

NOTA TÉCNICA: Seguro dotal mixto

Modelos Actuarios

Marcelino Sánchez Rodríguez 191654

24/9/23

Nota Técnica

1. Descripción de la cobertura del seguro

a. Tipo de seguro

Es un seguro dotal mixto.

b. Temporalidad

El seguro tiene una vigencia de 19 años con primas niveladas por 4 años anticipadamente.

c. Población asegurada

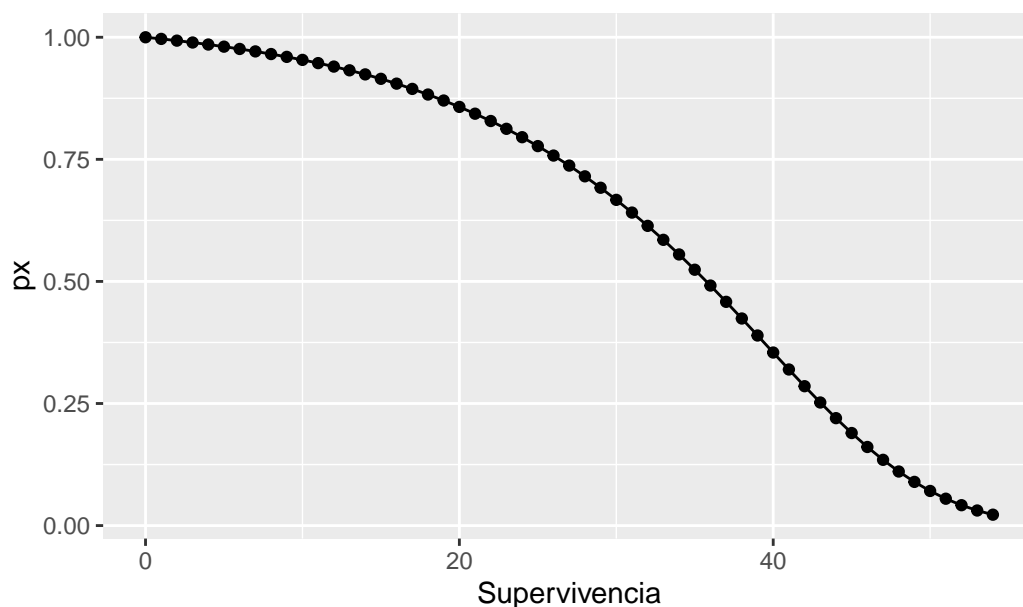
La edad de los asegurados es de 46 años y son 100 asegurados.

2. Hipótesis demográficas y financieras

a. Hipótesis demográfica

Utilizaremos la tabla proporcionada por la aseguradora. La cual para una persona de 46 años se ve de la siguiente manera:

Tabla de mortalidad



b. Hipótesis sobre costos

Dados los valores observados por la aseguradora tendremos los siguientes gastos.

Los gastos asociados a la prima son \$1000 más 40% de la prima en la emisión, \$500 más 20% de la prima los siguientes dos años y \$100 más 5% de la prima para el resto de los años donde se paga prima. Los gastos asociados a la liquidación son \$3,000 mas 0.3% de la suma asegurada en caso de muerte y \$1,000 mas 0.1% de la suma asegurada en caso de supervivencia.

c. Hipótesis sobre tasa de interés

La tasa base será del 5%, porque actualmente existe la expectativa de disminución en la tasa de interés. Esto debido a que la inflación está disminuyendo, y la política de BM es bajar las tasas de interés una vez controlada la inflación. Además, como el seguro tiene una vigencia de 19 años esperamos que disminuya aún más manteniendose en promedio del 5%.

3. Procedimientos técnicos

a. Prima neta

(Fórmula para el cálculo y valor obtenido)

La prima neta está dada por la siguiente fórmula:

$$P = \frac{(2 \times 10^6)A_{46:\overline{19}|} + (10^6)_{19}E_{46}}{\ddot{a}_{46:\overline{4}|}}$$

$$= \frac{(2 \times 10^6)(\sum_{k=0}^{18} v^{k+1} \frac{d_{46+k}}{\ell_{46}}) + (10^6)v^{19} \frac{\ell_{65}}{\ell_{46}}}{\sum_{k=0}^{18} v^k \frac{\ell_{46+k}}{\ell_{46}}}$$

Con lo cual el valor de la prima neta es de $\$1.3299687 \times 10^5$.

b. Prima recargada

(Fórmula para el cálculo y valor obtenido)

El valor de la prima recargada proviene de despejar G de la siguiente ecuación:

$$(3000 + (1.003)(SA_M))A_{46:\overline{19}|}^1 + (1000 + (1.001)(SA_S))_{19}E_{46} =$$

$$-1000 + .6G + (-500 + .8G)(\ddot{a}_{46:\overline{3}|} - 1) + (-100 + .95G)\ddot{a}_{49:\overline{1}|}({}_3E_{46})$$

Es decir, tenemos que:

$$G = \frac{(3000 + (1.003)(SA_M))A_{46:\overline{19}|}^1 + (1000 + (1.001)(SA_S))_{19}E_{46} + 1000 + 500((\ddot{a}_{46:\overline{3}|} - 1)) + 100(\ddot{a}_{49:\overline{1}|})({}_3E_{46})}{.6 + .8(\ddot{a}_{46:\overline{3}|} - 1) + .95\ddot{a}_{49:\overline{1}|}({}_3E_{46})}$$

Con lo cual el valor de la prima recargada es de $\$1.7153866 \times 10^5$.

c. Valores póliza asociados a la prima neta

(Fórmula para el cálculo y valores obtenidos para toda la vigencia de la póliza)

Las fórmulas teóricas son las siguientes, pero para efectos prácticos las calcularemos con la fórmula recursiva de Fackler.

