Deconvolució

Marc Franco Meca

23 Març 2020

1 Deconvolució

Un cop determinats els diferents tipus de senyals d'excitació del sistema acústic, cal determinar un altre element indispensable com és la tècnica de deconvolució amb la qual obtindrem la resposta impulsional. La deconvolució és l'operació inversa a la convolució i ens permet revertir els efectes de la convolució de la sortida mesurada.

Recordem que generant un senyal d'excitació $x(t)$, reproduint-lo a través d'un sistema acústic $h(t)$, que es correspon amb el recinte acústic, i capturant-lo obtenim el senyal mesurat $y(t)$. Per obtenir la resposta impulsional del sistema acústic $h(t)$ s'ha d'aplicar una tècnica de deconvolució entre senyal mesurat i el senyal d'excitació. Aquesta operació de deconvolució consisteix en aplicar una convolució lineal del senyal de sortida $y(t)$ amb el filtre invers $f(t)$ pre-processat del senyal d'excitació, expressat matemàticament amb la següent formulació

$$h(t) = y(t) * f(t) \tag{1}$$

A continuació es mostra un diagrama de blocs per a visualitzar gràficament el procediment,

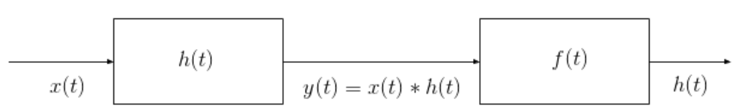

Figure 1: Diagrama de blocs del procés de la deconvolució d'un senyal

2 El filtre invers

Com hem vist, la deconvolució de la resposta d'impuls requereix la creació d'un filtre invers $f(t)$ amb la capacitat de convertir el senyal d'excitació inicial en la funció delta de Dirac δ retardada. Aquesta característica o propietat es pot expressar matemàticament com

$$x(t) * f(t) = \delta(t - K) \tag{2}$$

El filtre invers $f(t)$ es genera tenint en compte quin és el senyal d'excitació. En el nostre cas utilitzem el sweep logarítmic el qual és un senyal estable i causal, és a dir, depèn només dels valors presents i passats de l'entrada, no de futurs valors. Aquest filtre es dissenya mitjançant un sweep logarítmic invertit temporalment, retardat per obtenir un senyal causal i amb una modulació de l'amplitud per compensar la caiguda espectral.

Escrita d'una altra manera, si recordem que l'equació que defineix l'escombrat logarítmic és la següent,

$$s(t) = sin[\theta(t)] = sin[K \cdot (e^{\frac{t}{L}} - 1)] \tag{3}$$

on,

$$K = \frac{T \cdot \omega_1}{ln(\frac{\omega_2}{\omega_1})}, L = \frac{T}{ln(\frac{\omega_2}{\omega_1})} \tag{4}$$

on ω_1 i ω_2 són els extrems del rang freqüencial i T es correspon amb el temps de duració en segons.

Es pot definir la freqüència instantània com

$$\omega(t) = \frac{d[\theta(t)]}{dt} = \frac{K}{L} \cdot e^{\frac{t}{L}} \tag{5}$$

L'energia en qualsevol freqüència d'un senyal que varia la seva freqüència és proporcional al temps que està excitant aquella freqüència en particular. D'aquesta manera es pot definir l'energia $E(t)$ d'un escombrat logarítmic en funció del temps com,

$$E(t) \propto \frac{1}{\omega'(t)} = \frac{L^2}{K} \cdot e^{-\frac{t}{L}}, \tag{6}$$

on $\omega'(t)$ és la taxa de canvi de freqüència expressada en temps.

Anàlogament es pot expressar l'energia $E(jw)$ en funció de la freqüència mitjançant la següent expressió

$$E(j\omega) = \frac{kL^2}{K} \cdot \frac{1}{L + j\omega} \tag{7}$$

on k és una constant de proporcionalitat.

Intuitivament es pot deduir que l'augment de la freqüència suposa una disminució de l'energia. Si observem l'equació veiem que hi ha un factor $\frac{1}{\omega}$ el qual al doblar la freqüència esdevé $\frac{1}{2\omega}$ i suposa una caiguda d'energia de 3dB, $10log_{10}(\frac{1}{2})$. Dit d'una altra manera, l'espectre d'energia cau -3dB/oct tant en el senyal d'excitació original com l'invertit temporalment.

Per a compensar aquestes diferències d'energia i obtenir un espectre pla cal aplicar una modulació d'amplitud. Farina [1] enuncia que per generar el filtre invers només cal invertir temporalment el senyal d'excitació, i després aplicar-ne un factor per a reduir la amplitud amb un nivell de 6dB/oct, començant per 0dB i acabant amb $-6log_2\frac{\omega_2}{\omega_1}$. Aplicant aquesta correcció d'amplitud de 6dB/oct al senyal invertit fa que es compensi amb el senyal d'excitació.

El factor de correcció de l'amplitud es pot obtenir trobant el temps Δt en què la funció de l'escombrat logarítmic té una freqüència instantània igual a N vegades la actual. Aquesta condició es pot expressar matemàticament com

$$N \cdot \frac{d}{dt}\left[\frac{\omega_1 \cdot T}{ln(\frac{\omega_2}{\omega_1})} \cdot \left(e^{\frac{t}{T} \cdot ln(\frac{\omega_2}{\omega_1})} - 1\right)\right] = \frac{d}{dt}\left[\frac{\omega_1 \cdot T}{ln(\frac{\omega_2}{\omega_1})} \cdot \left(e^{\frac{t+\Delta t}{T} \cdot ln(\frac{\omega_2}{\omega_1})} - 1\right)\right] \tag{8}$$

i obtenint la següent expressió en funció del temps,

$$\Delta t = T \cdot \frac{ln(N)}{ln(\frac{\omega_2}{\omega_1})} \tag{9}$$

i analògament es pot expressar en funció de la freqüència com,

$$N = e^{\frac{\Delta t \cdot ln(\frac{\omega_2}{\omega_1})}{T}} = e^{\frac{\Delta t}{L}} \tag{10}$$

References

[1] Angelo Farina. Simultaneous measurement of impulse response and distortion with a swept-sine technique. In *Audio Engineering Society Convention 108*. Audio Engineering Society, 2000.

[2] Guy-Bart Stan, Jean-Jacques Embrechts, and Dominique Archambeau. Comparison of different impulse response measurement techniques. *Journal of the Audio engineering society*, 50(4):249–262, 2002.

[3] T. M. Culda, V. Popa, D. Stanomir, and C. Negrescu. Reducing time in acoustic impulse response measurements using exponential sine sweeps. In *International Symposium on Signals, Circuits and Systems ISSCS2013*, pages 1–4, July 2013.

[4] Q Meng, D Sen, S Wang, and L Hayes. Impulse response measurement with sine sweeps and amplitude modulation schemes. In *2008 2nd International Conference on Signal Processing and Communication Systems*, pages 1–5. IEEE, 2008.

[5] Angelo Farina. Advancements in impulse response measurements by sine sweeps. In *Audio Engineering Society Convention 122*. Audio Engineering Society, 2007.

[6] Thatcher Ulrich. Diy capture of room impulse responses, 2017.