



# Ökonometria

Beadandó feladat

Granát Marcell - AYCOPF

2020. december 27.

## Tartalomjegyzék

<b>Bevezetés</b>	<b>2</b>
<b>Elméleti megfontolás</b>	<b>2</b>
<b>Modellbecslés és hipotézis vizsgálat</b>	<b>2</b>
Becsült előjelek értelmezése . . . . .	2
Szignifikancia értelmezése . . . . .	3
Együtthatók összegére tett előzetes feltevés ellenőrzése . . . . .	3
<b>Átlagos kiadási rugalmasságok</b>	<b>6</b>
<b>R kódok</b>	<b>9</b>

## Bevezetés

AZ alábbi rövid kézirat a brit **Family Expenditure Survey** adataiból kinyert fogyasztási jellemzőket tárgyalja. Az empirikus elemzés egyszerű lineáris regresszió alkalmazásával készül. Az adatok összesen 1519 család jövedelmét és kiadását tartalmazza, továbbá 6 termékcsoport (alkohol, ruházkodás, nem alkoholtartalmú élelmiszer, fűtés, közlekedés, egyéb) fogyasztáson belüli részarányát. Dolgozatom során én kizárólag az egy gyermekes családokra szűkíttem az elemzést<sup>1</sup>.

## Elméleti megfontolás

Miután az egyes termékek fogyasztáson belüli aránya adott, így egy egyszerű lineáris regresszióban magyarázóváltozónak választva a fogyasztási kiadás logaritmusát jól interpretálható eredményeket kapunk. Ebben a felírásban (1. egyenlet)  $\gamma_j$  értelmezése az alábbi: a fogyasztás 1-kal magasabb értéke mellett c.p. várhatóan hány %P-al változik meg  $j$ -edik termékcsoportra fordított kiadás teljes fogyasztáson belüli megoszlása.

$$w_j = \beta_j + \gamma_j \log(\text{cons}) + u_j, j = 1, 2, \dots, 6 \quad (1)$$

Miután az egyes termékcsoportokra fordított kiadások arányainak összegének 1-nek kell lennie és a hibatagok várható értéke 0, így az 1. egyenlet alapján adódik a következő összefüggés:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^6 w_j &= 1 \\ \sum_{j=1}^6 \beta_j + \gamma_j \log(\text{cons}) &= 1 \end{aligned} \quad (2)$$

A 2. egyenletben  $\beta_j$ -k összege jelenít meg egy fogyasztás szintjétől független komponenst, míg a  $w_j$  becslött értékek egymáshoz viszonyított mértéke a fogyasztás függvényeként tud változni. Annak érdekében, hogy a fogyasztás nagyságának minden értéke mellett biztosítva legyen, hogy  $\sum w_j = 1$ , szükséges megkötés tehát, hogy a fogyasztás logaritmusához rendelt együtthatók összege 0 legyen, ezáltal pedig adódik, hogy a 6 termékre becslött egyenletekben szereplő konstansok összege 1 legyen.

$$\begin{aligned} \sum \gamma_j \log(\text{cons}) &= 0 \\ \sum \beta_j &= 1 \end{aligned} \quad (3)$$

Mivel az egyes  $\gamma_j$  együttható megadják tehát, hogy a  $j$ -edik termék kereslete nő vagy csökken-e a fogyasztás növekedésével, így amennyiben a becslött együttható értéke 0 alatti (feletti), úgy a  $j$ -edik termékcsoportot inferior (luxus) jószágnak tekinthetjük közgazdasági értelemben.

