

ANFÄNGERPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK,
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

Spezifische Wärme der Luft und Gasthermometer

Praktikanten: Silke Andrea Teepe

Gerald Loitz

Marcel Kramer

Betreuer: Alexander Schmelev

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	1
2.1	Gasthermometer	1
2.2	Innere Energie eines Gases	1
2.3	Eigenschaften eines Idealen Gases	2
2.4	Spezifische Wärme	2
2.5	Kondensator	3
3	Durchführung	4
3.1	Gasthermometer	4
3.2	Spezifische Wärme der Luft	5
4	Auswertung	5
4.1	Gasthermometer	5
4.2	Spezifische Wärme der Luft	7
5	Diskussion	9
5.1	Gasthermometer	9
5.2	Spezifische Wärme der Luft	9

1 Einleitung

Es existieren mehrere Skalen um die Messung von Temperaturen zu ermöglichen, z.B. die in Amerika häufig genutzten Fahrenheit, oder die in Europa üblichen Celsius. Die Gemeinsamkeit die diese Skalen aber immer aufweisen ist die Existenz eines absoluten Temperatur-Nullpunkts.

Dieser liegt bei $T = -459.67\text{ °F} = -273.15\text{ °C}$

2 Theorie

2.1 Gasthermometer

Das Gasthermometer oder auch JOLLYsche Luftthermometer ist ein Glaskolben der luftdicht an digitales Differenzdruckmessgerät angeschlossen ist. Das Messgerät zeigt nun die Druckdifferenz Δp zwischen Umgebungsdruck p_0 und dem Druck p im Glaskolben an. Im Kolben herrscht folglich ein Druck von

$$p = p_0 + \Delta p$$

Durch Temperaturänderungen ändert sich der Druck im Kolben und man kann mittels der in Kapitel 2.3 beschriebenen Formeln u.A. die Temperaturänderungen berechnen.

2.2 Innere Energie eines Gases

Die Moleküle in einem Idealen Gas werden als Punktförmig angesehen und es wird davon ausgegangen, dass es keine Wechselwirkungen innerhalb des Gases gibt. Folglich ist die gesamte innere Energie U des Gases die Summe der kinetischen Energie E_{kin} der Moleküle. Mit der Temperatur T als Maß der mittleren Energie der Moleküle gilt somit

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T$$

mit der Boltzmannkonstante $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$

Für einen realen Stoff gibt es neben den 3 Freiheitsgraden für Translation noch bis zu 3 Freiheitsgrade für Rotation bzw. 3 für Schwingungen. Lineare Moleküle wie z.B. N_2 , O_2 oder CO_2 haben 5 Freiheitsgrade, nämlich 3 für Translation und 2 für Rotation in einer Ebene. Auf jeden dieser Freiheitsgrade entfällt die Energie

$$E = \frac{1}{2} \cdot k_B \cdot T$$

Folglich hat ein Gas mit N Molekülen und f Freiheitsgraden die innere Energie

$$U = \frac{f}{2} \cdot N \cdot k_B \cdot T = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot T \quad (1)$$

mit $n = \frac{N}{N_A}$ der Stoffmenge in mol und der Gaskonstanten $R = N_A \cdot k_B$

2.3 Eigenschaften eines Idealen Gases

Der Zustand eines Idealen Gases kann durch die Größen Druck p , Volumen V und Temperatur T vollständig beschrieben werden. Für eine Stoffmenge n eines Idealen Gases gilt die Zustandsgleichung

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (2)$$

Folglich gilt

$$\begin{aligned} p &\propto T && \text{bei konstantem Volumen } V, \\ V &\propto T && \text{bei konstantem Druck } p \end{aligned}$$

und nach den Gesetzen von GAY-LUSSAC und BOYLE-MARIOTTE gilt

$$\begin{aligned} p(\vartheta) &= p_0 \cdot [1 + \beta \vartheta] \\ V(\vartheta) &= V_0 \cdot [1 + \beta \vartheta] \end{aligned}$$

mit der Temperatur ϑ in $^{\circ}\text{C}$ und $\beta = \frac{1}{273.15^{\circ}\text{C}}$ ¹. Folglich hat ein Ideales Gas beim absoluten Nullpunkt von $-\frac{1}{\beta} = -273.15^{\circ}\text{C}$ weder ein Volumen noch übt es einen Druck aus.

