



# Formativa 1 (Certamen 1 ICI)

Marcelo Paz  
Investigación de Operaciones

27 de mayo de 2024



Versión: 1.3.0

## Problema 1

La empresa MADERAS C. A. es un fabricante de muebles. Hace tres estilos diferentes de mesas, A, B, C. Cada modelo de mesa requiere de una cierta cantidad de tiempo para el corte de las piezas, su montaje y pintura. MADERAS C.A., puede vender todas las unidades que fabrica. Es más, el modelo B se puede vender sin pintar. Utilizando los datos indicados, obtener el modelo lineal que permita determinar la máxima utilidad mensual que puede obtener la Empresa.

Requerimiento de Horas Hombre por mesa				
Modelo	Utilidad por mesa	Corte	Ensamblado	Pintura
A	\$17.500	1	2	4
B	\$20.000	2	4	4
B sin pintar	\$10.000	2	4	0
C	\$25.000	3	7	5
Disponibilidad mensual de HH		200	298	148

### Variables de Decisión:

- $x_1$ : Cantidad de mesas A a fabricar.
- $x_2$ : Cantidad de mesas B a fabricar.
- $x_3$ : Cantidad de mesas B sin pintar a fabricar.
- $x_4$ : Cantidad de mesas C a fabricar.

### Función Objetivo:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 17500x_1 + 20000x_2 + 10000x_3 + 25000x_4 \\ \text{s.a } x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\leq 200 \\ 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 7x_4 &\leq 298 \\ 4x_1 + 4x_2 + 5x_4 &\leq 148 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$



## Por método Simplex

- **P.3:** Agregamos variables de holgura.

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + s_1 \leq 200$$

$$2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 7x_4 + s_2 \leq 298$$

$$4x_1 + 4x_2 + 5x_4 + s_3 \leq 148$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

- **P.6:** Iguala las restricciones, y reescribimos la función objetivo.

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + s_1 = 200$$

$$2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 7x_4 + s_2 = 298$$

$$4x_1 + 4x_2 + 5x_4 + s_3 = 148$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

$\therefore$

$$\text{Max } Z = 17500x_1 + 20000x_2 + 10000x_3 + 25000x_4$$

$$\text{s.a } x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + s_1 = 200$$

$$2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 7x_4 + s_2 = 298$$

$$4x_1 + 4x_2 + 5x_4 + s_3 = 148$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

- **P.9:** Rellenamos la tabla simplex, con las ecuaciones.

$C_j$		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
	<b>V.B</b>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	RHS
0	$s_1$	1	2	2	3	1	0	0	200
0	$s_2$	2	4	4	7	0	1	0	298
0	$s_3$	4	4	0	5	0	0	1	148
	$Z_j$								
	$C_j - Z_j$								

- **P.10:** Calculamos  $Z_j$ .

$C_j$		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
	<b>V.B</b>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	RHS
0	$s_1$	1	2	2	3	1	0	0	200
0	$s_2$	2	4	4	7	0	1	0	298
0	$s_3$	4	4	0	5	0	0	1	148
	$Z_j$	0	0	0	0	0	0	0	0
	$C_j - Z_j$								



- **P.11:** Calculamos  $C_j - Z_j$ .

$C_j$		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
	<b>V.B</b>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	RHS
0	$s_1$	1	2	2	3	1	0	0	200
0	$s_2$	2	4	4	7	0	1	0	298
0	$s_3$	4	4	0	5	0	0	1	148
	$Z_j$	0	0	0	0	0	0	0	<u>0</u>
	$C_j - Z_j$	17500	20000	10000	25000	0	0	0	

- **P.12:** Seleccionamos la variable de entrada.

$$V_{in} = \text{columna Max}\{C_j - Z_j\} = X_{j^*} \Rightarrow V_{in} = x_4 : 25000$$

- **P.13:** Calculamos el cociente mínimo y seleccionamos la variable de salida, para elegir el pivote.

$$s_1 : \frac{200}{3} = 66,67 \quad s_2 : \frac{298}{7} = 42,57 \quad s_3 : \frac{148}{5} = 29,6$$

$$V_{out} = \text{Min} \left\{ \frac{RHS}{coef_{ij^*}} \right\} = i^* \Rightarrow V_{out} = s_3 : 29,6$$

