

# **TDK-dolgozat**

**2020**

Granát Marcell Péter  
Budapesti Corvinus Egyetem

**A SZÜLETÉSI MUTATÓK ALAKULÁSA ÉS AZ AZT KÍSÉRŐ  
VÁLTOZÁSOK MAGYARORSZÁGON**

Konzulens: Dr. Keresztély Tibor

Kézirat lezárásának dátuma: 2020. április 19.

## Tartalom

I. Bevezetés .....	4
II. Elméleti megfontolás.....	5
A megfelelő indikátor kiválasztása .....	5
Az elemzés során felhasznált további adatok mögött húzódó elméleti megfontolások a feldolgozott szakirodalom alapján .....	10
III. A magyar születési mutatók egyváltozós modellezése Box-Jenkins eljárással .....	12
A módszertan bemutatása .....	12
Egy általános modell bemutatása.....	14
Modellbecslés .....	17
IV. Nemzetközi kitekintés a teljes termékenységi arányszámokra.....	22
Kointegráció tesztelése az országok termékenységi rátái között .....	24
A kointegráció módszertanának bemutatása.....	24
Modellbecslés és hipotézisvizsgálat .....	27
Eredmények értelmezése, következtetések levonása .....	28
V. Granger-okság tesztelése a magyar születési mutatók és különböző gazdasági- társadalmi változók között .....	29
Alkalmazott módszertan általános bemutatása .....	30
Az alkalmazott módszertan esetspecifikus tulajdonságainak bemutatása .....	31
Modellbecslés és hipotézis vizsgálat .....	35
Az eredmények értelmezése és következtetések levonása.....	38
A modellek korlátai.....	49

Az eredmények lehetséges kiterjesztése .....	49
VI. Összefoglalás .....	50
Függelék.....	52
Irodalomjegyzék .....	55

## I. Bevezetés

A születendő gyermekek száma olyan téma, amely számos politikai vita központjába kerül napjainkban. A vita alapját adja, hogy egyik oldalon a Föld eltartó képességére hivatkozva, vannak, akik azt tartják helyesnek, ha a népesség csökkentését sürgetjük, míg mások számos indokot állítanak fel ezzel szemben. A bruttó nemzeti kibocsátás jelentős része származhat pusztán a demográfiai növekedésből. Ha a kibocsátás növekedése főként a lélekszám növekedéséből származik, abban az esetben ez nem vezet az életszínvonal emelkedéséhez, az egy főre jutó jövedelem nem nő a népesség számának növekedésével, azonban globális politikai súlyként szolgál a nagyobb kibocsátás. Fontos indok lehet mögötte a számos országban működő felosztó-kirovó nyugdíjrendszer fenntarthatósága. Az elsőként említett állásponton lévő országra kiváló példa Kína, aki az egy gyermek politika bevezetésével a népességének csökkentését kívánja kiváltani. A szemben álló oldalra sorolható akár Magyarország is. Nem is olyan régen jelent meg a hazai médiában, hogy a magyar miniszterelnök “alkut kíván kötni a magyar nőkkel”, majd bejelentette a négy gyermekes családok adókedvezményét. A natalizmus<sup>1</sup> visszatérése nem újdonság, számos más európai

---

<sup>1</sup> A születési arányszám célként való kitűzése.

ország üdvözlí<sup>2</sup>, annak európai történelme igen sötét képeket fest 21. századi szemmel (The Economist, 2020, b). Bármely oldalon is kíván egy ország vezetése helyet foglalni, az aktuális demográfiai folyamatokról szóló előrejelzések, illetőleg a folyamatot befolyásoló lehetséges eszközök, és a natalizmus gazdasági-társadalmi következményeinek ismerete elengedhetetlen.

Ezen tanulmány során elemzést végzek a Magyarországot jellemző születési mutatók elmúlt félévszázad során végbemenő változásain, illetőleg a témában ismert szakirodalom alapján relevánsnak tekinthető más gazdaság és társadalmi indikátorokkal való kapcsolatán. A dolgozat során az idősorelemzés általános eszközeit alkalmazom, köztük az Box-Jenkins eljárást, vektor-autoregresszív modelleket, illetőlegesen Granger-okság és kointegráció vizsgálatát végzem el. A fentebb felsorolt eszközök segítségével előrejelzést készítek a magyar termékenységi ráta várható alakulásával kapcsolatosan. Az oksági vizsgálatok során kapott eredményeknek az általános közgazdasági elméletekkel való megegyezésüknek, illetőlegesen hitelességüknek való alátámasztásuk érdekében további vizsgálódásokat végzek. Az általam végzett számítások R kódjai az alábbi weboldalon érhetőek el: <https://rpubs.com/MarcellGranat/fertility>

## II. Elméleti megfontolás

### A megfelelő indikátor kiválasztása

Ahhoz, hogy a születendő gyermekek számának alakulásában lezajló trendek mögötti okozati kapcsolatokat értelmezni tudjuk elengedhetetlen a születésszámmal kapcsolatos indikátorok fogalmainak tisztázása, és mind az erről szóló viták, mind a modellezéssel kapcsolatosan az egyik legkritikusabb pont a megfelelő mutató kiválasztása. Ennek elvégzéséhez ezen szakaszban szeretném az általánosan ismert mutatókat röviden bemutatni.

---

<sup>2</sup> Az Európai Bizottság elnökének Ursula von der Leyen twitter oldalának borítója is büszkén hirdeti: „hét gyermek édesanyja”.

A Központi Statisztikai Hivatal honlapján is elérhető a téma három leggyakrabban alkalmazott mutatója: a született gyermekek száma összesen, az ezer főre jutó gyermekek száma, illetőlegesen a teljes termékenységi arányszám.

Az előbbi felsorolás sorrendjében haladva, ezen indikátorok egyre érzéketlenebbek az ország népességének meglévő helyzetével kapcsolatosan. Az összes gyermekszületésének számossága teljes mértékben összefügg az adott évben, adott országban élő nők számával, ily módon már csak attól is képes változni az értéke, hogy az ország populációjának mértéke megváltozik. Azaz, ha az anyákat jellemző gyermekvállalási hajlamban nem is történik változás, pusztán az országban élő nők száma növekszik vagy csökken, akkor is megváltozik az értéke. Az ezer főre jutó születésszám az imént említett eseményre érzéketlen. Azonban nem szűrődik ki belőle a populáció összetételében zajló elváltozás. Ez leggyakrabban a populáció elöregedésében érhető tetten a fejlett országokban, mivel a népesség száma nem egyenlő mértékben változik a szülőképes korú nőkkel. Szélsőséges esetben azonban történhet ez akár a nemek arányainak felborulásán keresztül is, ahogy történik ez a mai Kínában a szelektív abortusz eredményeként.<sup>3</sup>

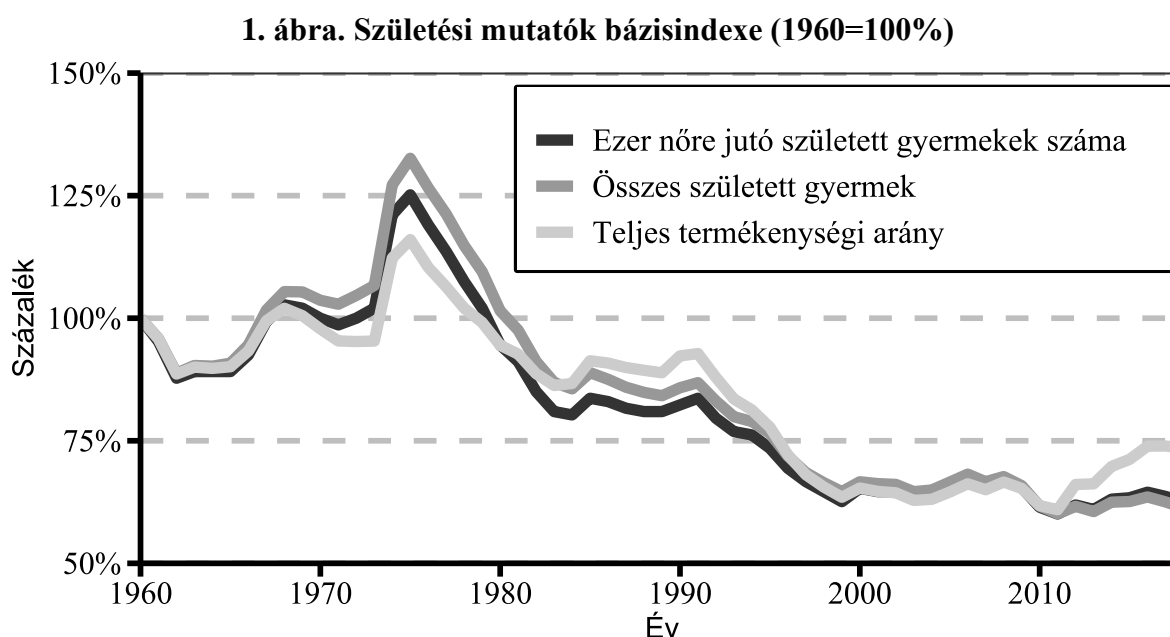
A felsorolás sorrendjének megfelelően pedig a teljes termékenységi arányszám (továbbiak TTA) bemutatása az, amelyre most rá szeretnék térni. A teljes termékenységi arányszám kiszámítási módjához szükségessé válik a születési kohorsz fogalmának bevezetése, mellyel az azonos évben születtek csoportját illetjük. Definíciója szerint a TTA kiszámítása során minden gyermekvállalási életkorba eső kohorsz által adott évben világra hozott gyermekek számát elosztjuk a kohorsz létszámával, így megkapva annak a feltételes valószínűségét, hogy amennyiben adott nő adott kohorszhoz tartozik, mennyi a valószínűsége,

---

<sup>3</sup> A bevezetett egy gyermek politika jelent olyan ösztönzőket az emberek számára, hogy gazdasági megfontolásból inkább szeretnék fiú utódot, ami ahhoz vezetett, hogy 30 millióval fővel kisebb a kínai női populáció, mint a férfi (The Economist, 2019).

hogy abban az évben gyermeket vállalt. Ezeket a valószínűségeket összegezve kapjuk meg a teljes termékenységi arányszámot. Ebből kiindulva tehát a TTA hipotetikus jellegű mutató és arra a kérdésre ad választ, hogy várhatóan hány gyermeknek adna életet egy nő élete folyamán, ha most lépne be a gyermekvállalási életkorba (most töltené be a 15. életévét) (Központi Statisztikai Hivatal, 2018). Ezen számítási módot figyelembe véve tehát elmondható, hogy a TTA mentes mind az ország népességének számosságától, mind a lakosság összetételétől.

Annak megválaszolásához, hogy mekkora eltéréshez vezet az eltérő mutatók alkalmazása érdemes a mutatókban való relatív változások vizsgálatát elvégezni. Azért, hogy a három mutatót egymás mellett lehessen szemléltetni 1960-as évi bázisindexüket tüntettem fel az 1. ábrán.



*Megjegyzés: A bázisindex használatát a hárommutató együttesen való ábrázolásának céljából tartottam indokoltnak.*

Egy olyan hipotetikus esetben, amelyben az ország népességéje és korfájának összetétele állandó, pusztán a gyermekvállalási hajlandóságban történik változás, azt várhatjuk, hogy a három mutató egymáshoz viszonyított aránya állandó marad. Az 1. ábráról jól kivehető, hogy a három tárgyalt mutató bázisindexe (1960-as évekhez hasonlított mértéke) alapvetően

az 1970-es évek közepén érte el az egymástól vett eltérés maximumát. Az eltérés kialakulásának oka az 1980-as évek elejéig tapasztalható népességszám növekedés. Az 1970-es évek közepén a hirtelen termékenység növekedésnek háttérében az abortuszengedélyezési eljárás szigorítása, illetőleg a gyēs bevezetése állt, azonban a 20 évvel korábban a Ratkó-korszakban született nők gyermekvállalási korba lépése a másik két mutató emelkedését felerősítette, míg a TTA mentes annak hatásától (KSH, 2018).

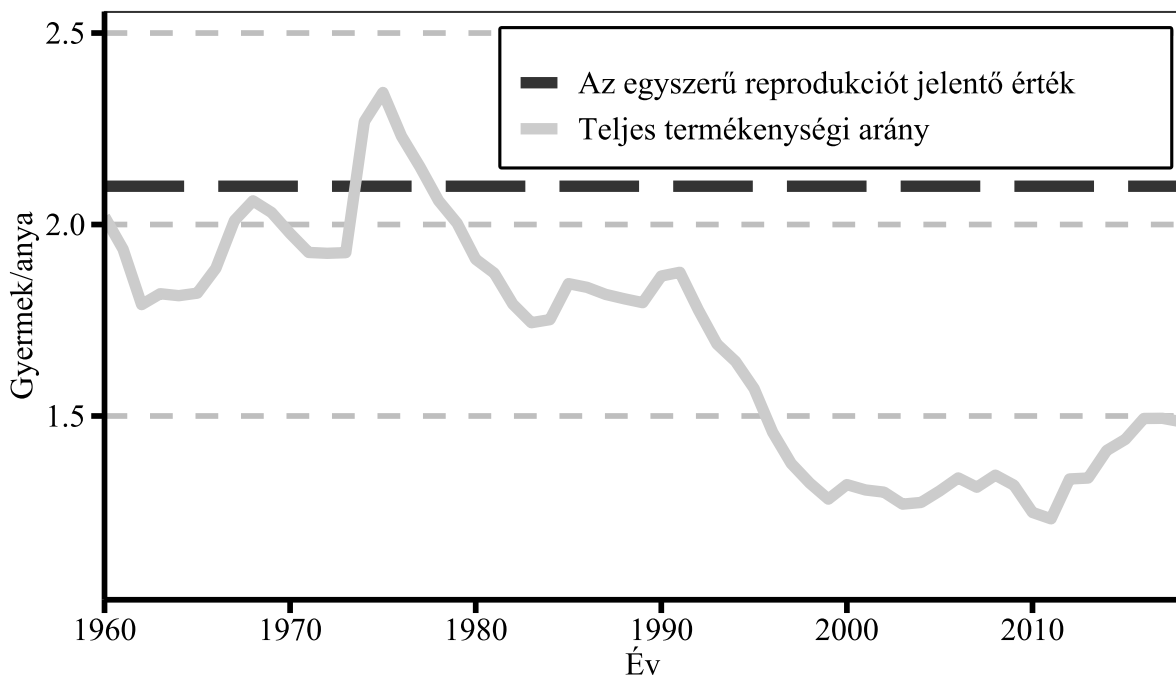
Az 1980-as évektől kezdődően Magyarország lakosságát csökkenés jellemzi, ily módon a TTA bázisindexe a teljes születésszám bázisindexe fölé került, azaz a szülőképes korú nők számosságában beálló csökkenés miatt a született gyermekek száma nagyobb mértékben csökkent, mint a gyermek vállalási hajlandóság. 2010-et követően pedig ismételt azzal a helyzettel állunk szemben, hogy bár a TTA jelentős mértékben növekszik, ez nem nyilvánul meg az évenkénti gyermekszületés növekedésében.

Annak függvényében melyik mutatót választjuk eltérő eredményeket kaphatunk amikor más változókkal való együttmozgásukat figyeljük, kiemelten fontos erre figyelni mikor az elmúlt évtized tendenciára fordítjuk figyelmünket. Például, ha a családtámogatások sikerét akarjuk értékelni az elmúlt néhány évben, akkor az évente született gyermekek száma alapján azt látnánk nincs növekedés, míg a TTA növekedést mutat. Döntő kérdés, hogy szükséges-e figyelembe venni a vizsgálat során a korfában már meglévő változásokat. Egy családtámogatás értékelésekor például akkor tekinthetjük, hogy a gyermekvállalási hajlandóságot sikerült emelni, ha a teljes termékenységi ráta növekedett, az mellékes kérdés, hogy a korábbi években lezajló folyamatok olyan módon alakították a gyermekvállalási korban lévő nők számát, hogy a teljes születésszám ennek ellenére stagnál. Ellenben, ha a szülőképes korú nők számában történő változás az emigráció hatása, amely pedig a vizsgált magyarázó változóval lehet kapcsolatban, úgy a teljes születésszámot érdemes elemezni. Mindazonáltal a tény, hogy a magyar termékenységi ráta lényegesen a 2,1-es populáció egyszerű reprodukcióját biztosító



határ alatt mozgott az utóbbi félévszázadban (néhány évet a 1970-es években leszámítva) a népességnek zero nettó migrációs hatás mellett is csökkennie kellett ekkora időszakban. A várható élettartam növekedéséből adódóan a népességszám tud stagnálni, illetőleg növekedni is azon években is, amikor a TTA nem éri el a 2,1-es szintet, azonban ilyenkor a népesség elöregedése következik be. Hasonló módon pozitív nettó migrációs mérleg mellett is lehetséges, hogy egy ország népessége úgy növekedjen, hogy a TTA közben az említett érték alatt van. Az anyánként számolt átlagos 2,1 gyermek tehát a migráció és a halandósági ráta változatlansága mellett biztosítja a reprodukciót (OECD, 2019). A kettőhöz hozzáadott 0,1 oka pedig az alacsony csecsemőhaladósági ráta figyelembevétele.

**2. ábra. Magyarország teljes termékenységi rátájának alakulása**



*Megjegyzés: Az ábra alapján jól látható, hogy az érték a vizsgált időszakban jelentősen a 2,1-es egyszerű reprodukció határát jelentő érték alatt maradt, globális minimumát (1,23) pedig 2011-ben érte el.*

Az előbbieken ismertettek alapján belátható, hogy mivel a vizsgált időszakban az alacsony termékenységi rátából fakadóan változások álltak be a magyar szülőképesség korú nők számában. Így indokolt a születésszám alakulását befolyásoló tényezők hatását a TTA-ra

vetítve vizsgálni, ezzel leválasztva a gyermekszületésszámban történő változás azon részét, amelyet egyszerűen a népességszáma és összetétele okoz. Fordított esetben viszont, mikor a születésszám változásának hatását vizsgáljuk más gazdasági vagy társadalmi indikátorokra, úgy indokolatlanak tűnik a születésszám változásának ilyen jellegű „tisztítása”, hiszen nem számít miért született adott évben kevesebb gyerek, ha arra a kérdésre keressük a választ, hogy a születésszám befolyásol-e valamit. Természetesen felmerülhetnek olyan közgazdasági indokok, amelyek esetenként a három mutató közül valamely másik mutató választását indokolja (például valamit egy főre kivetített mutatókat érdekesebb volna ezer főre eső születésszámmal összevetni), így a későbbiekben leírt modelleket mindhárom változón futtattam. Az esetek jelentős hányadában nem kaptunk igazán nagy eltérést, ahol igen, ott a mögöttes közgazdasági magyarázat kifejtése indokolt.

