Formulario Campi

Guido Lamoto

A.A. 24/25

Linee di trasmissione

Formule

- Trasporto all'indietro di $Z(z)$

$$Z(z) = Z_0 \cdot \frac{Z(0) + jZ_0 \tan(\beta z)}{Z_0 + jZ(0) \tan(\beta z)} \tag{1}$$

  dove Z_0 è l'impedenza della linea e $Z(0)$ l'impedenza nell'origine di riferimento.

- Trasporto in avanti di tensione e corrente

$$V(z) = V(0) \cos(\beta z) - jZ_0 \sin(\beta z) \tag{2}$$

$$I(z) = I(0) \cos(\beta z) - j\frac{V(z)}{Z_0} \sin(\beta z) \tag{3}$$

- Relazioni impedenza - coefficiente di riflessione

$$\Gamma(z) = \frac{Z(z) - Z(0)}{Z(z) + Z(0)} = \frac{Y(0) - Y(z)}{Y(0) + Y(z)} \qquad Y(z) = Y_0 \frac{1 - \Gamma(z)}{1 + \Gamma(z)} \tag{4}$$

$$\Gamma(z) = |\Gamma(0)| \exp(j\varphi_0) \exp j(2\beta z) \qquad Z(z) = Z_0 \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)} \tag{5}$$

  dove $|\Gamma(0)|$ e φ_0 sono modulo e fase del coefficiente di riflessione nell'origine di riferimento.

- Relazione di Poynting parte immaginaria (assumendo $\underline{J}_0 = 0$, ovvero assenza di sorgenti impresse interne)

$$\Phi_I(\underline{S}) + 2\omega(\overline{W}_m - \overline{W}_e) = \Im(\frac{j}{2} \iiint_V \underline{E} \cdot \underline{J}_0 dV) = 0 \tag{6}$$

$$\implies \overline{W}_m - \overline{W}_e = -\frac{\Phi_I(\underline{S})}{2\omega} \tag{7}$$

- Calcolo energia elettrica (o magnetica) media su tratto lungo d

$$\overline{W}_e = \frac{C}{4}\int_0^d |V(z)|^2 dz \qquad \overline{W}_m = \frac{L}{4}\int_0^d |V(z)|^2 dz \tag{8}$$

dove $C = \dfrac{\beta}{\omega Z_0}$ ed $L = \dfrac{\beta Z_0}{\omega}$

- Massima potenza attiva erogabile dal generatore (con impedenza reale)

$$\overline{P}_{max} = \frac{1}{8}\frac{|V_g|^2}{Z_g} = \frac{1}{8}\frac{|I_g|^2}{Y_g} \tag{9}$$

- Condizione di adattamento al generatore. Se l'impedenza alla sezione che si affaccia al generatore è $Z_{DD'} = R_{DD'} + jX_{DD'}$ deve risultare

$$Z_{DD'} = Z^*_{gen} \implies \begin{cases} R_{DD'} = R_{gen} \\ X_{DD'} = X^*_{gen} \end{cases} \tag{10}$$

o equivalentemente

$$Y_{DD'} = Y^*_{gen} \implies \begin{cases} G_{DD'} = G_{gen} \\ B_{DD'} = B^*_{gen} \end{cases} \tag{11}$$

- Adattatore a $\lambda/4$. Sia Z_0 l'impedenza caratteristica della linea da adattare e Z_1 quella del tratto a $\lambda/4$. Sia inoltre Z_C il carico da adattare alla linea. La condizione per utilizzare il $\lambda/4$ è che Z_0, Z_C siano reali. A quel punto il valore di Z_1 è pari a

$$Z_1 = \sqrt{Z_0 Z_C} \in \mathbb{R} \tag{12}$$

- Massimi di tensione e corrente in modulo

$$|V(z)| = \max \text{ e } |I(z)| = \min \iff 2\beta d - \varphi_c = 2n\pi \tag{13}$$

$$|I(z)| = \max \text{ e } |V(z)| = \min \iff 2\beta d - \varphi_c = 2n\pi + \pi \tag{14}$$

dove φ è la fase di Γ a partire dal carico e d la distanza dal carico.

Info utili

- In un tratto a $\lambda/4$ dove entra un'impedenza reale esce ancora un'impedenza reale, dunque la differenza di energia magnetica ed elettrica media è nulla.

$$Z_{in} \in \mathbb{R} \text{ and } d = \lambda/4 \implies \overline{W}_m = \overline{W}_e \implies W_{em} = 2W_e = 2W_m \tag{15}$$

- Quando si calcola il flusso del vettore di Poynting attraverso una sezione, poiché il flusso è per convenzione definito uscente, conviene orientare le superfici corrispondenti alle sezioni per determinare il verso del flusso.

- Se viene chiesa la **massimizzazione del rapporto fra due potenze** $\overline{P}_{AA'}$ e $\overline{P}_{BB'}$ in funzione di x (lunghezza di tratto)...
  Ipotizzando $\overline{P}_{AA'} = \overline{P}_{AA'}(x)$, se $P_{BB'}$ è fissata e le due sezioni sono in serie

$$\frac{\overline{P}_{AA'}}{\overline{P}_{BB'}} = \frac{R_{AA'}(x)}{R_{BB'}} \implies x_{min} \ : \ \frac{\partial R_{AA'}}{\partial \tan(\beta x)} = 0 \tag{16}$$

  mentre in parallelo

$$\frac{\overline{P}_{AA'}}{\overline{P}_{BB'}} = \frac{G_{AA'}(x)}{G_{BB'}} \implies x_{min} \ : \ \frac{\partial G_{AA'}}{\partial \tan(\beta x)} = 0 \tag{17}$$

- Se si ha un'impedenza di carico costituita dalla serie di una resistenza e una reattanza (condensatore/induttore) e viene chiesto di massimizzare il modulo soltanto sulla resistenza, questo equivale a massimizzare la potenza sul carico, perché se R ed X sono fissati il partitore di tensione fra R ed X è anch'esso fissato e l'unica cosa che può variare è il modulo sulla serie, che è massimo quando è massima la potenza attiva $\overline{P} = \frac{1}{2}R|V_C|^2$.