$C_j$		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
	<b>V.B</b>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	RHS
0	$s_1$	1	2	2	3	1	0	0	200
0	$s_2$	2	4	4	7	0	1	0	298
0	$s_3$	4	4	0	5	0	0	1	148
	$Z_j$	0	0	0	0	0	0	0	<u>0</u>
	$C_j - Z_j$	17500	20000	10000	25000	0	0	0	

$$\text{Pivote} = a_{i^*j^*} = a_{34} = 5$$

- **P.14:** Calculamos la nueva tabla simplex.

$$x_4 : \text{N.E.P} = \frac{\text{E.P.A}}{P} \Rightarrow \frac{4 \ 4 \ 0 \ 5 \ 0 \ 0 \ 1 \ 148}{5} \\ = \frac{4}{5} \ \frac{4}{5} \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ \frac{1}{5} \ \frac{148}{5}$$

$$s_1 : \quad 1 \quad 2 \quad 2 \ 3 \ 1 \ 0 \quad 0 \quad 200 \\ -(3) \quad 4/5 \quad 4/5 \quad 0 \ 1 \ 0 \ 0 \quad 1/5 \quad 148/5$$

$$-7/5 \quad -2/5 \quad 2 \ 0 \ 1 \ 0 \quad -3/5 \quad 556/5$$

$$s_2 : \quad 2 \quad 4 \quad 4 \ 7 \ 0 \ 1 \quad 0 \quad 298 \\ -(7) \quad 4/5 \quad 4/5 \quad 0 \ 1 \ 0 \ 0 \quad 1/5 \quad 148/5$$

$$-18/5 \quad -8/5 \quad 4 \ 0 \ 0 \ 1 \quad -7/5 \quad 454/5$$



■ P.10.R y P.11.R:

$C_j$		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
	<b>V.B</b>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	<b>RHS</b>
0	$s_1$	$-7/5$	$-2/5$	2	0	1	0	$-3/5$	$556/5$
0	$s_2$	$-18/5$	$-8/5$	4	0	0	1	$-7/5$	$454/5$
25000	$x_4$	$4/5$	$4/5$	0	1	0	0	$1/5$	$148/5$
	$Z_j$	20000	20000	0	25000	0	0	5000	<u>740000</u>
	$C_j - Z_j$	-2500	0	10000	0	0	0	-5000	

■ P.12.R:

$$V_{in} = \text{columna Max}\{C_j - Z_j\} = X_{j^*} \Rightarrow V_{in} = x_3 : 10000$$

■ P.13.R:

$$s_1 : \frac{556/5}{2} = 55,6 \quad s_2 : \frac{454/5}{4} = 22,7 \quad x_4 : \frac{148/5}{0} = -$$

$$V_{out} = \text{Min} \left\{ \frac{RHS}{coef_{ij^*}} \right\} = i^* \Rightarrow V_{out} = s_2 : 22,7$$

$C_j$		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
	<b>V.B</b>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	<b>RHS</b>
0	$s_1$	$-7/5$	$-2/5$	2	0	1	0	$-3/5$	$556/5$
0	$s_2$	$-18/5$	$-8/5$	4	0	0	1	$-7/5$	$454/5$
25000	$x_4$	$4/5$	$4/5$	0	1	0	0	$1/5$	$148/5$
	$Z_j$	20000	20000	0	25000	0	0	5000	<u>740000</u>
	$C_j - Z_j$	-2500	0	10000	0	0	0	-5000	

$$\text{Pivote} = a_{i^*j^*} = a_{23} = 4$$

■ P.14.R:

$$x_3 : \text{N.E.P} = \frac{\text{E.P.A}}{P} \Rightarrow \frac{-18/5 \quad -8/5 \quad 4 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad -7/5 \quad 454/5}{4}$$

$$= \frac{-18}{20} \quad \frac{-8}{20} \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{-7}{20} \quad \frac{454}{20}$$

$$s_1 : \quad -7/5 \quad -2/5 \quad 2 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad -3/5 \quad 556/5$$

$$-(2) \quad -18/20 \quad -8/20 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1/4 \quad -7/20 \quad 454/20$$

$$2/5 \quad 2/5 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad -1/2 \quad 1/10 \quad 329/5$$

$$x_4 : \quad 4/5 \quad 4/5 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1/5 \quad 148/5$$

$$-(0) \quad -18/20 \quad -8/20 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1/4 \quad -7/20 \quad 454/20$$

$$4/5 \quad 4/5 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1/5 \quad 148/5$$



