

# Übung 8

## Tutoraufgabe 1 (AVL-Baum):

Führen Sie die folgenden Operationen beginnend mit einem anfangs leeren *AVL-Baum* aus und geben Sie die entstehenden Bäume nach jeder *Einfüge*- und *Löschooperation* sowie jeder *Rotation* an. Markieren Sie außerdem zu jeder Rotation, welcher Knoten in welche Richtung rotiert wird:

1. 1 einfügen
2. 7 einfügen
3. 6 einfügen
4. 5 einfügen
5. 4 einfügen
6. 3 einfügen
7. 2 einfügen
8. 8 einfügen
9. 10 einfügen
10. 9 einfügen
11. 11 einfügen
12. 1 löschen
13. 3 löschen
14. 2 löschen

**Tutoraufgabe 2 (B-Baum):**

Führen Sie folgenden Operationen beginnend mit einem anfangs leeren *B-Baum* mit Grad  $t = 3$  aus und geben Sie die dabei jeweils entstehenden Bäume an:

1. 1 einfügen
2. 7 einfügen
3. 6 einfügen
4. 5 einfügen
5. 4 einfügen
6. 3 einfügen
7. 2 einfügen
8. 8 einfügen
9. 10 einfügen
10. 9 einfügen
11. 11 einfügen
12. 7 löschen
13. 8 löschen

**Tutoraufgabe 3 (Rot-Schwarz Bäume – Theorie):**

Die Anzahl der schwarzen Knoten auf einem Pfad von der Wurzel eines Rot-Schwarz Baums bis zu einem Blatt (exclusive der Wurzel), ist für einen gegebenen Rot-Schwarz Baum immer dieselbe, unabhängig vom gewählten Pfad. Die Schwarzhöhe eines Rot-Schwarz Baums ist definiert als eben diese Anzahl.

Beweisen Sie (per Induktion) die folgende Aussage:

Ein Rot-Schwarz-Baum der Schwarzhöhe  $h$  hat maximal  $rot(h) = \frac{2}{3} \cdot 4^h - \frac{2}{3}$  rote Knoten.