2.4 Spezifische Wärme

Isochore Temperaturänderung

Der erste Hauptsatz der Wärmelehre besagt für die Änderung der inneren Energie ΔU eines abgeschlossenen Systems

$$\begin{aligned} \Delta U &= \Delta Q + \Delta W \\ \Leftrightarrow \Delta Q &= \Delta U - \Delta W \end{aligned} \quad (3)$$

mit ΔQ der hinzugefügten Wärmeenergie und $\Delta W = -p\Delta V$ der aufgebrauchten Arbeit. Bei einer isochoren Erwärmung, also bei $V = \text{const}$ und damit $\Delta W = -p\Delta V = 0$, ist $\Delta U = \Delta Q$. Aus Gleichung (1) folgt für eine Temperaturänderung ΔT somit

$$\Delta Q = \Delta U = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T \quad (4)$$

Das Verhältnis

$$c_V = \frac{\Delta Q}{\Delta T \cdot n} = \frac{f}{2} \cdot R$$

bezeichnet die spezifische Wärmekapazität von einem Mol eines Gases (in $\frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}$). Damit ergibt sich die Gleichung für die benötigte Energie einer isochoren Erwärmung um ΔT

$$\Delta U = (\Delta Q)_V = n \cdot c_V \cdot \Delta T \quad (5)$$

¹Nach P. Schaaf (2014): "Das Physikalische Praktikum", Universitätsverlag Göttingen

Isobare Temperaturänderung

Wenn der Druck konstant bleibt aber nicht das Volumen, also eine isobare Erwärmung, muss zusätzlich noch die Volumenarbeit $p \cdot \Delta V$ aufgebracht werden. Nach der Gleichung (2) ergibt sich

$$p \cdot \Delta V = n \cdot R \cdot \Delta T \quad (6)$$

Aus dem Hauptsatz folgt somit

$$\begin{aligned} \Delta Q &= \Delta U - \Delta W \\ &= \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T + n \cdot R \cdot \Delta T \\ &= \left(\frac{f}{2} + 1 \right) \cdot n \cdot R \cdot \Delta T \\ &= c_p \cdot n \cdot \Delta T \end{aligned} \quad (7)$$

Damit ergibt sich die Beziehung zwischen c_p und c_V :

$$c_p = \left(\frac{f}{2} + 1 \right) \cdot R = c_V + R$$

Gleichung für Freiheitsgrade

Wenn keine Zustandgröße konstant bleibt gilt nach der Zustandsgleichung

$$\begin{aligned} d(p \cdot V) &= n \cdot R \cdot dT \\ \Rightarrow \frac{d(p \cdot V) + p \cdot dV}{R} &= n \cdot dT \end{aligned} \quad (8)$$

Aus den Gleichungen (8), (5) und dem Hauptsatz folgt

$$\begin{aligned} \Delta Q &= \Delta U - \Delta W \\ &= c_V \cdot n \cdot \Delta T + p \cdot \Delta V \\ &= c_V \cdot \frac{\Delta p \cdot V + p \cdot \Delta V}{R} + p \cdot \Delta V \\ \Rightarrow \Delta Q - p \cdot \Delta V &= (\Delta p \cdot V + p \cdot \Delta V) \cdot \frac{c_V}{R} \\ \Rightarrow \frac{\Delta Q - p \cdot \Delta V}{\Delta p \cdot V + p \cdot \Delta V} &= \frac{c_V}{R} = \frac{f}{2} \end{aligned} \quad (9)$$

2.5 Kondensator

Beim Aufladen eines Kondensator mit der Kapazität C muss die Ladung Δq die bereits aufgebaute Spannung $U = \frac{q}{C}$ überwinden. Dazu wird die Energie $\Delta E = \Delta q \cdot \frac{q}{C}$ benötigt.