■ P.10.R.R y P.11.R.R:

$C_j$		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
	<b>V.B</b>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	RHS
0	$s_1$	2/5	2/5	0	0	1	-1/2	1/10	329/5
10000	$x_3$	-9/10	-2/5	1	0	0	1/4	-7/20	454/20
25000	$x_4$	4/5	4/5	0	1	0	0	1/5	148/5
	$Z_j$	11000	16000	10000	25000	0	2500	1500	967000
	$C_j - Z_j$	6500	4000	0	0	0	-2500	-1500	

■ P.12.R.R:

$$V_{in} = \text{columna Max}\{C_j - Z_j\} = X_{j^*} \Rightarrow V_{in} = x_1 : 6500$$

■ P.13.R.R:

$$s_1 : \frac{329/5}{2/5} = 169,5 \quad x_3 : \frac{454/20}{-9/10} = -25,2 \quad x_4 : \frac{148/5}{4/5} = 37$$

$$V_{out} = \text{Min} \left\{ \frac{RHS}{coef_{ij^*}} \right\} = i^* \Rightarrow V_{out} = x_4 : 37$$

$C_j$		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
	<b>V.B</b>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	RHS
0	$s_1$	2/5	2/5	0	0	1	-1/2	1/10	329/5
10000	$x_3$	-9/10	-2/5	1	0	0	1/4	-7/20	454/20
25000	$x_4$	4/5	4/5	0	1	0	0	1/5	148/5
	$Z_j$	11000	16000	10000	25000	0	2500	1500	967000
	$C_j - Z_j$	6500	4000	0	0	0	-2500	-1500	

$$\text{Pivote} = a_{i^*j^*} = a_{13} = 4/5$$

■ P.14.R.R:

$$x_1 : \text{N.E.P} = \frac{\text{E.P.A}}{P} \Rightarrow \frac{4/5 \quad 4/5 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1/5 \quad 148/5}{4/5}$$

$$= 1 \quad 1 \quad 0 \quad \frac{5}{4} \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{148}{4}$$

$$s_1 : \quad \begin{array}{cccccccc} 2/5 & 2/5 & 0 & 0 & 1 & -1/2 & 1/10 & 329/5 \\ -(2/5) & 1 & 1 & 0 & 5/4 & 0 & 0 & 1/4 \end{array} \quad \begin{array}{c} 148/4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 0 & -1/2 & 1 & -1/2 & 0 & 51 \end{array}$$

$$x_3 : \quad \begin{array}{cccccccc} -9/10 & -2/5 & 1 & 0 & 0 & 1/4 & -7/20 & 454/20 \\ -(-9/10) & 1 & 1 & 0 & 5/4 & 0 & 0 & 1/4 \end{array} \quad \begin{array}{c} 148/4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 1/2 & 1 & 9/8 & 0 & 1/4 & -1/8 & 56 \end{array}$$



■ P.10.R.R.R y P.11.R.R.R:

$C_j$		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
	<b>V.B</b>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	RHS
0	$s_1$	0	0	0	-1/2	1	-1/2	0	51
10000	$x_3$	0	1/2	1	9/8	0	1/4	-1/8	56
17500	$x_1$	1	1	0	5/4	0	0	1/4	148/4
	$Z_j$	17500	22500	10000	33125	0	2500	3125	<u>1207500</u>
	$C_j - Z_j$	0	-2500	0	-8125	0	-2500	-3125	

■ P.11.R.R.R:

- Si ninguno de los valores en la fila  $C_j - Z_j$  es positivo, FIN.

$$C_j - Z_j \leq 0 \forall j$$

Como se cumple la condición hemos llegado a la solución óptima.

**Solución:**

$$x_1 = 148/4 = 37$$

$$x_2 = 0$$

$$x_3 = 56$$

$$x_4 = 0$$

$$s_1 = 51$$

**Recurso abundante  $\Rightarrow$  Restricción NO ACTIVA**

$$s_2 = 0$$

**Recurso escaso  $\Rightarrow$  Restricción ACTIVA**

$$s_3 = 0$$

**Recurso escaso  $\Rightarrow$  Restricción ACTIVA**

$$Z = 1207500$$

$$\text{Max } Z = 17500x_1 + 20000x_2 + 10000x_3 + 25000x_4$$

$$\text{s.a } x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 200$$

**Restricción NO Activa**

$$2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 7x_4 \leq 298$$

**Restricción Activa**

$$4x_1 + 4x_2 + 5x_4 \leq 148$$

**Restricción Activa**

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$



## Problema 2

Encontrar la solución óptima para el siguiente modelo lineal. Utilice el Método Gráfico.