## Modellbecslés és hipotézis vizsgálat

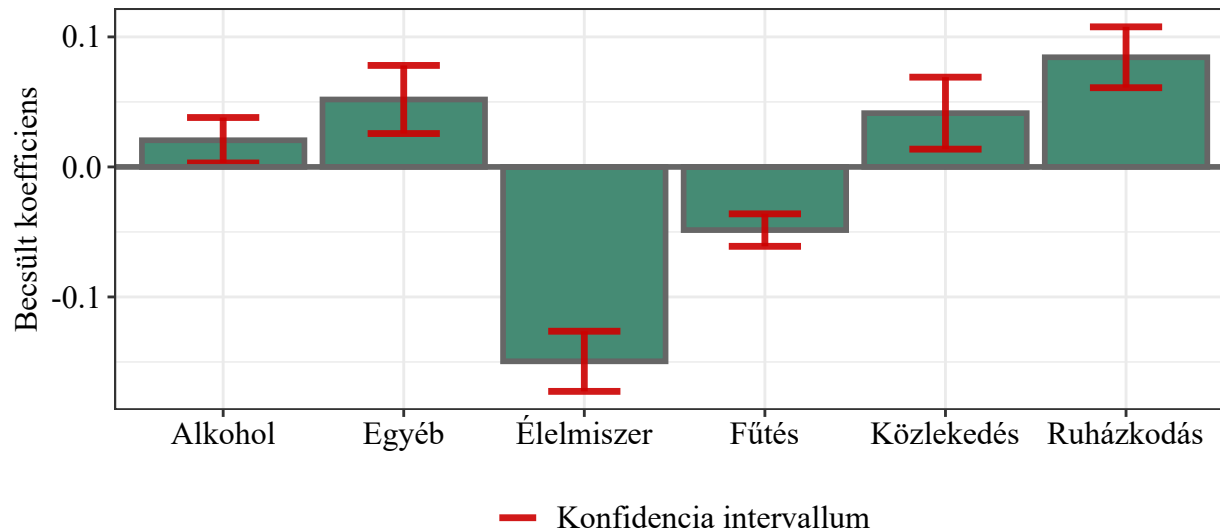
### Becslött előjelek értelmezése

Az 1. egyenlet által leírt lineáris regresszió modellekben szereplő  $\gamma_j$  együtthatókat ismerteti az 1. ábra. Az ábráról leolvasható, hogy inferior jószágnak minősül az élelmiszer és a fűtés, míg az alkohol, a közlekedés, a ruházkodás és az egyéb termékcsoportba tartozó javak luxusjószágnak. **Ez az eredmény összhangban van azzal, amit empirikus vizsgálat nélkül mondanánk, ugyanis élelmiszerre és fűtésre mindenféle képpen szükséges egy bizonyos összeget kiadni.** Az alkohol fogyasztás és a ruházkodás szűkösség esetén visszaszorítható, a közlekedésnek is könnyen található olcsóbb alternatívája.

<sup>1</sup>Feladatkiírás által előírt megkötés.

