V401

Das Michelson-Interferometer

Marc Schröder
marc.schroeder@udo.edu

Svenja Dreyer
svenja.dreyer@udo.edu

Durchführung: 23.06.2023

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie

[1]

2 Durchführung

3 Auswertung

3.1 Fehlerrechnung

Der Mittelwert einer physikalischen Größe a mit N Einzelmesswerten ist gegeben durch

$$\overline{a} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} a_{\mathrm{i}} \,. \tag{1}$$

Die Standardabweichung eines Mittelwerts zu einer physikalischen Größe a bestimmt sich mit

$$\Delta a = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N} (a_{\mathrm{i}} - \overline{x})} \,. \tag{2}$$

Für fehlerbehaftete und voneinander unabhängige Eingangsgrößen x_{k} mit $k = 1, \dots, n$ und den Ungenauigkeiten Δx_{k} lautet die Ungenauigkeit der abgeleiteten Größe f nach der gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_{\mathrm{k}}} \right)^2 (\Delta x_{\mathrm{k}})^2} \,. \tag{3}$$

Der gewichtete Mittelwert einer fehlerbehafteten Größe $a \pm b$ mit 2 Einzelmesswerten ist gegeben durch

$$\overline{a} = \frac{p_1 \cdot a_1 + p_2 \cdot a_2}{p_1 + p_2}, \tag{4}$$

wobei $p_1 = 1/b_1^2$ und $p_2 = 1/b_2^2$ die Gewichte sind. Der Fehler des Mittelwerts bestimmt sich dann durch

$$\Delta a = \frac{1}{\sqrt{p1 + p2}}. \tag{5}$$

Die relative Abweichung zwischen einem experimentell bestimmten Wert a_{exp} und der theoretischen Vorhersage a_{theo} wird durch

$$\Delta = \frac{|a_{\mathrm{exp}} - a_{\mathrm{theo}}|}{a_{\mathrm{theo}}} \tag{6}$$

ermittelt.

3.2 Bestimmung der Wellenlänge eines Lasers

Das Interferometer soll zunächst dafür verwendet werden, die Wellenlänge des verwendeten Lasers zu bestimmen. Dafür wird 10 Mal die Anzahl auftretender Interferenzminima bei einer festen Änderung des Lichtwegs um eine entsprechende Veränderung an einer Mikrometerschraube um $d = 5\,\mathrm{mm}$ gemessen. Dies ist allerdings nicht immer gelungen, weswegen zunächst zwei Teilmessreihen mit je einmal d_1 =5,1mm und d_2 =5mm betrachtet werden. Die entsprechenden gemessenen Minima sind in Tabelle 1 eingetragen.

Tabelle 1: Messwerte zur Bestimmung der Wellenlänge eines Lasers.

d/mm	Interferenzminima z
5,1	2776
5,1	2487
5	2438
5	2427
5	2436
5	2409
5	2435
5	2418
5	2430
5	2413

Zunächst werden gemäß Gleichung (1) und (2) der Mittelwert und die Standardabweichung des Mittelwerts der gemessenen Minima für beide Mikrometerschrauben-Verstellungen berechnet. Es ergeben sich

$$z_1 = (2567 \pm 105)$$
$$z_2 = (2426 \pm 4).$$

Nun muss aus der Verstellung der Mikrometerschraube noch die zusätzliche Weglänge des Lichts ermittelt werden. Dabei muss die Übersetzung ü = 5,017 und die Tatsache, dass das Licht jeden zusätzlichen Weg zweimal zurücklegen muss, beachtet werden. Damit ergibt sich der Lichtweg zu

$$d_{\text{Licht}} = \frac{2 \cdot d}{\text{ü}}. \tag{7}$$

Der Fehler berechnet sich über die gleiche Formel, wobei $\Delta d = 0{,}01\,\mathrm{mm}$ einem Skalenanteil entspricht. Das bedeutet für die beiden Verstellungen der Mikrometerschraube ein jeweiliger Lichtweg von

$$d_{\text{Licht},1} = (2{,}020 \pm 0{,}004)\,\mathrm{mm}$$
$$d_{\text{Licht},2} = (1{,}993 \pm 0{,}004)\,\mathrm{mm}.$$