$$\text{Max } Z = 5x_1 + 2x_2$$

$$\text{s.a } 3x_1 - 2x_2 \geq -3$$

$$x_1 + x_2 \leq 9$$

$$2x_1 - x_2 \leq 6$$

$$x_1 - x_2 \leq 2$$

$$3x_1 + x_2 \geq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

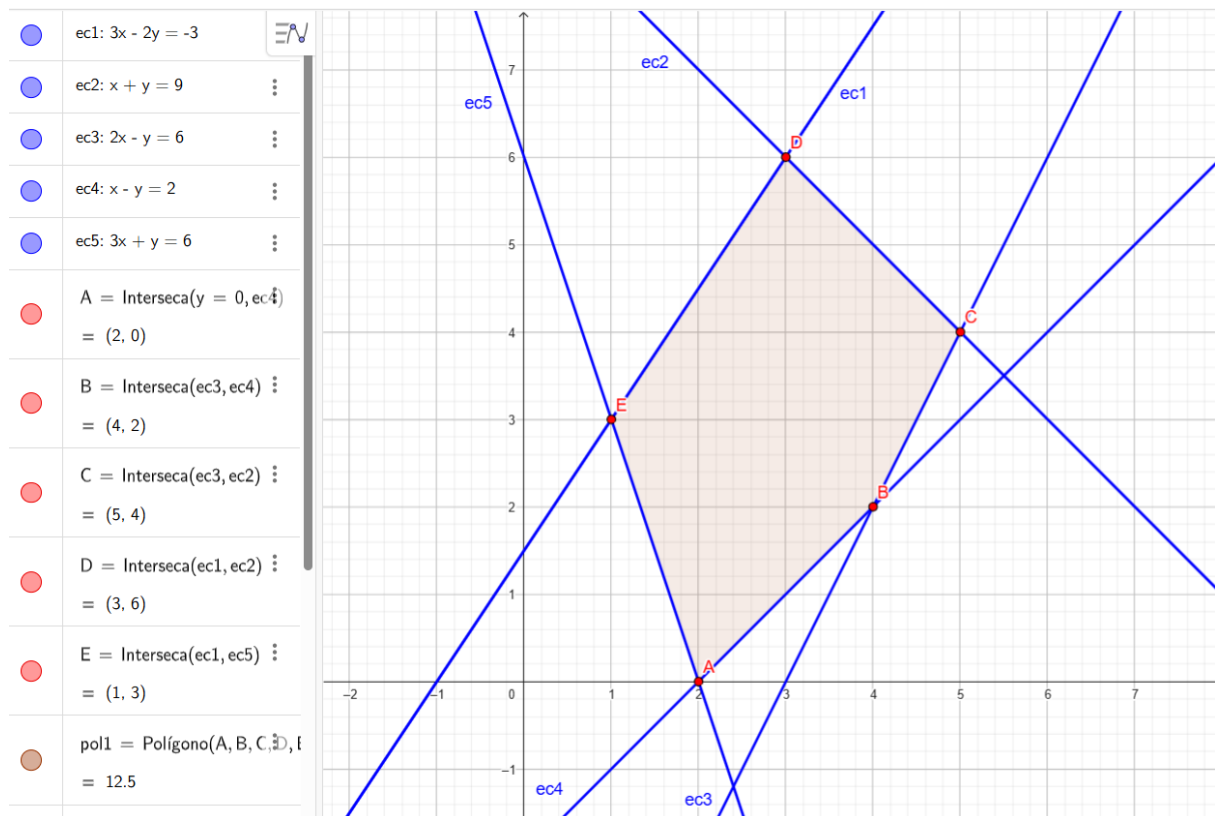
**Restricción NO ACTIVA**

**Restricción ACTIVA**

**Restricción ACTIVA**

**Restricción NO ACTIVA**

**Restricción NO ACTIVA**



Vertice $(x_1, x_2)$	Z	
A(2, 0)	10	
B(4, 2)	24	
C(5, 4)	33	*
D(3, 6)	27	
E(1, 3)	11	

**Solución Óptima:**

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = 4$$

$$Z = 33$$



## Problema 3

Considere el siguiente modelo lineal.

