

1. Obtenga la solución y haga el diagrama de fase de los siguientes sistemas dinámicos

1.1)

$$x' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} x, \quad x(0) = x_0$$

1.2)

$$x' = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} x, \quad x(0) = x_0$$

1.3)

$$x' = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} x, \quad x(0) = x_0$$

1.4)

$$x' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} x, \quad x(0) = x_0$$

2. Dado el siguiente sistema

$$x' = \begin{pmatrix} 2\alpha & -1 \\ \alpha^2 - \beta^2 & 0 \end{pmatrix} x$$

2.1) ¿Qué relación debe existir entre  $\alpha$  y  $\beta$  para que el sistema tenga un único equilibrio?

2.2) Imponga condiciones sobre  $\alpha$  y  $\beta$  para que el único equilibrio sea inestable tipo silla.

3. Dado el siguiente sistema

$$x' = ax - y$$

$$y' = x + ay$$

3.1) ¿Para qué valores de  $a$  se tiene que  $(0,0)$  es el único equilibrio?

3.2) ¿Para qué valores de  $a$  se tiene que  $(0,0)$  es el único equilibrio atractor?

3.2) ¿Para qué valores de  $a$  se tiene que  $(0,0)$  es el único equilibrio repulsor?

4. Resuelva los siguientes sistemas dinámicos

4.1)

$$x' = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

4.2)

$$x' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

4.3)

$$x' = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

5. Resuelva las siguientes ecuaciones.

5.1)

$$x'' + 2x' + 2x = 0 \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 0$$

5.2)

$$x'' + 5x' - 6 = 0 \quad x(0) = -1, \quad x'(0) = 10$$

5.3)

$$x'' + 2x' + x = 0 \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 1$$

6. Dado el sistema

$$3x' = -2x - 2y$$

$$3y' = 2x - 7y$$

se le pide que resuelva las siguientes cuestiones:

6.1) Encuentre la solución que en el momento cero pasa por el punto (2,1).

6.2) Haga el diagrama de fase y, en base a ello, caracterice el equilibrio.