Universidade de São Paulo
Instituto de Matemática e Estatística
Bacharelado em Ciência da Computação

Título do trabalho

um subtítulo

Nome Completo

Monografia Final

mac 499 — Trabalho de
Formatura Supervisionado

Supervisora: Prof.ª Dr.ª Fulana de Tal
Cossupervisor: Prof. Dr. Ciclano de Tal
Cossupervisora: Prof.ª Dr.ª Beltrana de Tal

Durante o desenvolvimento deste trabalho o autor recebeu auxílio financeiro da XXXX

São Paulo
2017

Texto texto. Texto opcional.

Resumo

Nome Completo. **Título do trabalho: *um subtítulo***. Monografia (Bacharelado). Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017.

Elemento obrigatório, constituído de uma sequência de frases concisas e objetivas, em forma de texto. Deve apresentar os objetivos, métodos empregados, resultados e conclusões. O resumo deve ser redigido em parágrafo único, conter no máximo 500 palavras e ser seguido dos termos representativos do conteúdo do trabalho (palavras-chave). Deve ser precedido da referência do documento. Texto texto. Texto texto.

Palavras-chave: Palavra-chave1. Palavra-chave2. Palavra-chave3.

Abstract

Nome Completo. **Title of the document: *a subtitle***. Capstone Project Report (Bachelor). Institute of Mathematics and Statistics, University of São Paulo, São Paulo, 2017.

Elemento obrigatório, elaborado com as mesmas características do resumo em língua portuguesa. De acordo com o Regimento da Pós-Graduação da USP (Artigo 99), deve ser redigido em inglês para fins de divulgação. É uma boa ideia usar o sítio www.grammarly.com na preparação de textos em inglês. Text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text. Text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text text.

Keywords: Keyword1. Keyword2. Keyword3.

Sumário

Capítulo 1

Resultados clássicos

Seja G um grafo. Defininimos $D(G)$ como o menor tamanho de um $F \subseteq E(G)$ tal que $G - F$ é bipartido.

Teorema 1 (Mantel)**.** *Seja G um grafo livre de triângulos com n vértices. Então $e(G) \leq \left\lceil \frac{n^2}{4} \right\rceil$. Além disso, se vale a igualdade então G é bipartido completo.*

Teorema 2 (Estabilidade)**.** *Seja m um inteiro positivo e seja G um grafo livre de triângulos com n vértices e $\frac{n^2}{4} - m$ arestas. Então $D(G) \leq m$.*

Conjectura 1 (Erdős)**.** *Seja G um grafo livre de triângulos com n vértices. Então G pode ser tornado bipartido pela remoção de no máximo $\frac{n^2}{25}$ arestas.*

Observe que o Teorema 2 prova a Conjetura para grafos suficientemente densos (com pelo menos $\frac{n^2}{4} - \frac{n^2}{25}$ arestas).

Definição 1. Sejam G um grafo e H um blow-up de G, com $\phi : V(H) \to V(G)$ sendo um homomorfismo que define esse blow-up. Dizemos que um $S \subseteq E(H)$ é *canônico com relação a ϕ* se para quaisquer $e, f \in E(H)$ com $\phi(e) = \phi(f)$ vale que $e \in S \iff f \in S$. Em outras palavras, entre cada par de classes de H escolhemos ou todas as arestas entre essas classes ou não escolhemos nenhuma dessas arestas.

Se ϕ for claro do contexto, iremos omitir e dizer apenas que o conjunto de arestas do blow-up é canônico.

Teorema 3 (Simetrização)**.** *Seja G um grafo livre de triângulos e seja H um blow-up de G. Então existe $F \subseteq E(H)$ canônico com $|F| = D(H)$ e tal que $G - F$ é bipartido.*

Corolário 1. *Seja H um blow-up de C_5 com n vértices. Então*

$$D(H) \leq \frac{n^2}{25}.$$

Em particular, a Conjectura 1 (se verdadeira) dá a melhor constante possível.

Teorema 4. *Seja G um grafo livre de triângulo com n vértices e m arestas. Então*

$$D(G) \leq m - \frac{m^2}{4n}.$$

Corolário 2. *Para todo n inteiro positivo, a conjectura 1 é verdadeira para grafos com n vértices e pelo menos $\frac{n^2}{5}$*

Índice remissivo