## Szignifikancia értelmezése

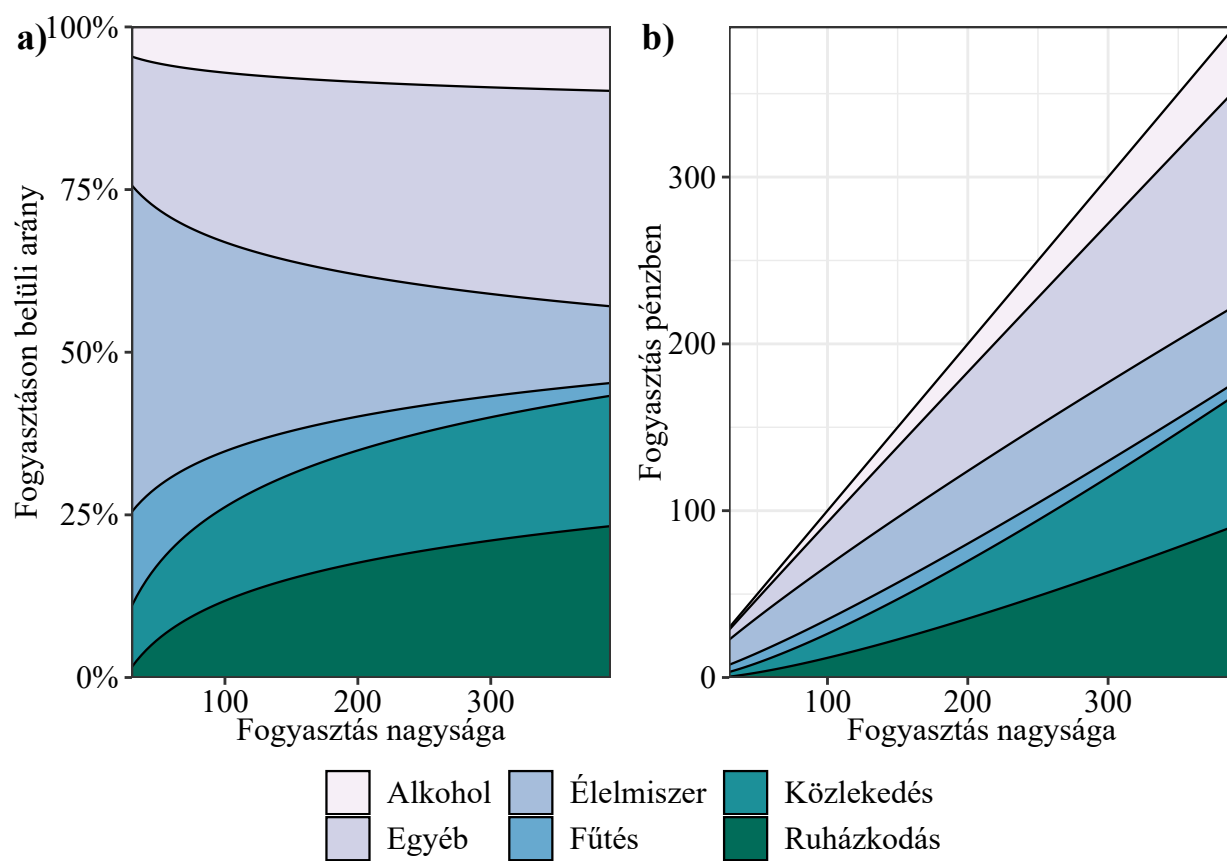
**Statisztikai értelemben valamennyi meredekségi együttható szignifikánsnak bizonyult** (belátható ez abból is, hogy a paraméterbecslésekhez tartozó 95%-os konfidencia intervallumok egyikse sem tartalmazza a zérust), a empirikus szignifikanciaszint mindössze némely tengelymetszet esetében nem különbözik szignifikánsan 0-tól. Közgazdasági értelemben vett szignifikancia (a becslt hatások kellően nagyok-e ahhoz, hogy figyelmet fordítsunk rá) értelmezéséhez a 2. ábra szolgáltat információt. A két diagram vízszintes tengelyén látható a mintában szereplő fogyasztási értékek intervalluma, az *a*) panel függőleges tengelyén a termékcsoporthoz tartozó fogyasztás belüli megoszlásának modellbecslése, míg a *b*) panelen az egyes termékcsoporthoz fordított kiadás pénzben (szintén modellbecslés). A diagramokból kivehető, hogy ezen becslt paraméterek mentén jelentős átrendeződés van a termékekre fordított kiadások arányai között, míg a legkisebb kiadástól a legnagyobbig eljutunk. Az egyetlen viszonylag állandó fogyasztási aránnyal rendelkező terméktípus az alkohol. Ennek oka lehet, hogy az alkohol fogyasztás fogyasztási hányada nem lineáris függvénye a fogyasztás szintjének, ahogyan ezt a 3. ábra megvilágítja. Mind a kiemelten alacsony, mind a kiemelten magas fogyasztással rendelkező háztartások esetében alacsonyabb az alkoholra fordított kiadások aránya, mint a nem szélsőséges eseteknél. Előbbiek esetében valószínűleg nincs meg a forrás, amit szeszes italokra költenének, így vagy kevesebbet, vagy olcsóbb termékeket vásárolnak, míg utóbbiak esetében valószínűleg a kiemelkedő szocio-ökonómiai háttér folytán alacsonyabb a fogyasztás.



