Formativa 1 (Certamen 1 ICI)

Marcelo Paz

Investigación de Operaciones

1 de junio de 2024

Versión: 1.3.2

Problema 1

La empresa MADERAS C. A. es un fabricante de muebles. Hace tres estilos diferentes de mesas, A, B, C. Cada modelo de mesa requiere de una cierta cantidad de tiempo para el corte de las piezas, su montaje y pintura. MADERAS C.A., puede vender todas las unidades que fabrica. Es más, el modelo B se puede vender sin pintar. Utilizando los datos indicados, obtener el modelo lineal que permita determinar la máxima utilidad mensual que puede obtener la Empresa.

		Requerimiento de Horas Hombre por mesa		
Modelo	Utilidad por mesa	Corte	Ensamblado	Pintura
A	\$17.500	1	2	4
B	\$20.000	2	4	4
B sin pintar	\$10.000	2	4	0
C	\$25.000	3	7	5
	Disponibilidad mensual de HH	200	298	148

Declaración de variables:

- x_1: Cantidad de mesas A a fabricar.
- x_2: Cantidad de mesas B a fabricar.
- x_3: Cantidad de mesas B sin pintar a fabricar.
- x_4: Cantidad de mesas C a fabricar.

Función Objetivo:

$$
\begin{aligned}
\text{Max} \quad & Z = 17500x_1 + 20000x_2 + 10000x_3 + 25000x_4 \\
\text{s.a} \quad & x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 200 \\
& 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 7x_4 \leq 298 \\
& 4x_1 + 4x_2 + 5x_4 \leq 148 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0
\end{aligned}
$$

Por método Simplex (Solo para practicar)

- **P.3:** Agregamos variables de holgura.

$$\begin{aligned}
&x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + s_1 \leq 200\\
&2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 7x_4 + s_2 \leq 298\\
&4x_1 + 4x_2 + 5x_4 + s_3 \leq 148\\
&x_1, x_2, x_3, x_4, s_1, s_2, s_3 \geq 0
\end{aligned}$$

- **P.6:** Iguala las restricciones, y reescribimos la función objetivo.

$$\begin{aligned}
&x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + s_1 = 200\\
&2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 7x_4 + s_2 = 298\\
&4x_1 + 4x_2 + 5x_4 + s_3 = 148\\
&x_1, x_2, x_3, x_4, s_1, s_2, s_3 \geq 0
\end{aligned}$$

$$\therefore$$

$$\begin{aligned}
\text{Max} \quad & Z = 17500x_1 + 20000x_2 + 10000x_3 + 25000x_4\\
\text{s.a} \quad & x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + s_1 = 200\\
& 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 7x_4 + s_2 = 298\\
& 4x_1 + 4x_2 + 5x_4 + s_3 = 148\\
& x_1, x_2, x_3, x_4, s_1, s_2, s_3 \geq 0
\end{aligned}$$

- **P.9:** Rellenamos la tabla simplex, con las ecuaciones.

		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
C_j	**V.B**	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	1	2	2	3	1	0	0	200
0	s_2	2	4	4	7	0	1	0	298
0	s_3	4	4	0	5	0	0	1	148
	Z_j								
	$C_j - Z_j$								

- **P.10:** Calculamos Z_j.

		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
C_j	**V.B**	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	1	2	2	3	1	0	0	200
0	s_2	2	4	4	7	0	1	0	298
0	s_3	4	4	0	5	0	0	1	148
	Z_j	0	0	0	0	0	0	0	$\underline{0}$
	$C_j - Z_j$								

- **P.11:** Calculamos $C_j - Z_j$.

