

- **Introdução**
  - **Objetivo**
  - **Motivação**
  - **Requisitos**
- **O que é ?**
- **Representação**
- **Conceitos e Def.**
- **Algoritmos**
  - **Inserção**
  - **Remoção**
  - **Travessia**
  - **Busca**
- **Bibliografia**
- **Conclusão**



website

# Introdução a Árvores Binárias

Luiz Camolesi Jr.

## Introdução à Árvore Binária

- **Introdução**
  - **Objetivo**
  - **Motivação**
  - **Requisitos**
- **O que é ?**
- **Representação**
- **Conceitos e Def.**
- **Algoritmos**
  - **Inserção**
  - **Remoção**
  - **Travessia**
  - **Busca**
- **Bibliografia**
- **Conclusão**



website

- **Objetivo**

Entender os princípios básicos da Estrutura de Dados conhecida como ÁRVORE BINÁRIA.
- **Motivação**

ÁRVORES BINÁRIAS são estruturas amplamente utilizadas no armazenamento de dados em diversos softwares.
- **Requisitos**
  - Programação com Ponteiros
  - Programação com Recursividade
  - Conceitos Gerais sobre ÁRVORES
- **Contexto**
  - Conhecendo as estruturas de dados usualmente empregadas no desenvolvimento de software.

# Introdução à Árvores Binárias

- **Introdução**
  - **Objetivo**
  - **Motivação**
  - **Requisitos**
- **O que é ?**
- **Representação**
- **Conceitos e Def.**
- **Algoritmos**
  - **Inserção**
  - **Remoção**
  - **Travessia**
  - **Busca**
- **Bibliografia**
- **Conclusão**



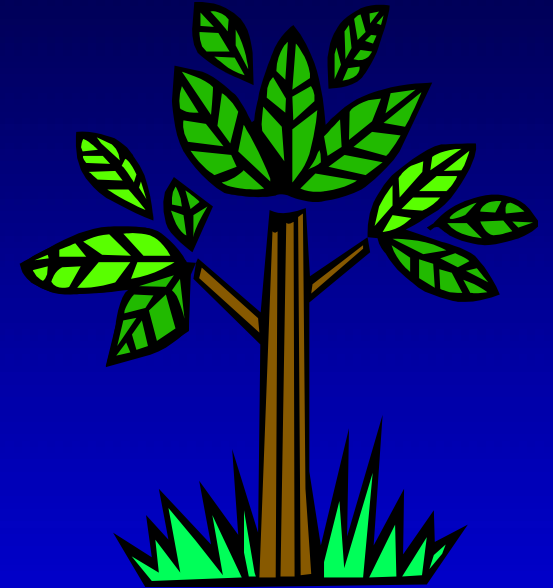
website

Árvore Binária é uma Árvore.

Uma estrutura de dados com características específicas para atender determinados tipos de problemas de armazenamento de dados.

Estas características estão relacionadas à organização dos dados e a lógica das operações que podem ser realizadas.

Não estamos falando de biologia

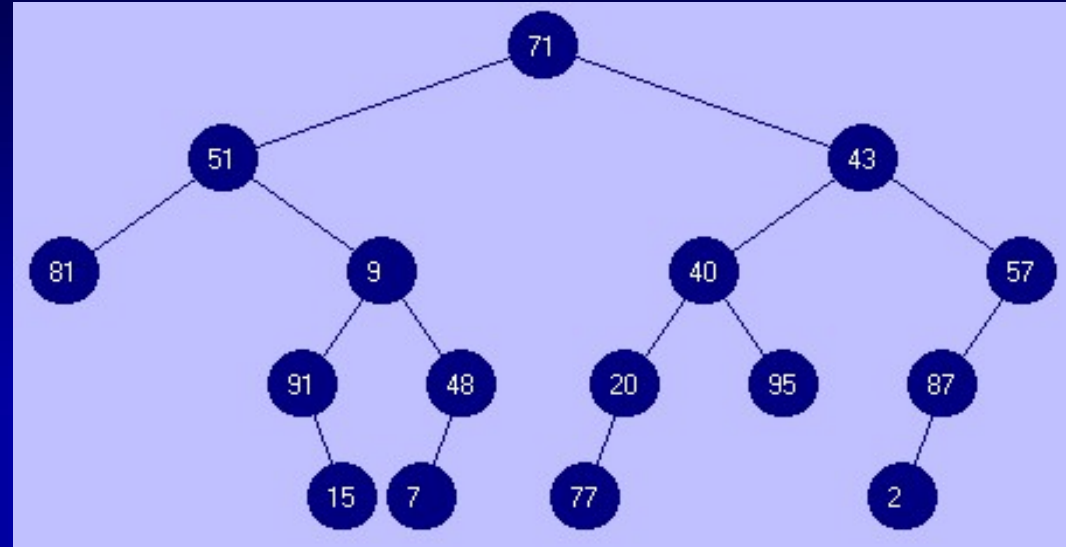


O que é?