Aus Formel (**??**) über den Zusammenhang auftretender destruktive Interferenzen und dem Verhältnis vom Lichtweg zur Wellenlänge lässt sich mit dem Mittelwert der gemessenen Minima und der gemessenen Wegstrecke des Lichts die Wellenlänge λ bestimmen. Der Fehler der Wellenlänge ergibt sich gemäß Gaußscher Fehlerfortpflanzung (3) zu

$$\Delta\lambda = \overline{\lambda}\sqrt{\left(\frac{\Delta d_{\text{Licht}}}{d_{\text{Licht}}}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta z}{2\overline{z}+1}\right)^2}$$

Für die einzelnen Wegunterschiede ergeben sich dann für die Wellenlänge des Lasers

$$\lambda_1 = (787 \pm 32)\,\text{nm}$$
$$\lambda_2 = (822 \pm 2)\,\text{nm}.$$

Nun kann das gewichtete Mittel über beide Ergebnisse gemäß den Gleichungen (4) und (5) gebildet werden. Dann ergibt sich die aus der Stichprobe resultierende Wellenlänge zu

$$\lambda = (821 \pm 2)\,\text{nm}.$$

3.3 Bestimmung des Brechungsindex in Luft

Für die Bestimmung des Brechungsindex von Luft werden bei einem Druckunterschied von $\Delta p = p - p' = 500$mmHg= 666.5mbar die auftretenden Interferenzminima gezählt. Die entsprechenden Messwerte sind in Tabelle 2 abgebildet, wobei die ungeraden Einträge den Evakuierungsprozess beschreiben, während bei den geraden Einträgen das Ventil geöffnet worden ist um die Luft wieder hereinzulassen. Da bereits ohne Auswertung für beide Fälle ein sichtbar unterschiedliches Verhalten zu erkennen ist, werden die Fälle auch zunächst unabhängig voneinander betrachtet. Der Evakuierungsfall wird mit dem Index 1 und der Einlass der Luft mit dem Index 2 bezeichnet.

Tabelle 2: Messwerte zur Bestimmung des Brechungsindex von Luft.

Interferenzminima z
23
25
19
25
18
26
18
26
21
27

Nun muss für beide Fälle wieder eine Mittelwertbildung gemäß den Gleichungen (1) und (2) durchgeführt werden. Es ergibt sich für z

$$z_1 = (19{,}8 \pm 1{,}0)$$
$$z_2 = (25{,}8 \pm 0{,}4).$$

Nun soll über Gleichung (**??**) der gemessene Unterschied des Brechungsindex bestimmt werden. Dafür wird der theoretische Wert der Wellenlänge des Lasers von $\lambda = 680\,\mathrm{nm}$ und die Dicke der Messzelle $b = 50\,\mathrm{mm}$ benutzt. Im folgenden werden Fehler mit einem D angegeben, um Verwirrungen zu vermeiden. Der Fehler der Wellenlängenänderung $D\Delta n$ ergibt sich über die gleiche Formel, wobei statt z Dz eingesetzt wird. Damit ergibt sich für die Änderung des Brechungsindex bei Änderung des Drucks

$$\Delta n_1 = (1{,}34 \pm 0{,}07) \cdot 10^{-4}$$
$$\Delta n_2 = (1{,}75 \pm 0{,}03) \cdot 10^{-4}.$$