		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
C_j	**V.B**	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	1	2	2	3	1	0	0	200
0	s_2	2	4	4	7	0	1	0	298
0	s_3	4	4	0	5	0	0	1	148
	Z_j	0	0	0	0	0	0	0	$\underline{0}$
	$C_j - Z_j$	17500	20000	10000	25000	0	0	0	

- **P.12:** Seleccionamos la variable de entrada.

$$V_{in} = \text{columna Max}\{C_j - Z_j\} = X_{j^*} \Rightarrow V_{in} = x_4 : 25000$$

- **P.13:** Calculamos el cociente mínimo y seleccionamos la variable de salida, para elegir el pivote.

$$s_1 : \frac{200}{3} = 66{,}67 \qquad s_2 : \frac{298}{7} = 42{,}57 \qquad s_3 : \frac{148}{5} = 29{,}6$$

$$V_{out} = \text{Min}\left\{\frac{RHS}{coef_{ij^*}}\right\} = i^* \Rightarrow V_{out} = s_3 : 29{,}6$$

		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
C_j	**V.B**	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	1	2	2	3	1	0	0	200
0	s_2	2	4	4	7	0	1	0	298
0	s_3	4	4	0	5	0	0	1	148
	Z_j	0	0	0	0	0	0	0	$\underline{0}$
	$C_j - Z_j$	17500	20000	10000	25000	0	0	0	

$$\text{Pivote} = a_{i^*j^*} = a_{34} = 5$$

- **P.14:** Calculamos la nueva tabla simplex.

$$x_4 : \quad \textbf{N.E.P} = \frac{\textbf{E.P.A}}{P} \Rightarrow \frac{4 \quad 4 \quad 0 \quad 5 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 148}{5}$$

$$= \tfrac{4}{5} \quad \tfrac{4}{5} \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad \tfrac{1}{5} \quad \tfrac{148}{5}$$

$$\begin{array}{ccccccccc}
s_1 : & 1 & 2 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 200 \\
-(3) & 4/5 & 4/5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1/5 & 148/5 \\
\hline
 & -7/5 & -2/5 & 2 & 0 & 1 & 0 & -3/5 & 556/5
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc}
s_2 : & 2 & 4 & 4 & 7 & 0 & 1 & 0 & 298 \\
-(7) & 4/5 & 4/5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1/5 & 148/5 \\
\hline
 & -18/5 & -8/5 & 4 & 0 & 0 & 1 & -7/5 & 454/5
\end{array}$$

- **P.10.R y P.11.R:**

		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
C_j	**V.B**	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	-7/5	-2/5	2	0	1	0	-3/5	556/5
0	s_2	-18/5	-8/5	4	0	0	1	-7/5	454/5
25000	x_4	4/5	4/5	0	1	0	0	1/5	148/5
	Z_j	20000	20000	0	25000	0	0	5000	740000
	$C_j - Z_j$	-2500	0	10000	0	0	0	-5000	

- **P.12.R:**

$$V_{in} = \text{columna Max}\{C_j - Z_j\} = X_{j^*} \Rightarrow V_{in} = x_3 : 10000$$

- **P.13.R:**

$$s_1 : \frac{556/5}{2} = 55{,}6 \qquad s_2 : \frac{454/5}{4} = 22{,}7 \qquad x_4 : \frac{148/5}{0} = -$$

$$V_{out} = \text{Min}\left\{\frac{RHS}{coef_{ij^*}}\right\} = i^* \Rightarrow V_{out} = s_2 : 22{,}7$$

		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
C_j	**V.B**	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	-7/5	-2/5	2	0	1	0	-3/5	556/5
0	s_2	-18/5	-8/5	4	0	0	1	-7/5	454/5
25000	x_4	4/5	4/5	0	1	0	0	1/5	148/5
	Z_j	20000	20000	0	25000	0	0	5000	740000
	$C_j - Z_j$	-2500	0	10000	0	0	0	-5000	