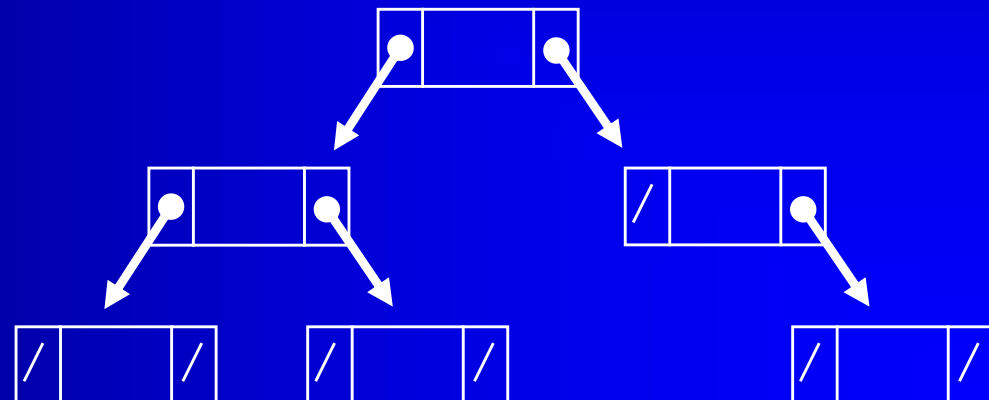
# Introdução à Árvores Binárias

- **Introdução**
  - Objetivo
  - Motivação
  - Requisitos
- O que é ?
- Representação
- Conceitos e Def.
- Algoritmos
  - Inserção
  - Remoção
  - Travessia
  - Busca
- Bibliografia
- Conclusão

Clássica  
(simplificada)



Detalhada



Representação



[website](#)

# Introdução à Árvores Binárias

- Introdução
  - Objetivo
  - Motivação
  - Requisitos
- O que é ?
- Representação
- Conceitos e Def.
- Algoritmos
  - Inserção
  - Remoção
  - Travessia
  - Busca
- Bibliografia
- Conclusão



[website](#)

sexta-feira, 20 de outubro de 2023

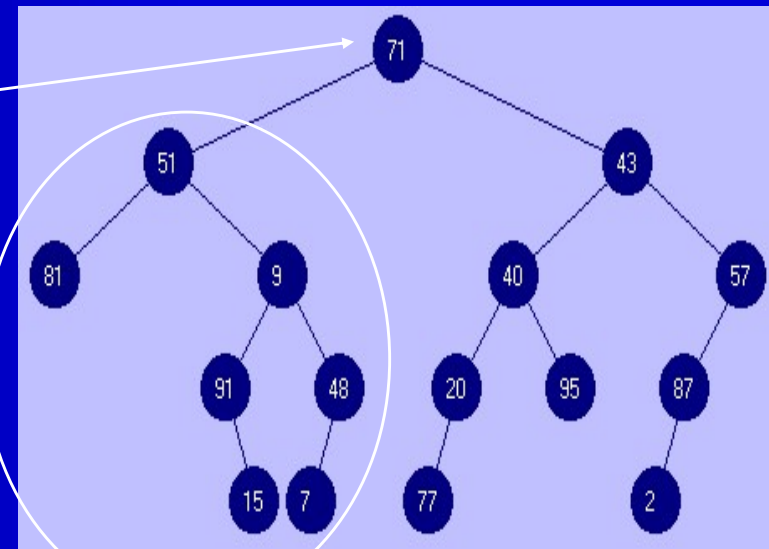
Definição :

Árvore Binária é um conjunto finito de elementos (nós). Este conjunto pode ser vazio ou particionado em 3 subconjuntos *disjuntos*, denominados:

- **Raiz**, um único nó pelo qual a estrutura tem início
- **Sub-árvore Esquerda**, é uma árvore binária
- **Sub-árvore Direita**, é uma árvore binária

Raiz

Sub-árvore  
Esquerda



Conceitos e Definições

# Introdução à Árvore Binárias

- Introdução
  - Objetivo
  - Motivação
  - Requisitos
- O que é ?
- Representação
- Conceitos e Def.
- Algoritmos
  - Inserção
  - Remoção
  - Travessia
  - Busca
- Bibliografia
- Conclusão

As associações entre nós são conhecidas como **Ligações PAI-FILHO**.

O nó origem de uma ligação é denominado **Pai** e o nó destino é denominado **Filho**. Na representação temos que um **Pai** está diretamente acima de seu **Filho**.

Em uma Árvore Binária, um nó Pai pode ter **0, 1 ou 2 filhos**.

Os filhos são reconhecidos pelo lado (**esquerdo** ou **direito**) em que estão ligados aos seus respectivos nós Pais.