#### **Az elemzés során felhasznált további adatok mögött húzódó elméleti megfontolások a feldolgozott szakirodalom alapján**

Elemzésemet kiterjeszteni kívánom azon kérdéskörre, hogy a magyar születésszám alakulására milyen tényezők vannak hatással. Ezen folyamat első lépése, hogy a felhasznált irodalom alapján hipotéziseket állítottam fel, melyeket adatok gyűjtése után tesztelésnek vetettem alá. A gyűjtött adatok forrásainak pontos megnevezése a függelék F1 csatolmánya tartalmazza.

*Tárkányi* (2008) második demográfiai átmenetről szóló írásában a TTA változásának házasodással, fogamzásgátló tabletták használatával lévő kapcsolatát vizsgálta a fejlett országok, illetőleg Magyarország tekintetében. Gazdasági változók közül az egy főre jutó nettó jövedelmet emelte be az elemzésbe nominál- és reálértéken számolva, munkaerőpiaci mutatókat nem és korcsoport szerinti felbontásban.

*Cumming* és *Dettling* (2019) közös tanulmányukban a monetáris politika termékenységre gyakorolt hatását vizsgálta. A szerzőpárosnak részletes adatmennyiség állt

rendelkezésre, mely alapján a kifejtett hatás (1 százalékpontos kamatsökkenés átlagosan a születési arány 2 százalékos növekedését okozza) útelemzését is elvégezze. Azon eredményre jutottak, hogy a hatás a jelzáloghiteleken keresztül érvényesül. Ezen eredményből kiindulva beemeltem a vizsgálat fókuszába az alábbi változókat: háztartások adósságállománya, épített lakások száma összesen, épített lakások tízezer lakosra kivetítve, megtakarítási ráta, egy főre eső fogyasztás indexe (1960=100%), anyagi deprivációban élők aránya a lakhatás tekintetében, 18 éven aluli anyagi deprivációban élők aránya a lakhatás tekintetében, 18 és 65 év közötti anyagi deprivációban élők aránya a lakhatás tekintetében.

*Levitt és Dubner* (2006) könyvükben az 1990-es években az USA-ban csökkenő bűnözési számot a korábban bevezetett abortusz törvények liberalizációjának tekintik. A szerzőpáros egy másik megállapítása az Egyesült Államok adataiból kinyerve, hogy a születésszám és a császármetszések között ellentétes kapcsolat áll fenn, azaz magasabb a császármetszéssel történő szülések száma azon időszakban, amikor összességében a született gyermekek száma alacsonyabb.

*Duflo és Banerjee*<sup>4</sup> (2011) könyvükben arra a jelenségre hívják fel a figyelmet, hogy fejlődő országokban a működő nyugdíjrendszer hiánya olyan ösztönzést jelent az emberek számára, hogy több gyermeket vállalnak, mivel időskorukra így módon tudják egzisztenciális biztonságuk alapját lefektetni. Bár Magyarország fejlettségéből adódóan valószínűtlen, hogy ezen jelenség felfedezhető lenne, a hipotézis tesztelése céljából a nyugdíjtámogatás mértékét a GDP százalékában kifejezve felvettem a vizsgált mutatók közé.

---

<sup>4</sup> A szerzőpáros a szegénység témájában végzett későbbi kutatásuk eredményeként nyerték el 2019-ben a közgazdasági Nobel-emlékdíjat.

**2. táblázat. Szakirodalom áttekintése alapján dolgozatom témájának releváns gazdasági- és társadalmi indikátorainak köre**

Szerző	Szerző által mely országra fogalmazódott meg a hipotézis	Forrás alapján elemzésemben fókuszába helyezett indikátorok
<i>Tárkányi</i>	Magyarország	jövedelem és foglalkoztatás mutatói
<i>Cumming és Dettling</i>	Egyesült Királyság	megtakarítások és eladósodás mutatói
<i>Levitt és Dubner</i>	Egyesült Államok	bűnözési statisztikák, császármetszések aránya
<i>Duflo és Banerjee</i>	India	nyugdíjkifizetések mértéke, szegénységi mutatók

Mindezeket túl az állami családtámogatások mértékét emeltem még be a vizsgált változók csoportjába, annak megítélésére, hogy valóban látszik-e, hogy a natalizmus jegyében erre fordított összegek látszólag elérik-e hatásukat.

**III. A magyar születési mutatók egyváltozós modellezése Box-Jenkins eljárással**

Mielőtt a születési mutatók alakulásának gazdasági és társadalmi hatásainak elemzését elvégezném a születési mutatók egyváltozós modellezését készítem el. Ezen elemzés során ARIMA-modellezést hajtok végre Box-Jenkins-féle módszerrel. Dolgozatomban ennek a lépésnek a célja, hogy a későbbi más változókkal vizsgált kapcsolat vizsgálat előtt jobban megismerjük a vizsgált idősort, megmutatva, hogy alakulása mennyire függ saját maga korábbi értékeitől (mennyire erős esetünkben az útfüggőség). Ily módon elkerülhető, hogy úgy elemezzünk kapcsolatvizsgálatot idősorok között, hogy esetleg tudnánk, hogy a tárgyalt idősor alakulásának oka leginkább a saját múltbeli értékeiben keresendő (Granger & Newbold, 1973).

**A módszertan bemutatása**

A Box-Jenkins módszer népszerűségét az idősorelemzésben az adja, hogy majdnem minden esetben használható feltétel nélküli előrejelzésre, követelményei között pusztán a gyenge stacionaritás, illetve az idősor korábbi értékeinek ismeretei szükséges, továbbá

bizonyos esetekben jobb előrejelzést képesek produkálni, mint a hagyományos ökonometriai modellek (Kirchgässner & Wolters, 2007).

A Box-Jenkins-módszer lépései tradicionálisan a következők: (1.) Az idősor differenciálásával az eredeti idősor stacionerré alakítás (itt továbbra is a fentebb említett gyenge stacionaritás értendő, tehát az idősor minden egyes pontjára teljesülnie kell az első két momentumban való egyezőségnek), (2.) modell identifikálása, (3.) feltételezett modell becslése, (4.) modell-diagnosztika (Maddala, 2004). Az idősor stacionárius mivoltának eldöntése kiterjesztett Dickey-Fuller teszttel kerül eldöntésre, majd ezt követően az identifikáció (ARIMA-modellhez tartozó autoregresszív és mozgóátlag paraméterek számának meghatározása) a korrelogramok szemrevételezésével kerül eldöntésre. A modell-diagnosztika során szükséges ellenőrizni, hogy a reziduumok fehérzajok-e (ellenőrzése Ljung-Box-teszttel), illetve normál eloszlást követnek-e (Jarque-Bera-teszttel kerül megvizsgálásra). Amennyiben a reziduumok nem fehérzajok, tehát továbbra is maradt benne autokorreláció, úgy a modell előrejelzésre alkalmatlan. Amennyiben a hibatagok nem normáleloszlást követnek úgy a két alkalmazható becslési eljárás közül a Maximum Likelihood (ML) módszere torzított eredményt fog adni, így csak a feltételes legkisebb négyzetek eljárás (conditional sum of squares, CSS) alkalmazható.

Miután a korrelogramok szemrevételezésével csak a tiszta mozgóátlag-, illetve véletlen bolyongás-folyamatok azonosíthatók egyértelműen, így több lehetséges modell megbecslése ajánlott, majd a modellek illeszkedésének jóságát jellemző információs kritériumok segítségével kiválasztani a legjobb modellt.

Jelen tanulmányban további komplexitást jelent, hogy három különböző idősoron is elvégzem a modellezést, az így kapott modellek illeszkedése pedig nem összehasonlítható az információs kritériumok alapján. Ennek megoldására az alábbi módon járok el: (3.) mind a három változó esetén az utolsó 10 megfigyelés elhagyásával becslem meg a lehetséges

modelleket, (4.) az így elkészült modellek közül kiválasztom Akaike-féle információs kritérium alapján a legjobb illeszkedésű modelleket idősoronként. Ezt követően ezeket a (5.) modelleket alávetem a fentebb megnevezett modell-diagnosztikai teszteknek, (6.) és elkészítem velük a modellbecslésből kihagyott 10 évre az ex post előrejelzéseket, amelyek segítségével a modellek közül kiválasztom a legkisebb átlagos abszolút százalékos hibával (mean absolute percentage error, MAPE) rendelkezőt.

### **Egy általános modell bemutatása**

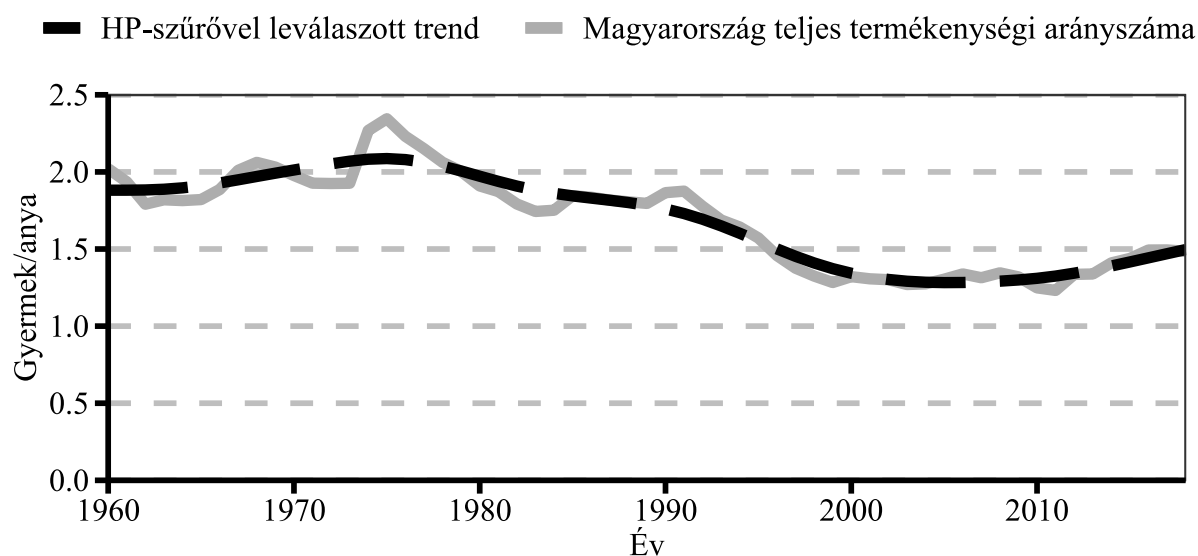
A következőben a fentebb felsorolt lépések közül az első négyet végzem el részletesen a termékenységi ráta differenciázott idősorán CSS módszerrel.<sup>5</sup> Az identifikáció első lépése a differenciázás számának megválasztása (d). A d számú differenciázásra akkor van szükség, ha az idősor eredetileg nem stacioner, de d számú differenciázás elvégzése után már stacioner<sup>6</sup> a kapott idősor. Mindhárom mutató esetében szemrevételezéssel is megállapítható, hogy ez nem teljesül. Az itt tárgyalt esetben a kiterjesztett Dickey-Fuller (Augmented Dickey-Fuller, ADF) teszt p-értéke 44.80%. Miután a Dickey-Fuller teszt esetében az alternatív hipotézis tartalmazza azt az állítást, hogy az idősor stacioner, így valóban most már tesztel is megállapíthatjuk, hogy ez az idősor nem stacioner, mivel trendet tartalmaz. Magát a trendet a Hodrick-Prescott szűrő segítségével is prezentálom a 3. ábrán.

---

<sup>5</sup> Azért választottam az alábbi idősort az általános bemutatáshoz, mert ez lesz a legkisebb MAPE-vel rendelkező modell, amelyet majd a későbbiekben fejtek ki.

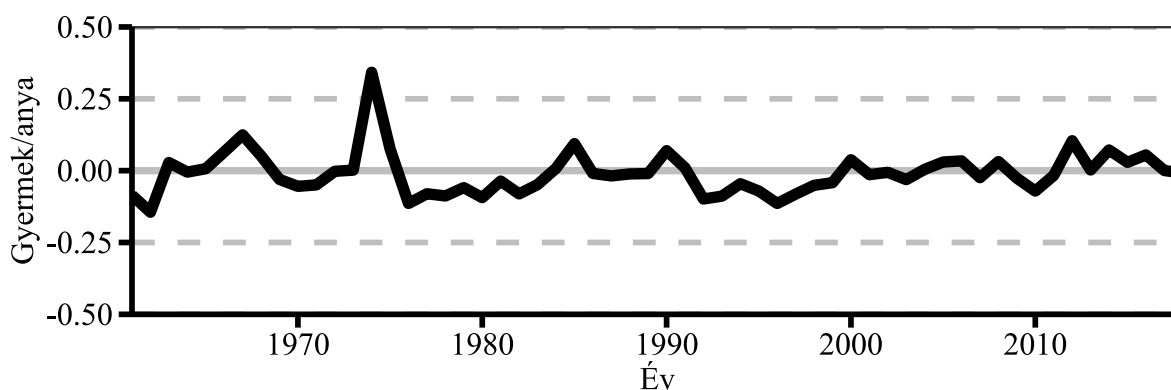
<sup>6</sup> Csakúgy, mint korábban továbbra is gyenge stacionaritást értek stacionaritás alatt.

**3. ábra. Magyarország teljes termékenységi rátájának trendje a Hodrick-Prescott szűrő eredménye alapján (alfa = 100)**



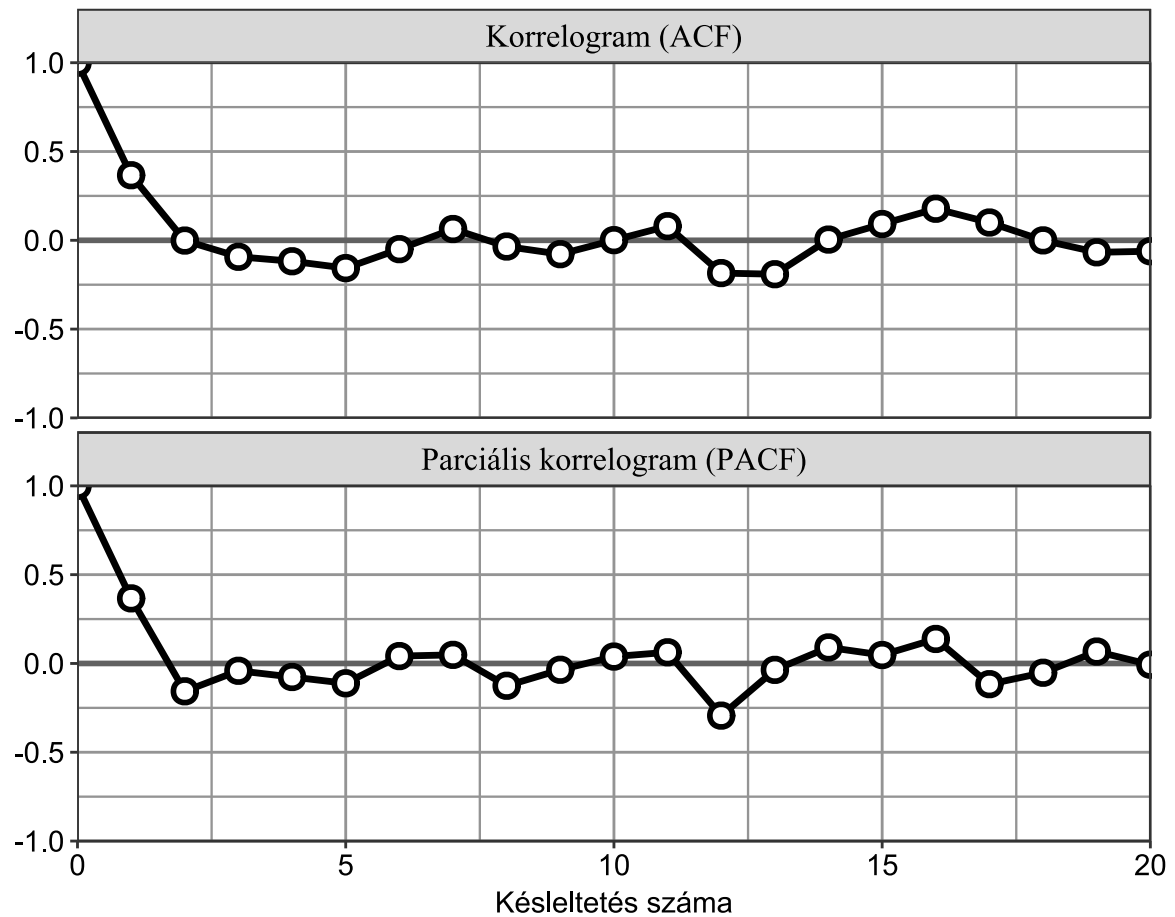
Mivel az idősor trendet tartalmaz, így annak differenciázással stacionerré tétele szükséges. Ez azt jelenti, hogy az egyes évek növekménytagjait vesszük szemügyre. Ezen az idősoron elvégezve a Dickey-Fuller tesztet a kapott p-értékünk 2,72% (trendszűréses teszt), tehát ez már stacioner. Az itt tárgyalt növekménytagokat a 4. ábra mutatja be.