Somit ist die Gesamtenergie E im Kondensator der von $Q_0 = 0$ bis $Q_{max} = U \cdot C$ aufgeladen wird

$$\begin{aligned}
 E &= \int_0^{Q_{max}} \frac{q}{C} \cdot d q \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_{max}^2}{C} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2
 \end{aligned} \tag{10}$$

3 Durchführung

3.1 Gasthermometer

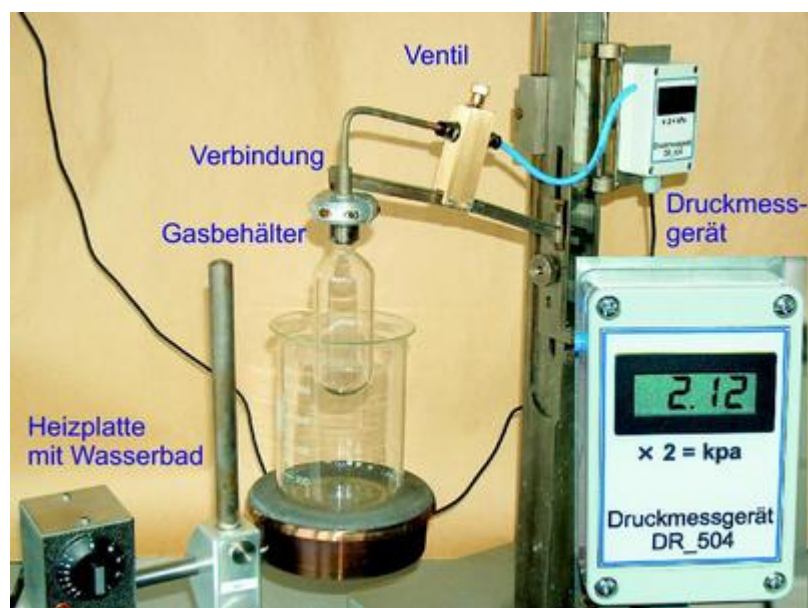


Abbildung 1: Versuchsaufbau Gasthermometer²

Da das Druckmessgerät nicht in der Lage ist, negative Druckdifferenzen zu erfassen, wird zunächst das Ventil geöffnet und im Glaskolben Luftdruck hergestellt. Mit Hilfe von Eiswasser wird dann der Kolben auf etwa 0 °C abgekühlt und anschließend das Ventil wieder verschlossen. Das Druckmessgerät sollte nun ca. 0.00 kPa anzeigen. Nun bestimmt man den Druck $p_V(T)$ der Luft im Kolben für konstantes Volumen V und Temperaturen zwischen 0 °C und 100 °C, sowohl für Erwärmen, als auch Abkühlen des Kolbens. Dabei sollten Schritte von $\Delta T \leq 5K$ gewählt werden. Um eine möglichst gleichförmige Temperaturänderung zu gewährleisten sollte das Wasserbad dauernd umgerührt werden.

²<https://lp.uni-goettingen.de/get/text/3643> Abb.3723

3.2 Spezifische Wärme der Luft

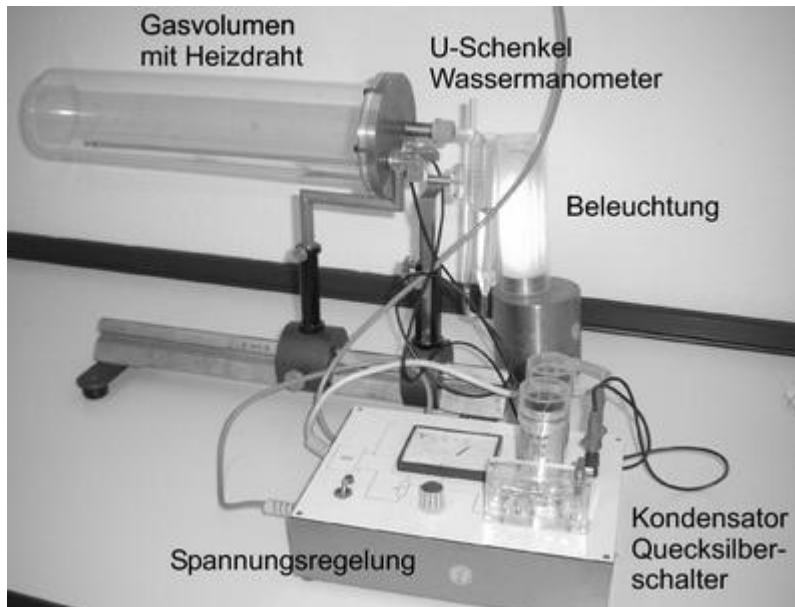


Abbildung 2: Versuchsaufbau Spez. Wärme d. Luft ³

Ein Zylinder gefüllt mit Luft ist mit einem Wassermanometer verbunden. An dass Gasvolumen kann über einen Kondensator und einen Glühdraht eine spezifische Wärmemenge Q abgegeben werden. Das Gasvolumen kann bei Vernachlässigung der Manometeränderung als konstant angesehen werden und somit die Druckänderung am Manometer abgelesen werden.