Todo nó Filho pode ter um único nó Pai.



website



# Introdução à Árvores Binárias

- Introdução
  - Objetivo
  - Motivação
  - Requisitos
- O que é ?
- Representação
- Conceitos e Def.
- Algoritmos
  - Inserção
  - Remoção
  - Travessia
  - Busca
- Bibliografia
- Conclusão



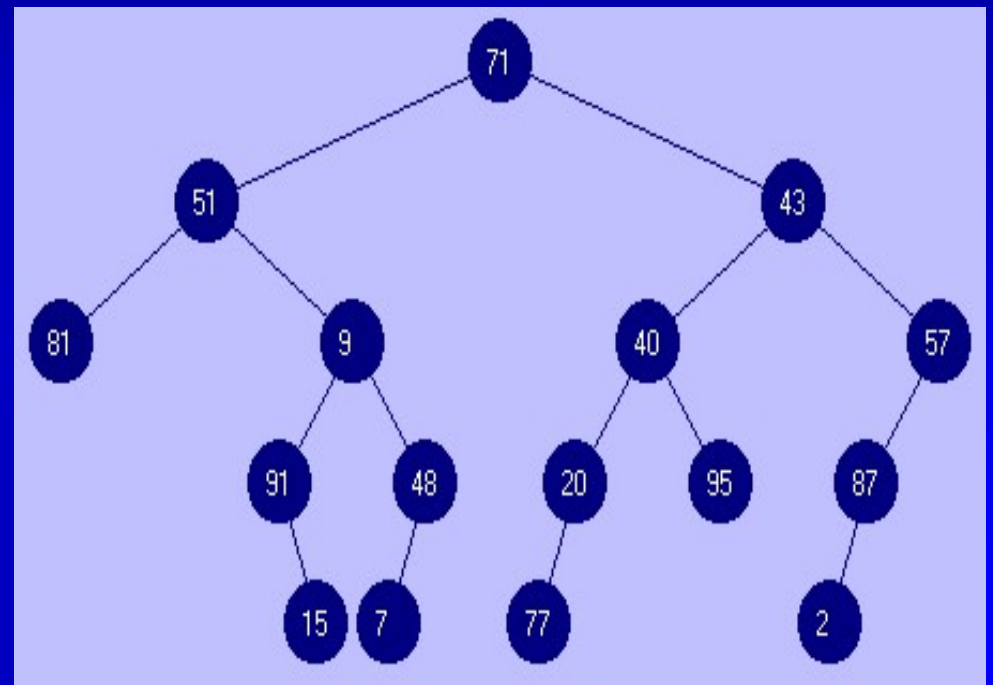
website

Seguindo as denominações anteriores, temos ainda:

- Nó **Ancestral**
- Nó **Descendente**
- Nó **Irmão**

Ex:

71 é **pai** de 51 e 43  
48 é **descendente** de 9  
20 é **irmão** de 95  
40 é **ancestral** de 77



## Introdução à Árvores Binárias

- Introdução
  - Objetivo
  - Motivação
  - Requisitos
- O que é ?
- Representação
- Conceitos e Def.
- Algoritmos
  - Inserção
  - Remoção
  - Travessia
  - Busca
- Bibliografia
- Conclusão



[website](#)