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 4x_1 + 3x_2 \\ \text{s.a } 12x_1 + 14x_2 &\leq 84 \quad (\text{Recurso 1}) \\ 3x_1 + 2x_2 &\leq 18 \quad (\text{Recurso 2}) \\ x_2 &\leq 4 \quad (\text{Recurso 3}) \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

A continuación, se presenta una iteración intermedia del método simplex para el problema anterior.

		4	3	0	0	0	0
$C_j$	<b>V.B</b>	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	RHS
0	$s_1$	0	6	1	-4	0	12
4	$x_1$	1	2/3	0	1/3	0	6
0	$s_3$	0	1	0	0	1	4
	$Z_j$	4	8/3	0	4/3	0	<u>24</u>
	$C_j - Z_j$	0	1/3	0	-4/3	0	

a) ¿Es esta la iteración óptima? Explique.

**No es la iteración óptima**, ya que en la fila  $C_j - Z_j$  hay valores positivos, lo que indica que no se ha llegado a la solución óptima.

b) Si no es óptima obtenga las siguientes iteraciones **a partir de esta** hasta alcanzar la solución óptima.

$$V_{in} = \text{columna Max}\{C_j - Z_j\} = X_{j^*} \Rightarrow V_{in} = x_2 : \frac{1}{3}$$

$$s_1 : \frac{12}{6} = 2 \quad x_1 : \frac{6}{2/3} = 9 \quad s_3 : \frac{4}{1} = 4$$

$$V_{out} = \text{Min} \left\{ \frac{RHS}{coef_{ij^*}} \right\} = i^* \Rightarrow V_{out} = s_1 : 2$$

		4	3	0	0	0	0
$C_j$	<b>V.B</b>	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	RHS
0	$s_1$	0	6	1	-4	0	12
4	$x_1$	1	2/3	0	1/3	0	6
0	$s_3$	0	1	0	0	1	4
	$Z_j$	4	8/3	0	4/3	0	<u>24</u>
	$C_j - Z_j$	0	1/3	0	-4/3	0	

$$\text{Pivote} = a_{i^*j^*} = a_{12} = 6$$





$$x_2: \quad \text{N.E.P} = \frac{\text{E.P.A}}{P} \Rightarrow \frac{0 \quad 6 \quad 1 \quad -4 \quad 0 \quad 12}{6}$$

$$= 0 \quad 1 \quad \frac{1}{6} \quad -\frac{2}{3} \quad 0 \quad 2$$

$$x_1: \quad \begin{array}{cccccc} 1 & 2/3 & 0 & 1/3 & 0 & 6 \\ -(2/3) & 0 & 1 & 1/6 & -2/3 & 0 & 2 \end{array}$$

$$1 \quad 0 \quad -1/9 \quad 7/9 \quad 0 \quad 14/3$$

$$s_3: \quad \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ -(1) & 0 & 1 & 1/6 & -2/3 & 0 & 2 \end{array}$$

$$0 \quad 0 \quad -1/6 \quad 2/3 \quad 1 \quad 2$$

		4	3	0	0	0	0
$C_j$	<b>V.B</b>	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	RHS
3	$x_2$	0	1	1/6	-2/3	0	2
4	$x_1$	1	0	-1/9	7/9	0	14/3
0	$s_3$	0	0	-1/6	2/3	1	2
	$Z_j$	4	3	1/18	10/9	0	24,67
	$C_j - Z_j$	0	0	-1/18	-10/9	0	

- c) En la tabla óptima describa la solución, clasifique los recursos y indique los precios sombra de cada recurso.