$$\text{Pivote} = a_{i^*j^*} = a_{23} = 4$$

- **P.14.R:**

$$x_3 : \quad \textbf{N.E.P} = \frac{\textbf{E.P.A}}{P} \Rightarrow \frac{-18/5 \quad -8/5 \quad 4 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad -7/5 \quad 454/5}{4}$$
$$= \frac{-18}{20} \quad \frac{-8}{20} \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{-7}{20} \quad \frac{454}{20}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} s_1 : & -7/5 & -2/5 & 2 & 0 & 1 & 0 & -3/5 & 556/5 \\ -(2) & -18/20 & -8/20 & 1 & 0 & 0 & 1/4 & -7/20 & 454/20 \\ \hline & 2/5 & 2/5 & 0 & 0 & 1 & -1/2 & 1/10 & 329/5 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} x_4 : & 4/5 & 4/5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1/5 & 148/5 \\ -(0) & -18/20 & -8/20 & 1 & 0 & 0 & 1/4 & -7/20 & 454/20 \\ \hline & 4/5 & 4/5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1/5 & 148/5 \end{array}$$

- **P.10.R.R y P.11.R.R:**

		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
C_j	**V.B**	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	2/5	2/5	0	0	1	-1/2	1/10	329/5
10000	x_3	-9/10	-2/5	1	0	0	1/4	-7/20	454/20
25000	x_4	4/5	4/5	0	1	0	0	1/5	148/5
	Z_j	11000	16000	10000	25000	0	2500	1500	967000
	$C_j - Z_j$	6500	4000	0	0	0	-2500	-1500	

- **P.12.R.R:**

$$V_{in} = \text{columna Max}\{C_j - Z_j\} = X_{j^*} \Rightarrow V_{in} = x_1 : 6500$$

- **P.13.R.R:**

$$s_1 : \frac{329/5}{2/5} = 164{,}5 \qquad x_3 : \frac{454/20}{-9/10} = -25{,}2 \qquad x_4 : \frac{148/5}{4/5} = 37$$

$$V_{out} = \text{Min}\left\{\frac{RHS}{coef_{ij^*}}\right\} = i^* \Rightarrow V_{out} = x_4 : 37$$

		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
C_j	**V.B**	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	2/5	2/5	0	0	1	-1/2	1/10	329/5
10000	x_3	-9/10	-2/5	1	0	0	1/4	-7/20	454/20
25000	x_4	4/5	4/5	0	1	0	0	1/5	148/5
	Z_j	11000	16000	10000	25000	0	2500	1500	967000
	$C_j - Z_j$	6500	4000	0	0	0	-2500	-1500	

$$\text{Pivote} = a_{i^*j^*} = a_{13} = 4/5$$

- **P.14.R.R:**

$$x_1 : \quad \textbf{N.E.P} = \frac{\textbf{E.P.A}}{P} \Rightarrow \frac{4/5 \quad 4/5 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1/5 \quad 148/5}{4/5}$$

$$= \; 1 \quad 1 \quad 0 \quad \tfrac{5}{4} \quad 0 \quad 0 \quad \tfrac{1}{4} \quad \tfrac{148}{4}$$

$$\begin{array}{rcccccccc}
s_1 : & 2/5 & 2/5 & 0 & 0 & 1 & -1/2 & 1/10 & 329/5 \\
-(2/5) & 1 & 1 & 0 & 5/4 & 0 & 0 & 1/4 & 148/4 \\
\hline
 & 0 & 0 & 0 & -1/2 & 1 & -1/2 & 0 & 51
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcccccccc}
x_3 : & -9/10 & -2/5 & 1 & 0 & 0 & 1/4 & -7/20 & 454/20 \\
-(-9/10) & 1 & 1 & 0 & 5/4 & 0 & 0 & 1/4 & 148/4 \\
\hline
 & 0 & 1/2 & 1 & 9/8 & 0 & 1/4 & -1/8 & 56
\end{array}$$

- **P.10.R.R.R y P.11.R.R.R:**

		17500	20000	10000	25000	0	0	0	
C_j	**V.B**	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	0	0	0	-1/2	1	-1/2	0	51
10000	x_3	0	1/2	1	9/8	0	1/4	-1/8	56
17500	x_1	1	1	0	5/4	0	0	1/4	148/4
	Z_j	17500	22500	10000	33125	0	2500	3125	$\underline{1207500}$
	$C_j - Z_j$	0	-2500	0	-8125	0	-2500	-3125	

- **P.11.R.R.R:**
  - Si ninguno de los valores en la fila $C_j - Z_j$ es positivo, FIN.

$$C_j - Z_j \leq 0 \forall j$$

Como se cumple la condición hemos llegado a la solución óptima.