**4. ábra. Magyarország termékenységi rátájának növekménytagjai**



A Box-Jenkins eljárás következő lépése a korrelogramok szemrevétele.

**5. ábra. Magyarország termékenységi rátájának növekménytagjainak korrelogramja**



Jelen esetben mind a korrelogram (ACF), mind a parciális korrelogram (PACF) letörik már az első késleltetés után, tehát nem egy tiszta mozgóátlag- vagy véletlen bolyongás-folyamattal állunk szemben. Érdemes több modellt is becsülni, majd Akaike-féle információs kritérium alapján dönteni. Néhány így megfontolásra kerülő modell és a hozzájuk tartozó információs kritérium értékét mutatja be az 2. táblázat.



**2. táblázat: A magyar termékenységi arányszám növekménytagjaira illesztett ARMA-modellekhez tartozó információs kritériumok**

Modell	AIC
ARMA (2, 2) konstans nélkül	-242,885
ARMA (0, 0) konstans nélkül	-240,849
ARMA (1, 0) konstans nélkül	-245,811
ARMA (0, 1) konstans nélkül	-247,251
ARMA (0, 0) konstanssal	-241,485
ARMA (1, 1) konstans nélkül	-243,801
ARMA (0, 2) konstans nélkül	-244,906
ARMA (1, 2) konstans nélkül	-242,047
ARMA (0, 1) konstanssal	-248,674
ARMA (1, 1) konstanssal	-245,643
ARMA (0, 2) konstanssal	-246,473
ARMA (1, 0) konstanssal	-247,669
ARMA (1, 2) konstanssal	-244,050

Az információs kritérium hibajellegű mutató, így a modellezés során cél a minimalizálása, ebből következik, hogy jelen esetben a legjobb modell az ARMA (0, 1), azaz a termékenységi ráta növekménytagjára egy mozgóátlag modell illeszkedik a legjobban. Mielőtt felhasználnánk a modellt szükséges ellenőrizni a reziduumok autokorrelálatlanságát. A Ljung-Box teszt-statisztika p-értéke 93,75%, ahol a nullhipotézis szerint a maradéktagok autokorrelálatlanok, tehát ez a modell felhasználható előrejelzési célokra.

Ezzel a modellel elkészítve az ex post előrejelzést 2009-től 2018-ig terjedő időszakra és azt a valós értékekkel összevetve kapjuk, hogy ennek a modellnek a MAPE mutatója 6,16%, amely a modell előrejelző képességét adja meg.

### Modellbecslés

A fentebb ismertetett eljárást végrehajtottam mind a három születési mutatón, amelyeket ez a dolgozat tárgyal. Első lépés az idősorok stacionerré tétele. Ehhez az idősorok 4 esetén futattam kiterjesztett Dickey-Fuller tesztet: (1) a transzformálatlan idősorokon, (2) az idősorok növekménytagjain, (3) az idősorok természetes alapú logaritmussal történő transzformáltjaikon,

(4) a természetes alapú logaritmus után differenciázott idősorokon<sup>7</sup>. A trendet tartalmazó segédregresszióval futatott tesztek eredményét a 3. táblázat tartalmazza.

**3. táblázat: A megfontolásra kerülő transzformációk és azok ADF-tesztjeihez tartozó p-értékek a három születési mutatón**

Születési mutató	Transzformáció	ADF-teszthez tartozó p-érték
Összes születés	x	24,93%
Összes születés	diff(x)	4,06%
Összes születés	log(x)	22,90%
Összes születés	diff(log(x))	4,85%
Ezer főre eső születés	x	25,06%
Ezer főre eső születés	diff(x)	3,36%
Ezer főre eső születés	log(x)	22,92%
Ezer főre eső születés	diff(log(x))	4,49%
TTA	x	44,80%
TTA	diff(x)	2,72%
TTA	log(x)	50,05%
TTA	diff(log(x))	5,68%

A 3. táblázatból megállapítható, hogy 5%-os szignifikanciaszinten az éves összes születésszám és az ezer főre eső születésszám differenciázott, illetve logdifferenciázott transzformációja tekinthető stacionernek. Mindazonáltal a teljes termékenységi arányszám logdifferenciázott transzformációjának tesztjéhez tartozó p-érték is csak éppen meghaladja az 5%-os értéket, ezért mindhárom mutató esetében a differenciázott és logdifferenciázott idősorokon is elvégzem a Box-Jenkins eljárást. Az így kapott eredmények a 4. táblázatban láthatók.

<sup>7</sup> A logdifferenciázás az idősorelemzés gyakran használt eszköze annak köszönhetően, hogy relatív kismértékű változások esetén értéke közelítőleg megegyezik a százalékos növekedés értékével. (Kirchgässner & Wolters, 2007)

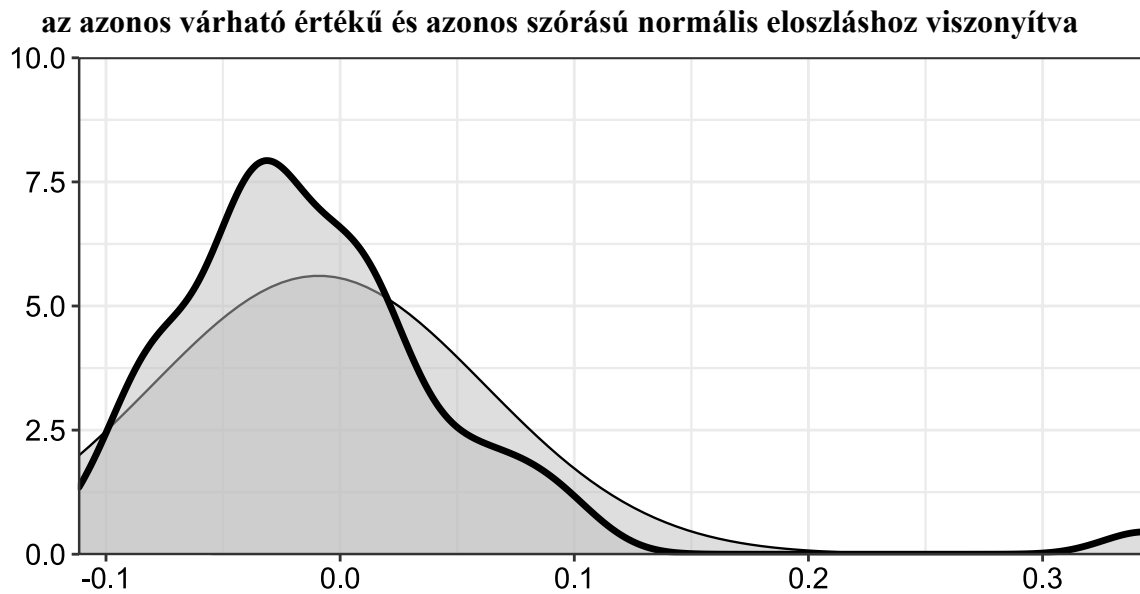
**4. táblázat: ARMA-modellekkel készített ex post előrejelzések eredményei**

Születési mutató	Transzformáció	Illesztett modell*	Becslés módszere	MAPE	Ljung-Box (p-érték)	Jarque-Bera (p-érték)
Összes születés	diff(x)	ARMA (1, 0)	ML	10,24%	90,39%	0,00%
Összes születés	diff(x)	ARMA (0, 1)	CSS	10,50%	86,79%	0,00%
Összes születés	log(diff(x))	ARMA (1, 0)	ML	33,17%	97,35%	0,00%
Összes születés	log(diff(x))	ARMA (1, 0)	CSS	22,27%	95,40%	0,00%
Ezer főre eső születés	diff(x)	ARMA (0, 1)	ML	8,77%	85,52%	0,00%
Ezer főre eső születés	diff(x)	ARMA (0, 1)	CSS	8,82%	85,17%	0,00%
Ezer főre eső születés	log(diff(x))	ARMA (1, 0)	ML	32,77%	94,48%	0,00%
Ezer főre eső születés	log(diff(x))	ARMA (2, 0)	CSS	20,27%	93,08%	0,00%
TTA	diff(x)	ARMA (0, 1)	ML	6,16%	94,02%	0,00%
TTA	diff(x)	ARMA (0, 1)	CSS	6,16%	93,75%	0,00%
TTA	log(diff(x))	ARMA (0, 1)	ML	30,75%	97,68%	0,00%
TTA	log(diff(x))	ARMA (2, 0)	CSS	20,76%	97,53%	0,00%

*Megjegyzés: az itt felsorolt modellek egyike sem tartalmaz konstans. Ennek oka, hogy a differenciázást követően az idősor a nulla körül ingadozik, így a konstans nélküli modellek Akaike-féle információs kritériuma kivétel nélkül mindig alacsonyabb volt.*

A 4. táblázatban a Jarque-Bera tesztek p-értékei is feltüntetésre kerültek, mivel ez lényeges abból a szempontból, hogy alkalmazható-e Maximum Likelihood (ML) módszerrel készített becslés, amely látható módon néhány esetben jobb MAPE mutatóval rendelkezik, mint a feltételes legkisebb négyzetek módszer (CSS). Mivel a Jarque-Bera tesztek p-értékei rendre 0 körül alakulnak, így mindegyik idősor modellezésénél a CSS módszert szükséges alkalmazni. A reziduumok gyakorisági görbéjének leptokurtikus (azonos várható értékkel és szórással rendelkező normális eloszlásnál csúcsosabb eloszlású) eloszlását a 6. ábra mutatja be. Az ábrán látszódik, hogy a hibatagok eloszlása a normális eloszlásnál csúcsosabb és balra ferde, így a lehetséges modellek köre a CSS becslést alkalmazókra szűkül.

**6. ábra. A TTA-ra illesztett ARIMA (0,1,1) modell reziduumaik gyakorisági görbéje**

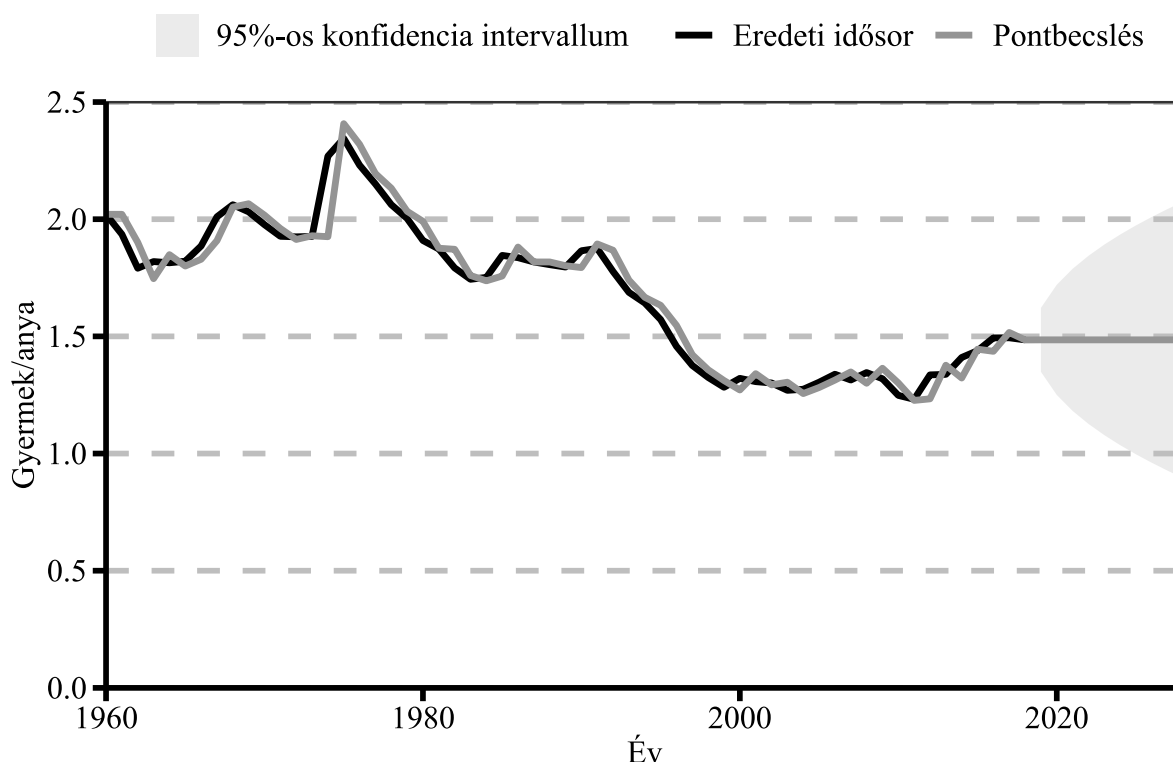


A feltételes legkisebb négyzetek módszerével becsült modellek közül legjobb előrejelző képességűnek tekintem a legkisebb átlagos abszolút százalékos hibával rendelkezőt. Ez a modell pedig az előző alfejezetben is tárgyalt teljes termékenységi arányszám növekménytagjain futatott mozgóátlag modell. Ennek a mozgóátlag-modellnek egyetlen paramétere van, amelynek értéke 0,4503. A modellel ezután ex ante előrejelzést készítek, tehát olyan évekre becsülök, amelyek a mintán kívülre esnek<sup>8</sup>. Ehhez már felhasználom a 2009-2018-ig terjedő időszak megfigyeléseit is. Így a termékenységi arányszámra illesztett ARIMA (0, 1, 1) modell mozgóátlag paraméterének értéke 0,4040-re csökken. Az ezzel a modellel készített ex ante előrejelzést a 7. ábra mutatja be.

---

<sup>8</sup> Bár számításaimat úgy készítettem el, hogy a későbbiekben új adatok ismeretében könnyen reprodukálható legyen, jelen tanulmányban az adatok letöltése és a dolgozat megjelenése között nem ellenőriztem, hogy a KSH közölt-e már későbbi adatok, így csak az 1960-tól 2018-ig terjedő időszakot vizsgálom.

**7. ábra. A TTA-ra illesztett ARIMA (0, 1, 1) modellel készített ex ante előrejelzés 10 évre előre (2019-2028)**



Miután a modell egy egyszerű mozgóátlag-modell a differenciázott idősoron, így előrejelzése az első évre való becslés után az, hogy az idősor nem változik tovább. Azaz csak statikus előrejelzés esetén mutat nullától különböző növekménytagot, dinamikus előrejelzése az egyszerű változatlanság. Azonban maga a modell paramétere elemzésre továbbra is felhasználható és igazából ez volt a modell választás mögötti eredeti megfontolás is.

Fontos észben tartani, hogy ez az ARMA (0, 1) modell a differenciázott idősoron, tehát a teljes termékenységi rátának egyik évről másik évre való abszolút eltérésén értelmezett. Egy ARMA modell autoregresszív és mozgóátlag paraméterekből épül fel. Mikor a következő évre való értéket becsüli, akkor az autoregresszív paraméter a korábbi év konkrét értékével

szorzandó össze, míg a mozgóátlag a korábbi évre vonatkozó becslés hibatagjával<sup>9</sup>. Az autoregresszív tag tulajdonképpen azt reprezentálja, hogy egyik évben egy kilengés hosszabb ideig eltéríti a mutatót az eredeti pályáról, mint ahogyan az egy tisztán mozgóátlag-folyamatnál játszódna le. Ezen modell alapján arra a következtetésre jutunk, hogy egy olyan hipotetikus esetben mikor a termékenységi ráta nyugalmi helyzetben van és egyik évben az értéke sokk hatására elváltozik, akkor a következő évben még a mutatónak a sokk mértéken 40%-nyi azonos irányú változására lehet számítani, majd a kilengés hatása teljesen eltűnik. Ez a jellegzetesség látható például, amikor 1967-ben 0,125 gyermek/anya egységnyivel nőtt TTA értéke a korábbi évhez képest, a következő évben szintén nőtt még 0,051 egységgel, majd 4 éven át csökkenés következett. 1973-ban nem történt változás, 1974-ben nőtt 0,34 egységgel, majd 1975-ben már csak 0,07 egységgel, 1976-ban meg már csökkent. Hasonló módon 1976-ban 0,11 egységgel csökkent a ráta, majd a következő évben a csökkenés mértéke már 0,08 egységre mérséklődött, később teljesen ugyanezek a számokat látjuk 1996-ban és a következő években. Természetesen számos ellenpéldát is lehetne hozni, azonban az látszik, hogy a nagyobb volumenű változások okozta kilengések után hamar megáll az impulzus<sup>10</sup>.

