

PUCP
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES

MATEMÁTICAS PARA ECONOMISTAS IV

PRÁCTICA CALIFICADA 3

PROFESOR: JORGE R. CHÁVEZ

JEFES DE PRÁCTICA: JOAQUÍN RIVADENERYA & MARCELO GALLARDO

SEMESTRE 2022-2

FECHA 19-10-2022

1) Analice la veracidad o falsedad de los siguientes enunciados en relación a la ecuación diferencial

$$x'(t) = F(x(t)). \quad (1)$$

- a) Si $F(x) = e^x$, la ecuación posee infinitos equilibrios.
- b) Si $F(x) = x^2 + 2x - 1$, la ecuación posee un único equilibrio.
- c) Si $F(x) = x^3 + x^2 - x - 1$, $x^* = 1$ es un equilibrio inestable.
- d) Si $\varphi(t) = t + 3$ es solución, entonces, $\psi(t) = t + 4$ también es solución.

Las siguientes dos preguntas no están relacionadas con la Ecuación (1).

e) Sea \succeq una relación de preferencias racional sobre $X = \{5, 4, 3, 2, 1\}$. ¿Es cierto que si 5 es al menos tan bueno como 4, que 4 es al menos tan bueno como 3, y que 3 es al menos tan bueno como 2, entonces 5 es al menos tan bueno como 1.

f) Si f es convexa y g es cóncava, entonces $-\frac{1}{2}f + 4g$ es cóncava.

(1.5 puntos c/u)

2) Denotemos por $x(t)$ la cantidad de individuos infectados por una enfermedad de *contagio único natural*. La dinámica de la cantidad de infectados se rige por la siguiente ecuación diferencial

$$x'(t) = -2tx + 5t.$$

Obtenga la cantidad de individuos contagiados en el tiempo t .

(3 puntos)

3) Considere la siguiente ecuación diferencial no lineal

$$x'(t) = a\sqrt{x(t)} - bx(t), \quad a, b > 0. \quad (2)$$

a) Encuentre (el) los equilibrio(s) en términos de los parámetros.

(2 puntos)

b) Si $a = 2$ y $b = 1/2$ analice la estabilidad de (los) equilibrio(s).

(2 puntos)

La ecuación (2) está altamente relacionada con teoría del crecimiento pues expresa una versión de la ecuación fundamental del modelo de Solow.

4) De regreso al problema del consumidor, considere que las preferencias del individuo están dadas por la función de utilidad

$$u(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2.$$

Nos interesamos al problema de maximización de la utilidad

$$\begin{cases} \text{máx} & u(x_1, x_2) \\ \text{s.a. :} & x_1 + x_2 \leq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

a) Grafique las curvas de indiferencia. ¿Es la relación de preferencias convexa?

(1 puntos)

b) Resuelva el problema por curvas de indiferencia.

(1 puntos)

c) Resuelva el problema de maximización aplicando Kuhn-Tucker.

(2 puntos)