Der Kondensator wird aufgeladen und dann über den Heizdraht entladen. Dabei wird der maximale Ausschlag Δp des Manometers abgelesen. Dieser wird für mehrfach für möglichst viele Spannungen zwischen 100V und 500V gemessen. Außerdem ist das Innenvolumen V des Zylinders zu messen.

Während der Messung ist mit dem Ventil die Belüftungsöffnung des Zylinders zu verschließen und zwischen den Messungen beim Temperatúrausgleich zu öffnen. Nach Beendigung der Messungen ist das Ventil geöffnet zurückzulassen.

4 Auswertung

4.1 Gasthermometer

Das Experiment wurde etwa 175m über dem Meeresspiegel durchgeführt. Für den Umgebungsdruck nehmen wir daher $p_0 = 991,3$ hPa an. Der Gesamtdruck p im Glaskolben ergibt sich aus der Summe des Umgebungsdrucks und der Messwerte.

$$p = p_0 + p_K$$

³<https://lp.uni-goettingen.de/get/text/3643> Abb.3724

Die Messwerte sind in den Abbildungen 3 und 4 zu sehen. Aufgrund des Gay-Lussac-Gesetzes kann ein linearer Zusammenhang angenommen werden. Der Ansatz für die Regression ist daher $p(T) = mT + b$. Der Ablesefehler des Druckmessgerätes ist gering und mit 0,2 kPa angenommen. Die Temperatur konnte nicht direkt im Glaskolben gemessen werden sondern musste in dem umgebenden Wasser gemessen werden. Wegen möglicher Temperaturunterschiede zwischen Wasser und Luft wird ein Gesamtfehler von 0,4 kPa verwendet.

Mit diesen Werten erhält man folgende Ergebnisse aus der linearen Regression

	m	$\pm m$	b	$\pm b$
Aufwärmen	279,36	3,10	98861	172,4
Abkühlen	270,75	3,82	99903	197,3

Tabelle 1: Ergebnisse der Regression mit Messfehlern

Mit Hilfe des gewichteten Mittelwerts erhält man daraus

$$p(T) = (275,9 \pm 2,4) \frac{\text{kPa}}{^\circ\text{C}} T + (99312 \pm 130) \text{ kPa}$$

Der absolute Nullpunkt ergibt sich dann aus

$$p(T) \stackrel{!}{=} 0 \quad \Leftrightarrow \quad T = -\frac{b}{m} = (-359,96 \pm 2,4) ^\circ\text{C}$$

wobei der Fehler durch die Gaußsche Fehlerfortpflanzung bestimmt wurde.