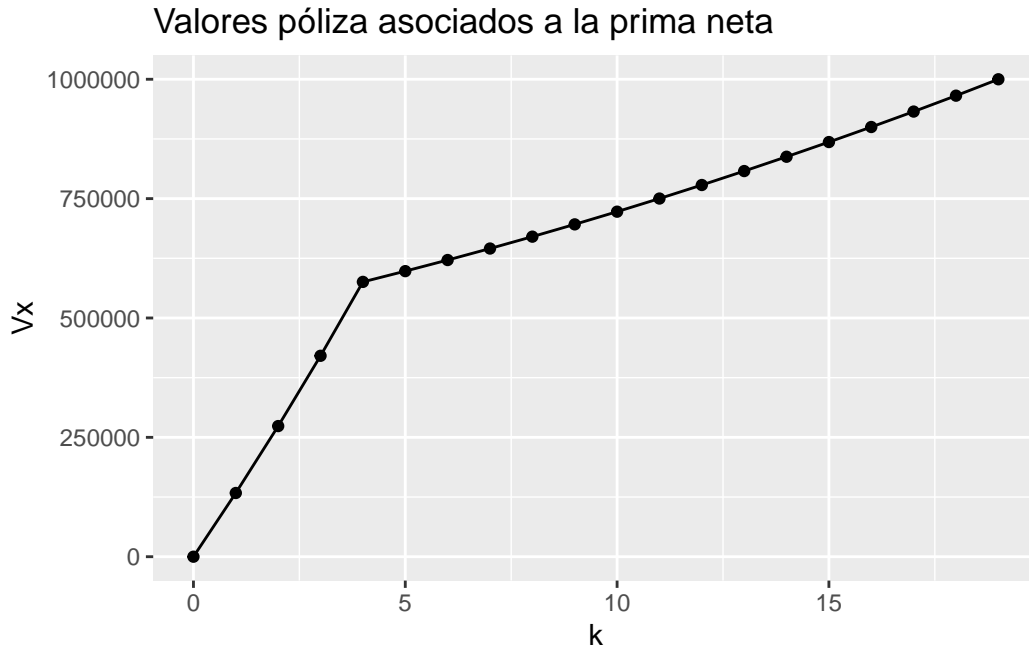
Para $k = 0, \dots, mPrimas - 1$

$${}_kV_{46:\overline{19}|} = \frac{1}{{}_kE_{46}}(P\ddot{a}_{46:\overline{k}|} - (SA_M)A_{46:\overline{k}|}^1)$$

Para $k = mPrimas, \dots, 19$

$${}_kV_{46:\overline{19}} = \frac{1}{{}_kE_{46}}(P\ddot{a}_{46:\overline{4}} - (SA_M)A_{46:\overline{k}}^1)$$

	k	Vx
1	0	0.0
2	1	133457.2
3	2	273577.0
4	3	420809.3
5	4	575585.0
6	5	598117.7
7	6	621394.4
8	7	645481.1
9	8	670360.3
10	9	696102.8
11	10	722699.1
12	11	750184.1
13	12	778529.1
14	13	807735.1
15	14	837741.3
16	15	868503.5
17	16	900018.9
18	17	932340.1
19	18	965623.9
20	19	1000000.0



d. Valores póliza asociados a la prima recargada

(Fórmula para el cálculo y valores obtenidos para toda la vigencia de la póliza)

Las fórmulas teóricas son las siguientes, pero para efectos prácticos las calcularemos con la fórmula recursiva de Fackler.

Para $k = 0$

$${}_kV_{46:\overline{19}|} = 0$$

Para $k = 1$

$${}_kV_{46:\overline{19}|} = \frac{1}{{}_kE_{46}}(-1000 + .6G - (3000 + 1.003SA_M)A_{46:\overline{k}|}^1)$$

Para $k = 2, 3$

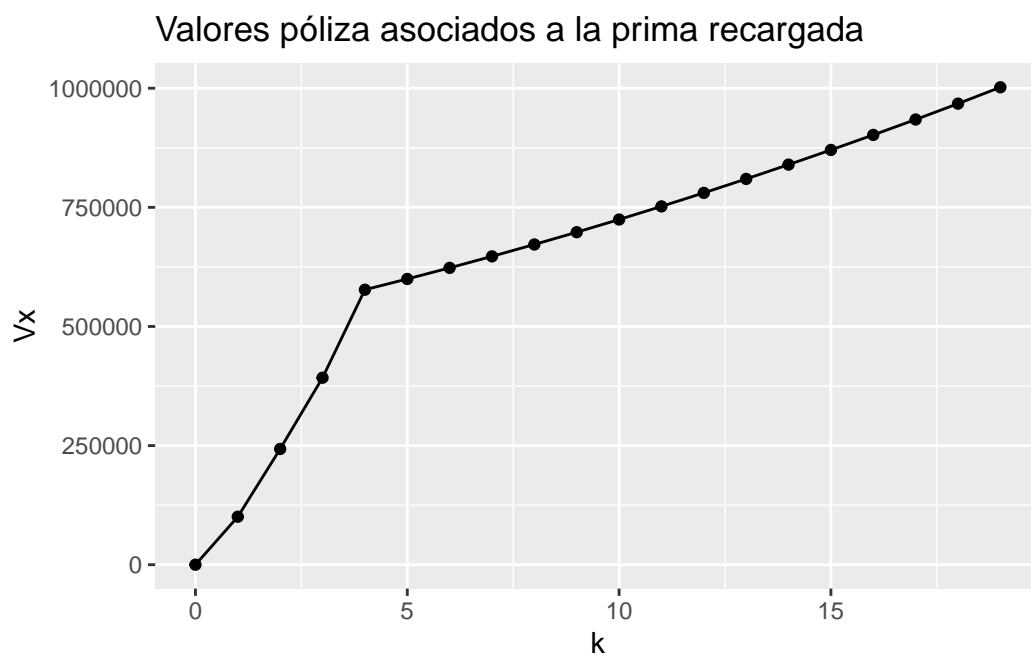
$${}_kV_{46:\overline{19}|} = \frac{1}{{}_kE_{46}}(-1000 + .6G + (-500 + .8G)(\ddot{a}_{46:\overline{k}|} - 1) - (3000 + 1.003SA_M)A_{46:\overline{k}|}^1)$$

