

Práctica Dirigida 1

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
MATEMÁTICA PARA ECONOMÍA Y FINANZAS 3 (1MAT27)

Semestre: 2022-1

Fecha: 09/04/22

Profesor: Jorge Chávez Fuentes (jrchavez@pucp.edu.pe)

Jefes de Práctica: Joaquin Rivadeneyra (jrivadeneyrab@pucp.edu.pe),
Marcelo Gallardo (marcelo.gallardo@pucp.edu.pe),
Mauricio Vallejos (mauricio.vallejos@pucp.edu.pe).

1. Pruebe que $x(t) = Ce^{-t} + \frac{1}{2}e^t$ es la solución de la ecuación diferencial $x'(t) + x(t) = e^t$ para todo $C \in \mathbb{R}$. Luego, encuentre la solución que pasa por $(0, 1)$.
2. Pruebe que cualquier función $x(t)$ que satisface la ecuación
 - 2.1) $xe^{tx} = C$ es una solución de la ecuación $(1 + tx)x' = -x^2$
 - 2.2) $x^2 = 2at$ es una solución de la ecuación $2xx' = 2t(x')^2 + a$
 - 2.3) $(1 - t)x^2 = t^3$ es una solución de la ecuación $2t^3x' = x(x^2 + 3t^2)$.
3. Para la ecuación diferencial $x' = 2tx + t(1 + x)$, pruebe que la solución $x(t)$ que pasa por $(0, 0)$ tiene un mínimo local en $t = 0$.
4. Encuentre la solución general de cada una de las siguientes ecuaciones:
 - 4.1) $x' + \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}$
 - 4.2) $x' = -x + 10$
 - 4.3) $x' - 3x = 27$
 - 4.4) $x' = x + t$
 - 4.5) $x' = -2x + t^2$.
5. Diga cuáles de las siguientes ecuaciones son de variables separables:
 - 5.1) $x' = x^2 + 1$
 - 5.2) $x' = xt + t$
 - 5.3) $x' = xt + xt^2$
 - 5.4) $xx' = e^{xt}\sqrt{1 + t^2}$.

6. Resuelva las siguientes ecuaciones:

6.1) $x' = te^t - t$

6.2) $x^2x' = t + 1$

6.3) $e^xx' = t + 1$

6.4) $tx' = x(1 - t)$

6.5) $(1 + t^3)x' = t^2x$.

7. Resuelva las siguientes ecuaciones:

7.1) $x' = x + e^tx^2$

7.2) $x' = x^4t - x$

7.3) $tx' - (1 + t)x = tx^2$

7.4) $t^2x' + x^2 = tx$.

8. Obtenga la solución y haga el diagrama de fase de los siguientes sistemas dinámicos:

8.1) $x' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} x$

8.2) $x' = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} x$

8.3) $x' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} x$

8.4) $x' = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} x$.

9. Obtenga la solución de los siguientes sistemas dinámicos:

9.1) $x' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

9.2) $x' = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.