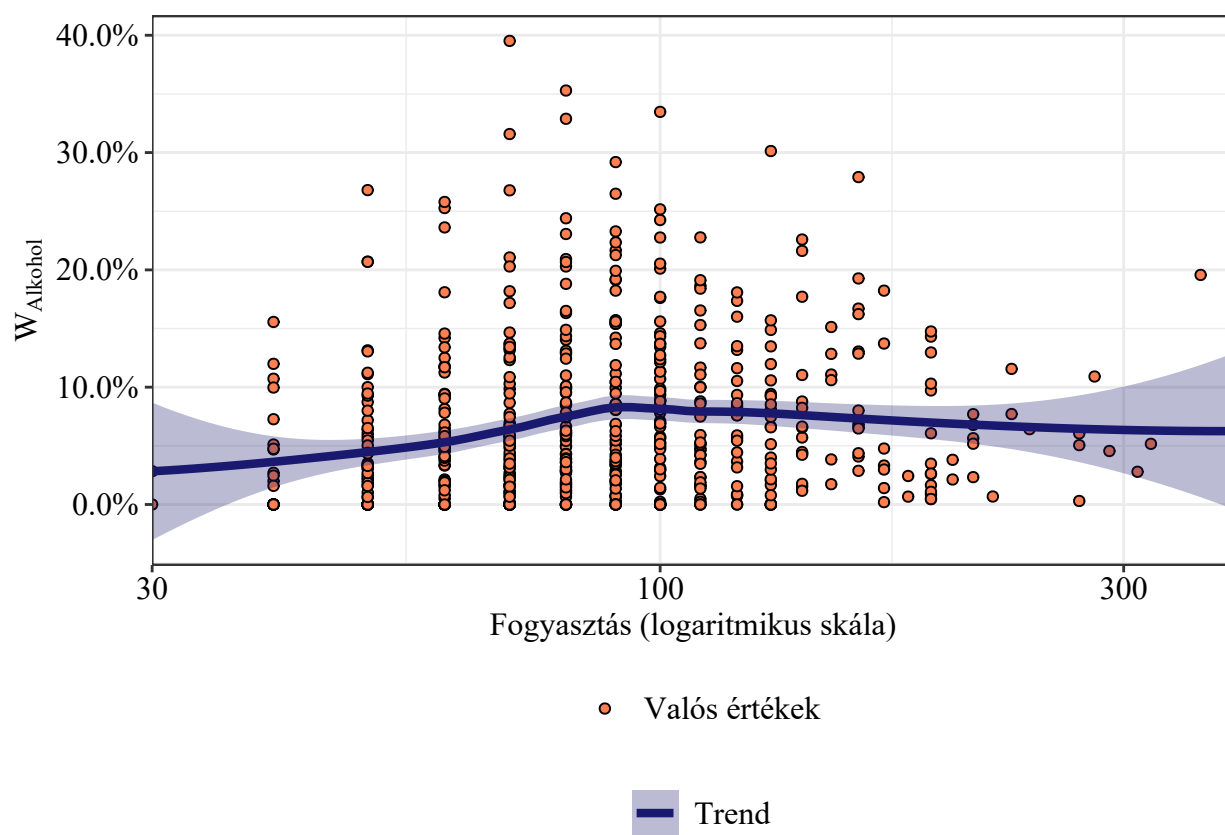
1. ábra. Termékcsoporthozként becslt  $\gamma$  koefficiens

## Együtthatók összegére tett előzetes feltevés ellenőrzése

A paraméterbecslések között fennálló algebrai kapcsolatot az alábbi módon ellenőrzöm: (1) Regresszió becslése, melyben eredményváltozó, hogy egy  $j$ -edik terméknek mekkora a megoszlása a fogyasztáson belül, magyarázó változó pedig, hogy mely termékcsoporthoz van szó (egyszerű dummy) és a fogyasztás logaritmusának termékcsoporthoz vett interakciója. (2) Ezen a modellen pedig már ellenőrizhetők az előzetesen együtthatók összegére feltett megszorítások Wald-féle F-próbával. A 2. egyenletben ismertetett algebrai kapcsolat fennállásának nullhipotézisét, miszerint mindegyik együttható összege 1 nem tudjuk elutasítani (F-próba  $p$ -értéke 49,47%). A 3. egyenletben látott  $H_0$ -t - miszerint a fogyasztás logaritmusának egyes termékcsoporthoz becslt együtthatóinak összege 1 - szintén nem lehet elvetni (F-próba  $p$ -értéke 99,99%).

