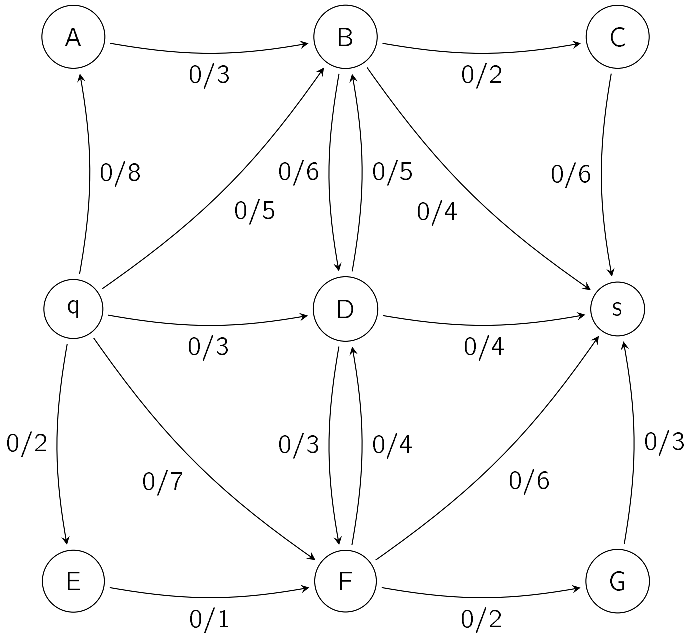
Übung 11

Tutoraufgabe 1 (Ford-Fulkerson Methode):

Betrachten Sie das folgende Flussnetzwerk mit Quelle q und Senke s:

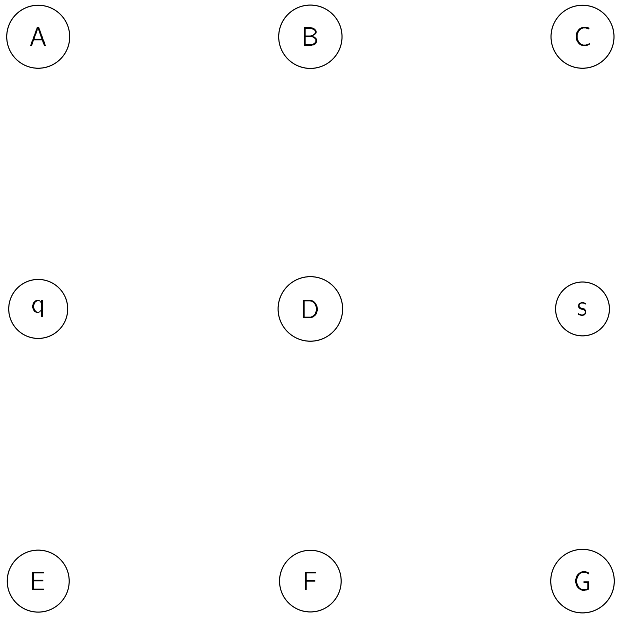


a) Berechnen Sie den maximalen Fluss in diesem Netzwerk mithilfe der *Ford-Fulkerson Methode*. Geben Sie dazu *jedes Restnetzwerk* sowie *nach jeder Flussvergrößerung* den aktuellen Zustand des Flussnetzwerks an. Die vorgegebene Anzahl an Lösungsschritten muss nicht mit der benötigten Anzahl solcher Schritte übereinstimmen.

b) Geben Sie außerdem den *Wert des maximalen Flusses* an.