Para $k = 4, \dots, 19$

$${}_kV_{46:\overline{19}} = \frac{1}{{}_kE_{46}}(-1000 + .6G + (-500 + .8G)(\ddot{a}_{46:\overline{3}} - 1) + (-100 + .95G)(\ddot{a}_{49:\overline{1}})({}_3E_{46})$$

$$-(3000 + 1.003SA_M)A_{46:\overline{k}}^1)$$

	k	Vx
1	0	0.0
2	1	100691.3
3	2	242951.3
4	3	392428.8
5	4	577112.6
6	5	599688.5
7	6	623008.3
8	7	647137.8
9	8	672059.3
10	9	697843.5
11	10	724480.3
12	11	752004.8
13	12	780387.2
14	13	809628.1
15	14	839665.9
16	15	870454.9
17	16	901991.9
18	17	934328.4
19	18	967621.4
20	19	1002000.0



e. Valores garantizados

(Fórmula para el cálculo y valores obtenidos mientras haya pago de primas)

Calculado retrospectivamente obtenemos la siguiente fórmula:

Los valores garantizados para la prima neta son:

k	Vx
1 1	106765.8
2 2	218861.6
3 3	378728.4

Los valores garantizados para la prima recargada son:

k	Vx
1 1	61063.38
2 2	147829.68
3 3	268757.44

Profit testing

1. Análisis determinista

a. Hipótesis demográficas y financieras

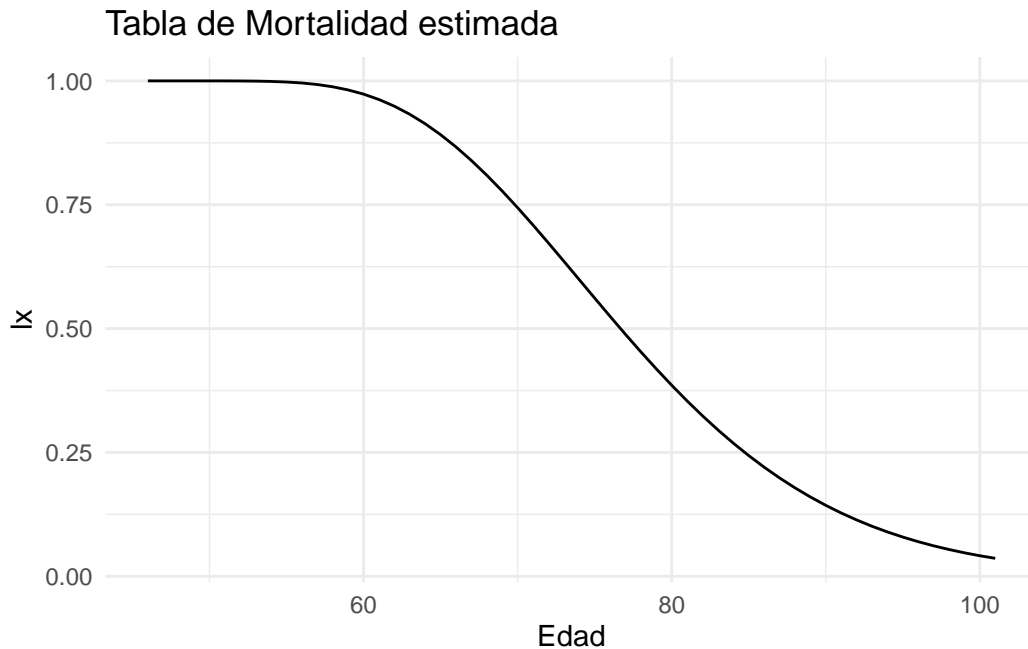
(Elige las variables a analizar, mínimo 2, y los supuestos realistas que vas a utilizar)

Vamos a analizar las variables de tasa de interés y de tabla de mortalidad y sus efectos en las medidas de VPN y MU.

Nuestro mejor estimador de estas variables es que la tasa de interés con la que traeremos a valor presente todos los flujos será de 7.5%, porque se espera que las tasas de interés bajen paulatinamente y considerando que actualmente nos encontramos con tasas altísimas del 11% aproximadamente.

Así mismo consideramos que la tabla de mortalidad será una $Gamma(8, 1/4)$, esto porque suponemos que la tala de mortalidad se comporta como una normal y queremos además modelar mayores sobrevivientes que llegan a tener 100 años.

Esta gráfica se ve la siguiente forma:



b. Valor Presente Neto (VPN)

(Fórmula para el cálculo y valor obtenido)

$$VPN(r) = \sum_{k=1}^{19} F_k v_r^k$$

donde F_k representa los flujos vencidos de cada año (solo durante ese año) hasta la vigencia, tomando en cuenta el final de la vigencia.

Es decir $F_k = Ingreso_k(1 + i^*) - Egreso_k - Reserva_k$

Donde

$Ingreso_k(1 + i^*)$: es el ingreso por primas (menos gatos) y la reserva obtenida al inicio del año y traídas a valor futuro (con la tasa de inversión) que corresponde al final del año en curso con la tasa de costo de capital.(CHECAR)

$Egreso_k$: es el egreso obtenido al final del año (por liquidaciones de muertes y costos asociados).