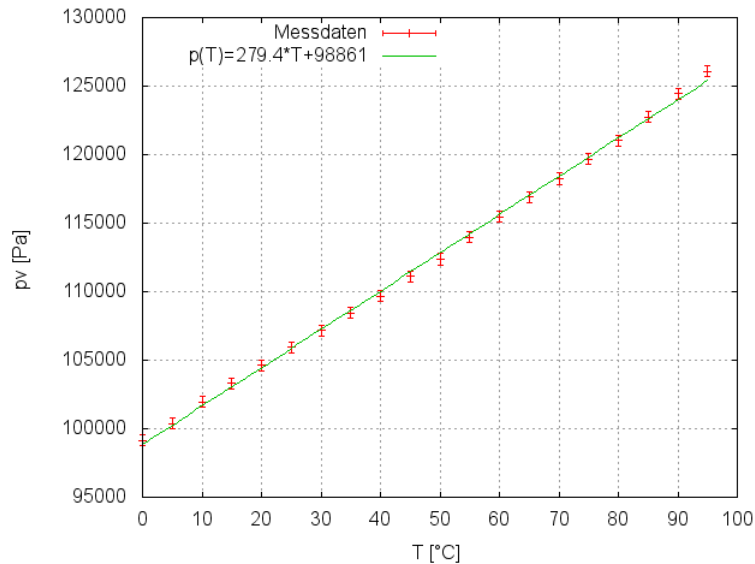


Abbildung 3: Aufwärmen des Gasthermometers

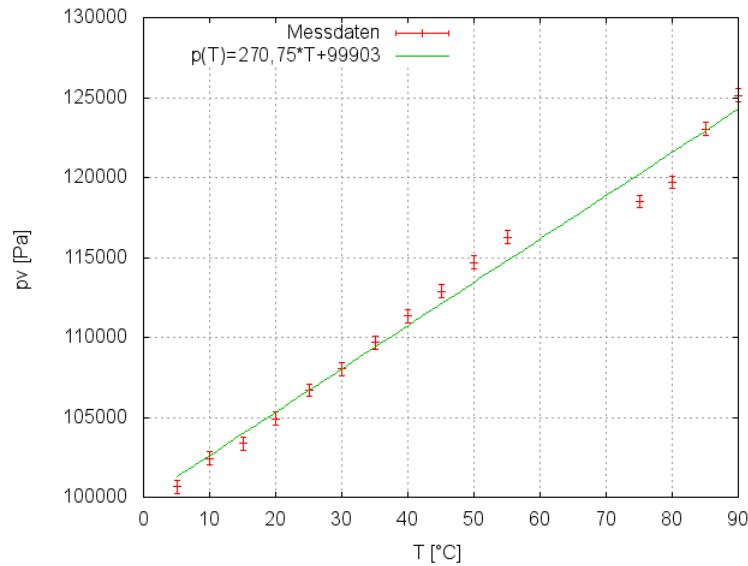


Abbildung 4: Abkühlen des Gasthermometers

4.2 Spezifische Wärme der Luft

Für eine angelegte Spannung U des Kondensators berechnet sich die elektrische Energie des Kondensators durch

$$\Delta Q = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

Die Gesamtkapazität $C = 2 \cdot 10\mu F$ ist die Summe der Kapazitäten der beiden Kondensatoren, die laut Praktikumsanleitung jeweils $10\mu F$ betragen. Der zugehörige Fehler ergibt sich aus der Fehlerfortpflanzung des Ablesefehlers σ_U der mit 5 V abgeschätzt ist.

$$\sigma_{\Delta Q} = \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta Q}{\partial U}\right)^2 \cdot \sigma_U^2} = \sigma_U \cdot CU$$

Die zugehörige Druckänderung ist durch

$$\Delta p = \rho g \Delta h = \rho g h_1 \left(1 + \frac{r_1^2}{r_2^2}\right)$$

mit dem zugehörigen Fehler

$$\sigma_{\Delta p} = \sigma_h \rho g \left(1 + \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) = 9.81 \text{ Pa}$$

gegeben. Aus der Praktikumsanleitung erhält man die Werte für die Radien der Schenkel des Wasser-Manometers, die mit $r_1 = 2,0 \text{ mm}$ und $r_2 = 9,2 \text{ mm}$ angegeben sind sowie die Dichte von Wasser die $\rho_{H_2O} = 1,0g$ beträgt. Das so berechnete Ergebnis ist in

Abbildung 5 dargestellt, die exakten Zahlen Werte stehen zusammen mit dem Messdaten in Tabelle 2.