#### **IV. Nemzetközi kitekintés a teljes termékenységi arányszámokra**

Annak érdekében, hogy a magyar termékenységi rátának szintjéről véleményt formáljunk fontos a megfelelő összehasonlítási alap meghatározása. Elvégre nem mindegy, hogy a 2017-es 1,49-es termékenységi arányunkat Izrael 3,11-es értékével, vagy Dél-Korea

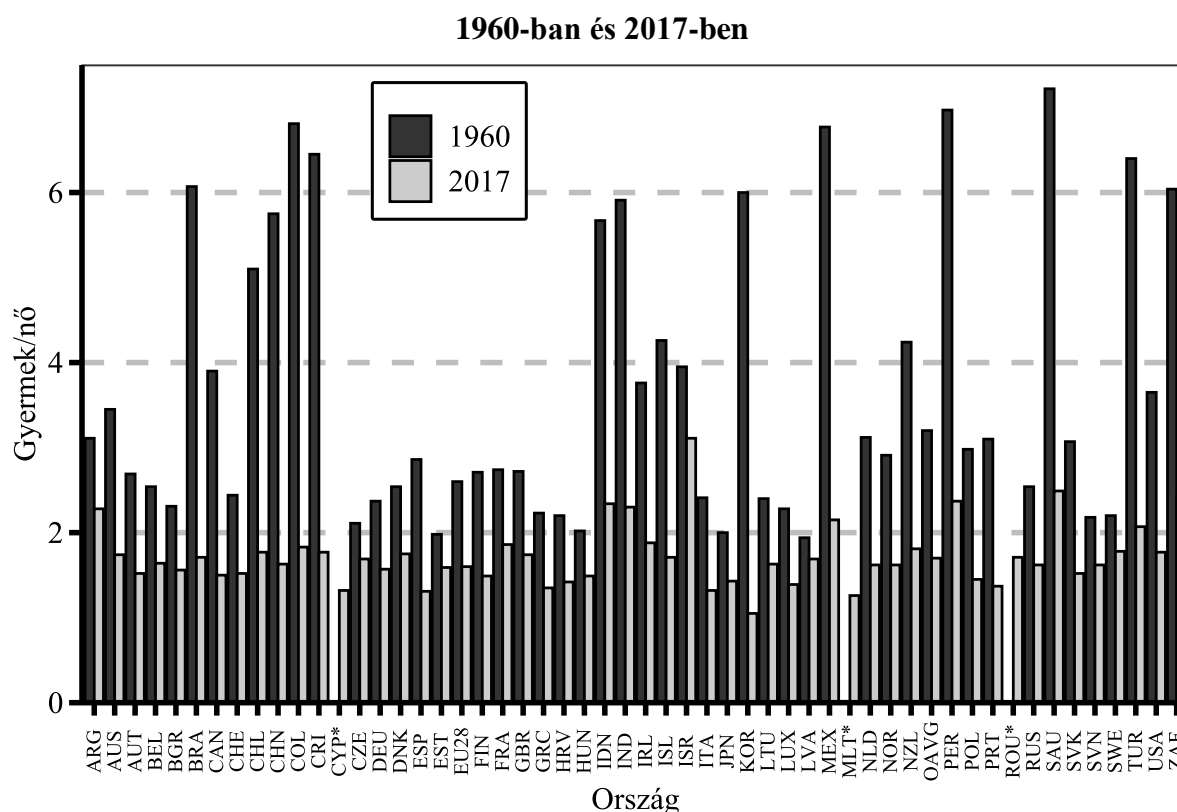
---

<sup>9</sup> Illetőlegesen korábbi évek, amennyiben több autoregresszív, vagy mozgóátlag paramétert is tartalmaz a modell.

<sup>10</sup> Bár előrejelzésre valóban nem túl „szerencsés” egy mozgóátlag-modell, mert csak annyit, mond, hogy a most még hatást kifejtő impulzusok le fognak csengeni, mivel az újakat nem határozzuk meg a modellnek exogén módon, így a 2 évvel későbbi időszakra nem mond túl sokat. Ennek ellenére a mozgóátlag-modell jelleg is egy plusz információ az idősről. Annyival legalábbis biztosan előrébb sikerült mozdítani az elemzést, hogy Granger és Newbold ajánlása alapján elkerültük, hogy olyan dolgot magyarázzunk külső változókkal, amiket saját magukkal is teljes egészében meg lehet.

1,05-ös értékéhez mérjük. Maga a TTA mind az OECD országokban, mind az OECD partnerországaiban (Argentína, India, Indonézia, Szaúd-Arábia, Dél-Afrika) jelentősen csökkent a vizsgált időszakban.

**8. ábra. A TTA alakulása az OECD országok és az OECD partnerországainak körében**



*Megjegyzés: Az adatok az OECD honlapjáról származnak (letöltés dátuma: 2020.01.04). A \*-gal jelölt országok, azaz Ciprus, Málta és Románia esetében nem állt rendelkezésre adat 1960-ra vonatkozóan.*

Bár minden itt megjelenített ország esetében igaz, hogy a TTA csökkent a változások mértékében és időzítésében is nagyobb hasonlóság tűnik kirajzolódni a szomszédos országok között, melynek háttérében a közös kulturális háttér állhat leginkább. Számokkal is prezentálva a jelenséget az itt megjelenített 52 ország TTA-inak egymással vett korrelációinak átlaga 0,73, míg az egymással szomszédos országok ugyanezen módon számított értéke 0,83. Ez a kalkuláció nyilvánvalóan számos ponton sért módszertani szempontokat, már csak abból a szempontból, hogy mikor két országot tenger határol el egymástól, ott annak megítélése, hogy

szomszédosok-e igen szubjektív. A tanulmány függelékéként (F4) csatolom az általam készített táblázatot, melyben kifejtem, hogy ezen számítás során mely országokat tekintettem egymással szomszédosnak. Ez az elvégzett számítás pusztán annak reprezentálására szolgál, hogy bemutassam, egymással szomszédos országok teljes termékenységi arányszámának a vizsgált időszakban bejárt útja, valóban jobban hasonlít egymásra, mint a tőlük távolabb eső országoké. A korrelációk átlaga mindkét esetben nagyon magas. Ennek oka, hogy a mindegyik országban csökkent a TTA az időszak végére, továbbá az 1960-as évek végén nagyjából egy időben jelentek meg a fogamzásgátló tabletták, amely a születésszámok esökkenésének nem elhanyagolható magyarázata. Az egymással szomszédos országok között meglévő erősebb korreláció léte miatt az országok termékenységi rátáinak hasonlóságát további elemzésnek vetem alá.

### **Kointegráció tesztelése az országok termékenységi rátái között**

Miután a vizsgált országok termékenységi rátái között a páronként vizsgált korreláció értéke igen magas, így megfogalmazódik a hipotézis, hogy egyes országok akár teljesen hasonló pályát futhattak be a megfigyelt időszakban. Annak ellenőrzésére, hogy két idősor között fenn áll-e hosszú távú kapcsolat a kointegráció tesztelése ad módot.

### **A kointegráció módszertanának bemutatása**

A kointegrációs teszt hipotézise, hogy a két idősor között fennáll-e olyan hosszú távú kapcsolat, amely az idő előrehaladtával tartósan bizonyul, azaz a vizsgált változóink nem távolodnak el jelentősen a kettejük között megfogalmazott egyensúlyi állapottól. Az ARMA-modellekkel szemben viszont az idősor ezen eszközének alkalmazása már feltételeket szab a vizsgált idősorokra: (1) A két összevetett változónak azonos rendben kell integrálnak lennie, azaz azonos számú differenciázás szükséges ahhoz, hogy az idősorokat stacionerré tegyük, és (2) ez a szám nem lehet nulla. Amennyiben a két kritérium valamelyike nem teljesül, úgy a



kointegrációs teszt egyáltalán nem elvégezhető. A második kritérium lényegesen jobban rontja a kointegráció felhasználhatóságát az idősorok között fennálló hosszú távú kapcsolat fennállásának ellenőrzésére. Ugyanis míg az első feltétel sérülése esetén, ha az idősorok nem azonos rendben integráltak, akkor bizonyosan nem is áll fenn közöttük hosszú távú kapcsolat, tehát a kérdés eldőlt, addig, ha a mindkét idősor stationer, akkor nem tudunk semmit mondani ezzel az elemzési eszközzel.

A kointegráció tesztelése három lépésből áll: (1) A két idősor azonos integráltságának ellenőrzése általánosított Dickey-Fuller teszt segítségével, majd (2) egy klasszikus legkisebb négyzetek (Ordinary Least Squares, OLS) modell becslése a két változó felhasználásával, egyiket eredményváltozónak választva, másikat magyarázóváltozónak egy konstans mellé<sup>11</sup>. És végül (3) a modellből származó maradéktagok integráltságának megvizsgálása. Amennyiben a reziduumok éppen egyel alacsonyabb rendben integráltak, mint az összevetett idősorok, úgy a kointegráció fennáll a két változó között, a kettejük húzódó hosszú távú kapcsolatot pedig az OLS koefficiensei írják le. Egy hipotetikus esetben például, ha a kointegráció léte megállapításra került, az OLS-ben pedig a regresszorhoz tartozó koefficiens értéke egy, miközben a konstanshoz tartozó érték szintén egy, akkor ez úgy értelmezhető, hogy a 2 idősor között fennáll hosszú távú kapcsolat, még hozzá úgy, hogy az OLS-ben függő változóként használt idősor értéke átlagosan eggyel nagyobb, mint azé, amelyiket magyarázóváltozóként vontunk be a modellbe.

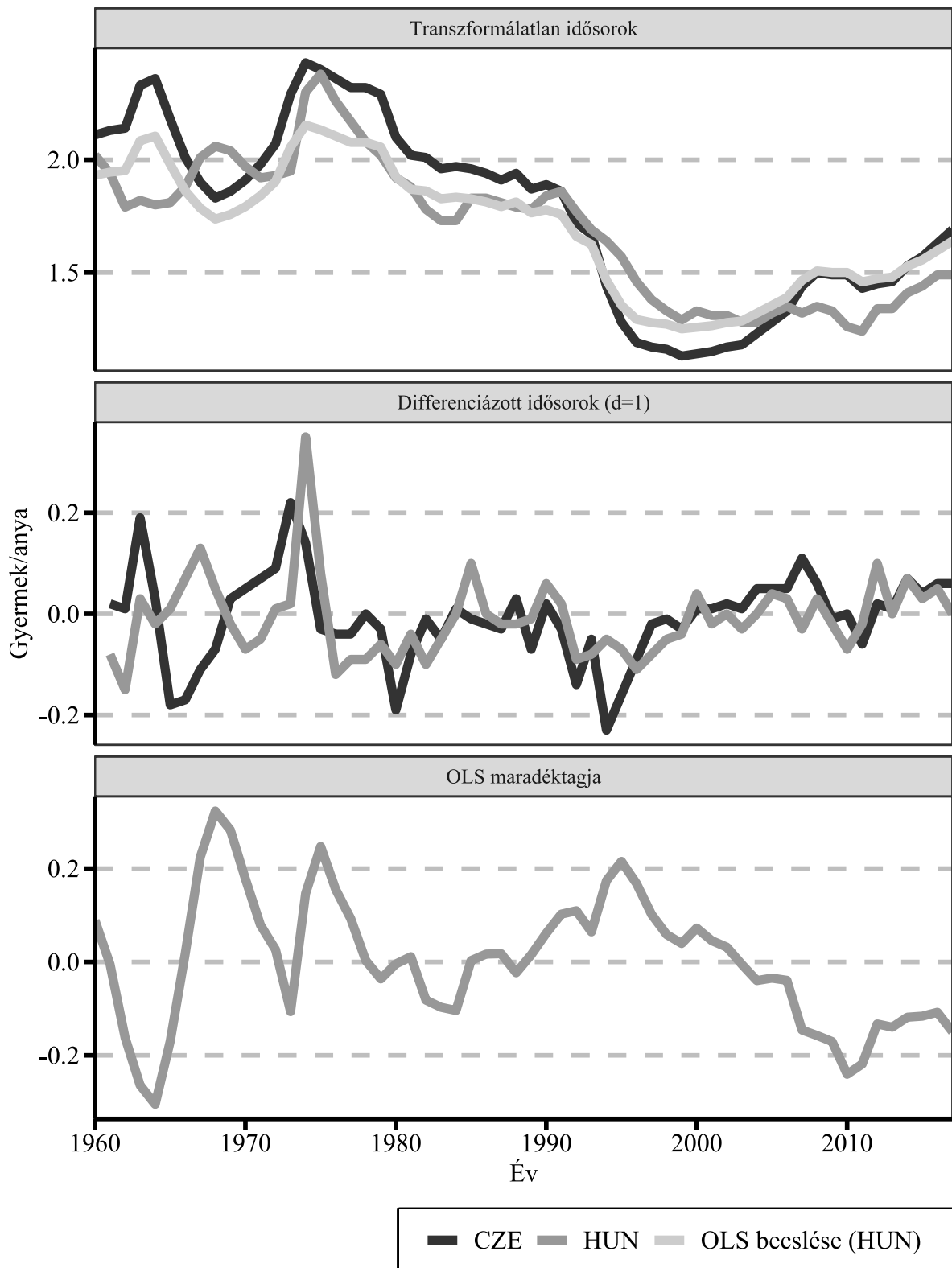
A kointegráció tesztelésének egy példáját bemutatni Magyarország és Csehország termékenységi rátája között. Az általános bemutatáshoz azért esett ezen két idősorra

---

<sup>11</sup> A későbbiekben az eredményváltozó szinonimájaként kívánom használni a függőváltozó kifejezést. Illetve a magyarázó változó megfelelőjeként a független változóváltozó és a regresszor fogalmakat vezetem be.

választásom, mert a későbbiekben kifejtésre kerülő eredmények közül a kointegráció ténye megállapításra került. A kointegráció tesztelésének mindhárom lépését prezentálja a 9. ábra.

**9. ábra. A magyar és cseh TTA idősorok között fennálló kointegráció**



A 9. ábra első blokkjában láthatóak az eredeti idősoraink. Jól látható módon valóban hasonló pályát futottak, és mindkettőjük integráltságának foka biztosan nagyobb, mint egy. Miután a magyar termékenységi rátáról a dolgozat korábbi fejezetéből ismert, hogy integráltságának foka egy, illetőlegesen ez az általánosított Dickey-Fuller tesztek elvégzése során a cseh TTA-ról is ez bizonyosodott be, így a teszt következő lépése következhet (a differenciázott idősorok stationer tulajdonságát a 9. ábra második blokkja mutatja be). Ebben az esetben Csehország termékenységi rátájának idősorát alkalmaztam regresszorként és a magyar idősor szerepelt a modellben eredményváltozóként. A megbecsült OLS modell hibatagját a 9. ábra harmadik blokkja tartalmazza. A modell reziduumainak stationer tulajdonsága pedig az elvégzett kiterjesztett Dickey-Fuller teszt alapján bebizonyosodott, tehát a két idősor között a vizsgált időszakban fennállt egy tartós hosszú távú kapcsolat<sup>12</sup>.

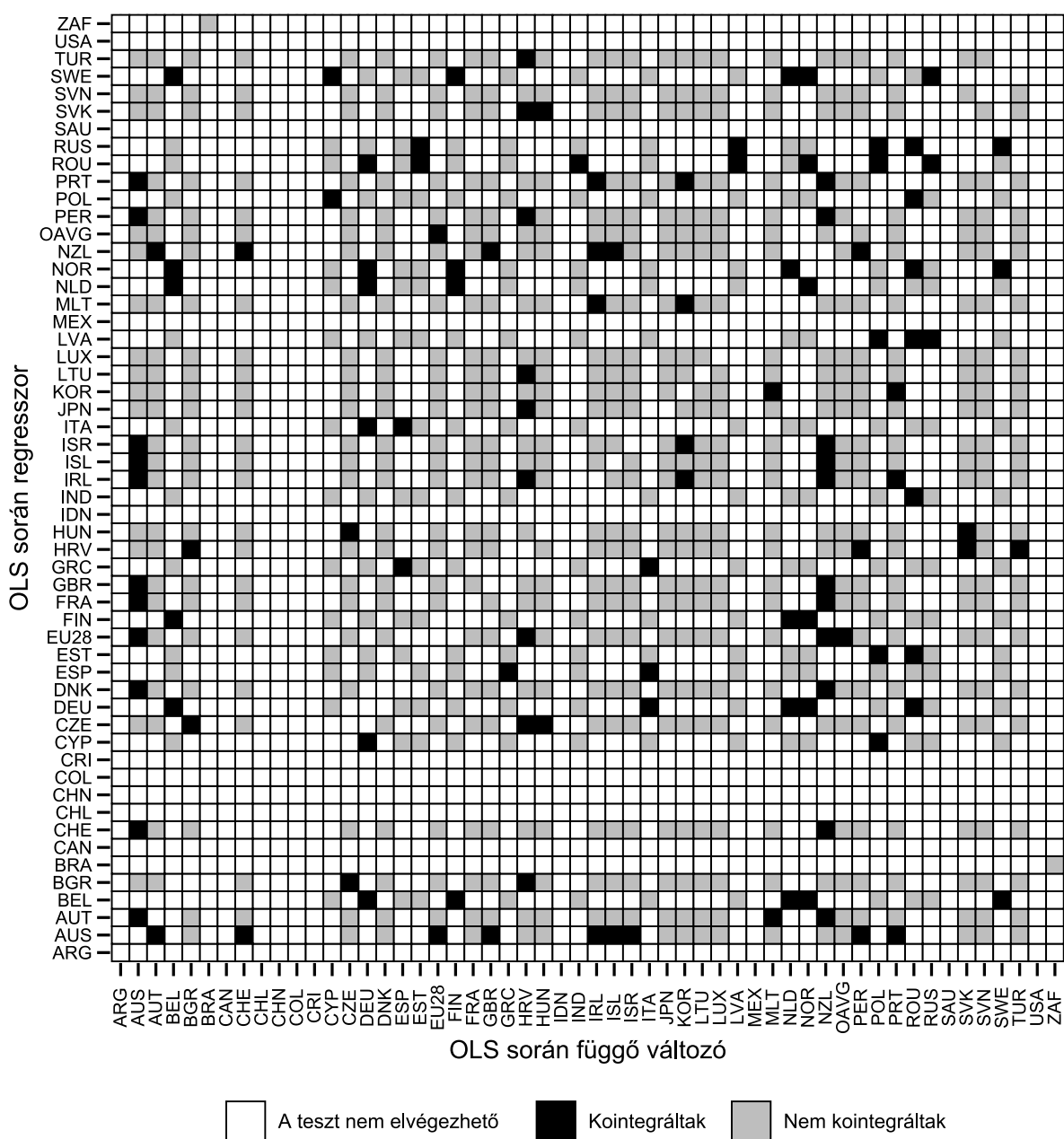
### **Modellbecslés és hipotézisvizsgálat**

Az imént bemutatott általános modell lefuttatásra került az OECD honlapján elérhető 52 ország termékenységi rátájának idősorából készíthető összes párosításon, továbbá a tesztelésbe felvettem még az OECD országok átlagát és az EU28 átlagát. A tesztek végrehajtása során minden alkalommal általánosított Dickey-Fuller teszt került végrehajtásra és %-os szignifikanciaszinten lettek a döntések meghozva. A kointegrációs tesztek eredményét a 10. ábra szemlélteti.

---

<sup>12</sup> A kapcsolat kifejezést itt semmiképpen nem ok-okozati összefüggésként kell érteni. A teszt eredménye nem azt állítja, hogy a két idősor hatna egymásra, hanem hogy a tárgyalt években bejárt újuk hasonló volt egymáshoz.

