

Práctica Calificada 5

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
MATEMÁTICA PARA ECONOMÍA Y FINANZAS 3 (1MAT27)

Semestre: 2022-1

Fecha: 25/06/2022

Profesor: Jorge Chávez Fuentes (jrchavez@pucp.edu.pe)

Jefes de Práctica: Joaquin Rivadeneyra (jrivadeneyrab@pucp.edu.pe),
Marcelo Gallardo (marcelo.gallardo@pucp.edu.pe),
Mauricio Vallejos (mauricio.vallejos@pucp.edu.pe).

1. Dada la ecuación en diferencias

$$x(t+1) = f(x(t)), \quad x(0) > 0$$

encuentre los puntos de equilibrio en cada uno de los siguientes casos:

- a) $f(x) = x^2$ (1 punto)
b) $f(x) = e^x + x$ (2 puntos)

2. La siguiente ecuación es el resultado de un modelo macro económico de gran importancia teórica:

$$k(t+1) - k(t) = s\sqrt{k} - \theta k(t),$$

donde k denota capital per capita, y s y θ son parámetros del modelo en $]0, 1[$. Resuelva lo siguiente:

- a) Encuentre el equilibrio k^* . (2 puntos)
b) Analice la estabilidad de k^* considerando los siguientes valores numéricos: $s = 1/2$ y $\theta = 4/5$. (2 puntos)

3. El siguiente modelo es resultado de los trabajos efectuados por el economista Paul Samuelson y se conoce como el modelo «multiplicador-acelerador». Sean $Y(t)$, la renta; $C(t)$, el consumo; $I(t)$, la inversión; y G , una constante que denota los gastos del Gobierno. El modelo consiste de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} Y(t) &= C(t) + I(t) + G \\ C(t) &= \beta Y(t-1) \\ I(t) &= \alpha(C(t) - C(t-1)). \end{aligned}$$

- a) Pruebe que

$$Y(t+2) = \beta(1+\alpha)Y(t+1) - \alpha\beta Y(t) + G.$$

(3 puntos)

- b) Plantee el sistema de forma matricial; es decir, exprese el modelo como un sistema de 2 ecuaciones en diferencias.

(2 puntos)

- c) Considere $\alpha = 2$, $\beta = 1$, $Y(0) = 1$, $Y(1) = 2$ y $G = 0$. Encuentre la trayectoria solución $Y(t)$.

(2 puntos)

4. Dada la ecuación

$$x(t+1) = \frac{x(t)}{x(t)+1},$$

resuelva lo siguiente:

- a) Encuentre la solución de equilibrio.

(2 puntos)

- b) Pruebe que la trayectoria solución, para cualquier condición inicial $x(0) = x_0$, es

$$x(t) = \frac{x_0}{tx_0 + 1}$$

(2 puntos)

- c) Analice la estabilidad del equilibrio.

(2 puntos)