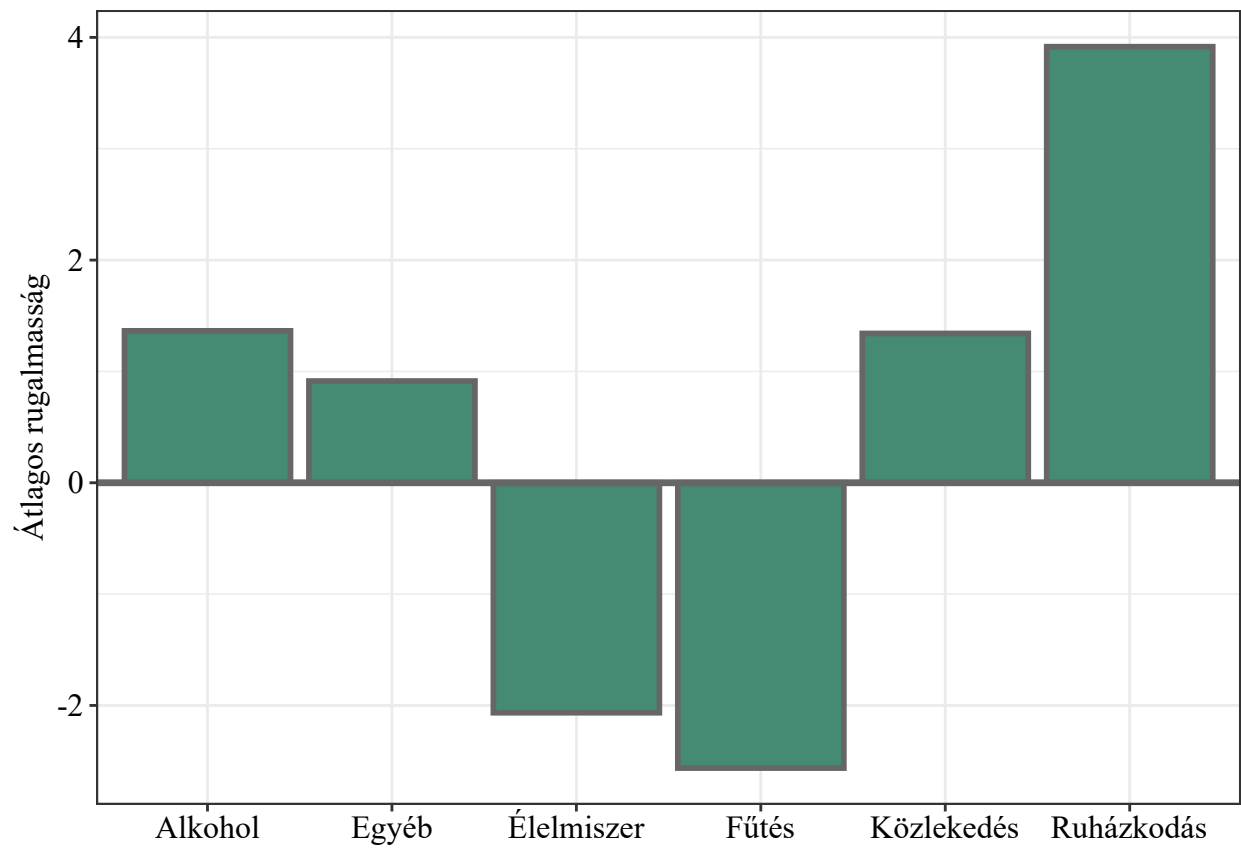


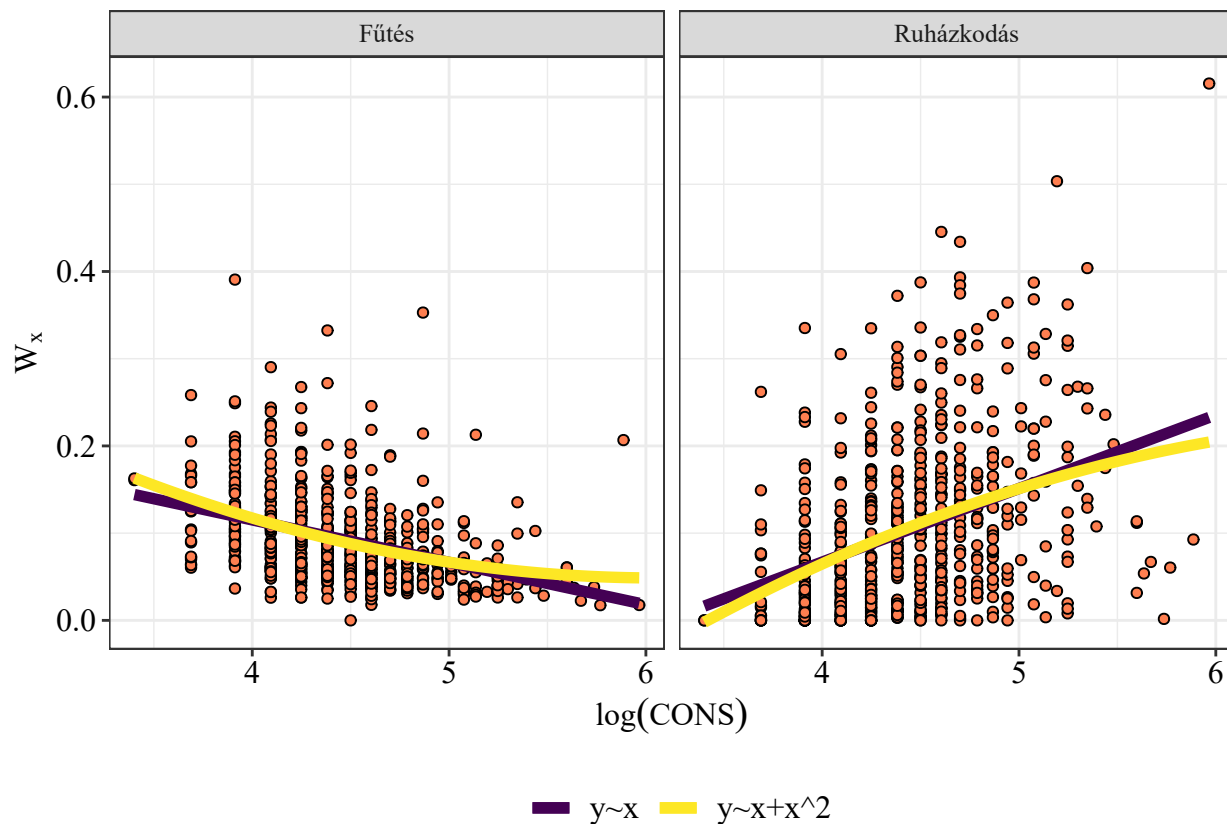
2. ábra. A becsült paraméterek alapján az egyes termékcsoportok fogyasztása a teljes fogyasztás függvényében