$Reserva_k$: es la reserva que se debe componer al final del año.

v es el factor de descuento que se obtiene de la tasa de costo de capital el cual suponemos que es del 16%.

Con lo que con las hipótesis planteadas obtenemos un VPN de $\$1.0307039 \times 10^7$.

c. Margen de Utilidad (MU)

(Fórmula para el cálculo y valor obtenido)

$$MU(r) = \frac{VPN(r)}{\sum_{k=1}^{19} R_k v_r^k}$$

Donde R_k representa la prima recargada que se cobró al inicio del año y se trae a valor presente con la tasa de costo de capital.

Con lo cual obtenemos un MU de 0.1851135.

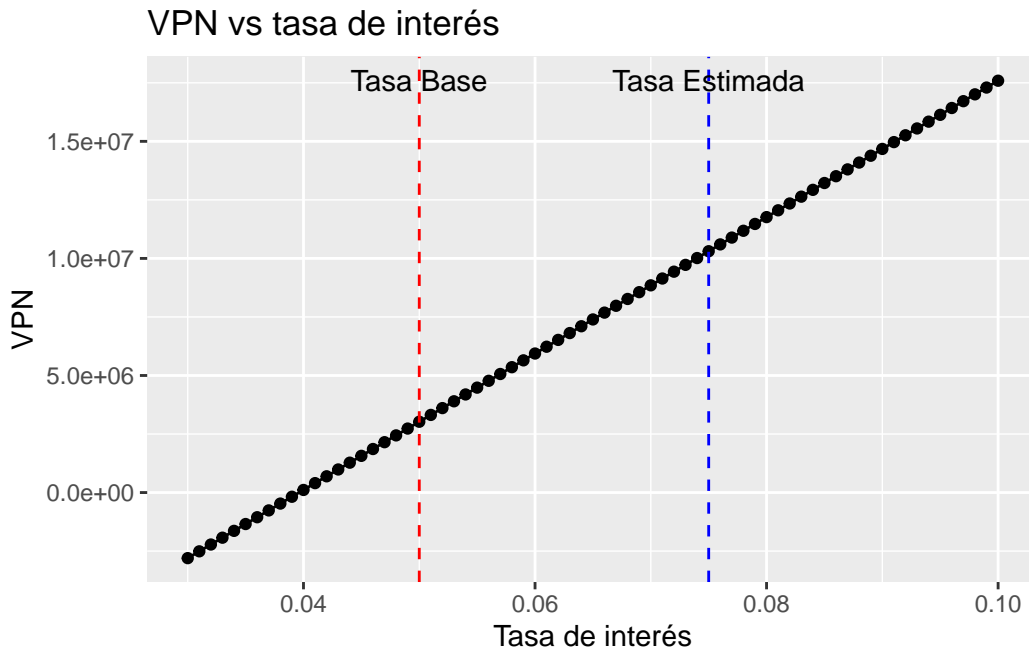
2. Análisis estocástico

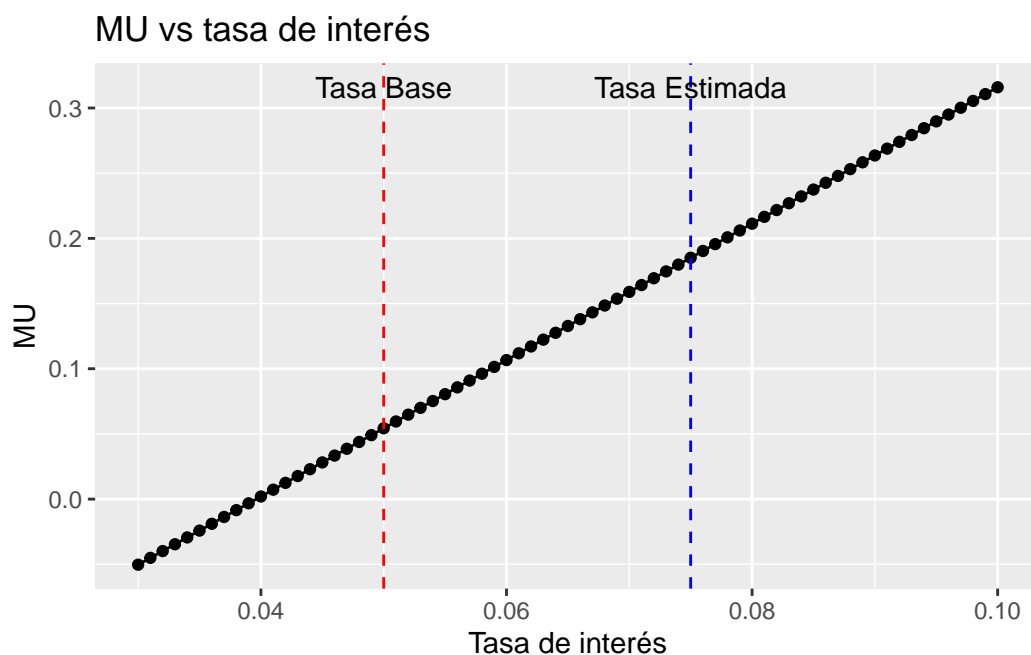
a. Análisis stress-testing para el VPN y MU

(Escoge 2 variables y realiza el stress testing)

Escogemos las variables de tasa de interés y de tabla de mortalidad y realizamos el stress testing para el VPN y MU.