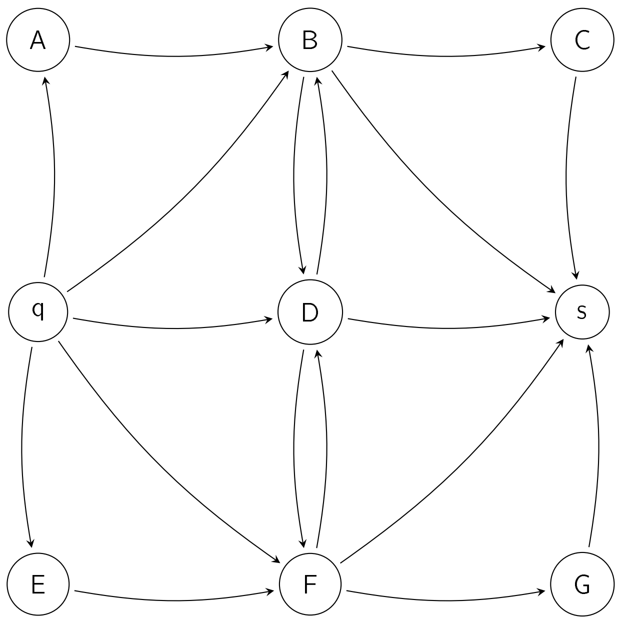
Schritt 1:

Restnetzwerk:



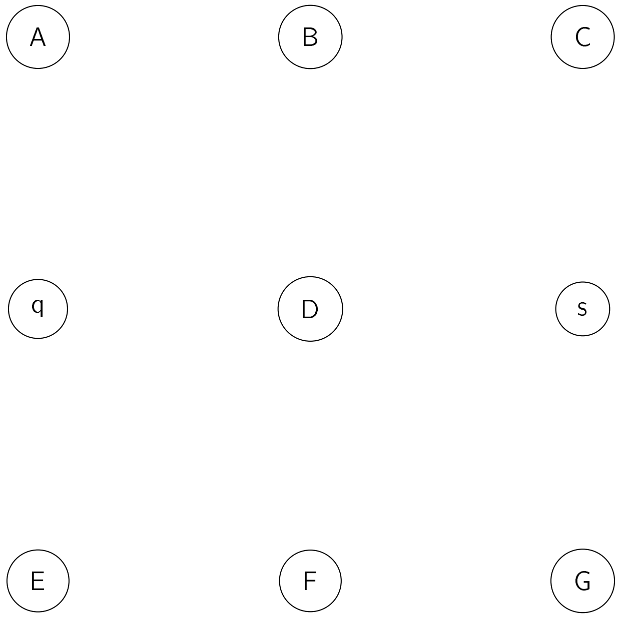
Schritt 2:

Nächstes Flussnetzwerk mit aktuellem Fluss:



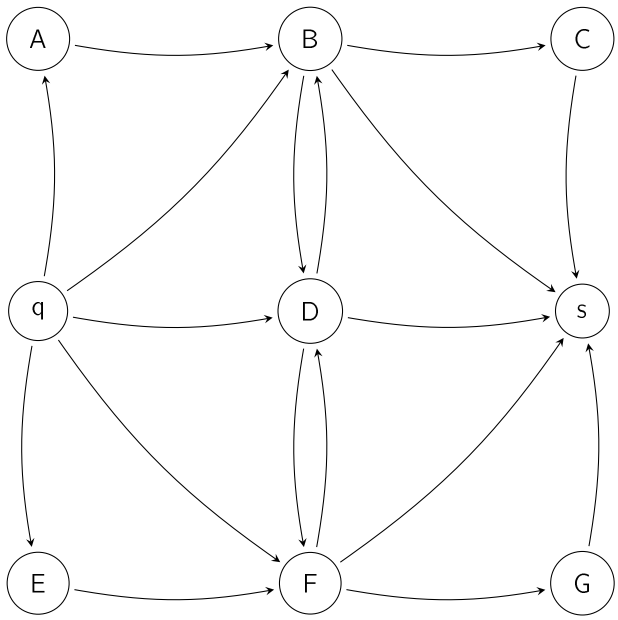
Schritt 3:

Restnetzwerk:



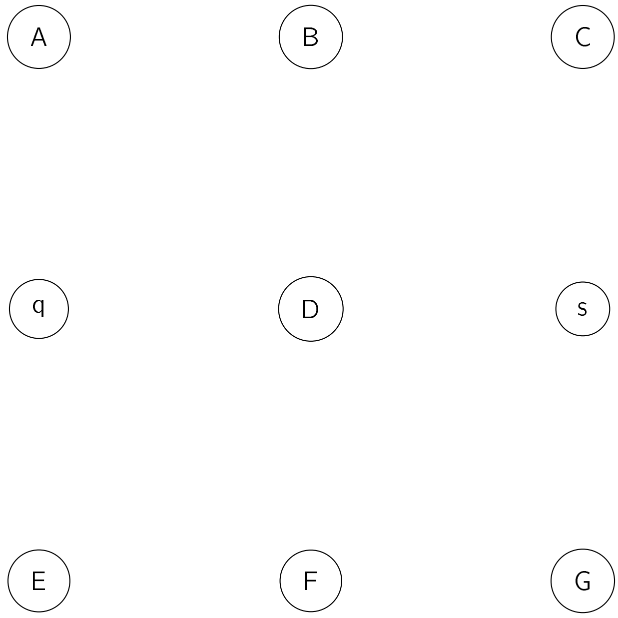
Schritt 4:

Nächstes Flussnetzwerk mit aktuellem Fluss:



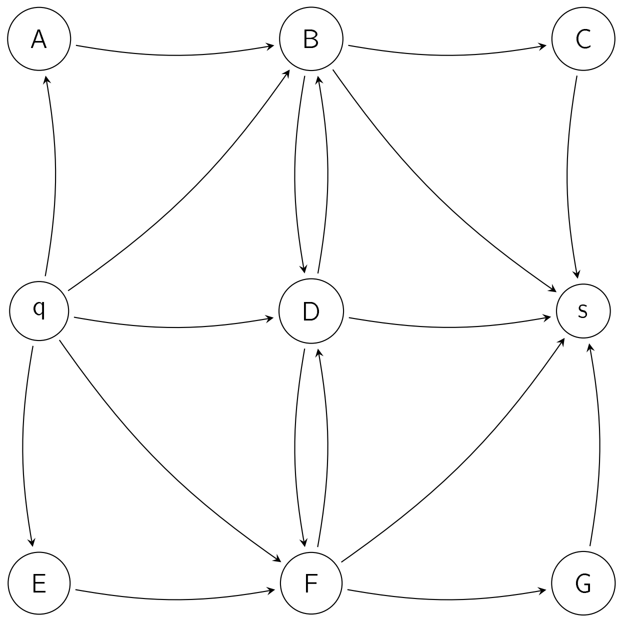
Schritt 5:

Restnetzwerk:



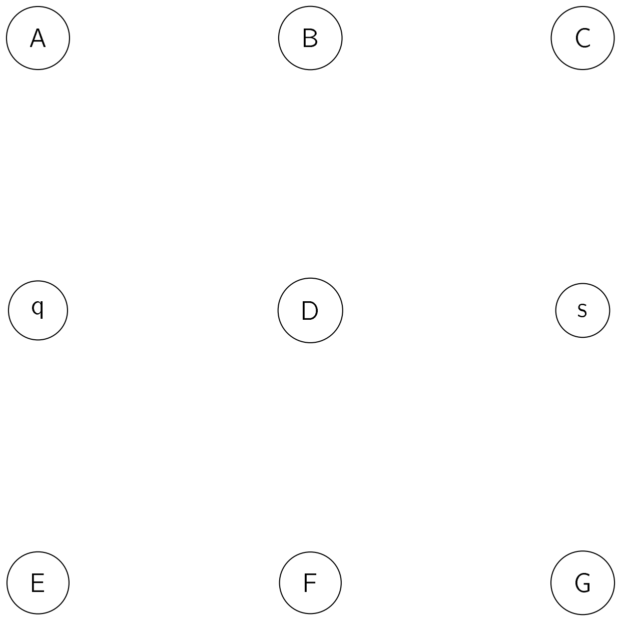
Schritt 6:

Nächstes Flussnetzwerk mit aktuellem Fluss:



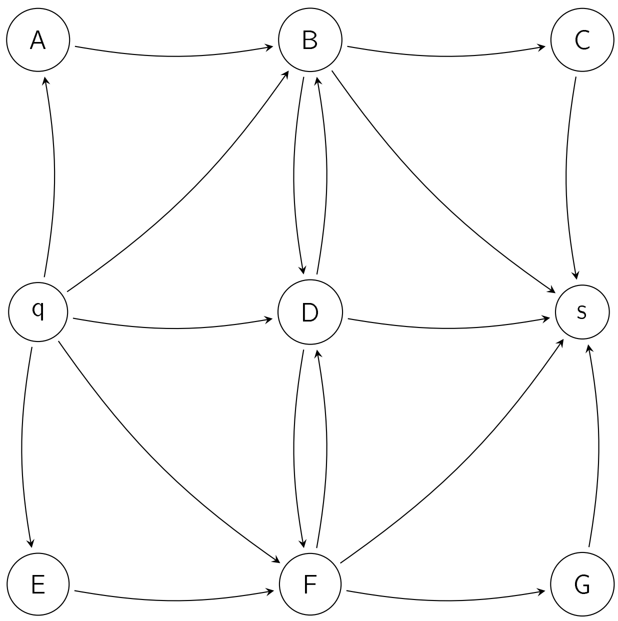
Schritt 7:

Restnetzwerk:



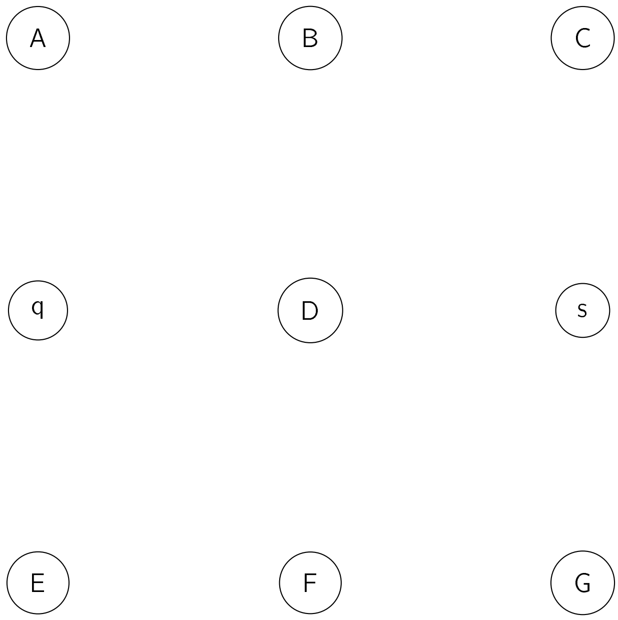
Schritt 8:

Nächstes Flussnetzwerk mit aktuellem Fluss:



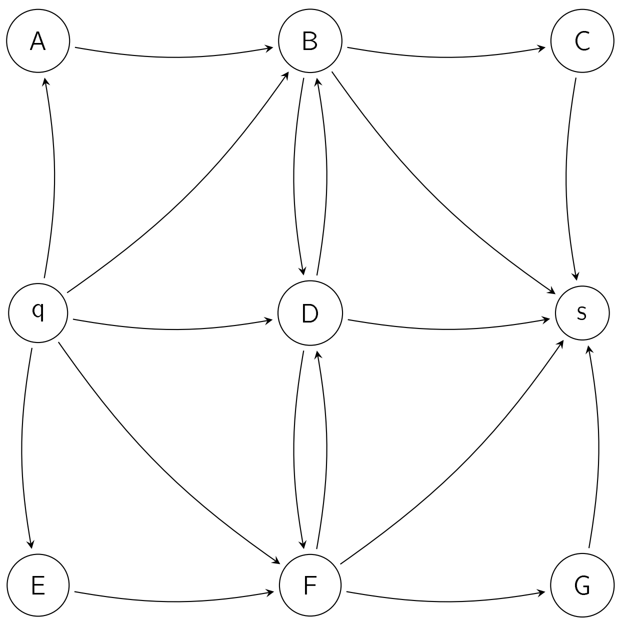
Schritt 9:

Restnetzwerk:



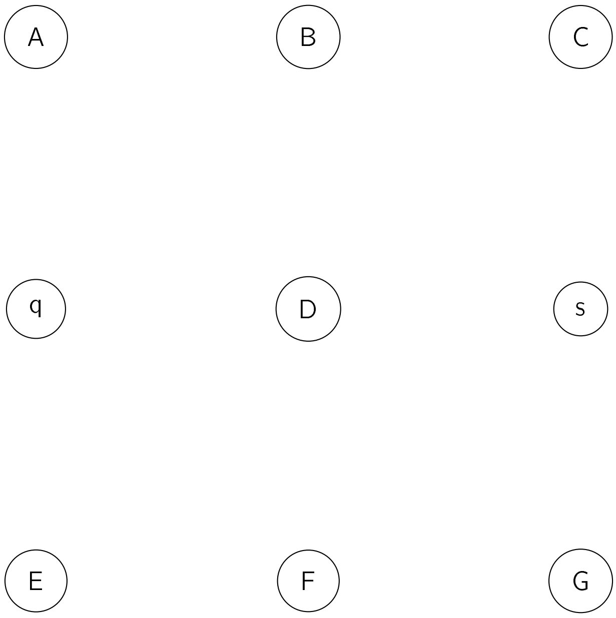
Schritt 10:

Nächstes Flussnetzwerk mit aktuellem Fluss:



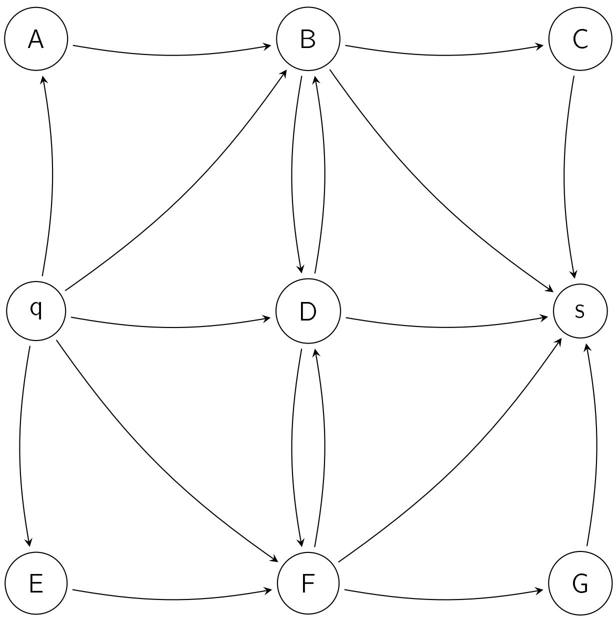
Schritt 11:

Restnetzwerk:



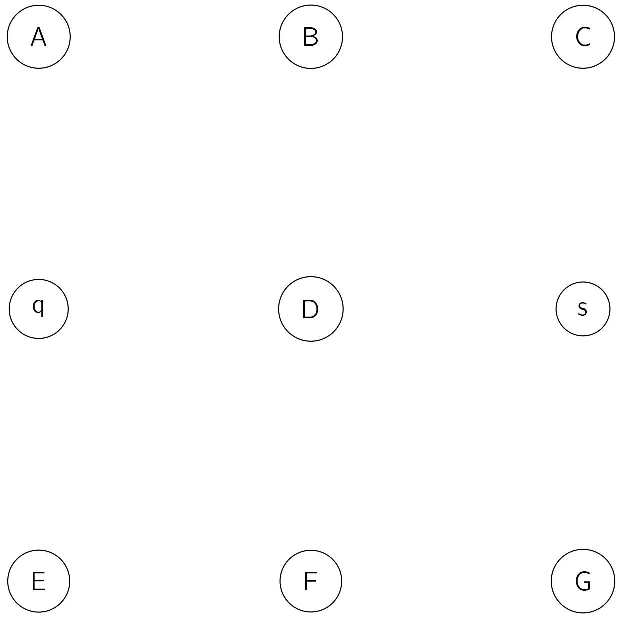
Schritt 12:

Nächstes Flussnetzwerk mit aktuellem Fluss:



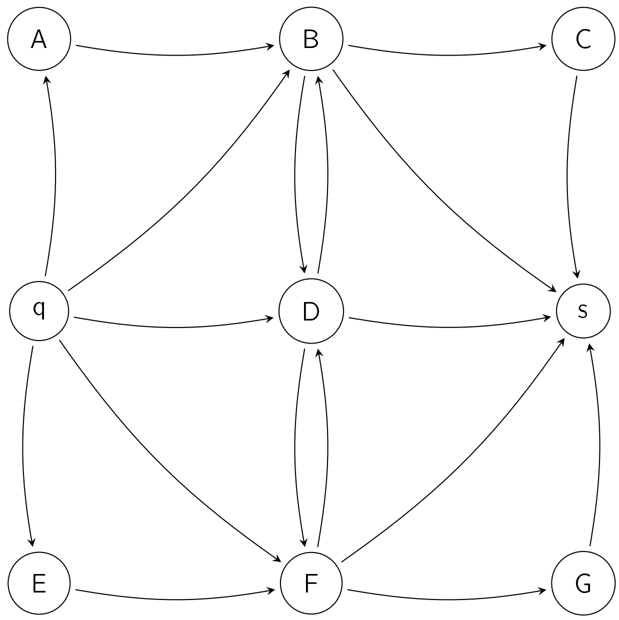
Schritt 13:

Restnetzwerk:



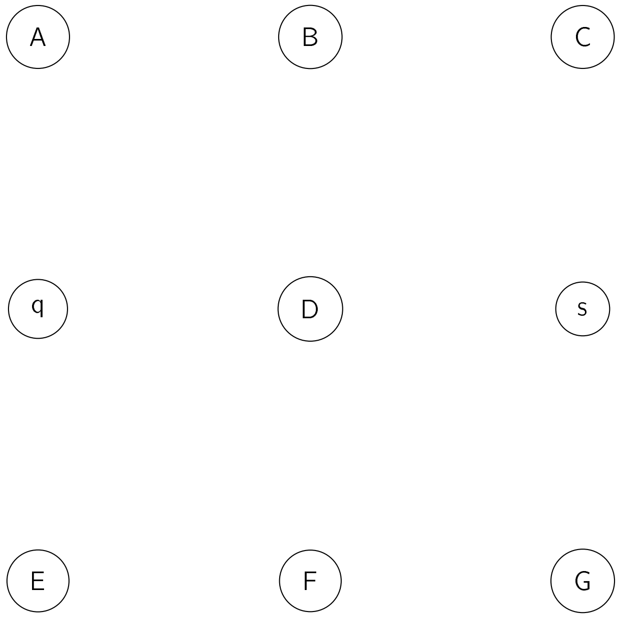
Schritt 14:

Nächstes Flussnetzwerk mit aktuellem Fluss:



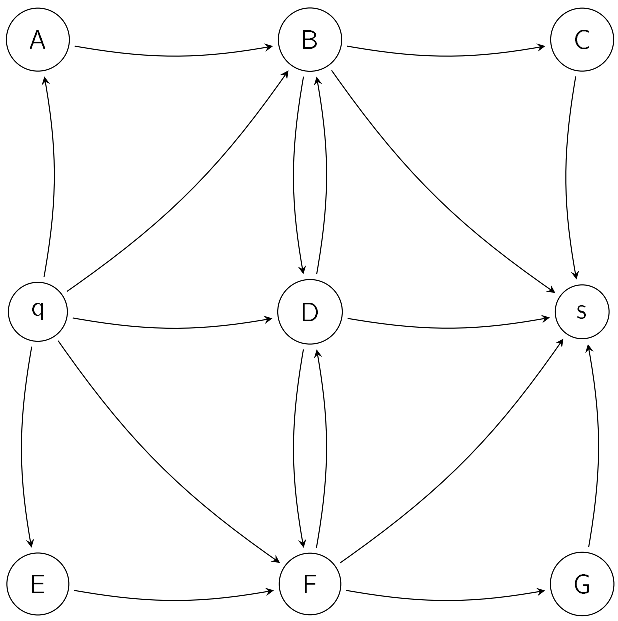
Schritt 15:

Restnetzwerk:



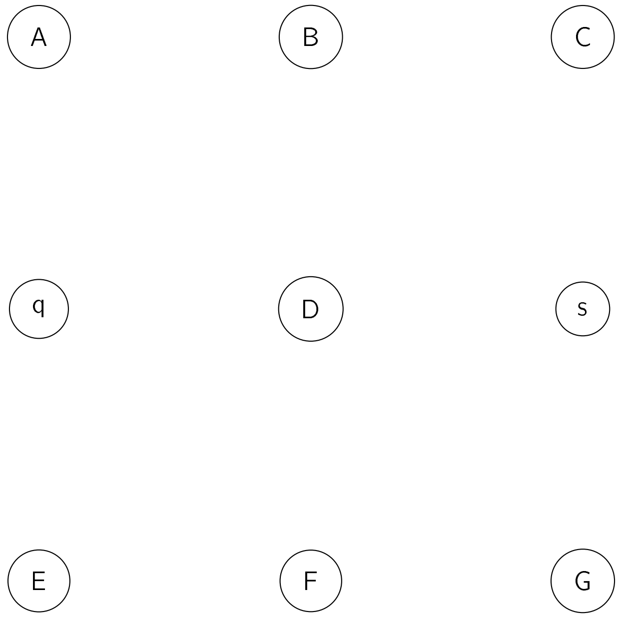
Schritt 16:

Nächstes Flussnetzwerk mit aktuellem Fluss:



Schritt 17:

Restnetzwerk:



Der maximale Fluss hat den Wert:

Tutoraufgabe 2 (Modellierung mit Flussnetzwerken – Kartenspieler):

Sei K die Menge aller Kartenspieler. Es gibt Partien $S_1, \dots S_m \subseteq K$ die aus den Kartenspielern bestehen, die an dieser Partie teilnehmen wollen. Zu jeder Partie S_i muss es einen Organisator $o_i \in S_i$ geben, der an der Partie teilnimmt. Jeder Kartenspieler $T_i \in K$ ist bereit bis zu $f(T_i)$ viele Partien zu organisieren. Die Kartenspieler K, die Funktion $f : K \mapsto \{0, \dots m\}$ und die Partien $S_1, \dots S_m$ sind bekannt.

a) Wie kann man effizient Organisatoren den Partien zuordnen? Geben Sie eine Beschreibung Ihres Verfahrens an.

b) Welche Laufzeit hat das Verfahren? Begründen Sie Ihre Antwort.

Tutoraufgabe 3 (Modellierung mit Flussnetzwerken – ISS):

Die internationale Raumstation ISS steht auch Weltraumtouristen offen. Sie sollen nun entscheiden, welche Touristen Sie mitnehmen wollen, um möglichst viel Geld zu verdienen.
Gegeben sind Kandidaten $K_1, \dots, K_n$, welche jeweils bereit sind, $k_1, \dots, k_n$ US-Dollar zu zahlen. Allerdings sind sie anspruchsvoll und erwarten auf der ISS auch ein Unterhaltungsprogramm (der Erstbesucher Cameron wollte zum Beispiel einen Weltraumspaziergang machen). Zu diesem Zweck stehen eine Menge „Attraktionen“ $Z_1, \dots, Z_m$ zur Verfügung. Bei der Bereitstellung einer Attraktion zur ISS entstehen allerdings jeweils Kosten $z_1, \dots, z_m$. Der Kandidat K_i ist nur bereit zu zahlen, wenn die Attraktionen $R_i \subseteq \{Z_1, \dots, Z_m\}$ bereit gestellt werden.

a) Entwerfen Sie einen effizienten Algorithmus, der eine Menge von Kandidaten auswählt, um die Einnahmen (also die gezahlten Gebühren der Touristen minus die Kosten für die Attraktionen) zu maximieren. Jede Attraktion muss nur einmal organisiert werden, selbst wenn mehrere es benutzen wollen.

b) Welche Laufzeit hat das Verfahren? Begründen Sie Ihre Antwort.