 한다.
- 다음 조건을 만족하면 이친수라고 한다.
 1. 이친수는 0으로 시작하지 않는다.
 2. 이친수에서는 1이 두 번 연속으로 나타나지 않는다. 즉, 11을 부분 문자열로 갖지 않는다.
- N자리 이친수의 개수를 구하는 문제

이친수

<https://www.acmicpc.net/problem/2193>

- $D[i][j]$ = i 자리 이친수의 개수 중에서 j 로 끝나는 것의 개수 ($j=0, 1$)
- 0으로 시작하지 않는다.
- $D[1][0] = 0$
- $D[1][1] = 1$

이친수

<https://www.acmicpc.net/problem/2193>

- $D[i][j]$ = i자리 이친수의 개수 중에서 j로 끝나는 것의 개수 ($j=0, 1$)
- 가능한 경우
 - 0으로 끝나는 경우
 - 1로 끝나는 경우

이친수

<https://www.acmicpc.net/problem/2193>

- $D[i][j]$ = i 자리 이친수의 개수 중에서 j 로 끝나는 것의 개수 ($j=0, 1$)
- 가능한 경우
- 0으로 끝나는 경우 ($D[i][0]$)
 - 앞에 0과 1이 올 수 있다
 - $D[i-1][0] + D[i-1][1]$
- 1로 끝나는 경우 ($D[i][1]$)
 - 앞에 1은 올 수 없다. 즉, 0만 올 수 있다.
 - $D[i-1][0]$

이친수

<https://www.acmicpc.net/problem/2193>

- $D[i][j]$ = i자리 이친수의 개수 중에서 j로 끝나는 것의 개수 ($j=0, 1$)
- $D[i][0] = D[i-1][0] + D[i-1][1]$
- $D[i][1] = D[i-1][0]$

이친수

<https://www.acmicpc.net/problem/2193>

- $D[i]$ = i 자리 이친수의 개수
- 가능한 경우
 - 0으로 끝나는 경우
 - 1로 끝나는 경우

이친수

<https://www.acmicpc.net/problem/2193>

- $D[i]$ = i 자리 이친수의 개수
- 가능한 경우
- 0으로 끝나는 경우
 - 앞에 0과 1 모두 올 수 있다.
 - $D[i-1]$
- 1로 끝나는 경우
 - 앞에 0만 올 수 있다
 - 앞에 붙는 0을 세트로 생각해서 $i-2$ 자리에 01을 붙인다고 생각
 - $D[i-2]$

이친수

<https://www.acmicpc.net/problem/2193>

- $D[i]$ = i 자리 이친수의 개수
- $D[i] = D[i-1] + D[i-2]$

이친수

<https://www.acmicpc.net/problem/2193>

- 소스: <http://codeplus.codes/b542f75a4ffe498ab6112170172b50fd>

가장 긴 증가하는 부분 수열

100

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- 수열 A가 주어졌을 때, 가장 긴 증가하는 부분 수열을 구하는 문제
- 예시
- 수열 $A = [10, 20, 10, 30, 20, 50]$
- 가장 긴 증가하는 부분 수열 $A = [10, 20, 10, 30, 20, 50]$

가장 긴 증가하는 부분 수열

101

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이
- $D[i]$ 은 $A[i]$ 이 반드시 포함되어야 한다.
- 가장 긴 부분 수열이 $A[?], A[?], \dots, A[j], A[i]$ 라고 했을 때, 겹치는 부분 문제를 찾아보자.

가장 긴 증가하는 부분 수열

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이
- $D[i]$ 은 $A[i]$ 이 반드시 포함되어야 한다.
- 가장 긴 부분 수열이 $A[?], A[?], \dots, A[j], A[i]$ 라고 했을 때, 겹치는 부분 문제를 찾아보자.
- $A[?], A[?], \dots, A[j]$ 는 $D[j]$ 로 나타낼 수 있다. ($A[j]$ 을 마지막으로 하는 부분 수열이기 때문)
- 그럼 $A[j]$ 와 $A[i]$ 간의 관계를 생각해보자.