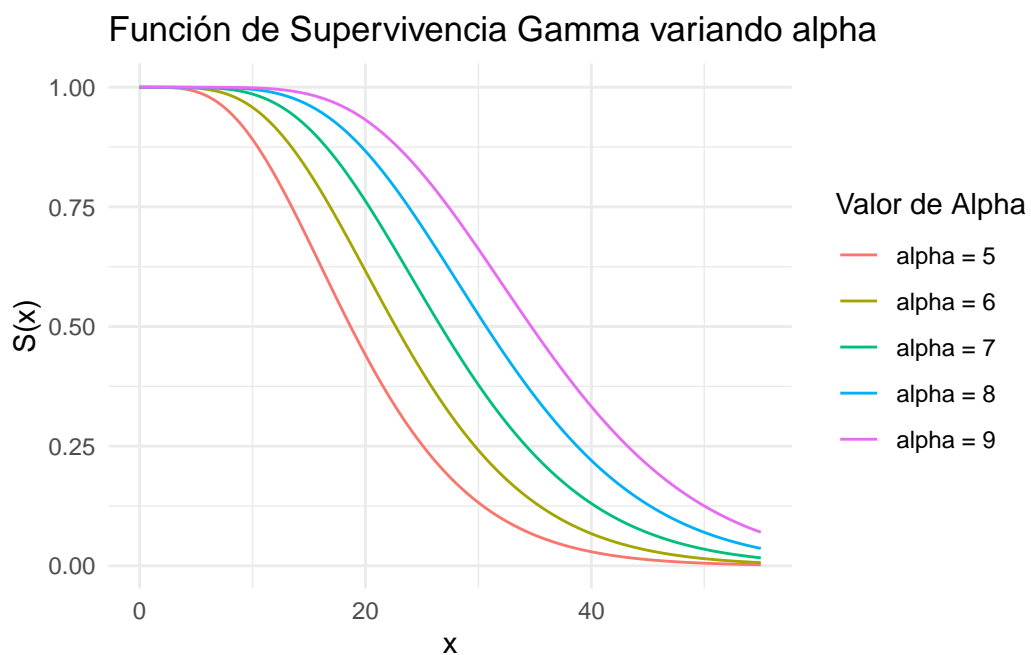
Variamos primero la tasa de interés de 3% a 10% dejando los supuestos base fijos.





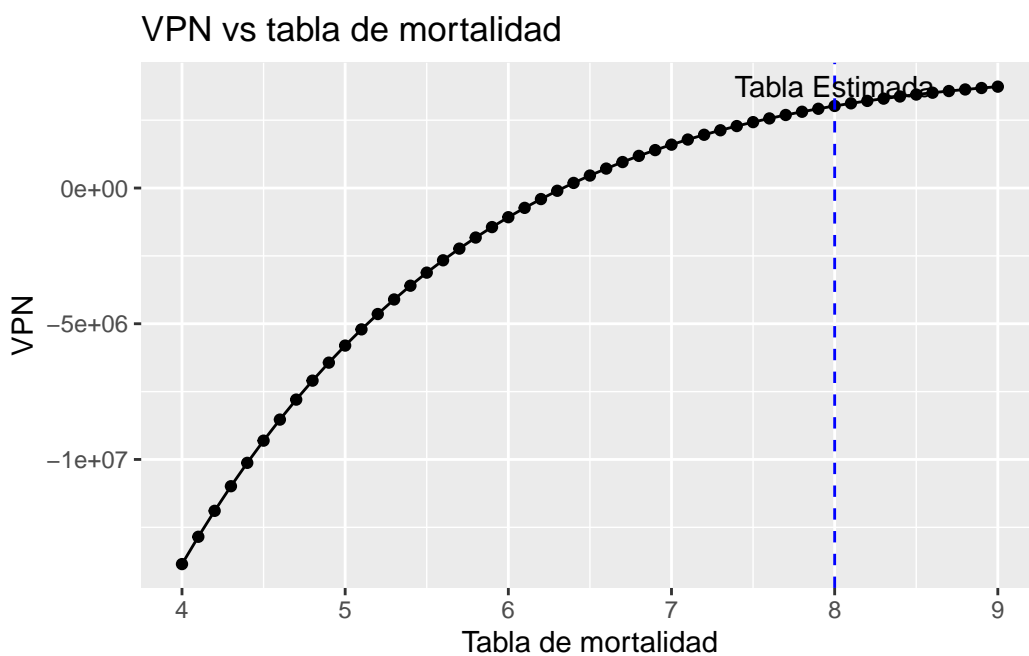
Con lo cual nos damos cuenta que nuestro producto en las medidas de MU y VPN es linealmente sensible a la tasa de interés y presenta una correlación positiva con respecto a la misma. También nos damos cuenta que a partir de una tasa menor al 4% el producto deja de ser rentable.

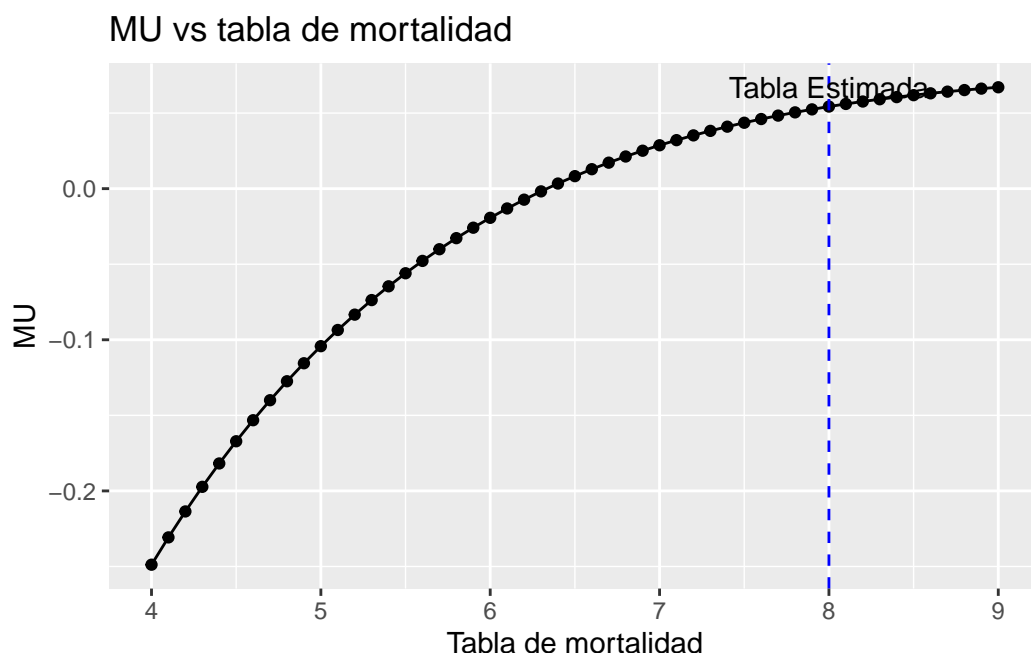
Ahora variaremos la tabla de mortalidad cambiando los valores del parámetro α . El efecto de estos cambios en la tabla se ven de esta forma:



