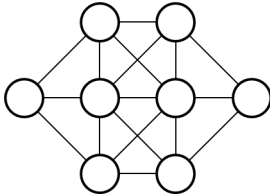


Aufgabenblatt 10: Kombinatorik und Simulation

Kapitel 1: Praktikumsaufgaben

10.1.1: Zahlenschema

Betrachten Sie das folgende Schema:



In die Felder sollen die Zahlen von 1 bis 8 so eingetragen werden, dass sich die Zahlen in den durch eine Linie verbundenen Feldern um mehr als 1 unterscheiden.

Erstellen Sie ein Programm, das alle Lösungen dieses Problems findet und auf dem Bildschirm ausgibt.

10.1.2: Lotto

Erstellen Sie ein Programm, das die Wahrscheinlichkeit, bei einer Lottoziehung (6 aus 49) einen Gewinn in einer bestimmten Gewinnklasse zu erzielen, berechnet.

Erzeugen Sie dazu alle möglichen Ziehungen und berechnen Sie dazu, wie viele der Ziehungen eine bestimmte Anzahl an Richtigen für einen bestimmten Tipp enthalten. Die Wahrscheinlichkeiten erhalten Sie, indem Sie die Zahl der erfolgreichen Fälle im Verhältnis zur Gesamtzahl der Fälle betrachten.

Zur Überprüfung Ihres Programms sehen Sie hier die Ausgabe meiner Musterlösung:

```
0 Richtige: 6096454 (43.596498 Prozent)
1 Richtige: 5775588 (41.301945 Prozent)
2 Richtige: 1851150 (13.237803 Prozent)
3 Richtige: 246820 (1.765040 Prozent)
4 Richtige: 13545 (0.096862 Prozent)
5 Richtige: 258 (0.001845 Prozent)
6 Richtige: 1 (0.000007 Prozent)
```

Gesamt: 13983816

Finden Sie eine mathematische Formel für k ($0 \leq k \leq 6$) Richtige.

10.1.3: Monte Carlo Simulation

In einer Schulklasse sind 23 Schüler des gleichen Geburtsjahrs. Das Geburtsjahr war kein Schaltjahr. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei dieser Schüler am gleichen Tag Geburtstag haben, wenn man annimmt, dass alle Geburtstage gleich wahrscheinlich sind?

Gehen Sie zur Beantwortung der Frage in drei Schritten vor:

1. Schätzen Sie die Wahrscheinlichkeit "gefühlsmäßig" und notieren Sie das Ergebnis.
2. Finden Sie eine Näherung für die Wahrscheinlichkeit mit einer Monte Carlo Simulation (siehe unten).
3. Finden Sie eine exakte Lösung mit Hilfe der kombinatorischen Formeln aus der Vorlesung.

Zur Monte Carlo Simulation:

Mit einer Monte Carlo Simulation versucht man eine Wahrscheinlichkeit dadurch näherungsweise zu bestimmen, dass man ein Zufallsexperiment sehr häufig auf einem Computer durchführt. Man zählt dabei die positiven Fälle und dividiert diese Zahl durch die Gesamtzahl der simulierten Fälle. Die so ermittelte relative Häufigkeit wird dann als Näherung für die mathematisch exakte Wahrscheinlichkeit genommen. Man verwendet solche Simulationen, wenn eine vollständige mathematische Analyse des Problems zu komplex und eine vollständige Computeranalyse mit einem kombinatorischen Algorithmus zu zeitaufwändig ist. In diesem Beispiel würde eine vollständige Computeranalyse wahrscheinlich mehrere Stunden dauern.

Zur Simulation erstellen Sie ein Modell für eine Klasse mit 23 Schülern. Weisen Sie den Schülern 1000000 mal zufällig Geburtstage zu und zählen Sie, wie oft mindestens zwei Schüler bei einer Zuteilung den gleichen Geburtstag erhalten.

Vergleichen Sie das Ergebnis der Simulation mit Ihrer gefühlsmäßigen Schätzung. Welchem Ergebnis vertrauen Sie? Letztliche Sicherheit liefert nur eine mathematische Rechnung.

Kapitel 2: Vertiefung und Selbsttest

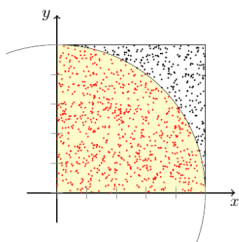
10.2.1: Damenproblem

Lösen Sie das aus der Vorlesung bekannte 8-Damenproblem mit einem geeigneten kombinatorischen Algorithmus.

10.2.2: Pi durch Simulation ermitteln

Finden Sie einen Näherungswert für π durch Monte Carlo Simulation.

Generieren Sie dazu Paare (x, y) von Gleitkommazahlen mit $0 \leq x \leq 1$ und $0 \leq y \leq 1$ und prüfen Sie jeweils, ob das Zahlenpaar innerhalb des Einheitskreises liegt.



10.2.3: Pokern

Um erfolgreich Pokern zu können, ist es wichtig, dass man die Gewinnchancen seiner Karten einschätzen kann. Im Spiel sind 52 Karten, bestehend aus 13 verschiedenen Werten (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, Bube, Dame, König, As) in jeweils vier Farben (Kreuz, Pik, Herz, Karo). Ein Spieler erhält fünf Karten. Man unterscheidet:

- Straight Flush (fünf fortlaufende Werte in einer Farbe)
- Poker oder Vierling (vier gleiche Werte)
- Full House (einmal 3 und einmal 2 gleiche Werte)
- Flush (fünf Karten der gleichen Farbe, aber kein Straight Flush)
- Straight (fünf fortlaufende Werte, aber kein Straight Flush)
- Drilling (drei gleiche Werte, aber kein Full House oder Poker)
- Zwei Paare (zweimal zwei gleiche Werte, aber kein Full House oder Poker)
- Ein Paar (zwei gleiche Werte, aber keine zwei Paare, Drilling, Full House oder Poker)
- Nichts (keines der obigen Blätter)

Erstellen Sie ein Programm, das alle möglichen Kartenverteilungen erzeugt und eine Statistik über das Vorkommen der oben genannten Blätter erstellt:

Straight Flush:	36
Poker:	624
Full House:	3744
Flush:	5112
Straight:	9180
Drilling:	54912
Zwei Paare:	123552
Ein Paar:	1098240
Nichts:	1303560
Gesamt:	2598960

Überprüfen Sie die Ergebnisse durch mathematische Zusatzüberlegungen.