

Práctica Dirigida 5

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
MATEMÁTICA PARA ECONOMÍA Y FINANZAS 3 (1MAT27)

Semestre: 2022-1

Fecha: 18/06/22

Profesor: Jorge Chávez Fuentes (jrchavez@pucp.edu.pe)

Jefes de Práctica: Joaquin Rivadeneyra (jrivadeneyrab@pucp.edu.pe),

Marcelo Gallardo (marcelo.gallardo@pucp.edu.pe)

Mauricio Vallejos (mauricio.vallejos@pucp.edu.pe)

1. Resuelva los siguientes sistemas en diferencias

1.1) $x(t+1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

1.2) $x(t+1) = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

2. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones en diferencias:

$$\begin{aligned} x(t+1) - x(t) - \frac{1}{3}y(t) &= -1 \\ x(t+1) + y(t+1) - \frac{1}{6}y(t) &= \frac{17}{2} \end{aligned}$$

$$,x(0) = 5, y(0) = 4$$

3. Con respecto al sistema

$$\begin{bmatrix} 2/5 & 0 \\ 0 & 3/4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t+1) \\ y(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3.1) Encuentre el equilibrio

3.2) Determine la trayectoria para cualquier condición inicial.

3.3) Determine si el equilibrio es estable o no.

4. Con respecto a la ecuación

$$x(t+1) = \alpha x(t)(1 - x(t))$$

Se le pide que:

4.1) Encuentre los equilibrios.

4.2) Clasifique los equilibrios de acuerdo al valor del parámetro α

5. Resuelva las siguientes ecuaciones:

5.1) $x(t+2) - 3x(t+1) = -2x(t)$

5.2) $x(t+1) = 2x(t+1) - 3x(t) + 2$

5.3) $x(t+2) = 3x(t+1) + 2x(t) + 1$

6. En una determinada población se observa que del primer al segundo año la población crece de 120 a 130 individuos y que cada año se duplica el crecimiento del año anterior y se añaden 20 individuos foráneos. Encuentre y analice la trayectoria de la población.

7. Supongamos que si no intervienen factores externos, el incremento del número de conejos en un mes es las tres cuartas partes del incremento del mes anterior. Sabiendo que inicialmente el número de conejos es de 10 y al finalizar el primer mes es de 30, resolver las siguientes cuestiones:

7.1) Plantee la ecuación en diferencias de segundo orden que modeliza la situación planteada.

7.2) Determine la población de conejos al finalizar el segundo año.

7.3) ¿Cuál es el comportamiento de la población en el largo plazo?

8. Encuentre la trayectoria solución de la ecuación

$$x(t+1) = \frac{1}{2x(t)}, x(0) = x_0 \neq 0$$

9. Con relación a la ecuación del ejercicio anterior, encuentre la solución de equilibrio si $x_0 > 0$

10. Los cinco primeros términos de la ecuación $x(t+1) = f(x(t))$ son

$$x(0) = 1, x(1) = 2, x(2) = 4, x(3) = 16, x(4) = 65536$$

Se le pide que encuentre una posible función f .

11. Como en el caso continuo, hay ciertas ecuaciones en diferencia no lineales cuyas soluciones se pueden obtener explícitamente. Se le pide que resuelva las siguientes ecuaciones

11.1) $x^2(t+1) = \frac{1}{3}x^2(t); x(0) = x_0$

11.2) $x^2(t+1) = \frac{1}{3}x^2(t) + 5; x(0) = x_0$

12. Encuentre los equilibrios de las siguientes ecuaciones:

12.1) $x(t+1) = x^2(t) - 2$

12.2) $x(t+1) = x^3(t) + 2x^2(t) - 2$

12.3) $x(t+1) = -x^4(t) + 2x^2(t)$

Cuando sea posible, aplique un teorema para analizar los equilibrios hallados.