10. ábra. Kointegrációs tesztek eredményei



### Eredmények értelmezése, következtetések levonása

Az összes lehetséges párosítás az OECD és az EU28 idősorának elhagyása mellett 2652 darab. Saját magával vett párosítás természetesen nem értelmezett, azonban érdemes megjegyezni, hogy így minden összeállítás tesztelésre került az idősorok OLS-ben betöltött szerepek felcserélésével is. Ebből azon esetek száma, amikor a párosított két ország idősorának integráltsága megegyezett és nem stacioner idősorok voltak 794, amelyből 119 alkalommal állt fenn kointegráció. Miután a hipotézisemet arra vonatkozóan fogalmaztam meg, hogy

egymással szomszédos országok TTA-inak a múltban bejárt útjai jobban hasonlítanak egymásra, mint a nem szomszédosoké, így a vizsgálatot érdemes az egymással szomszédos országok párosítására fókuszálni. Csak úgy, mint dolgozatom korábbi szakaszában a szomszédos országok közötti átlagos korreláció számításánál, most is szubjektív a szomszédosnak tekintés, illetőlegesen ugyanazokat az országokat tekintem egymással szomszédosnak, mint a korábban, így a párosítások listája a függelék F4 táblázatából olvasható ki. Az összes szomszédos országok között lehetséges párosítás így 170 darab, melyek között 72 alkalommal végezhető el a teszt és összesen 19 kointegrációt mutató tesztet találtam<sup>13</sup>. Tehát amíg az egymással nem szomszédos országok párosításainak 4%-ban találtam kointegrációt, addig az egymással szomszédos országok körében ugyanez a szám 11%, tehát valóban látszik, hogy a szomszédos országok termékenységi rátái gyakrabban járnak be nagyon hasonló utat. A tesztek alapján megállapítható, hogy Magyarország termékenységi arányszáma Csehország és Szlovákia idősorával kointegrál, tehát járt be hasonló utat a vizsgált időszakban.

## **V. Granger-okság tesztelése a magyar születési mutatók és különböző gazdasági-társadalmi változók között**

A magyar születési mutatók és az ismert szakirodalom alapján a velük valamilyen kapcsolatban álló gazdasági-társadalmi indikátorok közötti összefüggések feltárását végzem el a következőkben. Amint azt a dolgozat elméleti megfontolásait tartalmazó fejezetében már kifejtettem érdemes mindhárom születési mutatóval elvégezni a vizsgálatot, miután eltérő eredményekre juthatunk a választás függvényében.

---

<sup>13</sup> A kointegrációs teszt eredménye nem ad ekvivalens eredményt, ha a két vizsgált idősorra kiosztott regresszor, illetőleg függő változó szerepet felcseréljük, így a 10. ábrán megjelenített eredményeket tartalmazó mátrix sem szimmetrikus.

Miután előzetesen nem tartom kizártnak, hogy a vizsgált változók kölcsönösen hassanak egymásra (például a munkanélküliség befolyásolhatja a szülési hajlandóság, majd a szülési hajlandóság megemelkedése számos csatornán keresztül hatást fejthet ki a munkanélküliségre), így a vektor autoregresszív modelleket készítek, amelyeken Granger-oksági tesztekkel ellenőrzöm a kapcsolat fennállásának hipotézisét.

### **Alkalmazott módszertan általános bemutatása**

Az ebben a fejezetben alkalmazott modellek első lépése, hogy készíteni kell egy vektor-autoregresszív modellt (VAR), amelyen oksági tesztet végzünk. A VAR-modellekben több idősor együttesen szerepel, és alapesetben valamennyien endogén változói a modellnek, tehát a mutatók egyes időpontokhoz tartozó értékei a modellben kerülnek meghatározásra és nem külsőleg kerülnek be. A modell elkészítéséhez a benne foglalt változók körén túl egy késleltetési paraméter ( $p$ ) meghatározása szükséges. A modell tartalmilag egy olyan rendszer felépítését jelenti, ahol minden változó legutolsó  $p$  darab értékeinek sorozata hatással van saját magára és minden más változó tárgyévének meghatározására. Tehát a modellben minden változó  $t$ -edik évi értéke úgy határozódik meg, hogy az összes változó  $p$  évet visszamenő értékének hatásainak eredőjét vesszük. Fontos azt megjegyezni, hogy egy változó értékére  $t$ -edik évben nem lehet hatással más változók  $t$ -edik évi értéke<sup>14</sup>. A modell becslésnek azonban feltétele, hogy a bevont változók mind stacionerek legyenek, így előtte megfelelő számú differenciálással el kell érni.

Az így felállított modelleken hajtottam végre a Granger-oksági teszteket. A teszt nem más, mint egy F-próba melynek nullhipotézise, hogy a vizsgált okozati változóra a modell

---

<sup>14</sup> Ennek a szimultaneitás problémájának modellezési vonzata az oka, természetesen elképzelhető olyan eset, hogy a születésszám hirtelen megugrása egy gazdasági vagy társadalmi mutatót már a tárgyalt évben befolyásol. Ennek vizsgálati módszerét a későbbiekben fejtem ki.

becslése alapján felírt egyenletben oksági tényezőként tesztelt változó minden késleltetett értékéhez tartozó paraméter értéke nem különbözik szignifikánsan a nullától. Granger-értelemben vett okság akkor áll fenn, ha ez a nullhipotézis elutasításra kerül, melynek interpretálása, hogy az eredményváltozóként tesztelt mutató jövőbeli értékére vonatkozóan csökken a bizonytalanság a magyarázó változó jelen, illetve múltbeli értékeinek ismeretében. A dolgozat eredményeinek megfelelően a helyen kezeléséhez szükséges hangsúlyozni, hogy a Granger-okság fennállása nem abban értelemben jelent kauzalitást, hogy a magyarázó változó valóban a kiváltó ok lenne a függő változó elváltozásában, csupán azt, hogy időben változása megelőzi azt, így előrejelzésében hasznosnak bizonyul. Ezzel azonban már meghaladja a korreláció interpretálhatóságát, miután az ok-okozati viszonyban betöltött szerepek identifikálhatók válnak.

Az így elvégzett F-próbák csak késleltetett hatások eredményének megítélésére alkalmasak. Az egyidejű Granger-okság fennállásának tesztelése azon alapul, hogy a modellben endogén módon meghatározódó idősorok valós értéküktől vett eltéréseik mutatnak-e együttmozgást. Ebből következik, hogy míg az általános Granger-okság feltárja a kauzalitás irányát, addig az egyidejű Granger-okság szimmetrikus. Mindazonáltal fennállása esetén elméleti megfontolásból az okozat szerepét nem nyilvánítanám a születési indikátorokra, mivel a fogantatásnak időben biztosan korábban kellett megtörténnie.

### **Az alkalmazott módszertan esetspecifikus tulajdonságainak bemutatása**

Az teszt elvégzésének első lépése tehát az idősorok stacionerré alakítása megfelelő transzformációval. Amennyiben egy változó integráltságának foka kettő volt, azonban logdifferenciázott idősora stacioner, úgy a változó logdifferenciázott transzformációját használtam fel a modellek elkészítéséhez, az interpretálhatóság egyszerűsítése érdekében, illetőleg mivel ekkora az idősor hossza csak eggyel csökken, nem kettővel, ami a rövidebb idősorok esetében kritikus jelentőségű. A második lépés a modellben szerepeltetett változók

körének megválasztása. A VAR-modellekkel kapcsolatosan általánosan az a gyakorlati probléma, hogy rengeteg paramétert tartalmaznak. Az együttthatók számára vonatkozóan korlátozásokat nem tartalmazó modellek előrejelzés tekintetében is rosszul teljesítenek, de a bennük keletkező magas mértékű multikollinearitás az értelmezést is bonyolítja, míg alacsony késleltetés mellett a paraméterek becslése torzítottá válik (Maddala, 2004). Mivel nem tartom kizártnak a vizsgált változóknak csak hosszú távon érvényesülő hatásuknak létét, így modelljeim elkészítése során egyszerre mindig csak az egyik születési indikátort, illetve csak az egyik gazdasági-társadalmi változót vonom be, szem előtt tartva, hogy ezzel a confounding<sup>15</sup> problémájába futhatok bele. Minden esetben olyan vektor-autoregresszív modelleket alkalmaztam, melyek a magyarázóváltozókhoz tartozó paramétereken túl konstanst is tartalmaztak.

Harmadik lépés a késleltetés rendjének megfelelő megválasztása. Ez tradicionálisan valamely információs kritérium teljes modellen számított értéke alapján történik. Jelen dolgozatban mindegyik változó párosításra elkészítem az összes lehetséges késleltetési struktúrával felírható VAR-modellt, majd ezek között szelektálok.

A következőkben az alábbi terminológiát szeretném alkalmazni: jelölje  $y$  modellben szereplő születési indikátor differenciázott idősorát,  $x$  a bevont társadalmi-gazdasági változó stacionerré transzformált idősorát, az ahhoz tartozó transzformáció jele legyen  $d$ , illetőleg  $p$  a VAR-modell késleltetésének rendje.

A lefuttatott modelleken szűrést hajtok végre. Adott  $p$  késleltetést  $y$  magyarázásának céljából relevánsnak tekintem az alábbi feltételek fennállása esetén: (1) a modellben endogén

---

<sup>15</sup> Az „egybeemosódás” problémája, azaz elképzelhető, hogy a magyarázó változó azért, tűnik okának az eredményváltozónak, mert van egy harmadik változó, amely mindkettőnek oka.

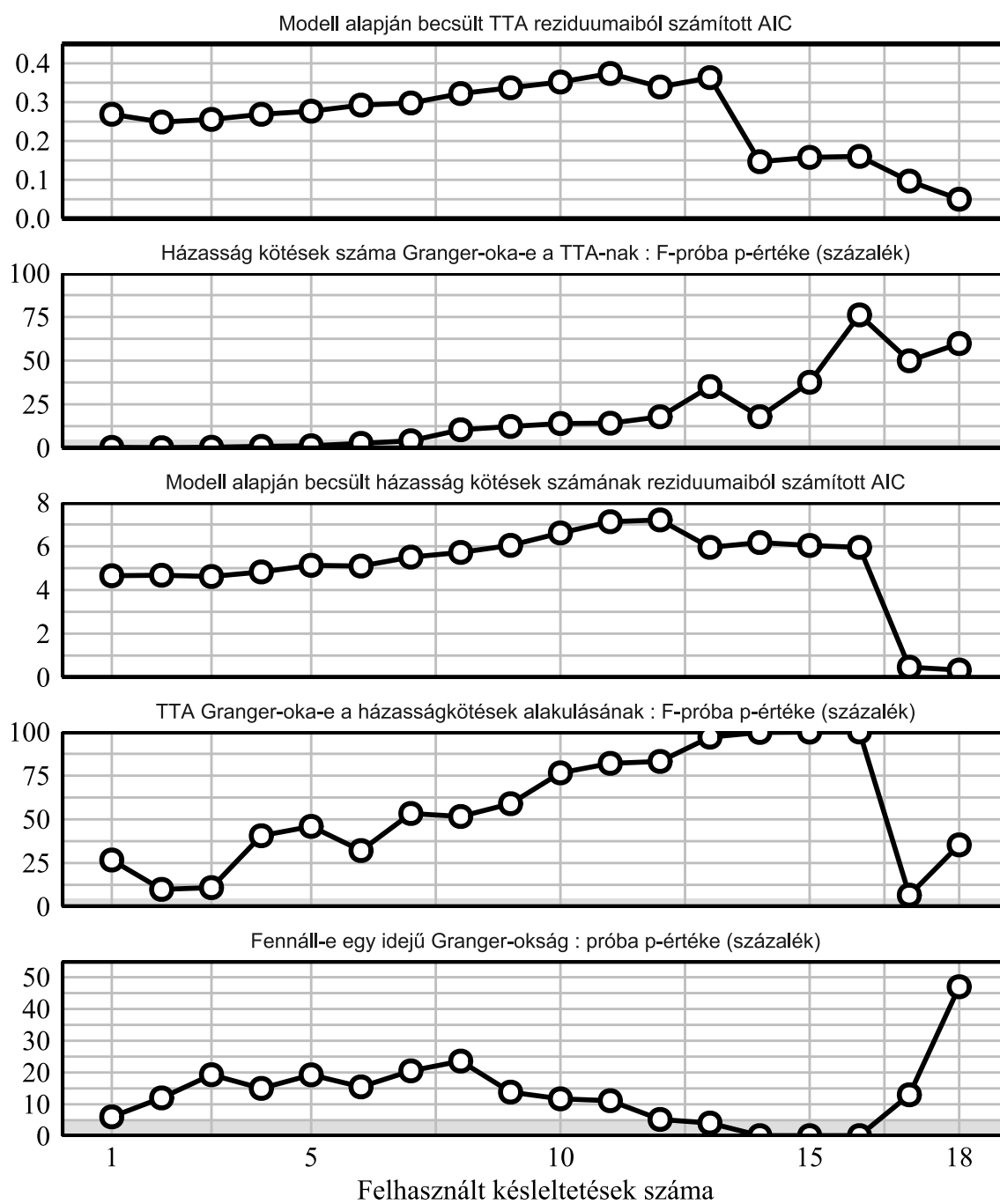


módon meghatározódó  $y$  reziduumaiból számított Akaike-féle információs kritérium<sup>16</sup>  $p$  késleltetésig minimális, és (2) a  $p$  paraméterrel rendelkező VAR-modellben az  $x$  Granger-értelemben nem oka  $y$ -nak nullhipotézissel rendelkező  $F$ -próba ezen hipotézise 5%-os szignifikancia szinten elutasításra kerül. Ezzel analóg módon határozom meg  $x$  magyarázásához releváns késleltetéseket, tehát a modellben szereplő  $x$  hibatagiból számított AIC legyen az addig a késleltetésig előfordultak között a legkisebb és legyen ilyen késleltetés mellett  $y$  Granger-értelemben oka  $x$ -nek 5%-os szignifikanciaszinten. Az egyidejű okság fennállásáról döntést az alábbi módon határozom meg: a legnagyobb  $x$  magyarázásához vagy  $y$  magyarázásához relevánsnak tekintett késleltetési struktúra mellett a modellben meghatározódó  $y$  és  $x$  hibatagjainak együttmozgására vonatkozó teszt  $p$ -értéke amennyiben 5%-os szignifikancia szint alatt van úgy egyidejű Granger-okság meglétét állapítom meg. Az itt ismertetett módszertant a 11. ábrán egy példával szemléltetem. Az ábrán megjelenített eredmény értelmezéséhez fontos megjegyezni, hogy mivel a házasságkötések számának idősorának integráltsági foka egy, így differenciázott idősorát alkalmaztam a VAR-modellek előállításához, csak úgy, mint a teljes termékenységi arányszám esetében.

---

<sup>16</sup> Mivel VAR-modellek egyenleteire vonatkozó AIC mutatót ismereteim szerint semmilyen szoftver nem közöl, így ezeknek számítása az egyenletek hibatagjainak lekérése után az  $RSS_p \times \exp[(k_p + 1)/n]$  képlet alapján történt, ahol  $RSS_p$  a  $p$  késleltetést tartalmazó modell hibatagjainak négyzetösszege,  $k_p$  pedig a  $p$  késleltetést tartalmazó modellben az  $y$  változóra felírt egyenletben szereplő együtthatók száma és  $n$  az idősor hossza.

**11. ábra. A házasságkötések száma és a teljes termékenységi arányszám alakulásának felhasználásával készített VAR-modellek eredményei**



*Megjegyzés: az egyes blokkok vízszintes tengelye mind a késleltetések számát tartalmazzák, míg a függőleges tengelyek az adott mutató megjelenítése szerint vannak pozícionálva.*

A 11. ábra eredményei alapján a házasságkötések száma Granger-értelemben oka a teljes termékenységi arányszámnak egy és kettő késleltetés mellett. Az itt ismertetett módszertani eljárás alapján más oksági kapcsolat nincsen ebben a párosításban. A 11. ábra utolsó blokkjának vízszintes tengelyén látható, hogy összesen 18 lehetséges késleltetési struktúra mellett kerültek VAR-modellek futtatásra. Ennek oka, hogy a vektor-autoregresszív modellek paramétereinek száma még két bevont változó esetén is néggyel nő minden egyes késleltetéssel és ezenfelül még két konstanst is tartalmaz. Ismeretes, hogy lineáris modellek becslésének feltétele, hogy a megfigyelések száma meghaladja a becsült paraméterek számát. Ezért még a leghosszabb vizsgált idősorok esetén is (mind a házasságkötések számának, mind a teljes termékenységi arányszámnak közölt hiánytalan idősora 1960-ban indult) maximum 18 késleltetés mellett becsülhető a modell, de még olyankor sem érdemes komoly következtetéseket levonni belőle.

### **Modellbecslés és hipotézis vizsgálat**

Az előbb bemutatott módszertan alapján a születési mutatókat az összes gazdasági-társadalmi indikátorral párosítottam és elvégeztem az oksági tesztek. Az eredményeket az 5-7. táblázat tartalmazza, míg az x változók pontos leírást a függelék F1, F2, F3 táblázata mutatja be.

