

Sprawozdanie z laboratorium

Modelowanie Systemów Dynamicznych

Temat: Rozwiązywanie ODE w MATLABIE

Marceli Jach, wydział EAIiB, Automatyka i Robotyka, grupa 4. 30.11.2022r.

Zadanie to polegało na obliczeniu równań różniczkowych opisujących urządzenie do hamowania lądujących samolotów które wystąpiło na poprzednich zajęciach laboratoryjnych. Nie będę tutaj opisywać budowy tego urządzenia, ani w jaki sposób działa, ponieważ opisałem to już w sprawozdaniu poprzednim. Zamiast tego zamieszczę jedynie oznaczenia dla zmiennych stanu oraz równania stanu. Zadanie należało wykonać wykorzystując poznany dzisiaj solver ode45.

$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = \dot{x} \\ x_3 = y_2 \\ x_4 = \dot{y}_2 \\ x_5 = y_3 \\ x_6 = \dot{y}_3 \end{cases}$$

Rysunek 3. Zmienne stanu.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2f_{k1}\sin\theta/m_1 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = (2f_{k1} - f_{k2})/m_2 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = (f_{k2} - f_b)/m_3 \end{cases}$$

Rysunek 4. Równania stanu

W celu wykonania tego zadania, należało najpierw napisać funkcję w Matlabie która będzie implementować równania stanu, czyli wyliczać pochodne zmiennych stanu (de facto będzie opisywać działanie hamownika).

Kod funkcji:

```
function Dx = hamownik(t,x)
h = 42;           %[m]
k2 = 303600;
k1 = 54700;
m3 = 200;
m2 = 450.28;
m1 = 14000;
% interpolacja
wezlyF3 = [0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 94 98 102 104 107 120];
wartosciF3 = [833 400 160 320 520 520 660 830 1070 1600 2100 2800 4100 5000 9000 9000];
funF3 = interp1(wezlyF3,wartosciF3,x(5),'pchip');
Fb = funF3*x(6)^2;

% zmienne stanu
y1 = sqrt(x(1)^2+h^2)-h;
sin_theta = x(1)/(h+y1);
if y1 >= 2*x(3)
    Fk1 = k1*(y1-2*x(3));
else
```

```

        Fk1 = 0;
    end
    if x(3) >= x(5)
        Fk2 = k2*(x(3)-x(5));
    else
        Fk2 = 0;
    end
    dx(1) = x(2);
    dx(2) = (-2*Fk1*sin_theta)/m1;
    dx(3) = x(4);
    dx(4) = (2*Fk1 - Fk2)/m2;
    dx(5) = x(6);
    dx(6) = (Fk2 - Fb)/m3;
    Dx = [dx(1);dx(2);dx(3);dx(4);dx(5);dx(6)];

```

Zaimplementowana w taki sposób funkcja będzie zwracać pochodne zmiennych stanu. Mając to na uwadze będzie można przekazać uchwyt do tej funkcji do solvera ode45, który otrzymując oprócz tego zakres czasu w którym chcemy wyliczyć te zmienne oraz warunki początkowe, zwróci nam rozwiązanie. Warto jednak mieć na uwadze to, że przyspieszenie nie jest zmienną stanu. W takim razie obliczenia wykonane przez solver nie pozwolą nam narysować wykresu przyspieszenia. W związku z tym musimy zdefiniować dodatkową funkcję wyjść która będzie działać jako funkcja pomocnicza do ode45.

Kod funkcji pomocniczej:

```
function status = hamownik_out(t,x,flag)
```

```

global w3
h = 42;           %[m]
k1 = 54.7e3;      %[N/m]
m1 = 14000;       %[kg]

if strcmp(flag,'init')
    w3 = 0;
elseif isempty(flag)
    y1 = sqrt(x(1)^2+h^2)-h;
    sin_alfa = x(1)/(h+y1);

    if y1 >= 2*x(3)
        Fk1 = k1*(y1-2*x(3));
    else
        Fk1 = 0;
    end

    w3 = [w3;-2*Fk1*sin_alfa/m1];
end
status = 0;

```

Funkcja ta na podstawie aktualnych zmiennych stanów oraz flag przekazywanych do niej przez funkcję ode45 oblicza aktualne przyspieszenie, oraz przypisuje je do zmiennej globalnej w3.

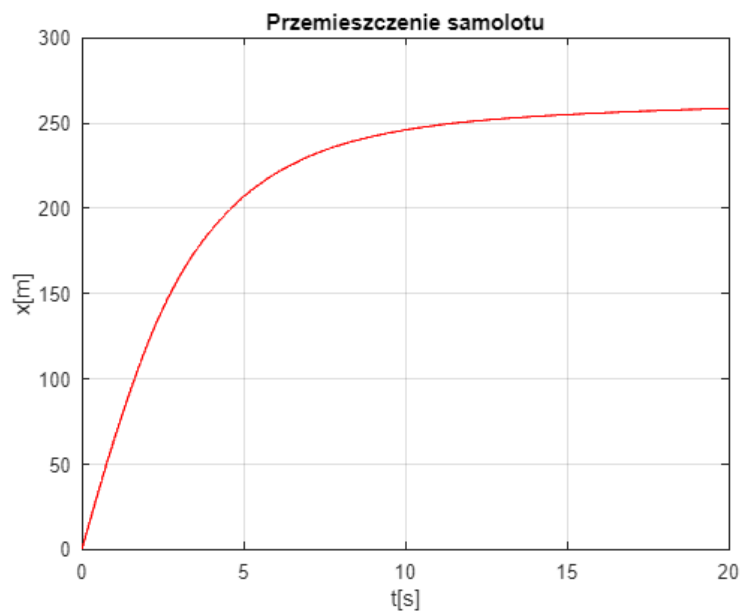
Mając do dyspozycji te dwie funkcje, jesteśmy w stanie napisać kod który będzie z nich korzystał, oraz wyrysuje dla nas wykresy przemieszczenia, prędkości oraz przyspieszenia samolotu. Dzięki temu będziemy mogli sprawdzić poprawność implementacji.