3. ábra. Az fogyasztás szintje és alkoholra fordított fogyasztási hányad megoszlása

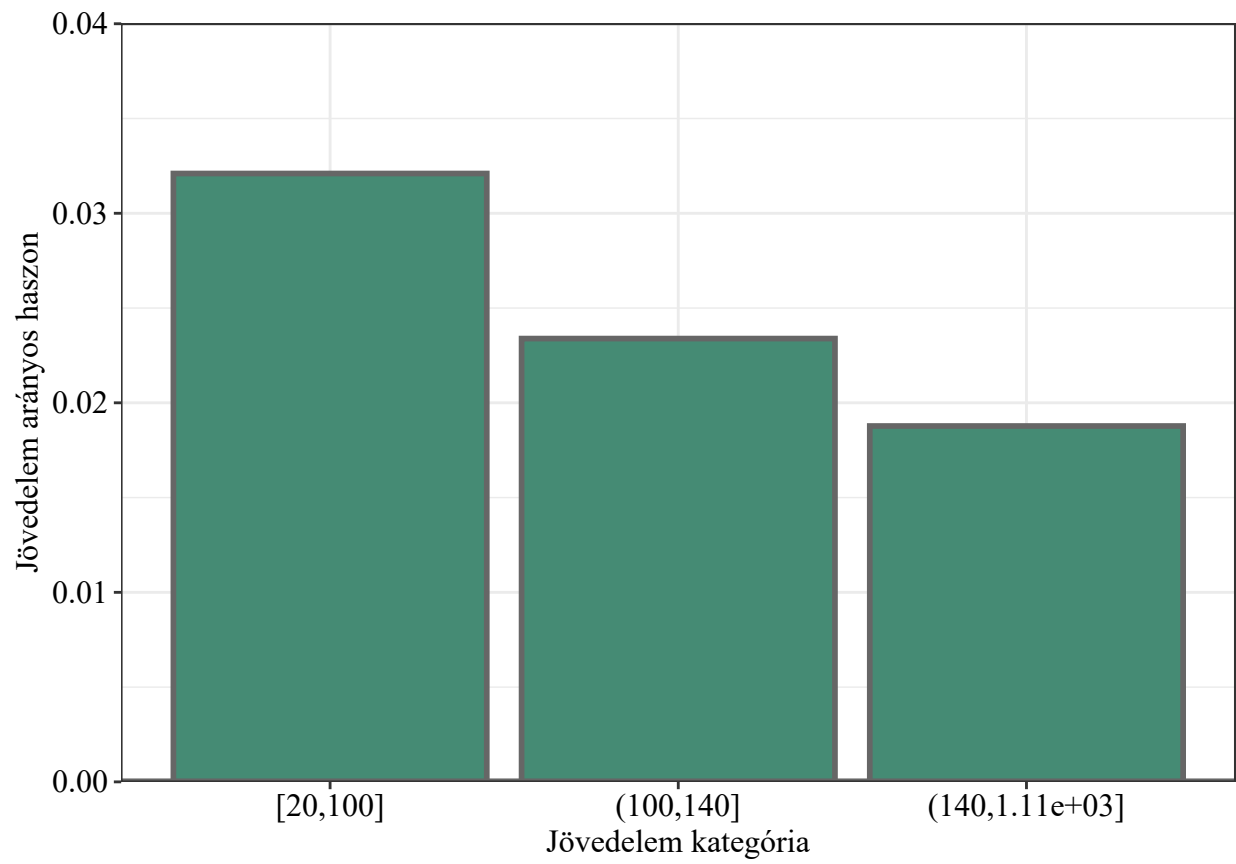
## Átlagos kiadási rugalmasságok





Változó	Koefficiens	Standard hiba	T-statisztika	P-érték
konstans	-0,60	0,31	-1,93	5,42%
$I(\log(\text{CONS}))$	0,23	0,14	1,68	9,31%
$I(\log(\text{CONS})^2)$	-0,02	0,01	-1,06	28,82%