Solución:

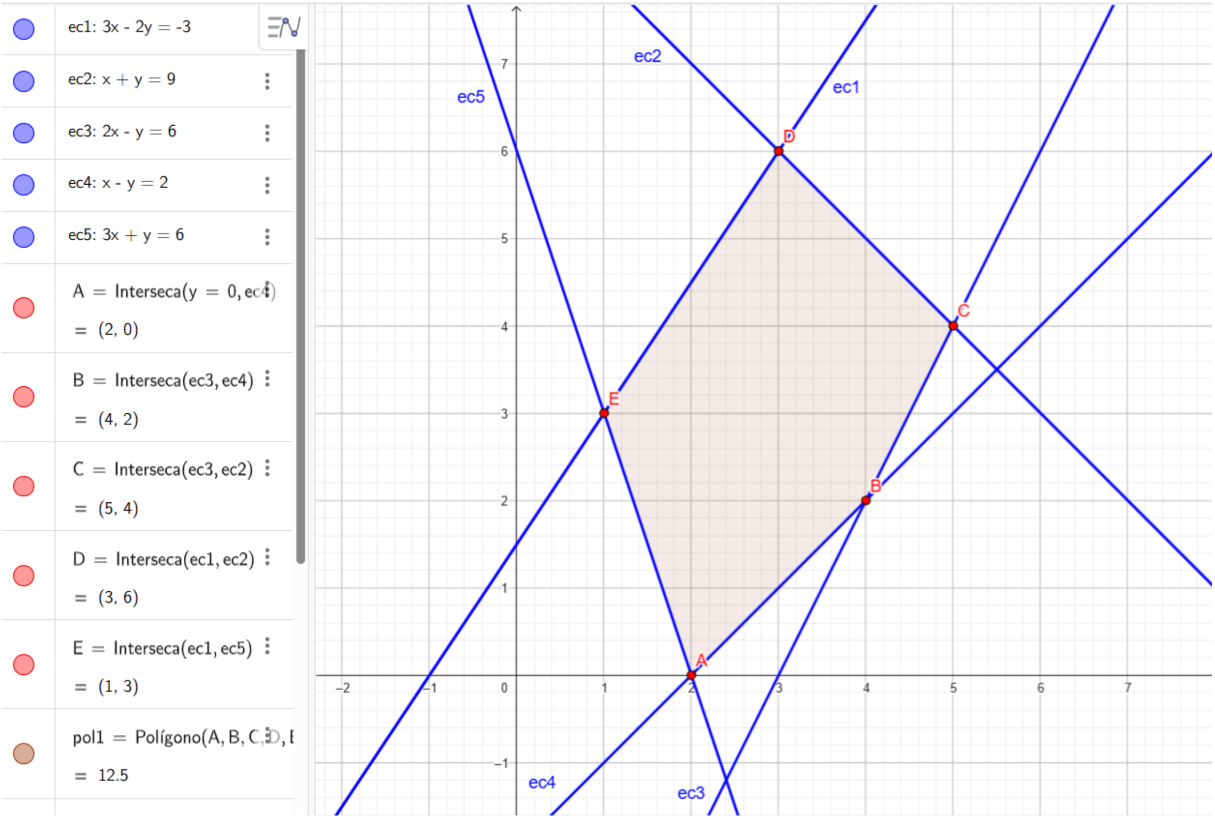
$$\begin{aligned}
x_1 &= 148/4 = 37 \\
x_2 &= 0 \\
x_3 &= 56 \\
x_4 &= 0 \\
s_1 &= 51 && \textbf{Recurso abundante} \Rightarrow \textbf{Restricción NO ACTIVA} \\
s_2 &= 0 && \textbf{Recurso escaso} \Rightarrow \textbf{Restricción ACTIVA} \\
s_3 &= 0 && \textbf{Recurso escaso} \Rightarrow \textbf{Restricción ACTIVA} \\
Z &= 1207500
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Max} \quad & Z = 17500x_1 + 20000x_2 + 10000x_3 + 25000x_4 \\
\text{s.a} \quad & x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + \leq 200 && \textbf{Restricción NO Activa} \\
& 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 7x_4 + \leq 298 && \textbf{Restricción Activa} \\
& 4x_1 + 4x_2 + 5x_4 + \leq 148 && \textbf{Restricción Activa} \\
& x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0
\end{aligned}$$