Nun soll aus der Änderung des Brechungsindex bei Änderung des Luftdrucks der Brechungsindex von Luft bei Normalbedingung $T_0 = 273{,}15\,\mathrm{K}$ und $p_0 = 1013{,}2\mathrm{mbar}$ bestimmt werden. Die Temperatur während der Messung ist vergessen worden zu messen. Daher muss sich hier auf eine grobe Schätzung von $T = 297.15K$ beziehungsweise 24°C verlassen werden. Es wird vermutet, dass sich die Temperatur in einem 2 K Intervall um diesen Wert aufhält. Daher wird ein Fehler von $DT = 2\,\mathrm{K}$ angegeben. Nun lässt sich der Brechungsindex über die Formel

$$n = 1 + \Delta n \frac{T \cdot p_0}{T_0 \cdot \Delta p}$$

bestimmen. Der Fehler pflanzt sich gemäß der Gaußschen Fehlerfortpflanzung (3) zu

$$Dn = (n-1)\sqrt{\left(\frac{D\Delta n}{\Delta n}\right)^2 + \left(\frac{D\Delta p}{\Delta p}\right)^2 + \left(\frac{DT}{T}\right)^2} \tag{8}$$

fort, wobei $D\Delta p = 20\mathrm{mmHg} = 26.66\mathrm{mbar}$ ist und 2 Skalenanteilen auf dem Manometer entspricht. Der Fehler resultiert aus dem ungenauen Ablesen von Start und Zieldruck. Damit ergeben sich aus den Messungen bei Evakuierung und hereinlassen der Luft die Brechungsindizes

$$n_1 = (1{,}000\,223 \pm 0{,}000\,014)$$
$$n_2 = (1{,}000\,290 \pm 0{,}000\,012).$$

Nun kann noch das gewichtete Mittel beider Messungen nach Gleichung (4) und (5) gebildet werden. Damit ergibt sich als Brechungsindex für alle 10 Messungen

$$n = (1{,}000\,261 \pm 0{,}000\,009)$$

4 Diskussion

Die experimentell bestimmte Wellenlänge ergab sich zu $\lambda_{\text{exp}} = (821 \pm 2)\,\text{nm}$. Es ist allerdings bekannt, dass der Laser nahezu monochromatisches Licht mit einer Wellenlänge von $\lambda_{\text{theo}} = 680\,\text{nm}$ emittiert. Die relative Abweichung nach Gleichung (6) ist demnach mit 20.8% relativ hoch und der theoretische Wert liegt auch weit außerhalb des 1-σ Intervalls. Theoretisch hätten also deutlich mehr Minima detektiert werden müssen, als gemessen worden sind. Dementsprechend liegen systematische Fehler vor, die die gesamte Messergebnisse nach unten verschoben haben. Sehr Auffällig ist, dass der erste gemessenen Wert tatsächlich noch deutlich größer als die anderen gemessenen Werte sind. Dementsprechend könnte zwischen der ersten und zweiten Messung die Messvorrichtung ungewollt verändert worden sein. Die Justierung der Spiegel, dei so eingestellt sein sollte, dass ein Interferenzmuster mit klar zu unterscheidbaren Maxima zu erkennen sind, die für den Detektor auch zusätzlich richtig orientiert sind, ist im Allgemeinen sehr störanfällig. Da bereits kleinste Änderungen an den Justierrädern einen klar erkennbaren Einfluss auf das Interferenzmuster haben. Dementsprechend könnten bereits unbewusste Berührungen oder Streifungen mit dem der Messvorrichtungen die Justierung gestört haben, wodurch nicht jedes Minimum richtig detektiert werden konnte. Eine weitere Ursache könnte darin bestehen, dass der Motor der Längenverstellung zu schnell lief. Da das Zählwerk Strompulse misst, müssen diese möglichst gut unterscheidbar sein. Wenn zu schnell Pulse auftreten, kann das Zählwerk diese möglicherweise nicht mehr gut erfassen.

Der Brechungsindex ergab sich je nach Druckänderungsrichtung und insgesamt zu

$$
\begin{aligned}
n_1 &= (1{,}000\,223 \pm 0{,}000\,014) \\
n_2 &= (1{,}000\,290 \pm 0{,}000\,012) \\
n &= (1{,}000\,261 \pm 0{,}000\,009).
\end{aligned}
$$