Változó	Koefficiens	Standard hiba	T-statisztika	P-érték
konstans	0,65	0,16	3,93	0,01%
$I(\log(\text{CONS}))$	-0,20	0,07	-2,73	0,65%
$I(\log(\text{CONS})^2)$	0,02	0,01	2,06	3,96%





## R kódok

```

1 library(tidyverse)
2 library(granatlib) # my personal package: https://github.com/MarcellGranat/granatlib
3 theme_set(theme_granat())
4 dat <- rio::import('cons.xlsx') %>%
5   filter(NK == 1)
6
7 f.pvalues <- function(x) {
8   case_when(
9     x <= .1 & x > .05 ~ '10%',
10    x <= .05 & x > .01 ~ '5%',
11    x < .01 ~ '1%',
12    T ~ '-'
13  )
14 }
15
16 f.products <- function(x) {
17   case_when(
18     x == 'WALC' ~ 'Alkohol',
19     x == 'WCLOTH' ~ 'Ruházzkodás',
20     x == 'WFOOD' ~ 'Élelmiszer',
21     x == 'WFUEL' ~ 'Fűtés',
22     x == 'WOTHER' ~ 'Egyéb',
23     x == 'WTRANS' ~ 'Közlekedés'
24   )
25 }
26 dat %>%
27   {select(., CONS, which(str_detect(names(.), 'W')))} %>%
28   pivot_longer(-1, names_to = 'x', values_to = 'w') %>%
29   mutate(CONS = log(CONS)) %>%
30   group_by(x) %>%
31   do(broom::tidy(lm(w ~ CONS, .), conf.int = T, conf.level = 0.99)) %>%
32   filter(term == 'CONS') %>%
33   mutate(x = f.products(x)) %>%
34   ggplot +
35   geom_col(aes(x, estimate), fill = 'aquamarine4', color = 'grey40', size = 1) +
36   geom_errorbar(aes(x, ymin = conf.low, ymax = conf.high,
37                     color = "Konfidencia intervallum"),
38                 width = 0.4, alpha = 0.9, size = 1.2) +
39   geom_hline(yintercept = 0, color = 'grey40', size = 1) +
40   labs(x = NULL, y = 'Becsült koefficiens', color = NULL) +
41   scale_color_manual(values = c('red3'))
42
43 dat %>%
44   {select(., which(str_detect(names(.), 'W')))} %>%
45   apply(2, function(y) lm(data = data.frame(y, x = dat$CONS),
46                           formula = y ~ I(log(x)))) %>%
47   lapply(function(mod) predict.lm(object = mod,
48                                   newdata = data.frame(x = seq(from = min(dat$CONS),
49                                                                to = max(dat$CONS),
50                                                                length.out = 100)))) %>%
51   lapply(function(y) data.frame(y)) %>%