Problema 2

Encontrar la solución óptima para el siguiente modelo lineal. Utilice el Método Gráfico.

$$\begin{array}{lll}
\text{Max} & Z = 5x_1 + 2x_2 & \\
\text{s.a} & 3x_1 - 2x_2 \geq -3 & \textbf{Restricción NO ACTIVA} \\
& x_1 + x_2 \leq 9 & \textbf{Restricción ACTIVA} \\
& 2x_1 - x_2 \leq 6 & \textbf{Restricción ACTIVA} \\
& x_1 - x_2 \leq 2 & \textbf{Restricción NO ACTIVA} \\
& 3x_1 + x_2 \geq 6 & \textbf{Restricción NO ACTIVA} \\
& x_1, x_2 \geq 0 &
\end{array}$$



Vertice (x_1, x_2)	Z	
A(2, 0)	10	
B(4, 2)	24	
C(5, 4)	33	*
D(3, 6)	27	
E(1, 3)	11	

Solución Óptima:

$$x_1 = 5$$
$$x_2 = 4$$
$$Z = 33$$

Problema 3

Considere el siguiente modelo lineal.

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & Z = 4x_1 + 3x_2 \\ \text{s.a} \quad & 12x_1 + 14x_2 \leq 84 \quad (\text{Recurso } 1) \\ & 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \quad (\text{Recurso } 2) \\ & x_2 \leq 4 \quad (\text{Recurso } 3) \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

A continuación, se presenta una iteración intermedia del método simplex para el problema anterior.

		4	3	0	0	0	0
C_j	**V.B**	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	0	6	1	-4	0	12
4	x_1	1	2/3	0	1/3	0	6
0	s_3	0	1	0	0	1	4
	Z_j	4	8/3	0	4/3	0	<u>24</u>
	$C_j - Z_j$	0	1/3	0	-4/3	0	

a) ¿Es esta la iteración óptima? Explique.

No es la iteración óptima, ya que el la fila $C_j - Z_j$ hay valores positivo, lo que indica que no se ha llegado a la solución óptima.

b) Si no es óptima obtenga las siguientes iteraciones **a partir de esta** hasta alcanzar la solución óptima.

$$V_{in} = \text{columna Max}\{C_j - Z_j\} = X_{j^*} \Rightarrow V_{in} = x_2 : \frac{1}{3}$$

$$s_1 : \frac{12}{6} = 2 \qquad x_1 : \frac{6}{2/3} = 9 \qquad s_3 : \frac{4}{1} = 4$$

$$V_{out} = \text{Min}\left\{\frac{RHS}{coef_{ij^*}}\right\} = i^* \Rightarrow V_{out} = s_1 : 2$$