**5. táblázat: A teljes termékenységi arányszám és a vizsgált gazdasági-társadalmi változók közötti Granger-okság feltárására irányuló próbák eredménye**

	d	max p	$x \rightarrow y$	$y \rightarrow x$	$x-y$
Activs	ld	18	3		
NominalWage	ld	18			
RealIncome	1	18			
Consumption	1	18	14, 15, 16, 17		van
GDP1960	1	18			
GDPCAP1960	1	18	1, 14		van
Saving	1	6			
HouseholdDebt	ld	6		3, 4	
PensionPublic	ld	4			
FamilyBenefits	1	4	1		
Marriage	1	18	1, 2		
UnemploymentM	ld	5	3		
UnemploymentT	ld	5	3, 5	3	van
UnemploymentW	ld	5			
P90P10	ld	2	2		
PovertyRate017	ld	2			
PovertyRate66	ld	2			
PovertyRate1865	ld	2			
PovertyRateTot	ld	2	2		
Gini	ld	2	2		
MDeprivationT	0	3			
MDeprivation018	0	3	3		
MDeprivation1865	0	3			
CaesareanSections	ld	3			
Crime	1	16		16	van
CriminalYoung	1	16	11		
CriminalAdult	1	16	9, 11, 12, 13, 15	16	van
CriminalTotal	1	16	9, 11, 12, 13, 15		van

*Megjegyzés: d: bevont gazdasági-társadalmi változón alkalmazott differenciázások száma (ld = logdifferenciázás); max p: maximális késleltetést tartalmazó VAR-modell, amely még megbecsülhető;  $x \rightarrow y$ : a bevont gazdasági-társadalmi változó Granger-oka-e y-nak, és ha igen, akkor milyen késleltetési struktúrával rendelkező VAR-modellben;  $y \rightarrow x$ : a bevont gazdasági-társadalmi változónak Granger-oka-e x, és ha igen, akkor milyen késleltetési*

struktúrával rendelkező VAR modellben;  $x$ - $y$ : van-e egyidejű Granger-okság a két változó között.

**6. táblázat: Az ezer főre jutó éves születésszám és a vizsgált gazdasági-társadalmi változók közötti Granger-okság feltárására irányuló próbák eredménye**

	d	max p	$x \rightarrow y$	$y \rightarrow x$	$x-y$
Activs	ld	18		18	van
NominalWage	ld	18		15	
RealIncome	1	18			
Consumption	1	18	18		
GDP1960	1	18	17, 18		van
GDPCAP1960	1	18	17		van
Saving	1	6		6	van
HouseholdDebt	ld	6		4	
PensionPublic	ld	4			
FamilyBenefits	1	4		3, 4	
Marriage	1	18	1, 2, 12, 17		
UnemploymentM	ld	5		3	
UnemploymentT	ld	5		3, 4, 5	van
UnemploymentW	ld	5			
P90P10	ld	2	2		
PovertyRate017	ld	2			
PovertyRate66	ld	2			
PovertyRate1865	ld	2			
PovertyRateTot	ld	2	2		
Gini	ld	2	2		
MDeprivationT	0	3			
MDeprivation018	0	3			
MDeprivation1865	0	3			
CaesareanSections	ld	3			
Crime	1	16			
CriminalYoung	1	16	11, 12, 16		van
CriminalAdult	1	16	9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16		van
CriminalTotal	1	16	9, 10, 11, 12, 13, 14, 15		

*Megjegyzés: a táblázat fejléceiben szereplő jelölések teljesen azonos tartalmat jelölnek, mint a 5. táblázatban.*

**7. táblázat: Az évenkénti születésszám és a vizsgált gazdasági-társadalmi változók közötti Granger-okság feltárására irányuló próbák eredménye**

	d	max p	x→y	y→x	x-y
Actívs	ld	18		18	van
NominalWage	ld	18		16	
RealIncome	1	18			
Consumption	1	18	17, 18		
GDP1960	1	18	18		van
GDPCAP1960	1	18	14		van
Saving	1	6			
HouseholdDebt	ld	6		3, 4	
PensionPublic	ld	4			
FamilyBenefits	1	4		3, 4	
Marriage	1	18	1, 2, 12, 17	2	
UnemploymentM	ld	5		3	
UnemploymentT	ld	5		3, 4, 5	
UnemploymentW	ld	5	5		
P90P10	ld	2	2		
PovertyRate017	ld	2			
PovertyRate66	ld	2			
PovertyRate1865	ld	2			
PovertyRateTot	ld	2	2		
Gini	ld	2	2		
MDeprivationT	0	3			
MDeprivation018	0	3			
MDeprivation1865	0	3			
CaesareanSections	ld	3			
Crime	1	16			
CriminalYoung	1	16	11, 12		
CriminalAdult	1	16	9, 10, 11, 12, 13, 14, 15		
CriminalTotal	1	16	9, 10, 11, 12, 13, 14, 15	15, 16	van

*Megjegyzés: a táblázat fejléceiben szereplő jelölések teljesen azonos tartalmat jelölnek, mint a 5. táblázatban.*

#### Az eredmények értelmezése és következtetések levonása

Az előzőekben közölt táblázatokban szereplő eredmények természetesen interpretálást igényelnek, illetve további vizsgálatot igényelnek. A vektor-autoregresszív modellek paramétereinek vizsgálata helyett az impulzus válaszfüggvényeket vettem elemzés alá azokon

a helyeken, ahol szükséges. Az impulzus válaszfüggvény (IRF) azt mutatja be, hogy egy tárgyalt változónak a modellből származó reziduumainak szórásának egyenértékű sok hatására miként reagál az egész rendszer, így a hatások előjele is megjelenítésre kerül.

A 5-7. táblázatok első néhány sorában a 20. századi natalizmus legfontosabb indokaihoz tartozó proxy változók találhatóak, nevezetesen, hogy szülessen minél több gyermek, akik dolgozni képesek, növelve a gazdaság méretét. Az évenkénti teljes születésszám és a gazdaságilag aktívak számának idősorából 18-as késleltetés mellett készített vektor-autoregresszív modellben a születésszám hatása tűnik ki az aktívak számának növekedési ütemére. A tesztek eredményeit azonban az értelmezések megkezdése előtt a VAR-modellek inverz gyökeinek ellenőrzésével kell megerősíteni. Ebben az esetben éppen azzal állunk szemben, hogy található egynél nagyobb gyök is a VAR ( $p=18$ ) modellben, így a benne foglalt kapcsolat nem stabil. Amit esetleg érdemes megnézni az a VAR (18) modell becsült egyenletei. Az aktívak számára megbecsült egyenletben szereplő születésszám késleltetett értékeihez tartozó koefficiensek értékét a 7. táblázat ismerteti.

**8. táblázat. Az aktívak számából ( $d=ld$ ) és a teljes születésszámból a VAR(18) modellben aktívak számára becsült egyenletben szereplő születésszám késleltetett értékeihez**

**tartozó koefficiensek értéke**

Késleltetések száma	Béta
1	$-4,1 \times 10^{-6}$
2	$-4,4 \times 10^{-6}$
3	$-5,0 \times 10^{-7}$
4	$-4,0 \times 10^{-6}$
5	$-1,8 \times 10^{-6}$
6	$-4,9 \times 10^{-6}$
7	$-6,0 \times 10^{-7}$
8	$-6,0 \times 10^{-7}$
9	$-1,6 \times 10^{-6}$
10	$-2,9 \times 10^{-6}$
11	$-7,0 \times 10^{-7}$
12	$-8,0 \times 10^{-7}$
13	$-1,7 \times 10^{-6}$

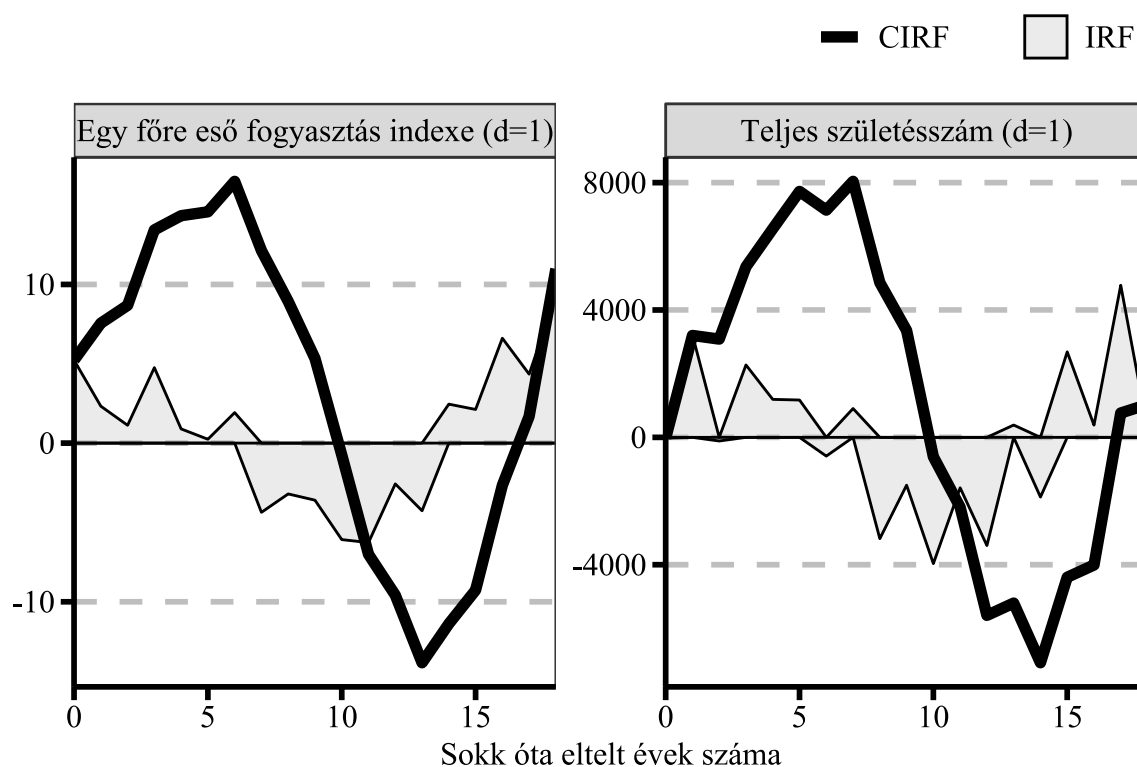
Késleltetések száma	Béta
14	$-3,0 \times 10^{-6}$
15	$-6,0 \times 10^{-7}$
16	$-1,2 \times 10^{-6}$
17	$-2,0 \times 10^{-7}$
18	$-5,0 \times 10^{-6}$

A 8. táblázatban látható eredményekből nem szabad azonban azt a következtetést levonni, hogy a születendő gyermekek számának növekedése egyértelműen csökkenti a gazdaságilag aktívak számát. Ezek a paraméterek ugyanis bár mind negatívak, 0-hoz nagyon közeliak, továbbá mivel a kapcsolat nem stabil értékei torzítottak lehetnek. Ebből sokkal inkább arra érdemes csupán következtetni, hogy a születések száma mértékében nem akkora, hogy annak változása valóban érezhető legyen a gazdaságilag aktívak számában, mivel semmilyen kisebb késleltetési struktúra mellett nem találtunk Granger-okságot, ez pedig nem értelmezett. Így módon a natalizmus azon indoka, hogy a születésszám növelésével növelhető a gazdaság mérete bár nem cáfolandó, de feltehetőleg a munkaerőpiac más gazdasági tényezőin keresztül hatékonyabb eredmény érhető el. Legalábbis az ezen modellel vizsgálható 18 éves időintervallumban bizonyosan.

A következő eredmény, amit ki szeretnék emelni a fogyasztás hatása a születésszáma. Ahogyan az a 5-7. táblázatokban olvasható, a fogyasztás 1960-as bázisviszonyszámának differenciázott értékéből becsültem a vektor-autoregresszív modelleket és a 17-18-as késleltetés mellett találtam releváns hatást. Bár a gazdasági-társadalmi indikátorok születési mutatóra gyakorolt hatását érdemes volna a teljes termékenységi ráta alapján értékelni, megtisztítva így a hatásmechanizmust, én most a teljes születési mutatón prezentálom, a befogadható interpretáció céljából. Továbbá szeretném bevezetni a kumulált impulzus válaszfüggvény (CIRF) fogalmát, mely az IRF kumulált értékeit tartalmazza. A fogyasztásban bekövetkező sokk lecsapódását mutatja be a 12. ábra. A VAR-modellben alkalmazott késleltetések száma 17.



**12. ábra. Az egy főre jutó fogyasztás indexének (1960=100%,  $d=1$ ) és az évenkénti összes születésszámnak ( $d=1$ ) felhasználásával 17-es késleltetési struktúra mellett készített VAR-modellben a fogyasztás sokkját bemutató impulzus és kumulált impulzus válaszfüggvények**

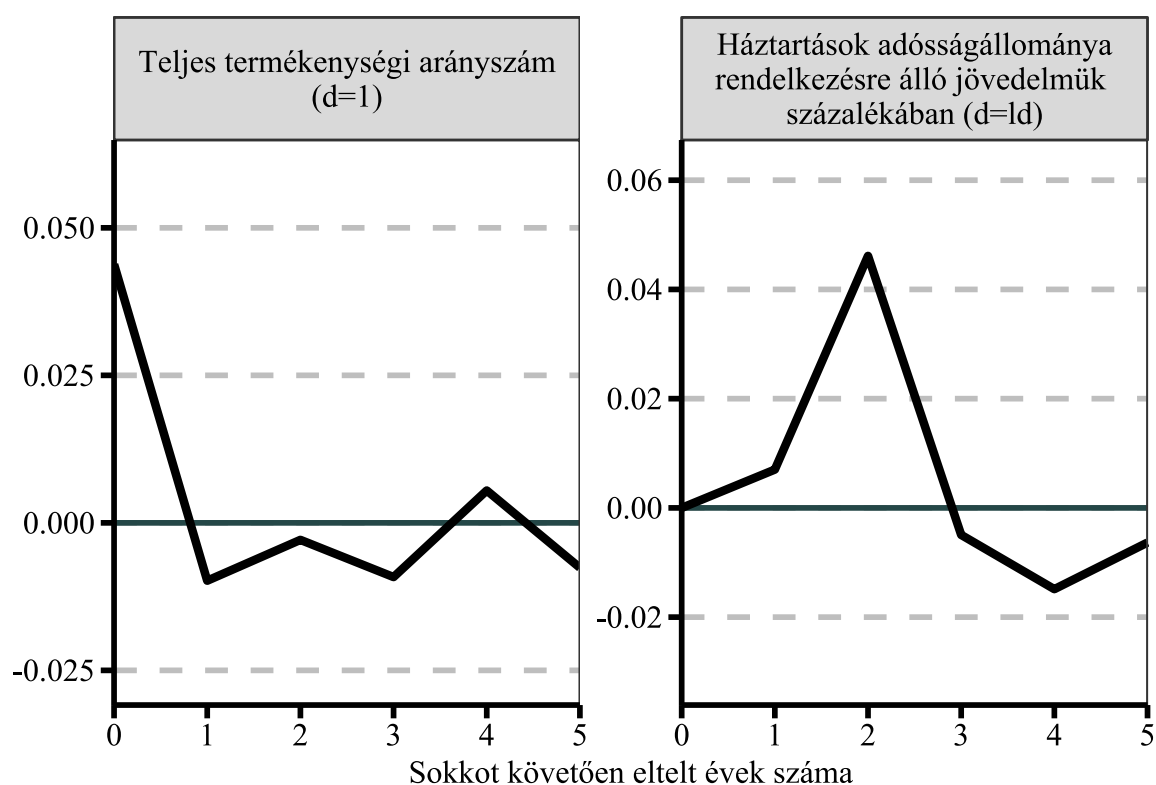


A 12. ábrán az látszik, hogy a teljes születésszám növekménytagja követi a fogyasztás indexének növekménytagját a modell által becsült rendszerben. A termékenységi ráta helyett az évenkénti összes születésszám felhasználása mellett azért döntöttem, mert így a születésszámnál látott CIRF a bekövetkezett sokk, illetőleg annak lecsengésének hatása a születendő gyermekek számára nettó mértékben értelmezhető. A 12. ábrán az impulzus válaszfüggvények ciklikus mivoltát nem kívánom megragadni, így az ábrán látható eredményeknek a sokkot követően 6. évig terjedő intervallumára kívánok fókuszálni, amíg a fogyasztás indexének növekménytagjához tartozó kumulált impulzus válaszfüggvény monoton növekvő. Ezen a ponton a fogyasztás indexének differenciázott értékéhez tartozó CIRF értéke 16,50, míg a teljes születésszám növekménytagjának CIRF értéke 7135,45. Kihasználva, hogy

bázisviszonszámok időben vett relatív növekedésinek sorozata láncviszonszám, meghatározható<sup>17</sup>, hogy átlagosan évi 2,5 százalékponttal nagyobb növekedés a fogyasztásban 7135,45-tel eredményez több gyermeket 6 év alatt (2018-ben összesen 89807 gyermek született, így ez egy egészen magas hatásnak nyilvánítható). A GDP-re kivetítve nem kívánom külön elvégezni az értelemzést, mivel az már eleve tartalmazza a fogyasztást.

A háztartások adósságállományának változása mind a termékenységi arányszám, mind a teljes évenkénti születésszám esetében relevánsnak mutatkozott 3, illetve 4 késleltetés mellett, mint következmény. Jelen esetben a termékenységi arányszámban bekövetkező sokk hatását kívánom bemutatni, mivel a népesség teljes számára mindkét indikátort robusztusnak tekintem. A TTA sokkjának hatását a 13. ábrán prezentálom.