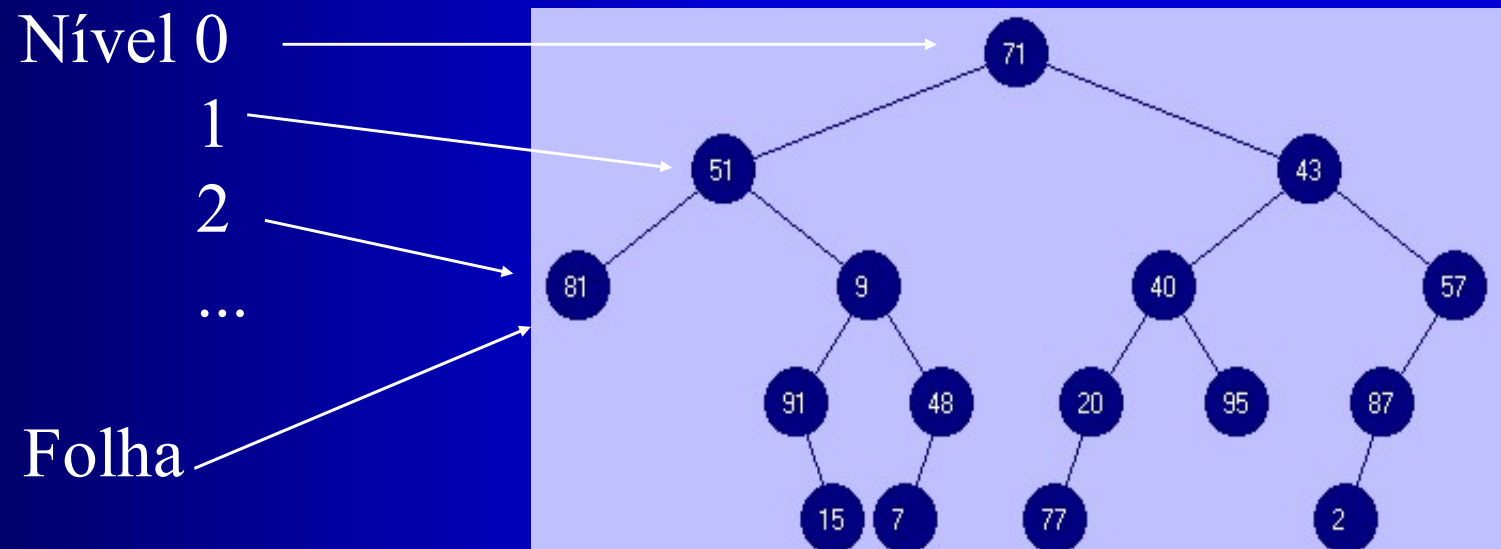
sexta-feira, 20 de outubro de 2023

## Mais definições....

**Nó Folha** é um nó que não possui filhos.

**Nível de um nó** é “distância” em ligações deste nó até a Raiz. O nó Raiz está no nível 0 (zero).

**Profundidade de uma árvore** é o seu nível mais elevado, ou seja, o nível da folha mais distante da Raiz.



Folha

Profundidade: 4



## Introdução à Árvore Binárias

- Introdução
  - Objetivo
  - Motivação
  - Requisitos
- O que é ?
- Representação
- Conceitos e Def.
- Algoritmos
  - Inserção
  - Remoção
  - Travessia
  - Busca
- Bibliografia
- Conclusão



[website](#)

## Algumas Árvore Binárias Específicas

**Árvore Estritamente Binária:**- Todo nó não folha tem os filhos esquerdo e direito.

**Árvore Binária Completa:**- Todas as folhas estão no mesmo nível.

**Árvore Binária Ordenada:**- A distribuição dos dados pelos nós da árvore segue uma ordem, regra (ou política).

Os algoritmos de inserção, atualização e remoção de dados devem manter a organização e a ordem estabelecida na criação da estrutura.

# Introdução à Árvores Binárias

- **Introdução**
  - Objetivo
  - Motivação
  - Requisitos
- O que é ?
- Representação
- Conceitos e Def.
- **Algoritmos**
  - Inserção
  - Remoção
  - Travessia
  - Busca
- Bibliografia
- Conclusão

## Estática

### Tipo da estrutura – Linguagem C

```
# define num_nos 500
struct no {
    int info;
    int filho_esq;
    int filho_dir;
};
struct no arv_bin[num_nos];
```

## Dinâmica

```
struct no {
    int info;
    struct no *filho_esq;
    struct no *filho_dir;
};
```

## Algoritmos



[website](#)

## Introdução à Árvores Binárias

- Introdução
  - Objetivo
  - Motivação
  - Requisitos
- O que é ?
- Representação
- Conceitos e Def.
- Algoritmos
  - Inserção
  - Remoção
  - Travessia
  - Busca
- Bibliografia
- Conclusão



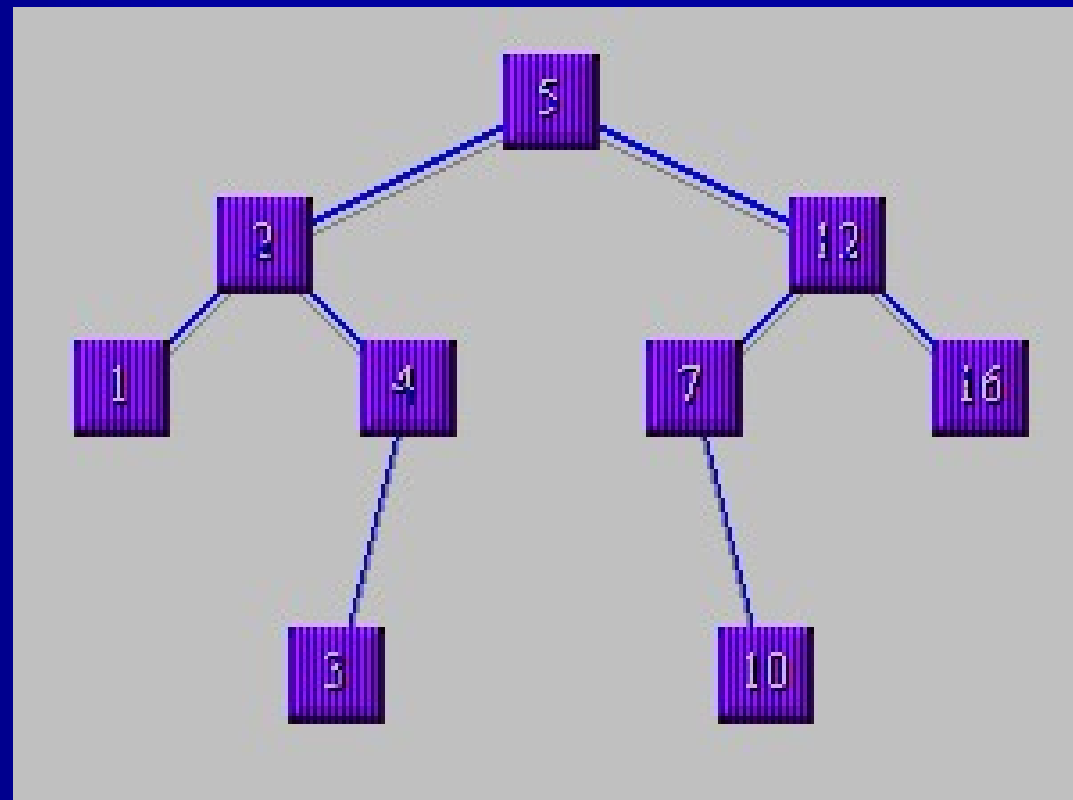
[website](#)