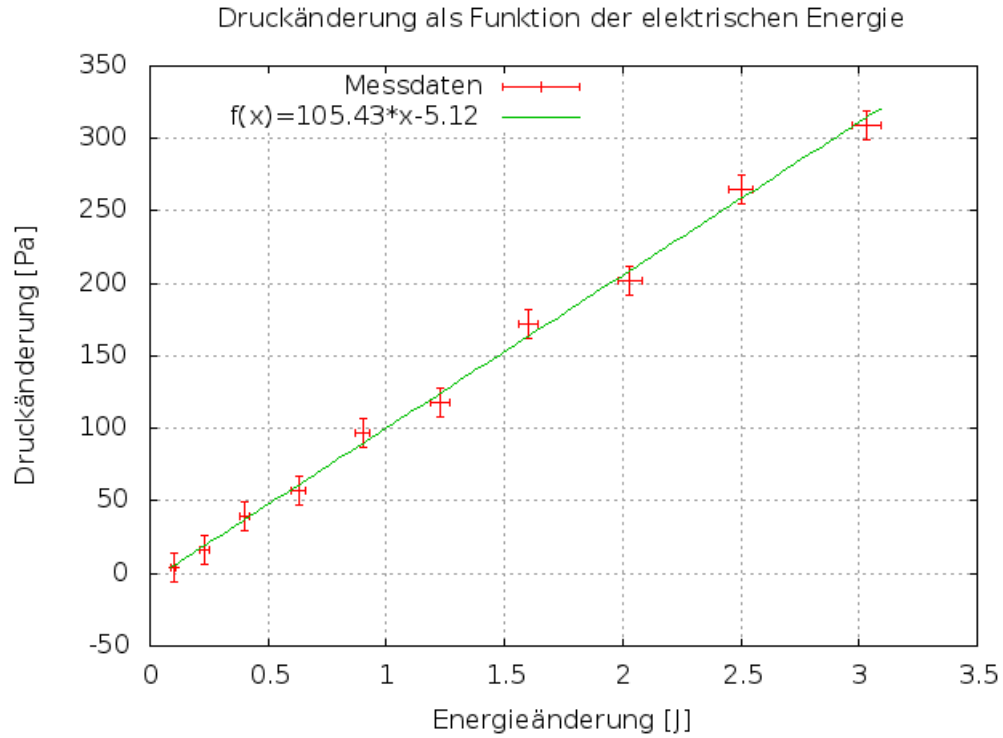


Abbildung 5: Druckänderung als Funktion der elektrischen Energie

Um die Zahl der Freiheitsgrade zu bestimmen wird Formel 4 verwendet. Dazu wird das Volumen des Zylinders benötigt. Die Abmessung ergab für den Durchmesser $d = (8,9 \pm 0,2)$ cm und für die Länge $L = (40,0 \pm 0,2)$ cm. Damit berechnet sich das Volumen zu

$$V = \pi \left(\frac{d^2}{2} \right)^2 l = (0,0025 \pm 0,0001) m^3.$$

Der Fehler wurde durch die Fehlerfortpflanzung ermittelt.

$$\sigma_V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial d} \right)^2 \cdot \sigma_d + \left(\frac{\partial V}{\partial l} \right)^2 \cdot \sigma_l} = \sqrt{(\pi d l)^2 \cdot \sigma_d + \left(\pi \frac{d^2}{2} \right)^2 \cdot \sigma_l}$$

Für den Luftdruck im Zylinder wird derselbe Raumdruck von $p = p_0 = 991,3 hPa$ wie im Versuch *Gasthermometer* verwendet.

Nun lassen sich die Freiheitsgrade f gemäß

$$f = 2 \frac{\Delta Q - p \Delta V}{V \Delta p + p \Delta V}$$

mit dem Fehler

$$\begin{aligned}\sigma_f &= \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial \Delta p}\right)^2 \sigma_{\Delta p}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \Delta Q}\right)^2 \sigma_{\Delta Q}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \Delta V}\right)^2 \sigma_{\Delta V}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial V}\right)^2 \sigma_V^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{-2V(\Delta Q - p\Delta V)}{(V\Delta p + p\Delta V)^2}\right)^2 \sigma_{\Delta p}^2 + \left(\frac{2}{V\Delta p + p\Delta V}\right)^2 \sigma_{\Delta Q}^2 + \left(\frac{-2p(\Delta p + \Delta Q)}{(V\Delta p + p\Delta V)^2}\right)^2 \sigma_{\Delta V}^2 + \left(\frac{-2\Delta p(\Delta Q - p\Delta V)}{(V\Delta p + p\Delta V)^2}\right)^2 \sigma_V^2}.\end{aligned}$$

Schließlich kann man die Molwärme c_v aus der Zahl der Freiheitsgrade und der Gaskonstanten $R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol}}^4$ mit Formel 9 bestimmen. Der Fehler ist

$$\sigma_{c_v} = \sqrt{\left(\frac{\partial c_v}{\partial f}\right)^2 \sigma_f^2} = \frac{1}{2} R \sigma_f.$$

Die Ergebnisse sind in Tabelle 3 aufgeführt. Durch den gewichteten Mittelwert erhält man $f = 7,35 \pm 0,21$ und $c_v = 30,27 \pm 0,63 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$.