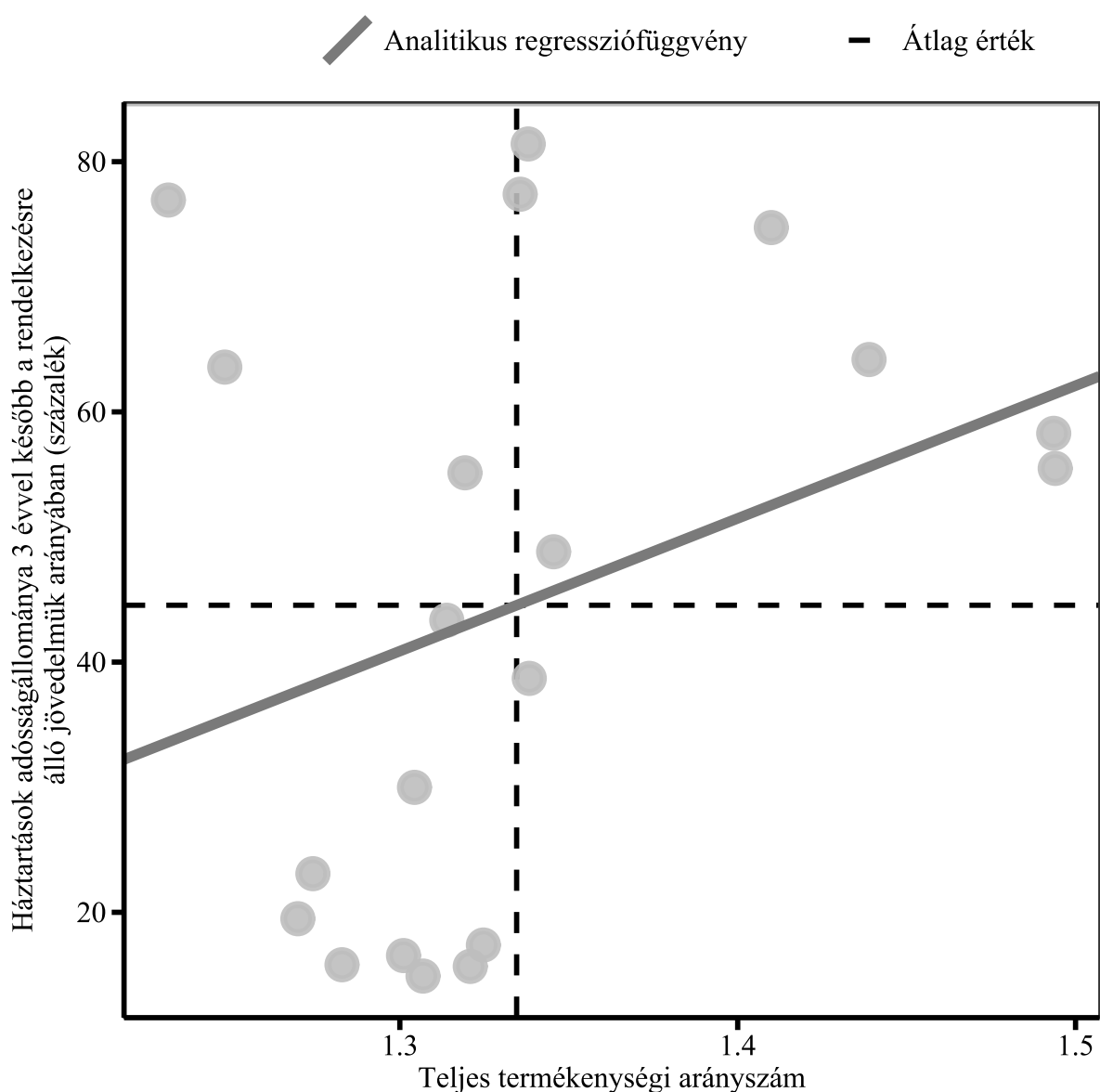
**13. ábra. A teljes termékenységi arányszámban bekövetkező sokk hatása a háztartások adósságállományára (impulzus válaszfüggvények,  $p=4$ )**



<sup>17</sup>  $((\frac{16,50+100}{100})^{\frac{1}{6}} - 1) \times 100$

A 13. ábrán az látszik, hogy míg a sokk bekövetkezését követően a háztartások adósságállománya megemelkedett, a TTA növekedésének hirtelen mérséklődése után csökkenésnek indult, de mindezt késéssel. A 14. ábrának vízszintes tengelyére a teljes termékenységi arányszámot, míg függőleges tengelyére a háztartások elérhető jövedelmük arányában mért adósságállományuk három évvel későbbi értékét tüntettem fel, ezzel bemutattva, hogy valóban látszik arra tendencia, hogy késve ugyan, de az adósságállomány emelkedik a termékenységi arányszám növekedésével.

**14. ábra. A TTA és a háztartások három évvel későbbi értéke közötti kapcsolat**

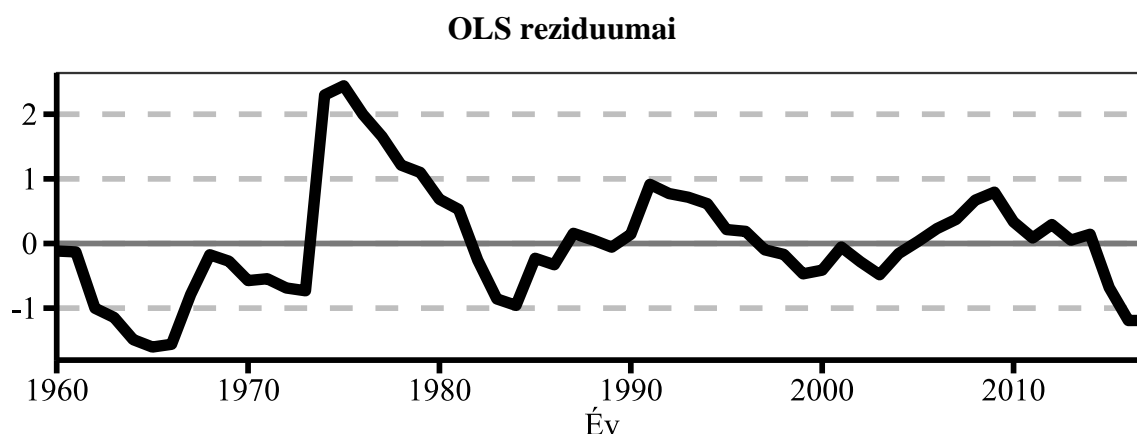


Annak hipotézise, hogy az állam által fizetett nyugdíjak GDP százalékában mért mértéke és a születési indikátor között bármilyen kapcsolat is fennállna ebben az elemzésben elutasításra került. Nem látszódik nyoma annak, hogy a termékenységi ráta változása az elmúlt évtizedekben érdemben befolyásolta volna a nyugdíjak mértékét, vagy fordítva. Mivel ez a hipotézis távol-keleti fejlődő országok mintájára lett megfogalmazva, így ez nem is túl meglepő.

A családtámogatások mértéke egy késleltetés mellett releváns a TTA-ra nézve, azonban semelyik másik születési indikátorra. Ehhez fontos megjegyezni, hogy a családtámogatások mértéke a GDP százalékában kifejezve idősor első értéke 1999, így csak az elmúlt két évtized alakulására alapul a modell, amikor is a három születési indikátor valóban már távolodásnak indult egymástól, ahogyan az az 1. ábrán látszik, így az eltérő eredmény logikus. Ami viszont meglepő, hogy a családtámogatások mértéken előjele ebben a VAR ( $p=1$ ) modellben negatív, egészen pontosan  $-0,16$ . Ez azonban tekintetbe véve, hogy a GDP százalékának értékében kifejezett növekménytagról van szó továbbra is alacsony érték, de negatív.

A házasságkötések számának alakulása számos késleltetési struktúra mellett releváns. Mivel ez is 1000 före eső értékben kifejezve található meg a KSH honlapján, így a könnyű interpretáció érdekében az ezer före eső születésszámmal párosított VAR ( $p=17$ ) modellt vizsgáltam meg részletesen. Az impulzus válaszfüggvények olyannyira együtt mozognak, hogy azok bemutatása helyett érdemesnek gondoltam inkább kointegrációs tesztet futtatni és bemutatni annak az eredményét. A korábbi fejezetben leírt tesztekkel teljesen azonosan jártam el, a Granger-okság tesztelése után ismeretes, hogy a két idősor integráltságának foka megegyezik, így a teszt elvégezhető. A házasságkötések számát használtam fel regresszornak és a modell kimentett hibatagja valóban stacioner, tehát a házasságkötések száma és a születésszám között fennáll hosszú távú kapcsolat. A 15. ábrán az OLS hibatagját jelenítettem meg, melyen látszik, hogy az ezer före eső születésszám az utolsó évtizedben növekedni kezdett az ezer före eső házasságkötések számából adódó egyensúlyi értékéhez képest.

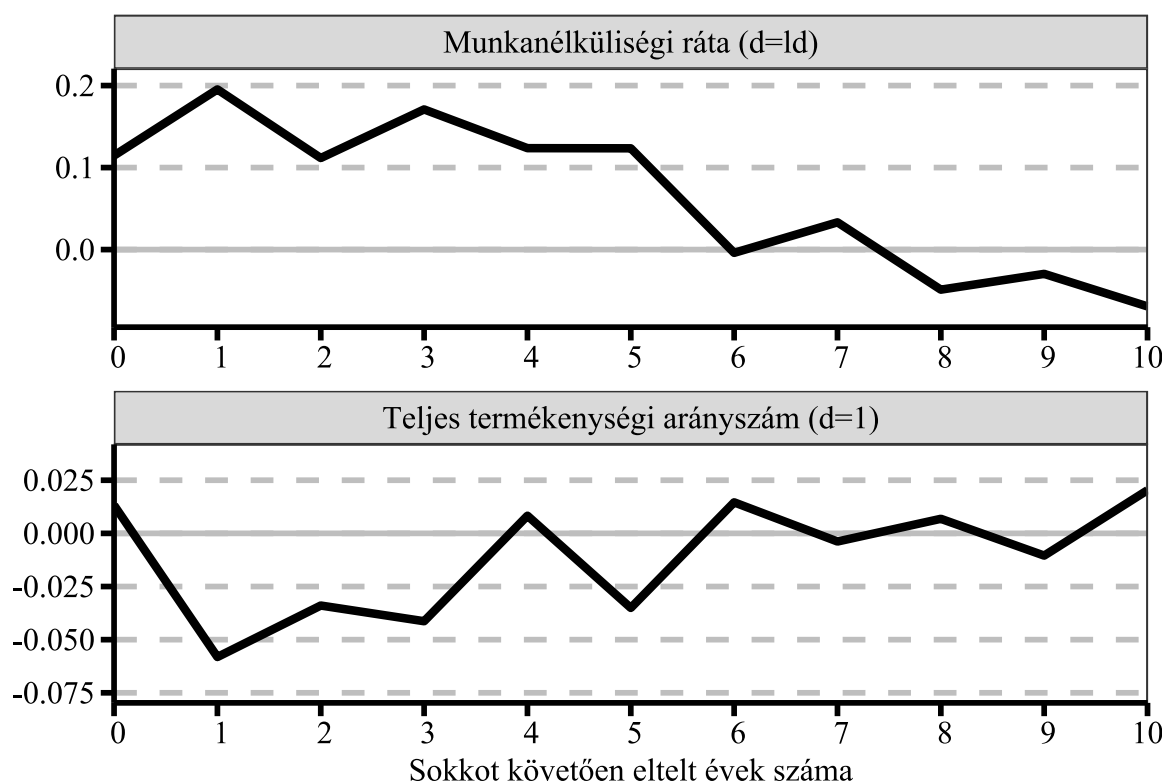
**15. ábra. Az ezer főre eső születésszámnak ezer főre eső házasságkötéssel magyarázott**



A munkanélküliségnek az eltérő mutatókon való futása eltérő eredményeket eredményezett. Ennek oka, ahogyan azt Kornai János is írja, hogy a szocialista rendszer leváltása után még a munkanélküliek nyilvántartásához szükséges intézmények sem állnak fenn (Kornai, 2012). Így a munkanélküliségről szóló idősorok mindössze 1999-ben indulnak és ahogyan az az 1. ábrán látható az utolsó évtizedben eltávolodásnak indul egymástól a három születési indikátor.

A kihagyott változó okozat lehetséges torzítás elkerüléseért az 5-ös késleltetésű VAR-modellt vizsgálok meg. Az impulzus válaszfüggvények a 16. ábrán láthatók, amin látható, hogy a munkanélküliség és a termékenységi arányszám között negatív irányú kapcsolat áll fenn.

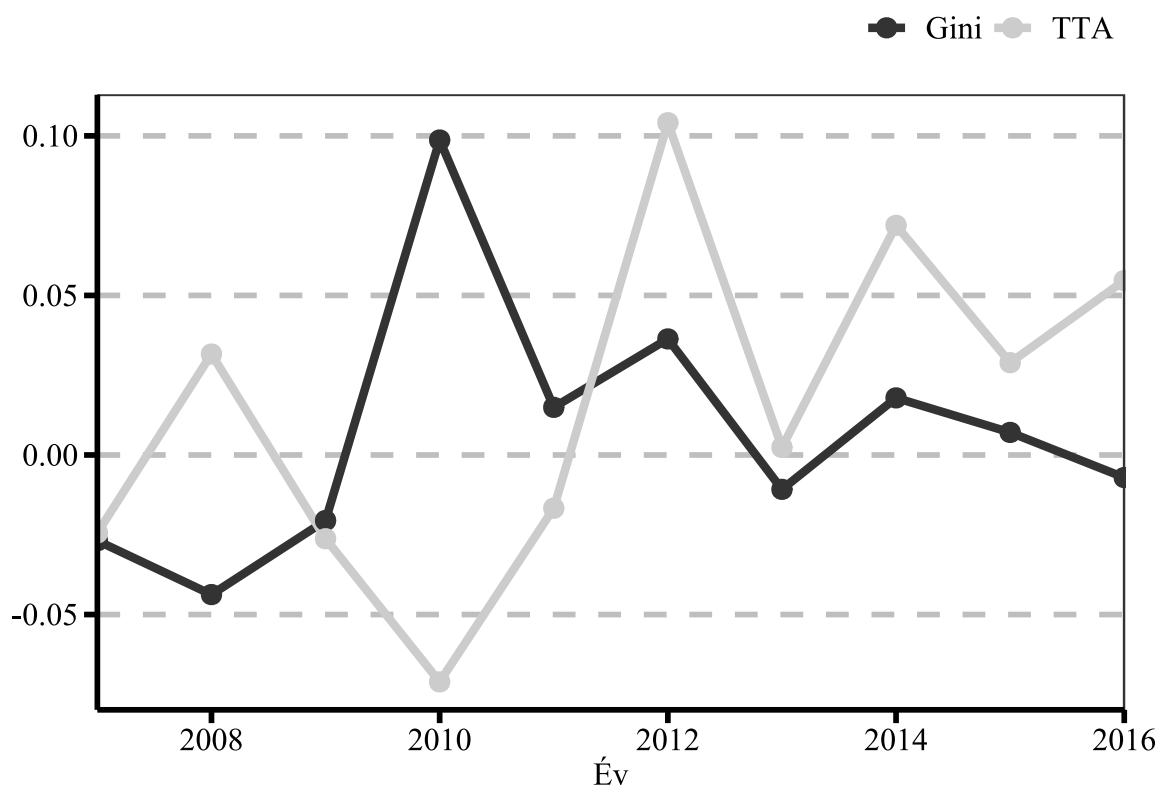
**16. ábra. A munkanélküliség okozta sokk lecsapódása a teljes termékenységi arányszámban**



*Megjegyzés: a futtatott VAR-modellben 5 késleltetés szerepelt.*

Az egyenlőtlenség é szegénység indikátorait a Gini-mutató előzetesen tesztelése során relevánsnak mutatkozása okán emeltem be az elemzésbe. Ebben az esetben az idősorok még a munkanélküliségi statisztikákénál is rövidebbel hasonló okok miatt, így mindössze 1, 2, illetve 3 késleltetés mellett van lehetőség modellt futtatni rajtuk. Bár több esetben releváns magyarázatnak bizonyulnak érdemes szem előtt tartani, hogy csak a legutolsó évek megfigyelései, mind a tesztek eredményei erősségei nagyon gyengék, mind a hamis regresszió gyanúja erős. A pozitív irányú kapcsolat fennállásának lehetőségét a 17. ábra szemlélteti. Sajnálatos módon ennyire rövid idősorok közötti együttmozgásból a gyanún túl nem lehet többet mondani, illetve mivel nem kerül rögzítésre az anya jövedelmi helyzete a gyermek világra hozatalakor, így olyan adatbázis sem elérhető, amelyből ezzel a hipotézissel kapcsolatban többet lehetne állítani.

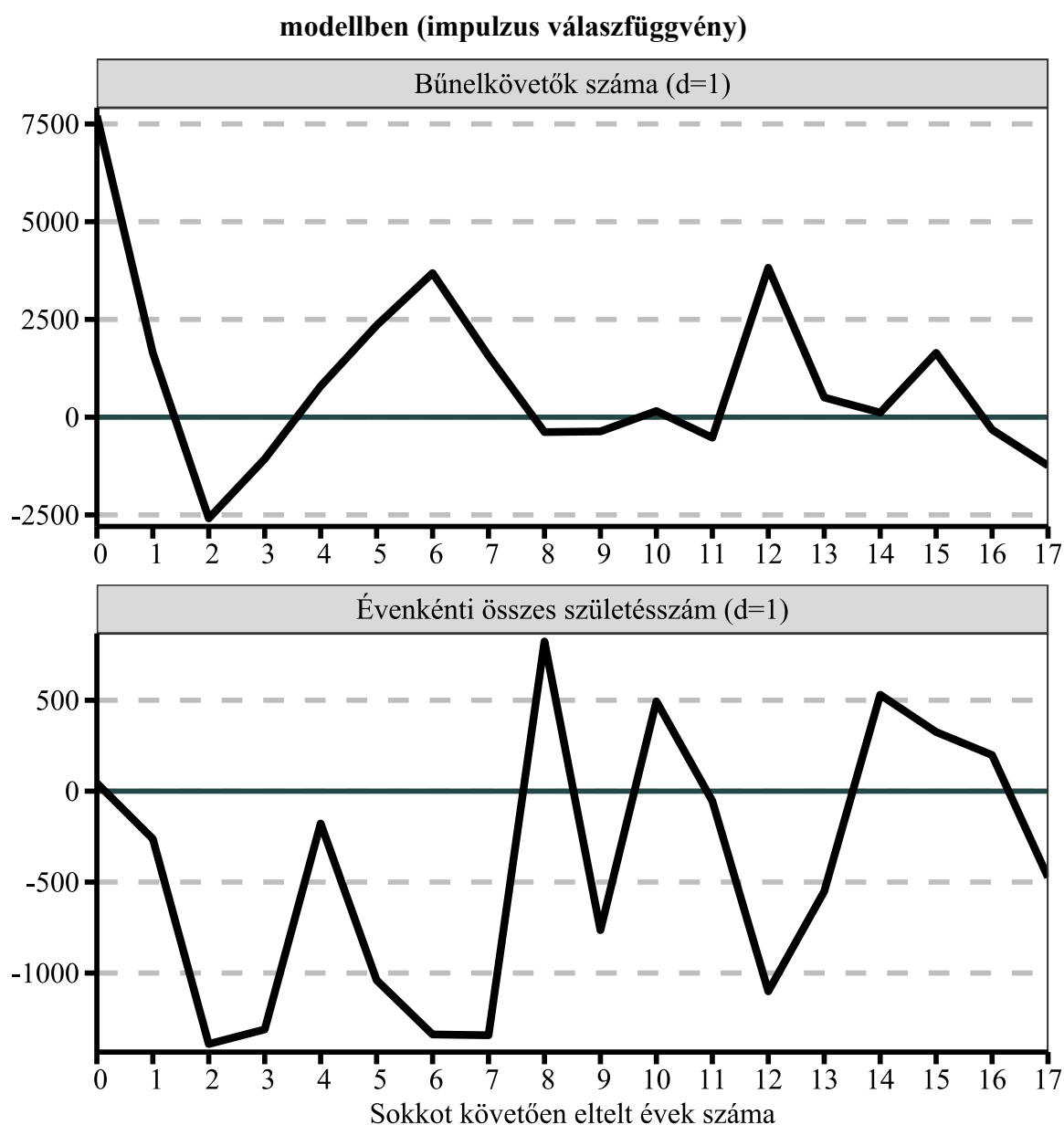
**17. ábra. A Gini-mutató ( $d=1d$ ) és a teljes termékenységi arányszám ( $d=1$ )**



A császármetszések számával kapcsolatban szintén elmondható, hogy Granger-értelemben semmilyen oksági kapcsolat nem állapítható meg, így az erre megfogalmazott hipotézis elvetésre kerül, bár itt is meg kell jegyezni, hogy nagyon rövid az elérhető idősor hossza.