## Inserção

Sempre ocorre em Folhas

Em Árvore Binária Ordenadas:

- dado **menor** que nó Pai fica na sub-árvore esquerda
- dado **maior** que nó Pai fica na sub-árvore direita



## Introdução à Árvores Binárias

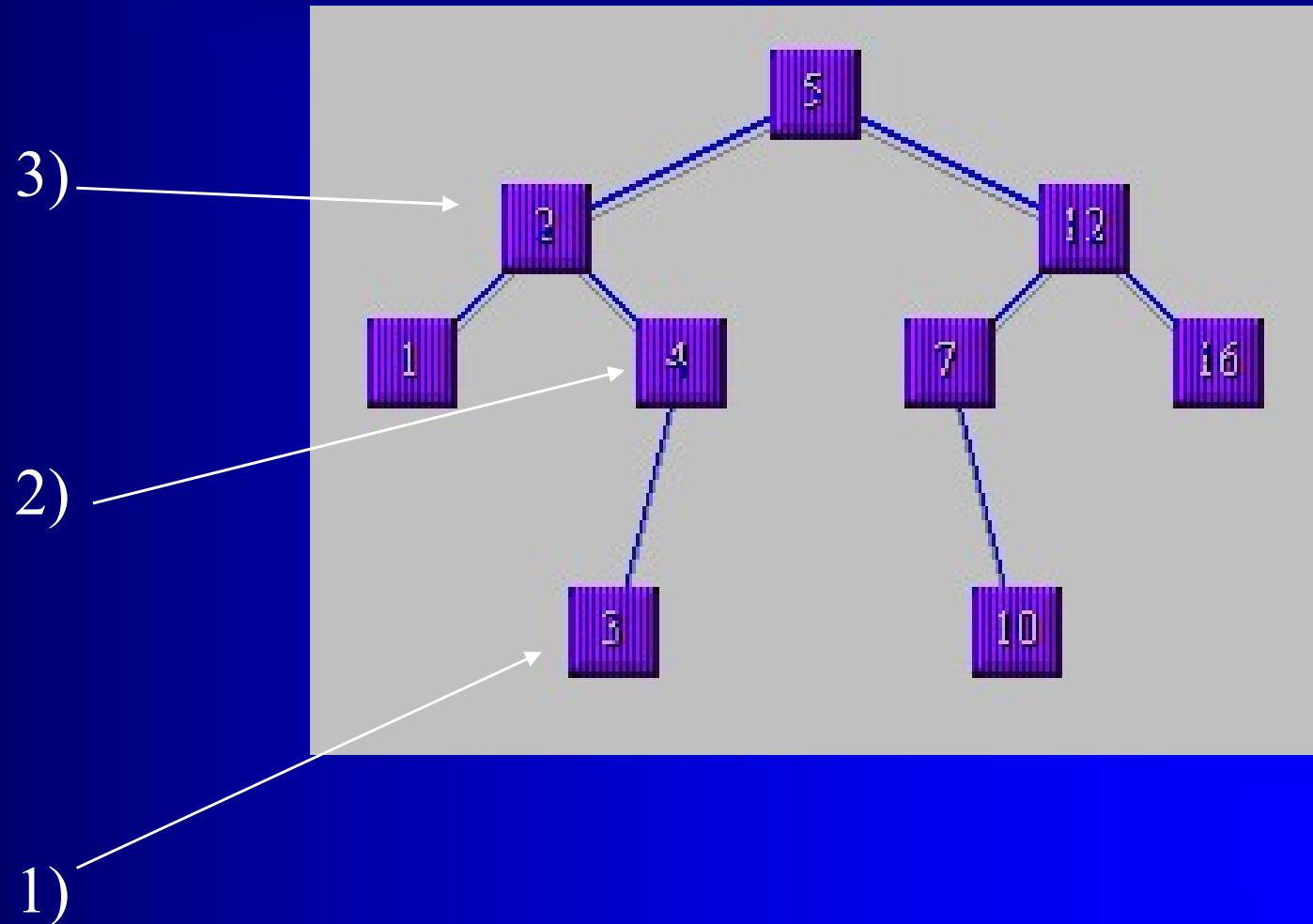
- **Introdução**
  - Objetivo
  - Motivação
  - Requisitos
- O que é ?
- Representação
- Conceitos e Def.
- Algoritmos
  - Inserção
  - Remoção
  - Travessia
  - Busca
- Bibliografia
- Conclusão



[website](#)

## Remoção

- 1) Remoção de Folha
- 2) Remoção de Pai com 1 filho
- 3) Remoção de Pai com 2 filhos