**Solución:**

$$x_1 = 14/3$$

$$x_2 = 2$$

$$s_1 = 0$$

**Recurso escaso  $\Rightarrow$  Restricción ACTIVA**

$$s_2 = 0$$

**Recurso escaso  $\Rightarrow$  Restricción ACTIVA**

$$s_3 = 2$$

**Recurso abundante  $\Rightarrow$  Restricción NO ACTIVA**

$$Z = 24,67$$

$$\text{Max } Z = 4x_1 + 3x_2$$

$$\text{s.a } 12x_1 + 14x_2 \leq 84$$

**Restricción ACTIVA**

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

**Restricción ACTIVA**

$$x_2 \leq 4$$

**Restricción NO ACTIVA**

$$x_1, x_2 \geq 0$$

**Precios Sombra:**

$$s_1 \Rightarrow 1/18 \quad s_2 \Rightarrow 10/9 \quad s_3 \Rightarrow 0$$



## Problema 4

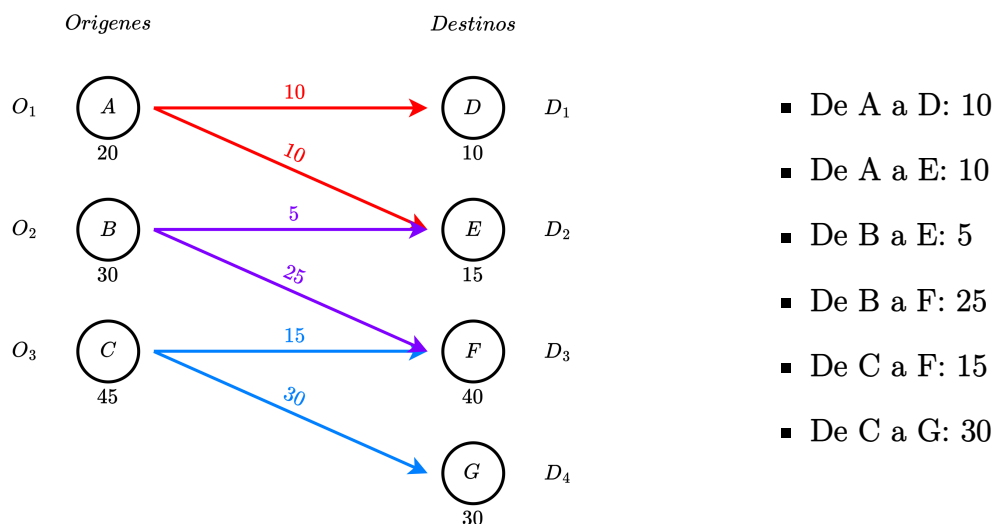
Una compañía de las instalaciones A, B y C suministran a los distribuidores D, E, F y G. Las capacidades mensuales son 20, 30 y 45 unidades, respectivamente; los requerimientos mensuales de los distribuidores son 10, 15, 40 y 30 unidades, para los distribuidores D, E, F y G; los costos unitarios de envío son los siguientes:

	D	E	F	G
A	5	10	5	0
B	5	9	5	10
C	10	10	15	5

a) Determinar una solución sub óptima utilizando Regla Noroeste.

10	5	10	-	5	-	0	<del>20</del>	<del>10</del>	0
-	5	9	25	5	-	10	<del>30</del>	<del>25</del>	0
-	10	10	15	15	30	5	<del>45</del>	<del>30</del>	0
<del>10</del>	<del>15</del>	<del>40</del>	<del>30</del>				<del>95</del>	<del>95</del>	
0	<del>5</del>	<del>15</del>	0						

b) ¿Cuánto se transporta por cada ruta?



$$X_{11} = 10, X_{12} = 10, X_{22} = 5, X_{23} = 25, X_{33} = 15, X_{34} = 30$$

c) ¿Cuál es el costo total de transporte que da esta solución?

$$\begin{aligned}
 Z &= 10 \cdot 5 + 10 \cdot 10 + 5 \cdot 9 + 25 \cdot 5 + 15 \cdot 15 + 30 \cdot 5 \\
 &= 50 + 100 + 45 + 125 + 225 + 150 \\
 &= 695
 \end{aligned}$$



d) ¿Es óptima la solución Noroeste? Explique.

No es óptima, pues utilizando el criterio de optimalidad, se dice:

- Si todos los costos reducidos son  $\geq 0$ , entonces hemos llegado a la solución óptima.

Al calcular los costos reducidos, se obtiene lo siguiente:

	5		10	-1	5	4	0
10		10		-		-	
1	5		9		5	15	10
-		5		25		-	
-4	10	-9	10		15		5
-		-		15		30	

Podemos observar que las casillas  $x_{13}$ ,  $x_{31}$ ,  $x_{32}$  tienen valores negativos, por lo que no hemos llegado a la solución óptima.

e) Si no es óptima realice una iteración adicional e indique cuanto mejora la nueva solución.