가장 긴 증가하는 부분 수열

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이
- $D[i]$ 은 $A[i]$ 이 반드시 포함되어야 한다.
- 가장 긴 부분 수열이 $A[?], A[?], \dots, A[j], A[i]$ 라고 했을 때, 겹치는 부분 문제를 찾아보자.
- $A[?], A[?], \dots, A[j]$ 는 $D[j]$ 로 나타낼 수 있다. ($A[j]$ 을 마지막으로 하는 부분 수열이기 때문)
- 그럼 $A[j]$ 와 $A[i]$ 간의 관계를 생각해보자.
- $A[j] < A[i]$ 가 되어야 한다. (증가하는 부분 수열이 되어야 하기 때문)

가장 긴 증가하는 부분 수열

104

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이
- $D[5]$ 를 나타낸 그림

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]
10	20	10	30	20



$A[5]$ 를 마지막으로 하는 증가하는 부분 수열

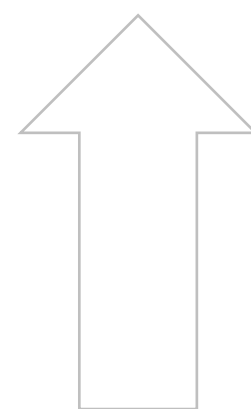
가장 긴 증가하는 부분 수열

105

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]
10	20	10	30	20



A[1]
10

A[1]	A[2]
10	20

A[1]	A[2]	A[3]
10	20	10

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]
10	20	10	30

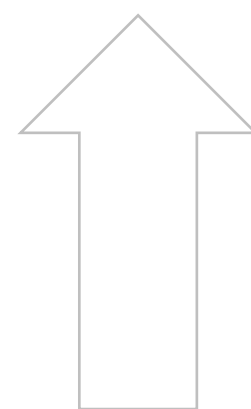
가장 긴 증가하는 부분 수열

106

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]
10	20	10	30	20



A[1]	10	$D[1] = 1$	A[5]	20	$10 < 20$	○
------	----	------------	------	----	-----------	---

A[1]	A[2]	10	20	$D[2] = 2$	A[5]	20	$20 == 20$	✗
------	------	----	----	------------	------	----	------------	---

A[1]	A[2]	A[3]	10	20	10	$D[3] = 1$	A[5]	20	$10 < 20$	○
------	------	------	----	----	----	------------	------	----	-----------	---

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	10	20	10	30	$D[4] = 3$	A[5]	20	$30 > 20$	✗
------	------	------	------	----	----	----	----	------------	------	----	-----------	---