# Introdução à Árvores Binárias

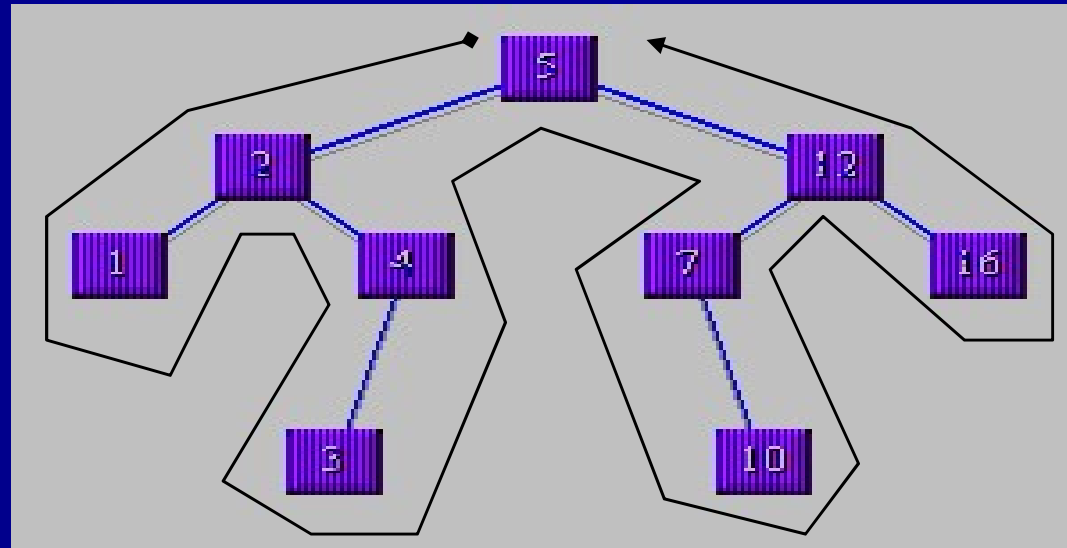
- Introdução
  - Objetivo
  - Motivação
  - Requisitos
- O que é ?
- Representação
- Conceitos e Def.
- Algoritmos
  - Inserção
  - Remoção
  - Travessia
  - Busca
- Bibliografia
- Conclusão



[website](#)

## Travessia

- 1) Pesquisa em Ordem
- 2) Pesquisa Pré-ordem
- 3) Pesquisa Pós-ordem
- 4) Pesquisa em nível



### 1) ORDEM

- Ir ao Filho Esquerdo
- **Processar Dado**
- Ir ao Filho Direita

Ex:

1,2,3,4,5,7,10,12,16

# Introdução à Árvores Binárias

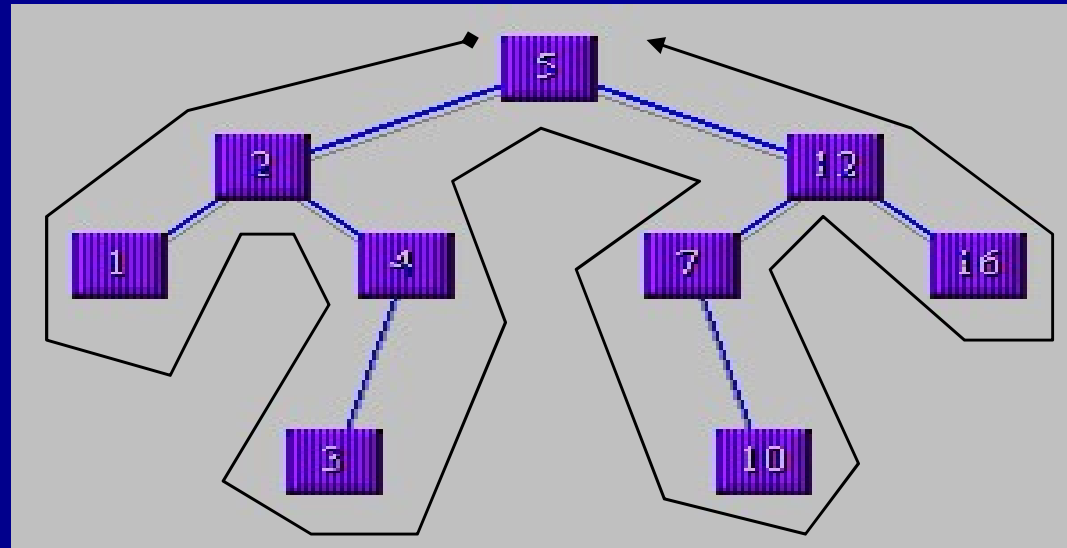
- Introdução
  - Objetivo
  - Motivação
  - Requisitos
- O que é ?
- Representação
- Conceitos e Def.
- Algoritmos
  - Inserção
  - Remoção
  - Travessia
  - Busca
- Bibliografia
- Conclusão



[website](#)

## Travessia

- 1) Pesquisa em Ordem
- 2) Pesquisa Pré-ordem
- 3) Pesquisa Pós-ordem
- 4) Pesquisa em nível



## 2) PRÉ-ORDEM

- **Processar Dado**
- Ir ao Filho Esquerdo
- Ir ao Filho Direita

Ex:

5,2,1,4,3,12,7,10,16



## Introdução à Árvores Binárias

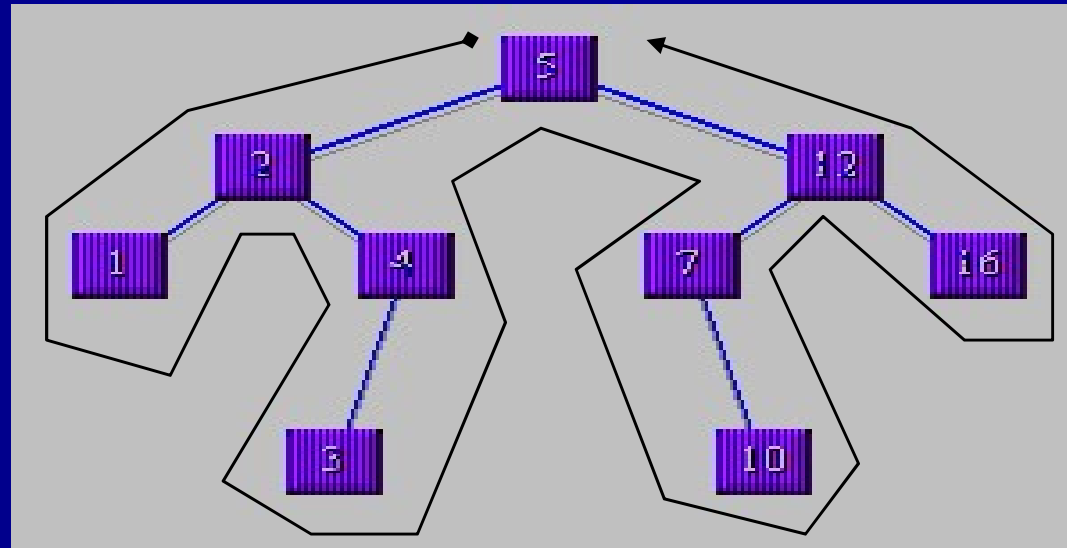
- Introdução
  - Objetivo
  - Motivação
  - Requisitos
- O que é ?
- Representação
- Conceitos e Def.
- Algoritmos
  - Inserção
  - Remoção
  - Travessia
  - Busca
- Bibliografia
- Conclusão



[website](#)

## Travessia

- 1) Pesquisa em Ordem
- 2) Pesquisa Pré-ordem
- 3) Pesquisa Pós-ordem
- 4) Pesquisa em nível



### 3) PÓS-ORDEM

- Ir ao Filho Esquerdo
- Ir ao Filho Direita
- **Processar Dado**

Ex:

1,3,4,2,10,7,16,12,5

## Introdução à Árvores Binárias

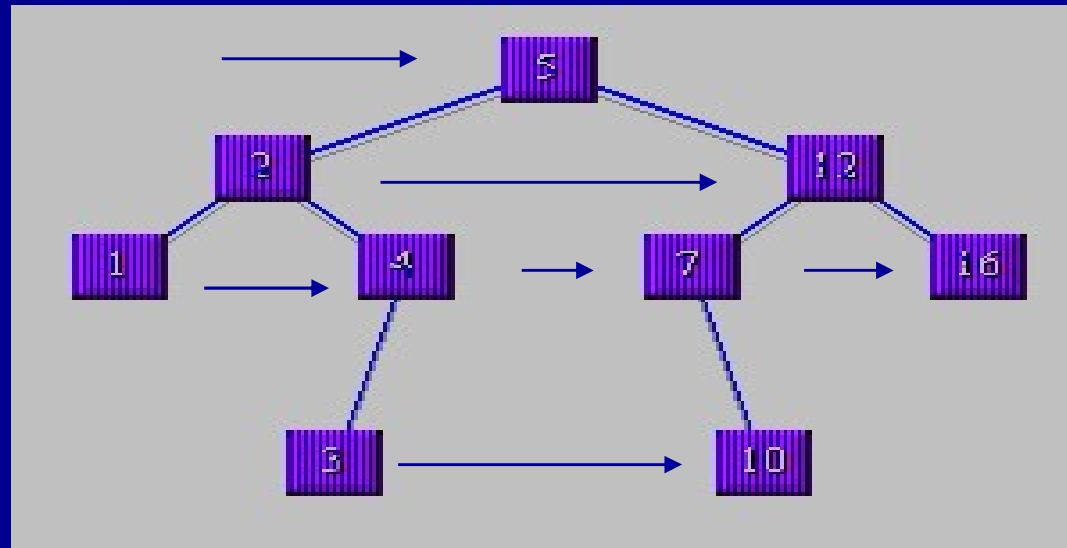
- Introdução
  - Objetivo
  - Motivação
  - Requisitos
- O que é ?
- Representação
- Conceitos e Def.
- Algoritmos
  - Inserção
  - Remoção
  - Travessia
  - Busca
- Bibliografia
- Conclusão



[website](#)

## Travessia

- 1) Pesquisa em Ordem
- 2) Pesquisa Pré-ordem
- 3) Pesquisa Pós-ordem
- 4) Pesquisa em nível