$v_1 = 5 \quad v_2 = 10 \quad v_3 = 6 \quad v_4 = -4$

$u_1 = 0$

$u_2 = -1$

$u_3 = 9$

	5		10	-1	5	4	0
10		10		-		-	
1	5		9		5	15	10
-		5		-	25	+	
-4	10	-9	10		15		5
-		-		+	15	-	30

$v_1 = 5 \quad v_2 = 10 \quad v_3 = 15 \quad v_4 = 5$

$u_1 = 0$

$u_2 = -10$

$u_3 = 0$

	5		10	-10	5	-5	0
10		10		-		+	
10	5	9	9		5	15	10
-		-		30		-	
5	10	5	10		15		5
-		5		+	10	-	30



$$v_1 = 5 \quad v_2 = 10 \quad v_3 = 5 \quad v_4 = 5$$

$u_1 = 0$	10	5	0	-	10	5	-5	0
$u_2 = 0$	0	5	-1	9	5	5	-	10
$u_3 = 0$	5	10	15	10	10	15	30	5

Diagram showing a 3x4 grid of cells. Red circles with '+' and '-' signs are placed at the intersections of the grid lines. Red lines connect the circles at (1,2) to (1,4), (2,2) to (2,4), and (3,2) to (3,4). The circles at (1,2) and (3,2) contain a '-' sign, while the circles at (1,4) and (3,4) contain a '+' sign.

$$v_1 = 5 \quad v_2 = 5 \quad v_3 = 5 \quad v_4 = 0$$

$u_1 = 0$	10	5	5	10	5	0	0
$u_2 = 0$	0	5	4	9	5	10	10
$u_3 = 5$	0	10	15	10	5	15	30

Diagram showing a 3x4 grid of cells. The values in the cells are updated. The values in the cells are: (1,1)=10, (1,2)=5, (1,3)=5, (1,4)=10, (1,5)=5, (1,6)=0, (1,7)=0; (2,1)=0, (2,2)=5, (2,3)=4, (2,4)=9, (2,5)=5, (2,6)=10, (2,7)=10; (3,1)=0, (3,2)=10, (3,3)=15, (3,4)=10, (3,5)=5, (3,6)=15, (3,7)=30.

Como todos los costos reducidos son  $\geq 0$ , entonces hemos llegado a la solución óptima.

$$\begin{aligned}
 Z &= 10 \cdot 5 + 10 \cdot 5 + 0 \cdot 0 + 30 \cdot 5 + 15 \cdot 10 + 30 \cdot 5 \\
 &= 50 + 50 + 0 + 150 + 150 + 150 \\
 &= 550
 \end{aligned}$$



## Problema 5

Una empresa desea asignar 5 operaciones ( $O_i$ ) a 5 máquinas ( $M_j$ ). Los costos de las posibles asignaciones aparecen en la siguiente tabla.

	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$
$O_1$	15	16	15	14	13
$O_2$	36	35	34	30	29
$O_3$	26	25	29	22	28
$O_4$	20	16	25	23	15
$O_5$	26	28	29	24	25

Con estos datos y aplicando el método húngaro, determinar la mejor asignación posible y el costo resultante.

- **Paso 1:** Restar el menor valor de cada fila a todos los elementos de la fila.

	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	
$O_1$	15	16	15	14	13	13
$O_2$	36	35	34	30	29	29
$O_3$	26	25	29	22	28	22
$O_4$	20	16	25	23	15	15
$O_5$	26	28	29	24	25	24

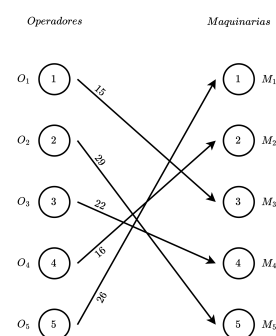
- **Paso 2:** Restar el menor valor de cada columna a todos los elementos de la columna.

	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$
$O_1$	2	3	2	1	0
$O_2$	7	6	5	1	0
$O_3$	4	3	7	0	6
$O_4$	5	1	10	8	0
$O_5$	2	4	5	0	1
	2	1	2	0	0

- **Paso 3:** Elegir los ceros de la matriz, eligiendo desde el más restrictivo (con menos ceros) hasta dejar un solo cero en cada fila y columna.

	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$
$O_1$	0	2	0	1	0
$O_2$	5	5	3	1	0
$O_3$	2	2	5	0	6
$O_4$	3	0	8	8	0
$O_5$	0	3	3	0	1

**Solución óptima:**



$$\begin{aligned}
 Z &= 15 + 29 + 22 + 16 + 26 \\
 &= 108
 \end{aligned}$$