5 Diskussion

5.1 Gasthermometer

Der von uns gemessene Wert von $T = (-362,08 \pm 2,4) ^\circ\text{C}$ weicht um etwa 32 Prozent vom Literaturwert von $-273,15 ^\circ\text{C}^5$ ab. Diese starke Abweichung ist wahrscheinlich hauptsächlich dadurch entstanden, dass der Glaskolben nicht vollständig im Wasser eingetaucht war. Außerdem ist unklar wie stark der tatsächliche Umgebungsdruck von dem angenommenen Wert abweicht.

5.2 Spezifische Wärme der Luft

Sauerstoff und Stickstoff verhalten sich so als ob sie fünf Freiheitsgrade besitzen. Der theoretische Wert für die Molwärme der Luft ist also $c_v = \frac{5R}{2} = 20,785 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$ (der Anteil von Argon kann vernachlässigt werden). Vergleicht man die Zahl der tatsächlichen Freiheitsgraden mit unseren Messwerten fällt auf, dass besonders die Messungen bei 100 V und 150 V stark abweichen. Der Grund dafür kann eine kleine Abweichung der Nullposition der Skala mit der tatsächlichen Höhe des Wassers in der Ruheposition des Manometers seien. Diese verändert bei kleinen Spannungen den Messwert besonders stark. Die restlichen Werte liegen alle etwa 2,5 Freiheitsgrade über dem tatsächlichen Wert. Es liegt also nahe, dass die Messung mit einem systematischen Fehler behaftet ist.

⁴[Dem I] Seite 266

⁵[Dem I] Seite 264

Literatur

[Dem I] Demtröder Wolfgang, Experimentalphysik 1, 6. Auflage

$U[\text{V}]$	$h[\text{mm}]$	$\Delta Q[\text{J}]$	$\sigma_{\Delta Q}[\text{J}]$	$\Delta p[\text{Pa}]$
100	0,4	0,1	0,010	3,93
100	0,4	0,1	0,010	3,93
100	0,4	0,1	0,010	3,93
150	1,6	0,23	0,015	15,7
150	1,8	0,23	0,015	17,67
150	1,6	0,23	0,015	15,7
200	4,0	0,4	0,020	39,26
200	4,0	0,4	0,020	39,26
200	4,0	0,4	0,020	39,26
250	6,0	0,63	0,025	58,89
250	5,6	0,63	0,025	54,96
250	6,0	0,63	0,025	58,89
300	10,0	0,9	0,030	98,15
300	10,0	0,9	0,030	98,15
300	9,6	0,9	0,030	94,22
350	12,0	1,23	0,035	117,78
350	12,0	1,23	0,035	117,78
350	12,0	1,23	0,035	117,78
400	18,0	1,6	0,040	176,66
400	17,0	1,6	0,040	166,85
400	17,6	1,6	0,040	172,74
450	21,6	2,03	0,045	212,00
450	20,0	2,03	0,045	196,29
450	20,0	2,03	0,045	196,29
500	28,0	2,5	0,050	274,81
500	27,0	2,5	0,050	265,00
500	26,0	2,5	0,050	255,18
550	33,0	3,03	0,055	323,88
550	31,6	3,03	0,055	310,14
550	30,0	3,03	0,055	294,44

Tabelle 2: Messdaten zum Versuch Spezifische Wärme der Luft

$U[\text{V}]$	f	σ_f	$c_v \left[\frac{\text{J}}{\text{molK}} \right]$	$\sigma_{c_v} \left[\frac{\text{J}}{\text{molK}} \right]$
100	19,30	46,18	80,22	191,99
150	10,38	6,02	43,13	25,03
200	7,66	1,89	31,85	7,84
250	8,17	1,38	33,95	5,74
300	6,98	0,72	29,01	3,00
350	7,82	0,67	32,52	2,78
400	6,98	0,42	29,03	1,76
450	7,55	0,39	31,4	1,63
500	7,08	0,29	29,46	1,21
550	7,34	0,26	30,53	1,09

Tabelle 3: Freiheitsgrade und Molwärme von Luft