

Übung 10

Tutoraufgabe 1 (Einfach Verbundene Graphen):

- a) Sei G ein gerichteter Graph. Wir nennen G *einfach verbunden*, wenn es zwischen jedem Knotenpaar $u, v \in V$ höchstens einen einfachen Pfad zwischen u und v gibt.
Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus an, um herauszufinden ob ein gerichteter Graph einfach verbunden ist. Begründen Sie die Korrektheit und die Laufzeit Ihres Algorithmus.
- b) Sei G ein gerichteter azyklischer Graph. Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus an, um herauszufinden, ob G einfach verbunden ist. Begründen Sie die Korrektheit und die Laufzeit Ihres Algorithmus.
- c) Ein einfacher Kreis $v_0 \dots v_{k-1} v_0$ ist ein Kreis, für den der Pfad $v_0 \dots v_{k-1}$ einfach ist.
Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus an, um herauszufinden ob ein ungerichteter Graph einen einfachen Kreis enthält. Begründen Sie die Korrektheit und die Laufzeit Ihres Algorithmus.

Tutoraufgabe 2 (Neunerschiebepuzzle):

Das „Neunerschiebepuzzle“ besteht aus acht beweglichen Feldern in einer 3×3 -Matrix. Jeweils eine der neun Positionen ist frei und ein an die freie Position angrenzendes Feld kann in diese hineingeschoben werden. Dies nennen wir einen „Zug“.

1	2	3
	4	5
7	8	6

1	2	3
4	5	6
7	8	

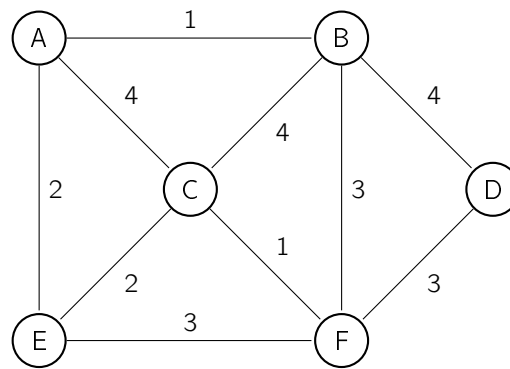
Ziel des Spiels ist es, die rechts gezeigte Position zu erreichen. Wir können uns nun einen ungerichteten Graphen vorstellen, dessen Knoten die Positionen dieses Spiels sind. Zwei Positionen sind durch eine Kante verbunden, wenn ein Zug sie ineinander überführt.

Wir können eine Breitensuche auf diesen Graphen beginnen, ohne ihn vorher komplett zu konstruieren. Führen Sie eine solche Breitensuche auf dem links gezeigten Startknoten aus und brechen Sie sie ab, sobald die Zielposition erscheint.

- a) Zeichnen Sie den bis dahin entstandenen Breitensuchbaum auf.
- b) Können Sie jetzt eine kürzestmögliche Lösung des Rätsels aus diesem Baum ablesen?
- c) Ist es in dieser und ähnlichen Situationen Ihrer Meinung nach besser eine Tiefen- oder eine Breitensuche durchzuführen?

Tutoraufgabe 3 (Prim(-Jarnik-Dijkstra) Algorithmus und Heaps):

Gegeben ist folgender Graph G :



Führen Sie Prim's Algorithmus auf den Graphen G mit Startknoten A aus, um einen Minimalen Spannbaum zu berechnen. Geben Sie dabei nach jeder Operation auf dem Heap den neuen Zustand des Heaps, sowie die gespeicherten Kosten jedes Knotens an. Es ist nicht nötig, alle Zwischenschritte beim initialen Erstellen des Heaps anzugeben. Gehen Sie außerdem davon aus, dass über Knoten stets in alphabetischer Reihenfolge iteriert wird. Sie dürfen den Heap sowohl als Baum, als auch als Array angeben. Geben Sie außerdem den resultierenden Minimalen Spannbaum an.