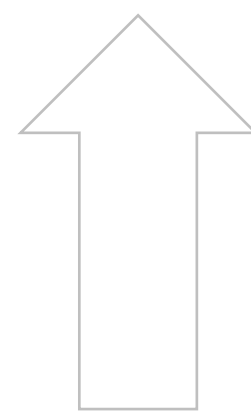
가장 긴 증가하는 부분 수열

107

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]
10	20	10	30	20



$D[5] = 2$

A[1]	A[5]
10	20

$D[1] = 1$ $10 < 20$ ○

A[1]	A[2]	A[5]
10	20	20

$D[2] = 2$ $20 == 20$ ✗

A[1]	A[2]	A[3]	A[5]
10	20	10	20

$D[3] = 1$ $10 < 20$ ○

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]
10	20	10	30	20

$D[4] = 3$ $30 > 20$ ✗

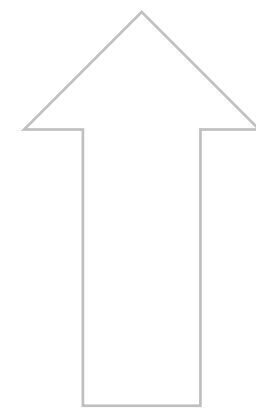
가장 긴 증가하는 부분 수열

108

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]	A[6]
10	20	10	30	20	50



A[1]
10

A[1]	A[2]
10	20

A[1]	A[2]	A[3]
10	20	10

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]
10	20	10	30

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]
10	20	10	30	20

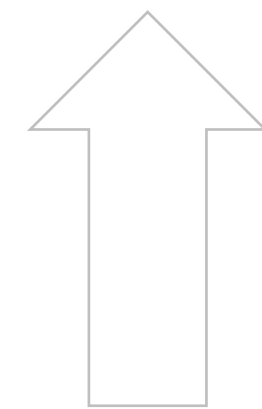
가장 긴 증가하는 부분 수열

109

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]	A[6]
10	20	10	30	20	50



A[1]
10

 $D[1] = 1$

A[1]	A[2]
10	20

 $D[2] = 2$

A[1]	A[2]	A[3]
10	20	10

 $D[3] = 1$

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]
10	20	10	30

 $D[4] = 3$

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]
10	20	10	30	20

 $D[5] = 2$

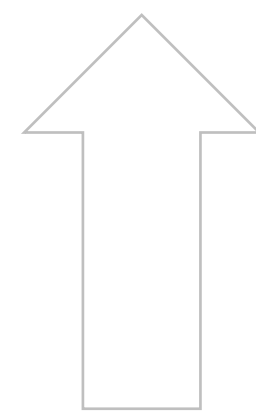
가장 긴 증가하는 부분 수열

110

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]	A[6]
10	20	10	30	20	50



A[1]		A[6]	
10	$D[1] = 1$	50	$10 < 50$



A[1]	A[2]		A[6]	
10	20	$D[2] = 2$	50	$20 < 50$



A[1]	A[2]	A[3]		A[6]	
10	20	10	$D[3] = 1$	50	$10 < 50$



A[1]	A[2]	A[3]	A[4]		A[6]	
10	20	10	30	$D[4] = 3$	50	$30 < 50$



A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]		A[6]	
10	20	10	30	20	$D[5] = 2$	50	$20 < 50$



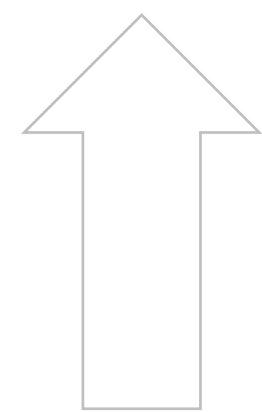
가장 긴 증가하는 부분 수열

111

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]	A[6]
10	20	10	30	20	50



$D[6] = 4$

A[1]	A[6]
10	50

$D[1] = 1$ $10 < 50$ ○

A[1]	A[2]	A[6]
10	20	50

$D[2] = 2$ $20 < 50$ ○

A[1]	A[2]	A[3]	A[6]
10	20	10	50

$D[3] = 1$ $10 < 50$ ○

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[6]
10	20	10	30	50

$D[4] = 3$ $30 < 50$ ○

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]	A[6]
10	20	10	30	20	50

$D[5] = 2$ $20 < 50$ ○

가장 긴 증가하는 부분 수열

112

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1					

가장 긴 증가하는 부분 수열

113

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1	2				

가장 긴 증가하는 부분 수열

114

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1	2	1			

가장 긴 증가하는 부분 수열

115

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1	2	1	3		

가장 긴 증가하는 부분 수열

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1	2	1	3	2	

가장 긴 증가하는 부분 수열

117

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1	2	1	3	2	4

가장 긴 증가하는 부분 수열

118

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

```
for (int i=0; i<n; i++) {  
    d[i] = 1;  
    for (int j=0; j<i; j++) {  
        if (a[j] < a[i] && d[i] < d[j]+1) {  
            d[i] = d[j]+1;  
        }  
    }  
}
```

가장 긴 증가하는 부분 수열

119

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- 정답은 $D[1], \dots, D[N]$ 중의 최대값이 된다.

가장 긴 증가하는 부분 수열

120

<https://www.acmicpc.net/problem/11053>

- 소스: <http://codeplus.codes/4e292088fe5441698617cb7afcc7133b>

가장 긴 증가하는 부분 수열 4

<https://www.acmicpc.net/problem/14002>

- 수열 A가 주어졌을 때, 가장 긴 증가하는 부분 수열을 구하는 문제
- 예시
- 수열 $A = [10, 20, 10, 30, 20, 50]$
- 가장 긴 증가하는 부분 수열 $A = [10, 20, 10, 30, 20, 50]$

가장 긴 증가하는 부분 수열 4

122

<https://www.acmicpc.net/problem/14002>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이
- $V[i] = A[i]$ 의 앞에 와야 하는 수의 인덱스. 즉, $A[i]$ 의 앞에는 $A[V[i]]$ 가 와야 길이가 가장 길다

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1					
V[i]	0					

가장 긴 증가하는 부분 수열 4

123

<https://www.acmicpc.net/problem/14002>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이
- $V[i] = A[i]$ 의 앞에 와야 하는 수의 인덱스. 즉, $A[i]$ 의 앞에는 $A[V[i]]$ 가 와야 길이가 가장 길다