		4	3	0	0	0	0
C_j	**V.B**	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RHS
0	s_1	0	6	1	-4	0	12
4	x_1	1	2/3	0	1/3	0	6
0	s_3	0	1	0	0	1	4
	Z_j	4	8/3	0	4/3	0	<u>24</u>
	$C_j - Z_j$	0	1/3	0	-4/3	0	

$$\text{Pivote} = a_{i^*j^*} = a_{12} = 6$$

$$x_2: \quad \textbf{N.E.P} = \frac{\textbf{E.P.A}}{P} \Rightarrow \frac{0 \quad 6 \quad 1 \quad -4 \quad 0 \quad 12}{6}$$
$$= 0 \quad 1 \quad \tfrac{1}{6} \quad -\tfrac{2}{3} \quad 0 \quad 2$$

$$\begin{array}{rcccccc} x_1: & 1 & 2/3 & 0 & 1/3 & 0 & 6 \\ -(2/3) & 0 & 1 & 1/6 & -2/3 & 0 & 2 \\ \hline & 1 & 0 & -1/9 & 7/9 & 0 & 14/3 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccccc} s_3: & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ -(1) & 0 & 1 & 1/6 & -2/3 & 0 & 2 \\ \hline & 0 & 0 & -1/6 & 2/3 & 1 & 2 \end{array}$$

		4	3	0	0	0	0
C_j	**V.B**	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RHS
3	x_2	0	1	1/6	-2/3	0	2
4	x_1	1	0	-1/9	7/9	0	14/3
0	s_3	0	0	-1/6	2/3	1	2
	Z_j	4	3	1/18	10/9	0	24,67
	$C_j - Z_j$	0	0	-1/18	-10/9	0	

c) En la tabla óptima describa la solución, clasifique los recursos y indique los precios sombra de cada recurso.

Solución:

$x_1 = 14/3$

$x_2 = 2$

$s_1 = 0$ **Recurso escaso ⇒ Restricción ACTIVA**

$s_2 = 0$ **Recurso escaso ⇒ Restricción ACTIVA**

$s_3 = 2$ **Recurso abundante ⇒ Restricción NO ACTIVA**

$Z = 24{,}67$

$$\begin{array}{rll} \text{Max} & Z = 4x_1 + 3x_2 & \\ \text{s.a} & 12x_1 + 14x_2 \leq 84 & \textbf{Restricción ACTIVA} \\ & 3x_1 + 2x_2 \leq 18 & \textbf{Restricción ACTIVA} \\ & x_2 \leq 4 & \textbf{Restricción NO ACTIVA} \\ & x_1, x_2 \geq 0 & \end{array}$$

Precios Sombra:

$s_1 \Rightarrow 1/18 \quad s_2 \Rightarrow 10/9 \quad s_3 \Rightarrow 0$

Problema 4

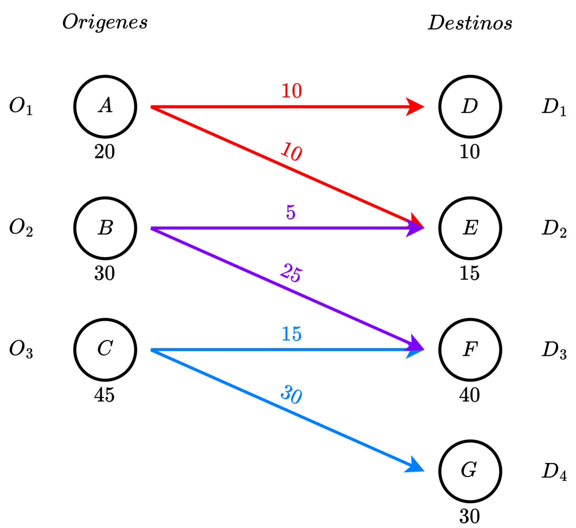
Una compañía de las instalaciones A, B y C suministran a los distribuidores D, E, F y G. Las capacidades mensuales son 20, 30 y 45 unidades, respectivamente; los requerimientos mensuales de los distribuidores son 10, 15, 40 y 30 unidades, para los distribuidores D, E, F y G; los costos unitarios de envío son los siguientes:

	D	E	F	G
A	5	10	5	0
B	5	9	5	10
C	10	10	15	5

a) Determinar una solución sub óptima utilizando Regla Noroeste.