Es decir, entre más grande la α se presenta una mayor expectativa de supervivencia y por lo tanto un mayor valor en la función de supervivencia. Además, con una α más grande, las defunciones son menos abruptas.

Y con lo cual los cambios en VPN y MU se ven gráficamente de la siguiente forma:





Es decir, entre más grande la α se presenta una mayor expectativa de supervivencia y por lo tanto se tiene una mayor rentabilidad entre nuestro producto mixto. Con lo cual en este producto hay que tener cuidado si se presentan muchas defunciones.

b. Análisis por escenarios para el VPN y MU

(Plantea 5 escenarios para realizar el análisis)

Ahora plantearemos 5 escenarios para realizar el análisis.

Los escenarios serán los siguientes:

Descripción detallada de los escenarios:

1. Escenario 1 (Pesimista): Tasa de interés del 3% y tabla de mortalidad con $\alpha=4$.
2. Escenario 2 (Conservador): Tasa de interés del 5% y tabla de mortalidad con $\alpha=6$.
3. Escenario 3 (Estimado): Tasa de interés del 7.5% y tabla de mortalidad con $\alpha=8$.
4. Escenario 4 (Optimista): Tasa de interés del 10% y tabla de mortalidad con $\alpha=9$.
- 5.- Escenario 5 (Base): Tasa de interés del 5% y tabla de mortalidad base con la que calculamos las reservas.

Los resultados de VPN y MU de los primeros 4 escenarios se muestran en la siguiente tabla:

	VPN	MU
Escenario 1	-18803185	-0.33770359
Escenario 2	-1074704	-0.01930158
Escenario 3	10307039	0.18511354
Escenario 4	18372573	0.32996983

En el quinto escenario obviamente obtenemos $MU=VPN=0$

Con lo cual notamos que debemos tener cuidado cuando hay muchas defunciones y tasas de interés más bajas que la tasa base.

c. Análisis por simulación

c.1. Hipótesis para la simulación de las variables a analizar

Elegiremos tasa de interés y tabla de mortalidad como las variables a analizar.

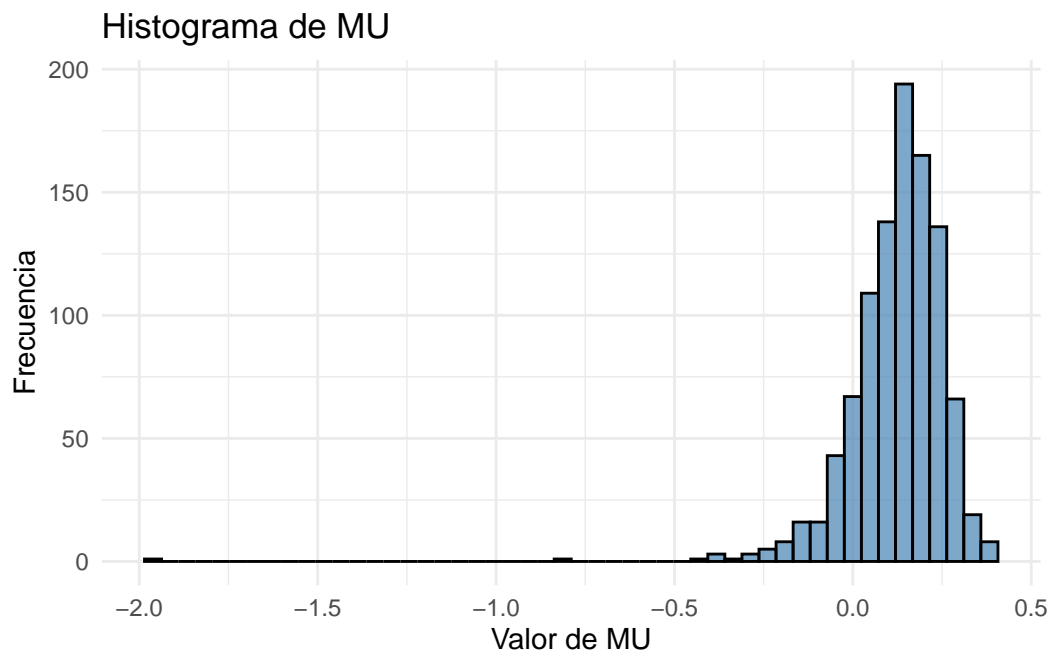
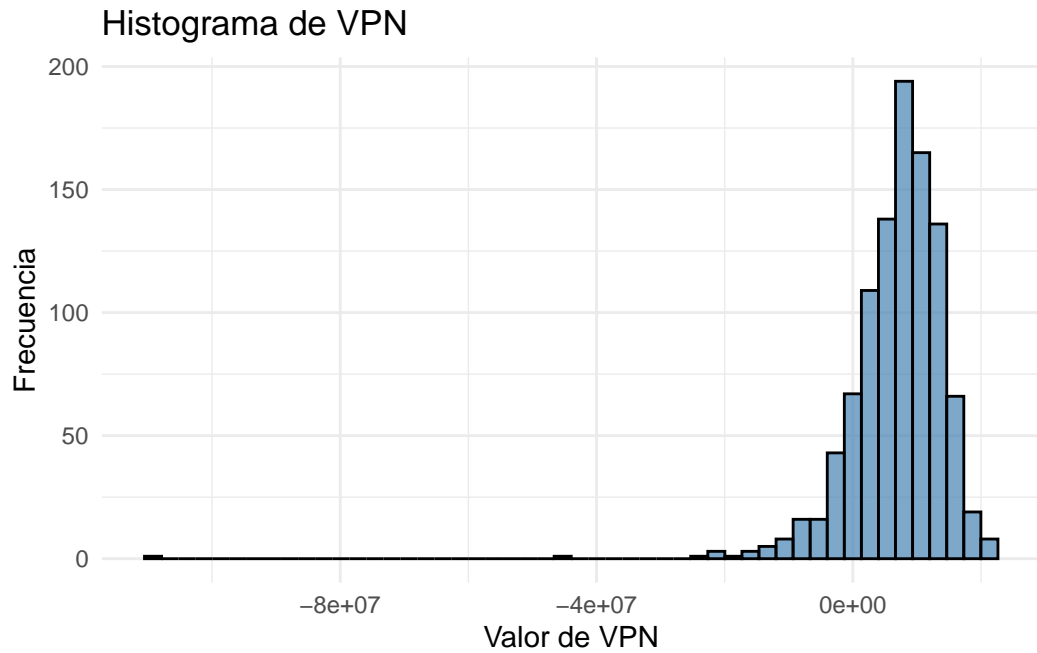
Realizaremos simulaciones para la tasa de interés y la tabla de mortalidad, con la finalidad de obtener una distribución de los valores que pueden obtener VPN y MU conjuntamente.