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1	2				
V[i]	0	1				

가장 긴 증가하는 부분 수열 4

124

<https://www.acmicpc.net/problem/14002>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이
- $V[i] = A[i]$ 의 앞에 와야 하는 수의 인덱스. 즉, $A[i]$ 의 앞에는 $A[V[i]]$ 가 와야 길이가 가장 길다

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1	2	1			
V[i]	0	1	0			

가장 긴 증가하는 부분 수열 4

125

<https://www.acmicpc.net/problem/14002>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이
- $V[i] = A[i]$ 의 앞에 와야 하는 수의 인덱스. 즉, $A[i]$ 의 앞에는 $A[V[i]]$ 가 와야 길이가 가장 길다

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1	2	1	3		
V[i]	0	1	0	2		

가장 긴 증가하는 부분 수열 4

126

<https://www.acmicpc.net/problem/14002>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이
- $V[i] = A[i]$ 의 앞에 와야 하는 수의 인덱스. 즉, $A[i]$ 의 앞에는 $A[V[i]]$ 가 와야 길이가 가장 길다

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1	2	1	3	2	
V[i]	0	1	0	2	3	

가장 긴 증가하는 부분 수열 4

127

<https://www.acmicpc.net/problem/14002>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이
- $V[i] = A[i]$ 의 앞에 와야 하는 수의 인덱스. 즉, $A[i]$ 의 앞에는 $A[V[i]]$ 가 와야 길이가 가장 길다

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1	2	1	3	2	4
V[i]	0	1	0	2	3	4

가장 긴 증가하는 부분 수열 4

128

<https://www.acmicpc.net/problem/14002>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이
- $V[i] = A[i]$ 의 앞에 와야 하는 수의 인덱스. 즉, $A[i]$ 의 앞에는 $A[V[i]]$ 가 와야 길이가 가장 길다

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1	2	1	3	2	4
V[i]	0	1	0	2	3	4

가장 긴 증가하는 부분 수열 4

129

<https://www.acmicpc.net/problem/14002>

- $D[i] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 수열이 있을 때, $A[i]$ 을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이
- $V[i] = A[i]$ 의 앞에 와야 하는 수의 인덱스. 즉, $A[i]$ 의 앞에는 $A[V[i]]$ 가 와야 길이가 가장 길다

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1	2	1	3	2	4
V[i]	0	1	0	2	3	4



가장 긴 증가하는 부분 수열 4

130

<https://www.acmicpc.net/problem/14002>

```
void go(int p) {  
    // ? -> ? -> ... a[v[p]] -> a[p]  
    // -----  
    //          go(v[p]);  
    if (p == -1) {  
        return ;  
    }  
    go(v[p]);  
    cout << a[p] << ' ' ;  
}
```

가장 긴 증가하는 부분 수열 4

131

<https://www.acmicpc.net/problem/14002>

- 소스: <http://codeplus.codes/e3f0eae9697a47f8833d39150a08cc66>

연속합

<https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- n 개의 정수로 이루어진 임의의 수열이 주어진다.
- 우리는 이 중 연속된 몇 개의 숫자를 선택해서 구할 수 있는 합 중 가장 큰 합을 구하려고 한다.
- 단, 숫자는 한 개 이상 선택해야 한다.
- 예를 들어서 10, -4, 3, 1, 5, 6, -35, 12, 21, -1 이라는 수열이 주어졌다고 하자.
- 여기서 정답은 $12+21$ 인 33이 정답이 된다.

연속합

133

<https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $D[i]$ = i 번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- 이렇게 식을 구했으면, i 번째 수에게 가능한 경우를 세야한다

연속합

<https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $D[i]$ = i 번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- 이렇게 식을 구했으면, i 번째 수에게 가능한 경우를 세야한다
- i 번째 수에게 가능한 경우
 1. $i-1$ 번째 수의 연속합에 포함되는 경우
 2. 새로운 연속합을 시작하는 경우

연속합

135

<https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $D[i]$ = i 번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- 이렇게 식을 구했으면, i 번째 수에게 가능한 경우를 세야한다
- i 번째 수에게 가능한 경우
 1. $i-1$ 번째 수의 연속합에 포함되는 경우
 - $D[i-1] + A[i]$
 2. 새로운 연속합을 시작하는 경우
 - $A[i]$
- 두 값 중에 어떤 값이 $D[i]$ 에 들어가야 할까? (최대값)
- $D[i] = \max(D[i-1] + A[i], A[i])$

