



Formativa 1 (Certamen 1 ICI)

Marcelo Paz
Investigación de Operaciones

23 de mayo de 2024



Versión: 1.0.0

Problema 1

La empresa MADERAS C. A. es un fabricante de muebles. Hace tres estilos diferentes de mesas, A, B, C. Cada modelo de mesa requiere de una cierta cantidad de tiempo para el corte de las piezas, su montaje y pintura. MADERAS C.A., puede vender todas las unidades que fabrica. Es más, el modelo B se puede vender sin pintar. Utilizando los datos indicados, obtener el modelo lineal que permita determinar la máxima utilidad mensual que puede obtener la Empresa.

Requerimiento de Horas Hombre por mesa				
Modelo	Utilidad por mesa	Corte	Ensamblado	Pintura
A	\$17.500	1	2	4
B	\$20.000	2	4	4
B sin pintar	\$10.000	2	4	0
C	\$25.000	3	7	5
Disponibilidad mensual de HH		200	298	148

Variables de Decisión:

- x_1 : Cantidad de mesas A a fabricar.
- x_2 : Cantidad de mesas B a fabricar.
- x_3 : Cantidad de mesas B sin pintar a fabricar.
- x_4 : Cantidad de mesas C a fabricar.

Función Objetivo:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 17500x_1 + 20000x_2 + 10000x_3 + 25000x_4 \\ \text{s.a } x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\leq 200 \\ 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 7x_4 &\leq 298 \\ 4x_1 + 4x_2 + 5x_4 &\leq 148 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$



Por método Simplex

- **P.3:** Agregamos variables de holgura.

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + s_1 \leq 200$$

$$2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 7x_4 + s_2 \leq 298$$

$$4x_1 + 4x_2 + 5x_4 + s_3 \leq 148$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

- **P.6:** Iguala las restricciones, y reescribimos la función objetivo.

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + s_1 = 200$$

$$2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 7x_4 + s_2 = 298$$

$$4x_1 + 4x_2 + 5x_4 + s_3 = 148$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

∴

$$\text{Max } Z = 17500x_1 + 20000x_2 + 10000x_3 + 25000x_4$$

$$\text{s.a } x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + s_1 = 200$$

$$2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 7x_4 + s_2 = 298$$

$$4x_1 + 4x_2 + 5x_4 + s_3 = 148$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

- **P.9:** Rellenamos la tabla simplex, con las ecuaciones.

C_j		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
	V.B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	1	2	2	3	1	0	0	200
0	s_2	2	4	4	7	0	1	0	298
0	s_3	4	4	0	5	0	0	1	148
	Z_j								
	$C_j - Z_j$								

- **P.10:** Calculamos Z_j .

C_j		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
	V.B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	1	2	2	3	1	0	0	200
0	s_2	2	4	4	7	0	1	0	298
0	s_3	4	4	0	5	0	0	1	148
	Z_j	0	0	0	0	0	0	0	0
	$C_j - Z_j$								



- **P.11:** Calculamos $C_j - Z_j$.

C_j		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
	V.B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	1	2	2	3	1	0	0	200
0	s_2	2	4	4	7	0	1	0	298
0	s_3	4	4	0	5	0	0	1	148
	Z_j	0	0	0	0	0	0	0	<u>0</u>
	$C_j - Z_j$	17500	20000	10000	25000	0	0	0	

- **P.12:** Seleccionamos la variable de entrada.

$$V_{in} = \text{columna Max}\{C_j - Z_j\} = X_{j^*} \Rightarrow V_{in} = x_4 : 25000$$

- **P.13:** Calculamos el cociente mínimo y seleccionamos la variable de salida, para elegir el pivote.

$$s_1 : \frac{200}{3} = 66,67 \quad s_2 : \frac{298}{7} = 42,57 \quad s_3 : \frac{148}{5} = 29,6$$

$$V_{out} = \text{Min} \left\{ \frac{RHS}{coef_{ij^*}} \right\} = i^* \Rightarrow V_{out} = s_3 : 29,6$$

