

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ  
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES

MATEMÁTICAS PARA ECONOMISTAS

PRÁCTICA DIRIGIDA 8

PROFESOR: JORGE R. CHÁVEZ

JEFES DE PRÁCTICA: MARCELO GALLARDO & RODRIGO CROUSI-LLAT

SEMESTRE 2025-2

FECHA: 25 de noviembre de 2025

1) Reuelva el problema

$$\begin{aligned} \max & \sum_{t=0}^4 [10x(t) - 0.1u^2(t)] \\ \text{s.a. } & x(t+1) = x(t) + u(t), \\ & x(0) = 0 \end{aligned}$$

aplicando el Algoritmo de Bellman.

2) **Dilema del prisionero.** En clase estudiamos el siguiente juego, y lo llamamos *dilema del prisionero*:

J1/J2	no confesar	Confesar
No confesar	3, 3	0, 4
Confesar	4, 0	1, 1

Describa esta situación formalmente como un juego estratégico, especificando el conjunto de jugadores, el conjunto de estrategias puras de cada jugador y la función de pagos.

3) **Estrategia estrictamente dominante.** Una estrategia es *estrictamente dominante* para un jugador si los pagos que induce esta estrategia son estrictamente mejores para el jugador que los de todas las demás estrategias de las que dispone, para cada posible perfil de estrategias que adopten los demás jugadores. Defina formalmente esta propiedad y explique por qué se cumple para la estrategia de *confesar* en la situación arriba. Explique por qué, si una estrategia es estrictamente dominante, es la única estrategia que un jugador puede adoptar en un equilibrio de Nash.

- 4) Eliminacion iterada de estrategias estrictamente dominadas.** En el siguiente juego

J1/J2	<i>u</i>	<i>v</i>	<i>w</i>	<i>x</i>
<i>a</i>	1, 3	4, 1	3, 2	10, $\beta$
<i>c</i>	$\alpha$ , 1	$\gamma$ , 0	4, 2	3, 1
<i>d</i>	0, 6	7, 9	2, 11	9, 10

¿Cómo deben ser los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  para que el perfil  $(c, w)$  sea el único que sobreviva a la eliminación repetida de estrategias estrictamente dominadas?

- 5) Estrategia débilmente dominante.** Una estrategia es débilmente dominante para un jugador si los pagos que induce esta estrategia no son peores para el jugador que los de todas las demás estrategias de las que dispone, para cada posible perfil de estrategias que adopten los demás jugadores, y existe al menos un perfil de estrategias de los demás jugadores para los que esta estrategia es estrictamente mejor. Defina formalmente esta propiedad. Explique por qué, si cada jugador tiene una estrategia débilmente dominante, entonces que cada jugador juegue su estrategia débilmente dominante es un equilibrio de Nash.

- 6) Mas sobre estrategias débilmente dominantes.** Provea un ejemplo con dos jugadores y dos acciones cada uno en el que cada jugador tiene una estrategia débilmente dominante, y sin embargo existe un equilibrio de Nash en el que alguno de ellos no juega esa estrategia débilmente dominante.

- 7) ¿Otro dilema del prisionero?** Recuerde que dijimos que un jugador tiene las mismas preferencias sobre loterías si su función de pagos sufre una transformación positiva afín, es decir, si su función de pagos es  $v = \alpha + \beta u$ , donde  $u$  es la función original,  $\alpha$  es cualquier número real, y  $\beta$  cualquier número real positivo. Suponga que Adán y Eva tienen acceso a un bolso con dinero. Cada uno de ellos puede tomar diez soles del bolso para sí mismo, o tomar veinte soles para dárselos al otro. Escriba una tabla como la de arriba para este juego, describa esta situación formalmente como juego estratégico, y demuestre que los jugadores tienen las mismas preferencias sobre loterías (y por lo tanto juegan el mismo juego) que en el ejercicio anterior.

- 8) La cacería del ciervo.** El juego descrito abajo procede de un pasaje famoso del

“Discurso sobre la Desigualdad” de Jean-Jacques Rousseau, en el que discute el tema de la cooperación social. El juego describe una sociedad en la que hay un número dado de cazadores, cada uno de los cuales debe decidir si cazar un ciervo, lo que solo es exitoso si todos los cazadores cooperan, o cazar un conejo, lo que es exitoso independientemente de lo que hagan los demás jugadores. Cazar el ciervo exitosamente es mejor para cada jugador que cazar un conejo exitosamente. Para dos jugadores, los pagos son los siguientes:

		Cazador 2	
		Ciervo	Conejo
Cazador 1	Ciervo	(3, 3)	(0, 1)
	Conejo	(1, 0)	(1, 1)

Encuentre todos los equilibrios de Nash, incluyendo en estrategias mixtas.

**8) Óptimos de Pareto.** En clase definimos un óptimo de Pareto<sup>1</sup> en un juego estratégico como un perfil de estrategias tal que no existe otro perfil de estrategias para el que los pagos de ningún jugador son peores y en el que los pagos de al menos un jugador son estrictamente mejores. ¿Qué perfiles de estrategias puras son óptimos en el sentido de Pareto en el dilema del prisionero y en la cacería del ciervo?

---

<sup>1</sup>Así llamados en honor a Vilfredo Pareto, economista y sociólogo italiano.