연속합

137

<https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $D[i]$ = i 번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- $D[i-1] + A[i] = 10 + -4 = 6$
- $A[i] = -4$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	3	1	5	6	-35	12	21	-1
D[i]	10	6								

연속합

138

<https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $D[i] = i$ 번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- $D[i-1] + A[i] = 6 + 3 = 9$
- $A[i] = 3$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	3	1	5	6	-35	12	21	-1
D[i]	10	6	9							

연속합

<https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $D[i] = i$ 번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- $D[i-1] + A[i] = 9 + 1 = 10$
- $A[i] = 1$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	3	1	5	6	-35	12	21	-1
D[i]	10	6	9	10						

연속합

140

<https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $D[i] = i$ 번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- $D[i-1] + A[i] = 10 + 5 = 15$
- $A[i] = 5$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	3	1	5	6	-35	12	21	-1
D[i]	10	6	9	10	15					

연속합

<https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $D[i]$ = i 번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- $D[i-1] + A[i] = 15 + 6 = 21$
- $A[i] = 6$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	3	1	5	6	-35	12	21	-1
D[i]	10	6	9	10	15	21				

연속합

142

<https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $D[i]$ = i 번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- $D[i-1] + A[i] = 21 + -35 = -14$
- $A[i] = -35$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	3	1	5	6	-35	12	21	-1
D[i]	10	6	9	10	15	21	-14			

연속합

<https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $D[i]$ = i 번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- $D[i-1] + A[i] = -14 + 12 = -2$
- $A[i] = 12$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	3	1	5	6	-35	12	21	-1
D[i]	10	6	9	10	15	21	-14	12		

연속합

<https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $D[i]$ = i 번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- $D[i-1] + A[i] = 12 + 21 = 33$
- $A[i] = 21$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	3	1	5	6	-35	12	21	-1
D[i]	10	6	9	10	15	21	-14	12	33	

연속합

145

<https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $D[i]$ = i 번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- $D[i-1] + A[i] = 33 + -1 = 32$
- $A[i] = -1$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	3	1	5	6	-35	12	21	-1
D[i]	10	6	9	10	15	21	-14	12	33	32

- $D[i]$ = i번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합

[illegible]

연속합

<https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $D[i]$ = i 번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	-10	7	-35	12	21	-10	5	8
D[i]	10	6	-4	7	-28	12	34	24	29	37

연속합

148

<https://www.acmicpc.net/problem/1912>

```
for (int i=0; i<n; i++) {  
    d[i] = a[i];  
    if (i == 0) continue;  
    if (d[i] < d[i-1] + a[i]) {  
        d[i] = d[i-1] + a[i];  
    }  
}
```

연속합

<https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- 소스: <http://codeplus.codes/aa386e1924344132b116d243460a4dd1>

제곱수의 합

150

<https://www.acmicpc.net/problem/1699>

- 주어진 자연수 N을 제곱수들의 합으로 표현할 때에 그 항의 최소개수를 구하는 문제
- $11=3^2+1^2+1^2$

제곱수의 합

<https://www.acmicpc.net/problem/1699>

- $D[i] = i$ 를 제곱수의 합으로 나타냈을 때, 필요한 항의 최소 개수
- $i = ? + ? + \dots + ? + j$
- 마지막 항이 중요하다.
- 마지막 항이 1인 경우
- 마지막 항이 4인 경우
- 마지막 항이 9인 경우
- 마지막 항이 16인 경우
- 마지막 항이 25인 경우
- ...

제곱수의 합

<https://www.acmicpc.net/problem/1699>

- $D[i] = i$ 를 제곱수의 합으로 나타냈을 때, 필요한 항의 최소 개수
- $i = ? + ? + \dots + ? + j$
- 마지막 항이 중요하다.
- 마지막 항이 1인 경우 $\rightarrow ? + ? + \dots + ? = i-1$
- 마지막 항이 4인 경우 $\rightarrow ? + ? + \dots + ? = i-4$
- 마지막 항이 9인 경우 $\rightarrow ? + ? + \dots + ? = i-9$
- 마지막 항이 16인 경우 $\rightarrow ? + ? + \dots + ? = i-16$
- 마지막 항이 25인 경우 $\rightarrow ? + ? + \dots + ? = i-25$
- ...