C_j		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
	V.B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	1	2	2	3	1	0	0	200
0	s_2	2	4	4	7	0	1	0	298
0	s_3	4	4	0	5	0	0	1	148
	Z_j	0	0	0	0	0	0	0	<u>0</u>
	$C_j - Z_j$	17500	20000	10000	25000	0	0	0	

$$\text{Pivote} = a_{i^*j^*} = a_{34} = 5$$

- **P.14:** Calculamos la nueva tabla simplex.

$$x_4 : \text{N.E.P} = \frac{\text{E.P.A}}{P} \Rightarrow \frac{4 \ 4 \ 0 \ 5 \ 0 \ 0 \ 1 \ 148}{5} \\ = \frac{4}{5} \ \frac{4}{5} \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ \frac{1}{5} \ \frac{148}{5}$$

$$s_1 : \quad 1 \quad 2 \quad 2 \ 3 \ 1 \ 0 \quad 0 \quad 200 \\ -(3) \quad 4/5 \quad 4/5 \quad 0 \ 1 \ 0 \ 0 \quad 1/5 \quad 148/5$$

$$-7/5 \quad -2/5 \quad 2 \ 0 \ 1 \ 0 \quad -3/5 \quad 556/5$$

$$s_2 : \quad 2 \quad 4 \quad 4 \ 7 \ 0 \ 1 \quad 0 \quad 298 \\ -(7) \quad 4/5 \quad 4/5 \quad 0 \ 1 \ 0 \ 0 \quad 1/5 \quad 148/5$$

$$-18/5 \quad -8/5 \quad 4 \ 0 \ 0 \ 1 \quad -7/5 \quad 454/5$$



■ P.10.R y P.11.R:

C_j		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
	V.B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	$-7/5$	$-2/5$	2	0	1	0	$-3/5$	$556/5$
0	s_2	$-18/5$	$-8/5$	4	0	0	1	$-7/5$	$454/5$
25000	x_4	$4/5$	$4/5$	0	1	0	0	$1/5$	$148/5$
	Z_j	20000	20000	0	25000	0	0	5000	<u>740000</u>
	$C_j - Z_j$	-2500	0	10000	0	0	0	-5000	

■ P.12.R:

$$V_{in} = \text{columna Max}\{C_j - Z_j\} = X_{j^*} \Rightarrow V_{in} = x_3 : 10000$$

■ P.13.R:

$$s_1 : \frac{556/5}{2} = 55,6 \quad s_2 : \frac{454/5}{4} = 22,7 \quad x_4 : \frac{148/5}{0} = -$$

$$V_{out} = \text{Min} \left\{ \frac{RHS}{coef_{ij^*}} \right\} = i^* \Rightarrow V_{out} = s_2 : 22,7$$

C_j		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
	V.B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	$-7/5$	$-2/5$	2	0	1	0	$-3/5$	$556/5$
0	s_2	$-18/5$	$-8/5$	4	0	0	1	$-7/5$	$454/5$
25000	x_4	$4/5$	$4/5$	0	1	0	0	$1/5$	$148/5$
	Z_j	20000	20000	0	25000	0	0	5000	<u>740000</u>
	$C_j - Z_j$	-2500	0	10000	0	0	0	-5000	

$$\text{Pivote} = a_{i^*j^*} = a_{23} = 4$$

■ P.14.R:

$$x_3 : \text{N.E.P} = \frac{\text{E.P.A}}{P} \Rightarrow \frac{-18/5 \quad -8/5 \quad 4 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad -7/5 \quad 454/5}{4}$$

$$= \frac{-18}{20} \quad \frac{-8}{20} \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{-7}{20} \quad \frac{454}{20}$$

$$s_1 : \quad -7/5 \quad -2/5 \quad 2 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad -3/5 \quad 556/5$$

$$-(2) \quad -18/20 \quad -8/20 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1/4 \quad -7/20 \quad 454/20$$

$$2/5 \quad 2/5 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad -1/2 \quad 1/10 \quad 329/5$$

$$x_4 : \quad 4/5 \quad 4/5 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1/5 \quad 148/5$$

$$-(0) \quad -18/20 \quad -8/20 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1/4 \quad -7/20 \quad 454/20$$

$$4/5 \quad 4/5 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1/5 \quad 148/5$$