Para la tasa de interés, supondremos que sigue una distribución normal recortada en 0 con media de 7.5% y desviación estándar de 1.5%.

Para la tabla de mortalidad, supondremos que la α de nuestro modelo Gamma sigue una distribución normal recortada en 0.

c.2. Histograma de 1000 realizaciones de VPN y MU

Procedemos a mostrar los histogramas de las 1000 realizaciones estocásticas sobre tasa de interés y tabla de mortalidad de VPN y MU. (Nota: se fijó una semilla de 191654)



c.3. Promedio y desviación estándar de las 1000 realizaciones de VPN y MU

Los promedios y desviación estándar son los siguientes:

Es decir, si en general suponiendo que la mayoría de las tasas de interés se encuentran en el rango de 6% a 9% y que la mayoría de las α se encuentran en el rango de 6.5 a 8.5, entonces

Tabla 1: Promedio y desviación estándar de las 1000 realizaciones de VPN y MU

Medida	Promedio	Desviacion_Estandar
VPN	6936845.2877	7626583.800
MU	0.1246	0.137

podemos esperar que el VPN y la MU lleguen a ser rentables, aunque igual hay que estar muy pendientes ante bajas en la tasa de interés y muchas defunciones de las esperadas, porque se puede apreciar que el VPN y la MU son muy sensibles a estos cambios, y que hay riesgo de que no sea rentable el producto con una confianza del 12.4%.

Para una cartera de 100 asegurados: Fondo Total

1. Asset-share

(Fórmula para el cálculo y valores obtenidos para toda la vigencia de la póliza)

Utilizaremos la fórmula recursiva para calcular el Asset-share, contando con los valores observados de tasa de interés, mortalidad promedio, costos asociados a la prima de emisión y renovación promedio, y por último los costos asociados a la liquidación por muerte promedio.

$${}_{k+1}AS = \frac{[{}_kAS + G_k(1 - c_k^o) - e_k^o](1 + i_{k,k+1}^o) - q_{x+k}^o(b_{k+1}(1 + propb_k^o) + E_{k+1}^o)}{p_{x+k}^o}$$

Con lo cual los valores de Asset-share para toda la vigencia de la póliza son los siguientes:

	kTemp	assetShare
1	0	0.00
2	1	80535.42
3	2	222023.81
4	3	365818.87
5	4	568709.46
6	5	620547.61
7	6	672815.88
8	7	736056.25
9	8	791620.52
10	9	852776.79
11	10	943511.52
12	11	998588.76
13	12	1131869.56
14	13	1251268.81

15	14	1365588.71
16	15	1498978.09
17	16	1605144.91
18	17	1796289.78
19	18	1932990.62
20	19	2173739.91

2. Estimación del Fondo Total mediante el Asset-share

(Fórmula para el cálculo y valores obtenidos para toda la vigencia de la póliza)

Utilizaremos la siguiente fórmula para calcular el Fondo Total, suponiendo que conocemos exactamente cuántos asegurados tenemos en cada año:

$${}_{k+1}AS = \frac{[{}_kAS + G_k(1 - c_k^o) - e_k^o](1 + i_{k,k+1}^o) - q_{x+k}^o(b_{k+1}(1 + propb_k^o) + E_{k+1}^o)}{p_{x+k}^o}$$

$${}_kFT = \ell_{x+k}^o AS$$

	kTemp	assetShare	fondo_total
1	0	0.00	0
2	1	80535.42	7811936
3	2	222023.81	21314285
4	3	365818.87	34386974
5	4	568709.46	52889980
6	5	620547.61	57090380
7	6	672815.88	59880614
8	7	736056.25	63300837
9	8	791620.52	64121262
10	9	852776.79	69074920
11	10	943511.52	75480921
12	11	998588.76	79887101
13	12	1131869.56	87153956
14	13	1251268.81	91342623
15	14	1365588.71	98322387
16	15	1498978.09	100431532
17	16	1605144.91	104334419
18	17	1796289.78	111369967
19	18	1932990.62	115979437
20	19	2173739.91	128250655