Bei Normalbedingung, also bei 0°C und dem Atmosphärendruck auf Meereshöhe, sollte der Brechungsindex bei $n_{\text{theo}} = 1{,}000\,291\,1$ liegen [2]. Die direkte relative Abweichung über Formel (6) ergibt sehr geringe Abweichungen von

$$
\begin{aligned}
\mathit{\Delta}_1 &= 0,0068\% \\
\mathit{\Delta}_2 &= 0,0001\% \\
\mathit{\Delta} &= 0,0031\%.
\end{aligned}
$$

Diese geringe Abweichung ist an sich aber kein guter Indikator, ob die Messung gut oder schlecht war. Sie sagt nur aus, dass alle experimentellen Messwerte in einer ähnlichen Größenordnung wie der theoretische Wert vom Brechungsindex im Vakuum abweichen. Das an sich ist schonmal nicht schlecht, reicht für eine Beurteilung aber noch nicht aus. Ein besserer Indikator stellt, die experimentell bestimmte Abweichung gegen die theoretische Abweichung zum Vakuum dar $n' = n - 1$. Damit ergeben sich als relative Abweichungen

$$\begin{aligned}\Delta'_1 &= 23,5\% \\ \Delta'_2 &= 0,3\% \\ \Delta' &= 10,5\%.\end{aligned}$$

Hieran lässt sich schon deutlich besser ablesen, dass nur der Brechungsindex, der beim hereinlassen der Luft ermittelt wurde, ein wirklich gutes Ergebnis liefert. Es ist auch die einzige Messung, bei der der theoretische Wert im 1-σ-Konfidenzintervall Messung liegt. Dieses Ergebnis sollte allerdings auch nicht übermäßig stark bewertet werden. Es ist zu beachten, dass zwischen der ersten Messung zur Bestimmung der Wellenlänge keine erneute Justierung vorgenommen worden ist. Das heißt, dass ein systematischer Fehler aus der ersten Messreihe auch hier präsent sein könnte und sich mit anderen systematischen Fehlern aufhebt. In dem Fall wäre das gute Ergebnis für den Brechungsindex eher Zufall. Unter der Annahme, dass dieser Fall nicht eintrifft, kann sich jetzt noch darüber Gedanken gemacht werden, warum bei der Evakuierung soviel schlechtere Ergebnisse produziert werden, als bei der Öffnung des Ventils. Der hauptsächliche Unterschied besteht nun hauptsächlich in der Stetigkeit des Luft Zu-/Abflusses. Bei der Benutzung der Vakuumpumpe wird in bei jedem Pumpvorgang der Messkammer sehr abrupt viel Luft entzogen, während bei Öffnung des Ventils die Luft gleichmäßig in die Kammer fließen kann. Das könnte nun wieder ein Problem für das Zählwerk darstellen. Bei der abrupten Evakuierung könnten manche sehr kurz hintereinander auftretenden Pulse als einer detektiert werden, da der Strom noch nicht weit genug unter einen Schwellwert gefallen sein könnte.

5 Anhang

V409 – Michelson-Interferrometer

1. Wellenlängenmessung 10 -messungen

5mm → 10mm

d/mm	Z
5,1	2476
5,1	2487
5,0	2438
5,0	2427
5	2436
5	2409
5	2435
5	2418
5	2430
5	2418

Standardabweichung / Fehler

$\lambda_{He\text{-}Ne} = 680\,nm$ Literaturwert

Micrometerschraube

Fehler $\Delta d = 0{,}01\,mm$

2. Bestimmung des Brechungsindex 5 ↑ 5 ↓

580 mmHg ~~[illegible]~~ Normaldruck

Δp	Z	
500 mmHg	23	Luft reinlassen
〃	25	evakuieren
	19	
	25	
〃	18	
	26	
〃	18	
〃	26	
〃	21	
	27	

seperat untersuchen

Ü ≙ 1 / 5,017

Fehler $\Delta p = 10\,mmHg$

≙ ganzer Skalenanteil

Fehlerrechnung

Literatur

[1] *Anleitung zum Versuch V401-Michelson-Interferometer*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.

[2] Stone und Zimmerman. *Index of Refraction of Air*. National Institute of Standards und Technology (NIST), 2004. URL: `https://emtoolbox.nist.gov/Wavelength/Edlen.asp`.