

Implementation en B

Marc Frappier

Université de Sherbrooke

version 1.1

# 1 Séquence

- Substitution séquence

Soit  $S$  et  $T$  deux substitutions:  $S;T$  dénote l'exécution de  $S$  suivie de l'exécution de  $T$ .

$$[S;T]Q \Leftrightarrow [S][T]Q$$

Soit  $x$  les variables de la machine, alors

$$[S]P \wedge \forall x \cdot (P \Rightarrow [T]Q) \Rightarrow [S;T]Q$$

- Exemples

$$[x := 1; y := 2](x = 1 \wedge y = 2) \Leftrightarrow \mathbf{true}$$

$$[x := x + 1; y := y + 2](x > y) \Leftrightarrow x > y + 1$$

## 2 Exercice séquence

Montrer que

$$x := y \parallel y := x \sqsubseteq temp := x'; x' := y'; y' := temp$$

avec l'invariant de collage  $J$

$$x' = x \wedge y' = y$$

### 3 Itération

Soient  $P$  un prédicat,  $S$  une substitution,  $I$  et  $R$  des prédicats et  $V$  une expression de type  $\mathbb{Z}$ . Si  $X$  représente la liste des variables libres apparaissant dans  $S$  et  $I$  et  $n$  une variable fraîche, c'est-à-dire non libre dans  $V, I, P, S$ , alors :

[WHILE  $C$  DO  $S$  INVARIANT  $I$  VARIANT  $V$  END]  $R$

$\Leftrightarrow$

$I \wedge$

$I$  est satisfait au départ

(W1)  $\forall X \cdot (I \wedge C \Rightarrow [S]I) \wedge$

$S$  préserve  $I$

(W2)  $\forall X \cdot (I \Rightarrow V \in \mathbb{N}) \wedge$

$V$  est non négatif

(W3)  $\forall X \cdot (I \wedge C \Rightarrow [n := V; S](V < n)) \wedge$

$V$  décroît

(W4)  $\forall X \cdot (I \wedge \neg C \Rightarrow R)$

$R$  établi en sortie

## 4 Itération - Exemple

Montrer que  $[T](x = \sum y \cdot (y \in s_1 \mid y))$ , où  $T$  est:

```
 $s_2 := s_1;$   
 $x := 0;$   
WHILE  $s_2 \neq \emptyset$  DO  
   $z \in s_2;$   
   $s_2 := s_2 - \{z\};$   
   $x := x + z$   
  INVARIANT  $x = \sum y \cdot (y \in s_1 - s_2 \mid y) \wedge s_2 \subseteq s_1$   
  VARIANT  $\text{card}(s_2)$   
END
```

## 5 Itération - Exercices

Écrire une opération abstraite et son implémentation qui:

- font une recherche linéaire dans un vecteur de naturels
- font une recherche dichotomique dans un vecteur de naturels
- calculent  $n!$
- trie un vecteur de naturels

## 6 Implémentation

- machine écrite en B0, traduisible automatiquement en C ou en Ada
  - substitutions concrètes  
;, WHILE-DO, IF-THEN-ELSE, VAR  $X$  IN  $S$   
END
  - expressions concrètes  
ensemble énuméré, INT = MININT .. MAX-  
INT, BOOL, STRING, vecteur ( $v \in T_1 \times \dots T_n \rightarrow$   
 $T_{n+1}$ ), struct(...)
- doit donner une valeur aux ensembles abstraits et aux constantes concrètes

## 7 Implémentation - clause **IMPORTs**

- permet à une implémentation d'utiliser une machine abstraite qui est implémentée (voir page 120 du manuel de référence de B)
- On peut définir une machine abstraite pour traiter des types plus complexes comme les rationnels, les fichiers, une BD relationnelle, etc