Análisis de Rentabilidad

1. Utilidades

(Fórmula para el cálculo y valores obtenidos para toda la vigencia de la póliza)

Calcularemos el fondo total de lo que estimamos que tenemos como si calculáramos el Asset-Share con lo que ocurrió realmente en cuanto a muertes, utilizamos los demás supuestos promedios observados, y además siempre topamos o completamos el Asset-Share con el valor que debemos tener de la póliza recargada.

$${}_{k+1}AS^* = \frac{[{}_kAS^* + G_k(1 - c_k^o) - e_k^o](1 + i_{k,k+1}^o) - q_{x+k}^o(b_{k+1}(1 + propb_k^o) + E_{k+1}^o)}{p_{x+k}^o}$$
$${}_kFT = \ell_{x+k}^o AS^*$$

Una vez que tenemos el valor del fondo total, calculamos las utilidades como la diferencia entre el fondo total y el valor de la póliza recargada en los mismos tiempos k; y al final lo dividiremos entre 100 para tener un valor comparativo per cápita.

$$U_k = ({}_kFT - {}_kV_{46:\overline{19}})/100$$

	k	Utilidades
1	0	0.0000
2	1	-71179.7784
3	2	-10184.7817
4	3	-30472.5817
5	4	10659.3001
6	5	19643.8961
7	6	-11023.7269
8	7	-5064.4309
9	8	-41308.1851
10	9	25930.4752
11	10	30205.9227
12	11	16117.0737
13	12	24561.1055
14	13	-4009.9814
15	14	23056.9708
16	15	-18151.0099
17	16	-377.5179
18	17	17338.0086
19	18	2817.5165

20 19 40893.2218

Es decir, nuestro producto parece no ser rentable la mayor parte del tiempo. Por lo que realizaremos medidas para determinar si es rentable o no.

2. VPN

(Fórmula para el cálculo y valor obtenido)

Con lo cual la medida de rentabilidad de VPN para este producto dado lo observado es de -6.6844164×10^4 .

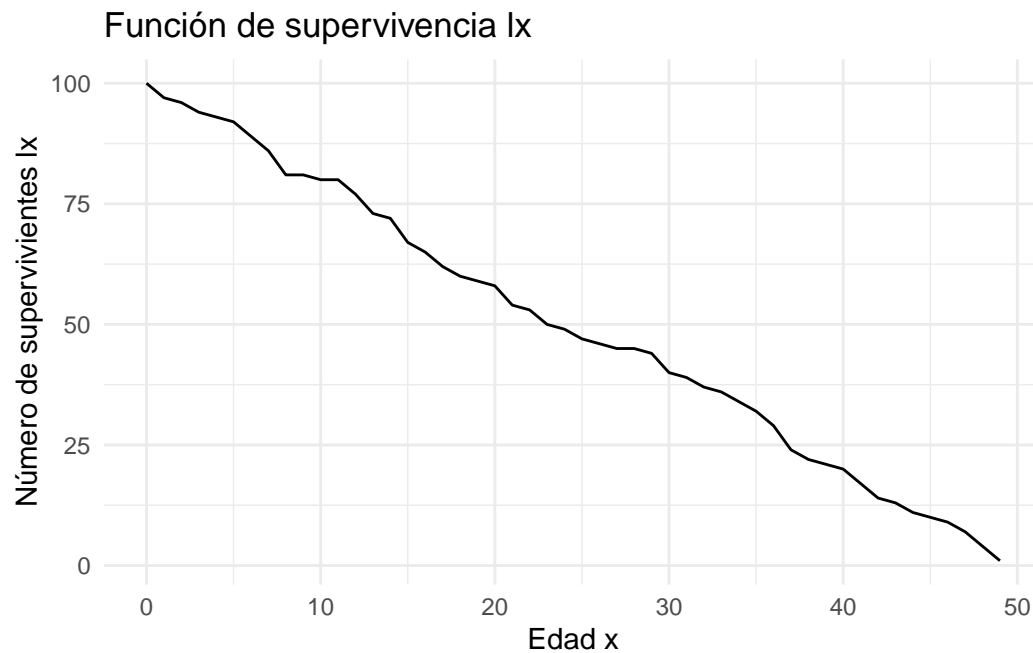
3. MU

(Fórmula para el cálculo y valor obtenido)

Con lo cual la medida de rentabilidad de MU para este producto dado lo observado es de -0.1200515.

En conclusión, el producto no fue rentable, ya que la medida de rentabilidad de MU fue negativa. Esto se debió principalmente a la mayor cantidad de defunciones que no se esperaban. Y como se advirtió en el análisis de stress-testing, el producto es muy sensible a las defunciones y había que tenerse cuidado porque había cierto riesgo probable de que no fuera rentable.

Solo para ilustrar este efecto mostraremos el cambio de la mortalidad con la siguiente gráfica, el cual es lineal y terminó de desarrollar más pérdidas que utilidades:



Referencias

Sánchez, Marcelino, (2023). Notas de la clase de modelos actuariales con la profesora María Mercedes Gregorio Domínguez. Instituto Tecnológico Autónomo de México (ITAM).

Código en R del documento:

Sánchez, Marcelino, (2023). modelos.Actuariales_examen_1. GitHub. https://github.com/Marce2021M/modelos.Actuariales_examen_1