A bűnözési statisztikákkal kapcsolatosan pedig éppen ellentétes irányú Granger-okság beazonosítására került sor, mint ahogyan a hipotézisben fel lett állítva. Miután a bűnelkövetők száma főben van megadva, illetőleg az évenkénti összes születésszámmal 16-os késleltetés mellett oda-vissza hatás látható, így ennek a modellnek a részleteit elemzem elsőként. Mindazonáltal ebben a modellben az inverz gyökök értékei között találni egynél nagyobbat, ami a kapcsolat instabilitására utal, így a 16-os késleltetéssel rendelkező modell helyett a 12-eset közlöm, ahol már rendben van ez a stabilitási feltétel. Ennek a modellnek az impulzus függvényeit tartalmazza a 18. ábra.

**18. ábra. A Bűnelkövetők számában (d=1) bekövetkező sokk lecsapódása a VAR (p=12)**



A 18. ábrán megjelenített rendszer értelmezéséből zajosan tűnik, hogy pontosan hogyan is hat a bűnelkövetők száma a születésszámra. Ennek egyszerűsítésének céljából kiszámítottam, hogy a modellben a születések számára becsült egyenletben a bűnözők számának késleltetett értékeihez tartozó paraméterek összege -0,43, tehát végeredményben a bűnözők számának növekedése a születésszám csökkenésének előrejelzője. Fontos továbbra is hangsúlyozni, hogy a Granger-okság pusztán időbeni megelőzést jelent, amely alapján a jövőre vonatkozó bizonytalanság csökkenthető, az, hogy ez milyen csatornákon keresztül valósul meg, az



ezekkel a tesztekkel és eredményekkel nem tűnik ki. Mindazonáltal az eredetileg feltett hipotézis vektor-autoregresszív modellek segítségével nem tesztelhető, mert a maximális késleltetési szám azt nem teszi lehetővé.

### **A modellek korlátai**

Ahogy az a VAR modellek módszertanánál is ismertettem ezen elemzés egyik legfontosabb problémája, hogy a modellek számos együtthatót tartalmaznak, ami jelentősen bekorlátozza a segítségükkel vizsgálható időintervallum terjedelmét. Még a Magyarországra elérhető legkorábbra visszamenő statisztikák esetében is mindössze 16 év késleltetetten jelentkező hatásainak vizsgálatára van lehetőség. Hazánk esetében pedig az ilyen 1960-ig visszamenő idősoroknak meglehetősen híján vagyunk.

### **Az eredmények lehetséges kiterjesztése**

Három fontos eredményt tartok kiemelni, mely napjainkban a gazdasági folyamatainak megítélése szempontjából kulcstényezővé válhatnak. A születési indikátorok alakulását döntő mértékben befolyásolja a fogyasztás és a munkanélküliség alakulása. Napjainkban a COVID-19 terjedése okán bevezetett rendelkezések valószínűsíthetően csökkenteni fogják az elmúlt évek gazdasági növekedését, felemelik a munkanélküliség szintjét. Jelen tanulmány írásakor a Federal Reserve Bank of St Louis nyilatkozataiban nem tartja kizártnak a munkanélküliségnek akár 30%-ra való felugrását (The Economist, 2020, c). Az általam végzett számítások alapján a munkanélküliségi ráta 0,2%-os változása okoz 0,05 egységnyi csökkenést a termékenységi arányszámban. Egy ilyen drasztikus munkanélküliség bekövetkezése tehát elképzelhetetlen csökkenését okozná a születésszámnak. Az előző eredmény egyszerű felszorozása alapján körülbelül 2,5 egységgel csökkentené a termékenységi arányszámot, ami nyilván egy nem értelmezhető eredmény nem is állítom, hogy ez így alakulna, a modell a „betanulása” során egyszer sem találkozhatott a munkanélküliség hirtelen 10-szeresére ugrásával.

Hasonlóan elmondható ez a fogyasztás előrejelzésén. A The Economist legutolsó előrejelzése szerint nem kizárt a GDP 9%-os esése 2020-ban az Euro övezetben (The Economist, 2020, a). Amennyiben a GDP felhasználási oldalról való megközelítés értelmében nem történik szerkezeti átalakulás, tehát a fogyasztás is 9%-kal esne, úgy a következő 6 év alatt jelentheti 15.000 gyermek megszületésének elmaradását is. Ez pedig a napjainkban a nyugdíjrendszer fenntarthatóságához köthető diskurzusnak is csak egy újabb impulzust jelentene. Ezentúl meg kell jegyezni, hogy az egészségügyi, illetve oktatási rendszerben szereplők fluktuációja is a koronavírus járvány okozta válság hozadéka lehet az elkövetkezendő években. Bár ennek az ellenkezőjét feltételezi előrejelzések azon halmaza, mely egy következő „baby-boomot” vetít előre a kijárási korlátozások bevezetéséből fakadóan (The Economist, 2020. április 2).

## VI. Összefoglalás

Tanulmányomban röviden bemutattam a három legfontosabb születési indikátor tartalmi eltérését, és az ebből konklúzióként levonható modellezési, illetve natalista törekvések értékelésére vonatkozó alapelveket. Egy a születésszám befolyásolását célzó gazdasági, politikai beavatkozás értékelését sok esetben érdemes a teljes termékenységi arányszám alapján megítélni, amennyiben az a korfa feljebbi rétegeire semleges (nem fejt ki emigrációs hatást). Bizonyos esetekben pusztán az interpretálhatóság megkönnyítésért ragaszkodtam a gazdasági-társadalmi változók születési indikátorokon kifejtett hatásának értékelésében.

Box-Jenkins eljárást alkalmazva feltártam, hogy a születési indikátorokon legjobb illeszkedést elérő modell a termékenységi rátára becsült ARIMA (0, 1, 1) modell, amelynek dinamikus előrejelzése a bekövetkező sokkok exogén megadásának hiányában a magyar TTA változatlanságát vetíti előre. A modell mozgóátlag paramétere alapján megállapítottam, hogy

a termékenységi arányszámban bekövetkező nagyobb volumenű változások gyorsan lecsengőek, a kiugró értéket követő második évre teljesen eltűnnek.

Az OECD honlapján elérhető országok idősorain végeztem kointegrációs tesztet, melyeknek eredményéből az látszik, hogy az egymással szomszédos országok termékenységi rátái által bejárt történelmi utak valóban jobban hasonlítanak egymásra, mint a nem szomszédos országoké. Ezentúl a tesztek között megtalálható, hogy Magyarország TTA-ja Csehország és Szlovákia idősorával járt be a megfigyelt időszakban hasonló utat.

A különböző gazdasági- és társadalmi indikátorok születési mutatókkal vett kapcsolataik vizsgálatát Granger-kosági tesztekre alapoztam, amelyet vektor-autoregresszív modelleken végeztem el. Ezek alapján azt találtam, hogy a születési indikátoroknak az így vizsgálható 18 éves intervallumban (1) nincs jelentős hatása a gazdaságilag aktívak számára. A (2) fogyasztás jelentős mértékben befolyásolja a születésszámot. A belőle készített becslés alapján az állapítható meg, hogy évenkénti átlagosan 2,5 százalékponttal nagyobb növekedése a fogyasztásnak átlagosan 7135 gyermek megszületéséhez járul hozzá 6 év alatt. A (3) termékenységi rátát Granger-okának találtam a három évvel későbbi háztartások adósságállományának. (4) Az állam által finanszírozott nyugdíjrendszer mérete és a születési mutatók között nem látszik semmilyen irányú Granger-okság. (6) A családtámogatások mértékén nem látszik, hogy valóban hatással lenne a születési indikátorokra. (7) Az évente kötött házasságok száma kointegrál a világra jövő gyermekek számával, és az utóbbi évtizedben a születésszám felülmúlta a kötött házasságokból adódó egyensúlyi értékét. (8) A munkanélküliség Granger-értelemben oka a termékenységi rátának, hatásának előjele negatív. (9) A szegénységi és egyenlőtlenségi mutatók Granger-okai a születési indikátoroknak, azonban azokról elérhető idősorok rövidsége nem teszi lehetővé ennek a hipotézisnek egyértelmű elvetését, a hamis regresszió veszélye fennáll. (10) A császármetszések száma és a születési mutatók között nem látszik Granger-okság. (11) A bűnözési statisztikákra vonatkozó

hipotézis tesztelése nem sikerült az általam alkalmazott eljárással, ellenben közben felfedésre került, hogy a bűnelkövetések száma Granger-értelemben oka a születési mutatóknak, előjele negatív.

### Függelék

#### F1. Központi Statisztika Hivatal oldaláról származó adatok (letöltés dátuma:

2020. 02. 01)

Változó neve	Hivatkozott név	Mértékegység	Megfigyelt évek
Termékenységi ráta	TTA	Gyermek/Nő	1960-2018
Évenkénti összes születésszám	LiveBirthTotal	Fő	1960-2018
Ezer főre eső évenkénti születésszám	LiveBirthTo1000	1000 főre eső db	1960-2018
Alkalmazásban állók havi bruttó átlagkeresete a nemzetgazdaságban	NominalWage	Ft	1960-2017
Gazdaságilag aktív népesség száma, január 1-én	Activs	Ezer fő	1960-2017
Egy keresőre jutó reálkereset indexe, 1960 = 100%	RealIncome	Százalék	1960-2017
Házasságkötés (ezer lakosra)	Marriage	1000 főre eső db	1960-2017
Egy főre eső fogyasztás indexe	Consumption	Százalék	1960-2017
Bűncselekmények száma	Crime	Darab	1965-2017
Bűnelkövetők száma (fiatalkorú)	CriminalYoung	Fő	1965-2017
Bűnelkövetők száma (felnőtt)	CriminalAdult	Fő	1965-2017
Bűnelkövetők száma (összesen)	CriminalTotal	Fő	1965-2017
Bruttó nemzeti kibocsátás bázisindexe, 1960 = 100%	GDP1960	Százalék	1960-2017
Egy főre jutó bruttó nemzeti kibocsátás bázisindexe, 1960 = 100%	GDPCAP1960	Százalék	1960-2017

**F2. Eurostat oldaláról származó adatok (letöltés dátuma:**
**2020. 03. 01)**

Változó neve	Hivatkozott név	Mértékegység	Megfigyelt évek
Anyagi deprivációban élők aránya lakhatás tekintetében	MDeprivationT	Százalék	2005-2017
18 év alatti anyagi deprivációban élők aránya lakhatás tekintetében	MDeprivation018	Százalék	2005-2017
18 és 65 éves kor közötti anyagi deprivációban élők aránya lakhatás tekintetében	MDeprivation1865	Százalék	2005-2017

**F3. OECD oldaláról származó adatok (letöltés dátuma:**
**2020. 01. 04)**

Változó neve	Hivatkozott név	Mértékegység	Megfigyelt évek
Teljes termékenységi ráta országonként	FertilityRates	Gyermek/Nő	1960-2017
Megtakarítási ráta	Saving	GDP százaléka	1995-2017
Háztartások adósság állománya	HouseholdDebt	Rendelkezésre álló jövedelem százaléka	1995-2017
Gini mutató	Gini	0 és 1 közötti mutató	2006-2016
90/10 mutató	P90P10	Arány	2006-2016
Relatív szegénységi ráta a 0-17 éves lakosság körében	PovertyRate017	Arány	2006-2016
Relatív szegénységi ráta a 18-65 éves lakosság körében	PovertyRate1865	Arány	2006-2016
Relatív szegénységi ráta a 66 évesnél idősebb lakosság körében	PovertyRate66	Arány	2006-2016
Relatív szegénységi ráta a teljes lakosság körében	PovertyRateTot	Arány	2006-2016
Munkanélküliségi ráta a férfi népesség körében	UnemploymentM	Százalék	1999-2017
Munkanélküliségi ráta a női népesség körében	UnemploymentW	Százalék	1999-2017
Munkanélküliségi ráta a teljes népesség körében	UnemploymentT	Százalék	1999-2017
1000 főre eső császármetszések száma	CaesareanSections	1000 főre eső db	2004-2017
Állam által fizetett nyugdíjak mértéke a GDP százaléka	PensionPublic	Százalék	1999-2015
Állami családtámogatás mértéke a GDP százaléka	FamilyBenefits	Százalék	1999-2015

**F4. A számítások során egymás szomszédjainak tekintett országok**

Ország	Szomszédjainak tekintett országok a számolások során
ARG	BRA, CHL
AUS	IDN, NZL
AUT	CHE, CZE, DEU, HUN, ITA, SVK, SVN
BEL	DEU, FRA, GBR, LUX, NLD
BGR	GRC, ROU, TUR
BRA	ARG, COL, PER
CAN	USA
CHE	AUT, DEU, FRA, ITA
CHL	ARG, PER
CHN	IND, KOR, RUS
COL	BRA, PER
CRI	
CYP	ISR, TUR
CZE	AUT, DEU, POL, SVK
DEU	AUT, BEL, CHE, CZE, DNK, FRA, LUX, NLD, POL, SWE
DNK	DEU, NLD, NOR, SWE
ESP	FRA, ITA, PRT
EST	FIN, LVA, RUS
FIN	EST, NOR, RUS, SWE
FRA	BEL, CHE, DEU, ESP, GBR, IRL, ITA, LUX
GBR	BEL, FRA, IRL, ISL, NLD, NOR
GRC	BGR, ITA, TUR
HRV	HUN, ITA, SVN
HUN	AUT, HRV, ROU, SVK, SVN
IDN	AUS, IND
IND	CHN, IDN
IRL	GBR, ISL
ISL	GBR, IRL
ISR	CYP, SAU
ITA	AUT, CHE, ESP, FRA, GRC, HRV, MLT, SVN
JPN	KOR, RUS
KOR	CHN, JPN
LTU	LVA, POL
LUX	BEL, DEU, FRA
LVA	EST, LTU, RUS
MEX	USA
MLT	
NLD	BEL, DEU, DNK, GBR

---

NOR	DNK, FIN, GBR, ISL, RUS, SWE
NZL	AUS
PER	BRA, CHL, COL
POL	CZE, DEU, SVK, SWE
PRT	ESP
ROU	BGR, HUN
RUS	CHN, EST, FIN, JPN, KOR, LTU, LVA, NOR, POL
SAU	ISR
SVK	AUT, CZE, HUN, POL
SVN	AUT, HRV, HUN, ITA
SWE	DEU, DNK, FIN, LTU, NOR, POL
TUR	BGR, CYP, GRC, ISR
USA	CAN, MEX
ZAF	

---

### Irodalomjegyzék

- Cumming, F., & Dettling, L. (2019). Monetary policy and birth rates: the effect. London: Bank of England.
- Duflo, E., & Banerjee, A. V. (2011). Poor Economics: A Radical Rethinking of the Way to Fight Global Poverty. USA: PublicAffairs.
- Granger C. W. J., & Newbold, P. (1973). Spurious Regressions in Econometrics. Nottingham: University of Nottingham.
- Kirchgässner, G., & Wolters, J. (2007). Introduction to Modern Time Series Analysis. Berlin: Springer.
- Kornai, J. (2012). A szocialista rendszer. Pozsony: Kalligram Könyv- és Lapkiadó Kft.
- Központi Statisztikai Hivatal. (2018). Terhességmegszakítások. Központi Statisztikai Hivatal.
- Levitt, S. D., & Dubner, S. J. (2006). Freakonomics. New York: William Morrow An Imprint of HarperCollins Publishers.
- Maddala, S. G. (2004). Bevezetés az ökonometriába. Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó Rt.
- OECD. (2019). Society at a Glance 2019: OECD Social Indicators. Paris: OECD Publishing.

Tárkányi, Á. (2008). A második demográfiai átmenet néhány főbb tényezője a fejlett világban és magyarországon. Demográfia.

The Economist. (2019). China needs people to have more children. So why punish those who do? London: The Economist Group Limited.

The Economist. (2020, a). Economists' forecasts for GDP growth in 2020 vary widely. London: The Economist Group Limited.

The Economist. (2020, b). Europe has good and bad reason for wanting more babies. London: The Economist Group Limited.

The Economist. (2020, c). How high will unemployment in America go? London: The Economist Group Limited.

The Economist. (2020. április 2). Politics this week.