```

```

52 reduce(cbind) %>%
53 set_names(names(dat)[which(str_detect(names(dat), 'W'))]) %>%
54 mutate(cons = seq(from = min(dat$CONS), to = max(dat$CONS),
55               length.out = 100)) %>%
56 pivot_longer(-cons) %>%
57 mutate(name = f.products(name)) %>%
58 {
59   ggpubr::ggarrange(
60     ggplot(.) +
61       geom_area(aes(x = cons, y = value, fill = name), position = 'stack',
62                 color = 'black', size = .4) +
63       scale_x_continuous(expand = c(0, 0)) +
64       scale_y_continuous(expand = c(0, 0), labels = scales::percent) +
65       scale_fill_brewer(palette = 10) +
66       labs(x = 'Fogyasztás nagysága', y = 'Fogyasztáson belüli arány', fill = NULL),
67       mutate(., value = value*cons) %>%
68       ggplot +
69       geom_area(aes(x = cons, y = value, fill = name), position = 'stack',
70                 color = 'black', size = .4) +
71       scale_x_continuous(expand = c(0, 0)) +
72       scale_y_continuous(expand = c(0, 0)) +
73       scale_fill_brewer(palette = 10) +
74       labs(x = 'Fogyasztás nagysága', y = 'Fogyasztás pénzben', fill = NULL),
75       nrow = 1, common.legend = T, legend = 'bottom', labels = c('a'), 'b'))
76   }
77 }
78 dat %>%
79   select(CONS, WALC) %>%
80   ggplot(aes(CONS, WALC)) +
81   geom_point(shape = 21, mapping = aes(CONS, WALC, fill = 'Valós értékek'),
82             color = 'black') +
83   geom_smooth(mapping = aes(CONS, WALC, color = 'Trend'), size = 1.5,
84              fill = 'midnightblue', alpha = .3) +
85   scale_y_continuous(labels = scales::percent) +
86   scale_x_log10(expand = c(0, 0)) +
87   scale_color_manual(values = c('midnightblue')) +
88   scale_fill_manual(values = c('coral')) +
89   labs(x = 'Fogyasztás (logaritmikus skála)', y = expression(W[Alkohol]),
90        color = NULL, fill = NULL)
91 dat %>%
92   select(CONS, which(str_detect(names(.), 'W')))) %>%
93   pivot_longer(-1) %>%
94   lm(formula = value ~ name + I(log(CONS)):name) %T>%
95   {
96     restrict <- paste(paste(coef(.) %>% names %>% tail(6), collapse = ' + '), '= 0')
97     car::linearHypothesis(model = ., restrict) %>% print
98   } %>%
99   {
100    restrict <- paste(paste(coef(.) %>% names, collapse = ' + '), '= 1')
101    car::linearHypothesis(model = ., restrict)
102  }
103
104 f.ell <- function(y, x) {

```

```

105 data.frame(y, x) %>%
106   lm(formula = y ~ x) %>%
107   {beta <- .$coefficients %>% .['x']}
108   broom::augment(.) %>% select(x, .fitted) %>%
109     mutate(ell = x*beta/.fitted)
110   } %>%
111   pull(ell) %>%
112   mean
113 }
114
115 dat %>%
116   {select(., which(str_detect(names(.), 'W')))} %>%
117   apply(2, function(y) f.ell(y = y, x = log(dat$CONS))) %>%
118   {data.frame(x = f.products(names(.)), ell = .)} %>%
119   ggplot(aes(x, ell)) + geom_col(fill = 'aquamarine4', color = 'grey40', size = 1) +
120   geom_hline(yintercept = 0, color = 'grey40', size = 1.2) +
121   labs(x = NULL, y = 'Átlagos rugalmasság')
122
123 dat %>%
124   transmute(CONS = log(CONS), WCLOTH, WFUEL) %>%
125   pivot_longer(-1) %>%
126   mutate(
127     name = f.products(name)
128   ) %>%
129   ggplot(aes(CONS, value)) +
130   geom_point(shape = 21, fill = 'coral') +
131   geom_smooth(method = 'lm', formula = "y~x",
132             aes(color = 'y~x'), se = F, size = 2) +
133   geom_smooth(method = 'lm', formula = "y~poly(x, 2)", aes(color = 'y~x+x^2'),
134             se = F, size = 2) +
135   facet_wrap(~name) +
136   labs(y = expression(W[x]), x = expression(log(CONS)), color = NULL) +
137   scale_color_viridis_d()
138
139 dat %>%
140   lm(formula = WCLOTH ~ I(log(CONS)) + I(log(CONS)^2)) %>%
141   broom::tidy() %>%
142   prtbl()
143
144 dat %>%
145   lm(formula = WFUEL ~ I(log(CONS)) + I(log(CONS)^2)) %>%
146   broom::tidy() %>%
147   prtbl()
148
149 dat %>%
150   mutate(
151     class = cut(INCOME, breaks = quantile(dat$INCOME, probs = (0:3)/3),
152               include.lowest = T),
153     cons_food = CONS*WFOOD,
154     help = cons_food*.1/INCOME
155   ) %>%
156   group_by(class) %>%
157   summarise(help = mean(help)) %>%

```

```
158 ggplot(aes(factor(class), help)) +  
159 geom_col(fill = 'aquamarine4', color = 'grey40', size = 1) +  
160 geom_hline(yintercept = 0, color = 'grey40', size = 1.2) +  
161 labs(x = 'Jövedelem kategória', y = 'Jövedelem arányos haszon') +  
162 scale_y_continuous(limits = c(0, .04), expand = c(0, 0))
```