■ P.10.R.R y P.11.R.R:

C_j		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
	V.B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	2/5	2/5	0	0	1	-1/2	1/10	329/5
10000	x_3	-9/10	-2/5	1	0	0	1/4	-7/20	454/20
25000	x_4	4/5	4/5	0	1	0	0	1/5	148/5
	Z_j	11000	16000	10000	25000	0	2500	1500	967000
	$C_j - Z_j$	6500	4000	0	0	0	-2500	-1500	

■ P.12.R.R:

$$V_{in} = \text{columna Max}\{C_j - Z_j\} = X_{j^*} \Rightarrow V_{in} = x_1 : 6500$$

■ P.13.R.R:

$$s_1 : \frac{329/5}{2/5} = 169,5 \quad x_3 : \frac{454/20}{-9/10} = -25,2 \quad x_4 : \frac{148/5}{4/5} = 37$$

$$V_{out} = \text{Min} \left\{ \frac{RHS}{coef_{ij^*}} \right\} = i^* \Rightarrow V_{out} = x_4 : 37$$

C_j		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
	V.B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	2/5	2/5	0	0	1	-1/2	1/10	329/5
10000	x_3	-9/10	-2/5	1	0	0	1/4	-7/20	454/20
25000	x_4	4/5	4/5	0	1	0	0	1/5	148/5
	Z_j	11000	16000	10000	25000	0	2500	1500	967000
	$C_j - Z_j$	6500	4000	0	0	0	-2500	-1500	

$$\text{Pivote} = a_{i^*j^*} = a_{13} = 4/5$$

■ P.14.R.R:

$$x_1 : \text{N.E.P} = \frac{\text{E.P.A}}{P} \Rightarrow \frac{4/5 \quad 4/5 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1/5 \quad 148/5}{4/5}$$

$$= 1 \quad 1 \quad 0 \quad \frac{5}{4} \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{148}{4}$$

$$s_1 : \quad \begin{array}{cccccccc} 2/5 & 2/5 & 0 & 0 & 1 & -1/2 & 1/10 & 329/5 \\ -(2/5) & 1 & 1 & 0 & 5/4 & 0 & 0 & 1/4 & 148/4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 0 & -1/2 & 1 & -1/2 & 0 & 51 \end{array}$$

$$x_3 : \quad \begin{array}{cccccccc} -9/10 & -2/5 & 1 & 0 & 0 & 1/4 & -7/20 & 454/20 \\ -(-9/10) & 1 & 1 & 0 & 5/4 & 0 & 0 & 1/4 & 148/4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 1/2 & 1 & 9/8 & 0 & 1/4 & -1/8 & 56 \end{array}$$



■ P.10.R.R.R y P.11.R.R.R:

C_j		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
	V.B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	0	0	0	-1/2	1	-1/2	0	51
10000	x_3	0	1/2	1	9/8	0	1/4	-1/8	56
17500	x_1	1	1	0	5/4	0	0	1/4	148/4
	Z_j	17500	22500	10000	33125	0	2500	3125	<u>1207500</u>
	$C_j - Z_j$	0	-2500	0	-8125	0	-2500	-3125	

■ P.11.R.R.R:

- Si ninguno de los valores en la fila $C_j - Z_j$ es positivo, FIN.

$$C_j - Z_j \leq 0 \forall j$$

Como se cumple la condición hemos llegado a la solución óptima.

Solución:

$$x_1 = 148/4 = 37 \quad \text{Recurso abundante} \Rightarrow \text{Restricción No Activa}$$

$$x_2 = 0$$

$$x_3 = 56 \quad \text{Recurso abundante} \Rightarrow \text{Restricción No Activa}$$

$$x_4 = 0$$

$$Z = 1207500$$