Kod programu:

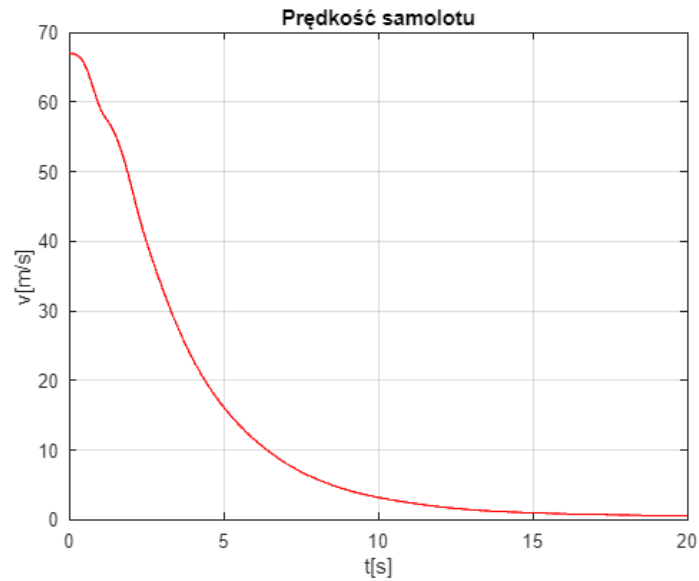
```
global w3
options = odeset('OutputFcn',@hamownik_out,'Refine',1);
[T,Y] = ode45(@hamownik,[0 20],[0 67 0 0 0 0],options);

figure
plot(T,Y(:,1),'r')
title("Przemieszczenie samolotu")
xlabel("t[s]"); ylabel("x[m]"); grid on;
figure
plot(T,Y(:,2),'r')
title("Prędkość samolotu")
xlabel("t[s]"); ylabel("v[m/s]"); grid on;
figure
plot(T,w3,'r')
title("Przemieszczenie samolotu")
xlabel("t[s]"); ylabel("a[m/s^2]"); grid on;
```

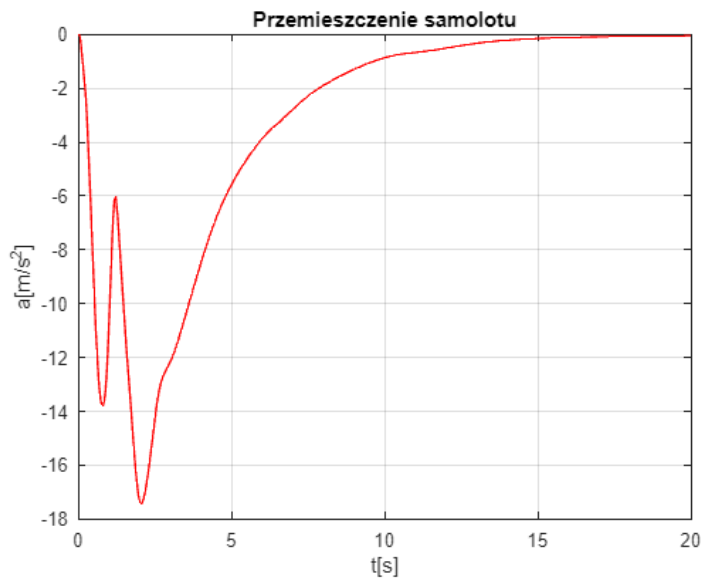
Powyższy kod powoduje zwrócenie poniższych wykresów:



Rysunek 5. Wykres przedstawiający przemieszczenie samolotu względem miejsca rozpoczęcia hamowania.



Rysunek 6. Wykres przedstawiający prędkość samolotu od momentu rozpoczęcia hamowania.



Rysunek 7. Wykres przedstawiający przyspieszenie samolotu od momentu rozpoczęcia hamowania.

Wykresy pokrywają się z tymi wyznaczonymi na poprzednich zajęciach laboratoryjnych. Na tej podstawie można stwierdzić że obliczenia zostały wykonane poprawnie.

Wnioski:

Rozwiązywanie równań różniczkowych jest podstawą modelowania systemów dynamicznych. Aby sprawnie wykonywać modele, należy również sprawnie obliczać rozwiązania takich równań. Umożliwiają to różne metody numeryczne zaimplementowane w środowiska inżynierskie takie jak chociażby MATLAB®. Wykorzystywana podczas dzisiejszych zajęć funkcja ode45 znacznie przyspiesza tą część wykonywania modelu i umożliwia otrzymanie wystarczająco dokładnego wyniku. Chcąc obliczyć równanie różniczkowe zwyczajne w przyszłości, z całą pewnością skorzystam z solverów udostępnianych przez MATLAB®.