제곱수의 합

<https://www.acmicpc.net/problem/1699>

- $D[i] = i$ 를 제곱수의 합으로 나타냈을 때, 필요한 항의 최소 개수
- $i = ? + ? + \dots + ? + j$
- 마지막 항이 중요하다.
- 마지막 항이 1인 경우 $\rightarrow ? + ? + \dots + ? = i-1 \rightarrow D[i-1] + 1$
- 마지막 항이 4인 경우 $\rightarrow ? + ? + \dots + ? = i-4 \rightarrow D[i-4] + 1$
- 마지막 항이 9인 경우 $\rightarrow ? + ? + \dots + ? = i-9 \rightarrow D[i-9] + 1$
- 마지막 항이 16인 경우 $\rightarrow ? + ? + \dots + ? = i-16 \rightarrow D[i-16] + 1$
- 마지막 항이 25인 경우 $\rightarrow ? + ? + \dots + ? = i-25 \rightarrow D[i-25] + 1$
- ...

제곱수의 합

<https://www.acmicpc.net/problem/1699>

- $D[i]$ = i 를 제곱수의 합으로 나타냈을 때, 필요한 항의 최소 개수
- $D[i] = \min(D[i-j^2]+1) \ (1 \leq i \leq j^2)$

제곱수의 합

155

<https://www.acmicpc.net/problem/1699>

```
for (int i=1; i<=n; i++) {  
    d[i] = i;  
    for (int j=1; j*j <= i; j++) {  
        if (d[i] > d[i-j*j]+1) {  
            d[i] = d[i-j*j]+1;  
        }  
    }  
}
```

제곱수의 합

156

<https://www.acmicpc.net/problem/1699>

- 소스: <http://codeplus.codes/454e58d9e21a4042ba74ec9af82c13a4>

합분해

157

<https://www.acmicpc.net/problem/2225>

- 0부터 N 까지의 정수 K 개를 더해서 그 합이 N 이 되는 경우의 수

합분해

<https://www.acmicpc.net/problem/2225>

- 0부터 N까지의 정수 K개를 더해서 그 합이 N이 되는 경우의 수
- $D[K][N]$ = 0부터 N까지의 정수 K개를 더해서 그 합이 N이 되는 경우의 수
- $? + ? + ? + ? + \dots + ? + L = N$
- 위의 식이 나타내는 값: $D[K][N]$
- $? + ? + ? + ? + \dots + ? = N - L$
- 위의 식이 나타내는 값: $D[K-1][N-L]$
- $D[K][N] = \sum D[K-1][N-L] \ (0 \leq L \leq N)$

합분해

159

<https://www.acmicpc.net/problem/2225>

```
d[0][0] = 1LL;
for (int i=1; i<=k; i++) {
    for (int j=0; j<=n; j++) {
        for (int l=0; l<=j; l++) {
            d[i][j] += d[i-1][j-l];
            d[i][j] %= mod;
        }
    }
}
```

합분해

160

<https://www.acmicpc.net/problem/2225>

- 소스: <http://codeplus.codes/f1f0f435bcf14e2b8c9d8d6d576eb496>

끝

코드 플러스

162

<https://code.plus>

- 슬라이드에 포함된 소스 코드를 보려면 "정보 수정 > 백준 온라인 저지 연동"을 통해 연동한 다음, "백준 온라인 저지"에 로그인해야 합니다.
- 강의 내용에 대한 질문은 코드 플러스의 "질문 게시판"에서 할 수 있습니다.
- 문제와 소스 코드는 슬라이드에 첨부된 링크를 통해서 볼 수 있으며, "백준 온라인 저지"에서 서비스됩니다.
- 슬라이드와 동영상 강의는 코드 플러스 사이트를 통해서만 볼 수 있으며, 동영상 강의의 녹화와 다운로드, 배포와 유통은 저작권법에 의해서 금지되어 있습니다.
- 다른 경로로 이 슬라이드나 동영상 강의를 본 경우에는 codeplus@startlink.io 로 이메일 보내주세요.
- 강의 내용, 동영상 강의, 슬라이드, 첨부되어 있는 소스 코드의 저작권은 스타트링크와 최백준에게 있습니다.