

**PUCP**  
**FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES**

MATEMÁTICAS PARA ECONOMISTAS

PRÁCTICA DIRIGIDA 7

PROFESOR: JORGE R. CHÁVEZ

JEFES DE PRÁCTICA: JOAQUÍN RIVADENERYA & MARCELO GALLARDO

SEMESTRE 2022-2

FECHA 22-11-2022

**Programación Dinámica.**

1. En relación al  $\mathcal{P}_D$

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{k=0}^2 \beta^k \sqrt{c(t)} \\ \text{s.a.} \quad & x(t+1) = (1+a)x(t) - c(t), \\ & k(0) = k_0. \end{aligned}$$

1. ¿Qué tipo de problema se está resolviendo?
2. ¿Qué valores puede o debe tomar  $\beta$ ?
3. ¿Cuál es la variable de control y cuál es la variable de estado? ¿Qué representan?
4. Obtenga  $x^*(t)$  y  $c^*(t)$ .

2. Considere el siguiente problema de minimización

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{t=0}^T 1 - x(t)^2 - 2u(t)^2 \\ \text{s.a.} \quad & x(t+1) = x(t) - u(t) \\ & x(0) = x_0. \end{aligned}$$

Identifique la variable de control y la variable de estado. Finalmente, resuelva el problema aplicando las ecuaciones de Bellman.

3. Considere el siguiente  $\mathcal{P}_D$

$$\begin{aligned} & \text{máx} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln(c(t)) \\ & \text{s.a. } x(t+1) = (1+r)[x(t) - c(t)], \quad (1+r)\beta < 1 \\ & x(0) = x_0. \end{aligned}$$

1. ¿Qué tipo de problema es? ¿Cuál es el interés de la formulación con horizonte de tiempo infinito?
2. ¿Se puede asegurar que se alcanza el máximo?
3. Resuelva el problema vía ecuaciones de Bellman. Tenga en cuenta que  $x(t)$  debe estar acotado; es decir,  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) \neq \pm\infty$

4. **Un modelo de ajustes de costos.** Considere una firma con tecnología

$$y(t) = f(k(t)), \quad t \in \mathbb{Z}_+$$

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$  continua, diferenciable y estrictamente creciente. Note que esta firma opera únicamente con stock de capital. La firma desea maximizar sus beneficios traídos a valor presente:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \pi(t), \quad \beta \in (0, 1)$$

donde

$$\pi(t) = f(k(t)) - I(t) - \frac{\xi}{2} I(t)^2.$$

Por otro lado, así como en el modelo de Solow,

$$k(t+1) = I(t) + (1-\delta)k(t).$$

Suponga finalmente que el capital está acotado, de manera que  $k_0, k(t) \in [0, \bar{k}]$ .

**4.1)** Plantee el problema  $\mathcal{P}_D$  (problema de programación dinámica) que enfrenta la firma. Identifique sus costos, la ecuación de estado, la variable de estado y la variable de control.

**4.2)** Interprete la estructura del problema: parámetros, tecnología de la firma.

**4.2)** Plantee las ecuaciones de Bellman.

**4.3)** Establezca una dinámica para la inversión.

## Teoría de Juegos.

5. En el siguiente juego

	$u$	$v$	$w$	$x$
$a$	1,3	4,1	3,2	10, $\beta$
$c$	$\alpha$ ,1	$\gamma$ ,0	4,2	3,1
$d$	0,6	7,9	2,11	9,10

¿Cómo deben ser los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  para que el perfil  $(c, w)$  sea el único que sobreviva a la eliminación repetida de estrategias estrictamente dominadas?

6. En el siguiente juego

	$I$	$C$	$D$
$A$	$a, b$	4,1	3,1
$M$	1,3	2,3	1,2

Para cada caso, diga cómo deben ser los parámetros  $a$  y  $b$  para que:

**6.1)** El juego pueda resolverse por Eliminación Repetida de Estrategias Estrictamente Dominadas.

**6.2)** El perfil  $(M, I)$  sea un equilibrio de Nash.

**6.3)** El juego tenga 4 Equilibrios de Nash en estrategias puras.