Ex:

5,2,12,1,4,7,16,3,10

## Introdução à Árvores Binárias

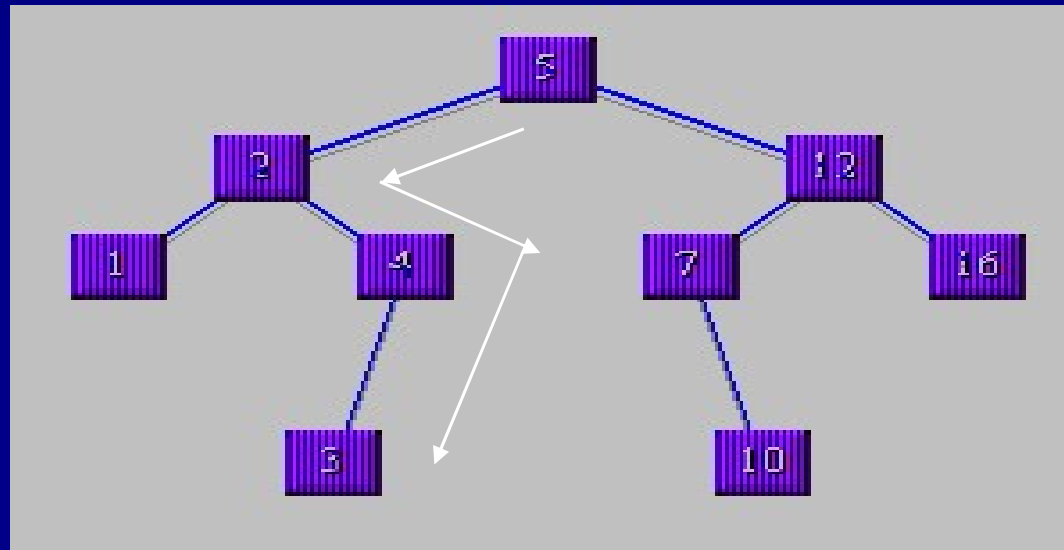
- Introdução
  - Objetivo
  - Motivação
  - Requisitos
- O que é ?
- Representação
- Conceitos e Def.
- Algoritmos
  - Inserção
  - Remoção
  - Travessia
- **Busca**
- Bibliografia
- Conclusão



[website](#)

### Busca

Seguir a ordenação para localização do dado



Se valor procurado = valor em nó Pai  
então *encontrou*

senão Se valor procurado < valor em nó Pai  
então Ir ao Filho Esquerdo (*recursivo*)  
senão ao Filho Direita (*recursivo*)

## Introdução à Árvores Binárias

- **Introdução**
  - Objetivo
  - Motivação
  - Requisitos
- O que é ?
- Representação
- Conceitos e Def.
- Algoritmos
  - Inserção
  - Remoção
  - Travessia
  - Busca
- **Bibliografia**
- **Conclusão**



website



- Estruturas de Dados Usando C  
Aaron Tenenbaum e outros  
Ed. Makron, 1995
- C++ Como Programar  
H. M. Deitel, P. J. Deitel  
Ed. Bookman, 2001

Bibliografia

# Introdução à Árvores Binárias

- **Introdução**
  - **Objetivo**
  - **Motivação**
  - **Requisitos**
- **O que é ?**
- **Representação**
- **Conceitos e Def.**
- **Algoritmos**
  - **Inserção**
  - **Remoção**
  - **Travessia**
  - **Busca**
- **Bibliografia**
- **Conclusão**

Foi apresentado resumidamente os conceitos, definições e a lógica das operações sobre Árvores Binárias

Nesta apresentação foram apresentados somente elementos referentes às Árvores Binárias “clássicas”.

Existem algumas variações sobre estas estruturas que podem ser utilizadas na otimização determinados algoritmos para problemas específicos.

Por exemplo:

- nós filhos com ponteiros para os pais
- ponteiros entre irmãos e etc.

Conclusão

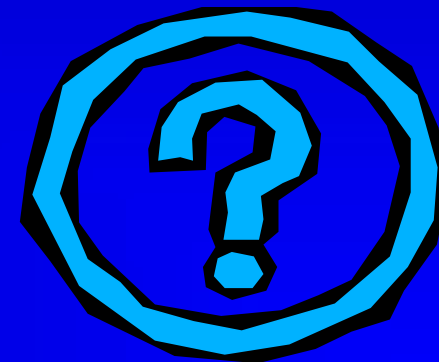


website

# Introdução à Árvores Binárias

- **Introdução**
  - **Objetivo**
  - **Motivação**
  - **Requisitos**
- **O que é ?**
- **Representação**
- **Conceitos e Def.**
- **Algoritmos**
  - **Inserção**
  - **Remoção**
  - **Travessia**
  - **Busca**
- **Bibliografia**
- **Conclusão**

Dentro do contexto da disciplina, conhecemos mais um recurso (estrutura de dados), que na sua forma “classica”, modificada ou combinada com outras estruturas, poderá ser utilizada no desenvolvimento de software para obtenção de um desempenho adequado.



website