10 $\boxed{5}$	10 $\boxed{10}$	- $\boxed{5}$	- $\boxed{0}$	~~20~~ ~~10~~ 0
- $\boxed{5}$	5 $\boxed{9}$	25 $\boxed{5}$	- $\boxed{10}$	~~30~~ ~~25~~ 0
- $\boxed{10}$	- $\boxed{10}$	15 $\boxed{15}$	30 $\boxed{5}$	~~45~~ ~~30~~ 0
~~10~~ 0	~~15~~ ~~5~~ 0	~~40~~ ~~15~~ 0	~~30~~ 0	95 / 95

b) ¿Cuánto se transporta por cada ruta?



- De A a D: 10
- De A a E: 10
- De B a E: 5
- De B a F: 25
- De C a F: 15
- De C a G: 30

$X_{11} = 10,\ X_{12} = 10,\ X_{22} = 5,\ X_{23} = 25,\ X_{33} = 15,\ X_{34} = 30$

c) ¿Cuál es el costo total de transporte que da esta solución?

$$\begin{aligned} Z &= 10 \cdot 5 + 10 \cdot 10 + 5 \cdot 9 + 25 \cdot 5 + 15 \cdot 15 + 30 \cdot 5 \\ &= 50 + 100 + 45 + 125 + 225 + 150 \\ &= 695 \end{aligned}$$

d) ¿Es óptima la solución Noroeste? Explique.

No es óptima, pues utilizando el criterio de óptimalidad, se dice:

- Si todos los costos reducidos son ≥ 0, entonces hemos llegado a la solución óptima.

Al calcular los costos reducidos, se obtiene lo siguiente:

$\boxed{5}$ 10	$\boxed{10}$ 10	$\boxed{5}$ -1 -	$\boxed{0}$ 4 -
$\boxed{5}$ 1 -	$\boxed{9}$ 5	$\boxed{5}$ 25	$\boxed{10}$ 15 -
$\boxed{10}$ -4 -	$\boxed{10}$ -9 -	$\boxed{15}$ 15	$\boxed{5}$ 30

Podemos observar que las casillas x_{13}, x_{31}, x_{32} tienen valores negativos, por lo que no hemos llegado a la solución óptima.

e) Si no es óptima realice una iteración adicional e indique cuanto mejora la nueva solución.

	$v_1 = 5$	$v_2 = 10$	$v_3 = 6$	$v_4 = -4$
$u_1 = 0$	$\boxed{5}$ 10	$\boxed{10}$ 10	$\boxed{5}$ -1 -	$\boxed{0}$ 4 -
$u_2 = -1$	$\boxed{5}$ 1 -	$\boxed{9}$ 5	$\boxed{5}$ 25	$\boxed{10}$ 15 -
$u_3 = 9$	$\boxed{10}$ -4 -	$\boxed{10}$ -9 -	$\boxed{15}$ 15	$\boxed{5}$ 30

	$v_1 = 5$	$v_2 = 10$	$v_3 = 15$	$v_4 = 5$
$u_1 = 0$	$\boxed{5}$ 10	$\boxed{10}$ 10	$\boxed{5}$ -10 -	$\boxed{0}$ -5 -
$u_2 = -10$	$\boxed{5}$ 10 -	$\boxed{9}$ 9 -	$\boxed{5}$ 30	$\boxed{10}$ 15 -
$u_3 = 0$	$\boxed{10}$ 5 -	$\boxed{10}$ 5	$\boxed{15}$ 10	$\boxed{5}$ 30

	$v_1 = 5$	$v_2 = 10$	$v_3 = 5$	$v_4 = 5$
$u_1 = 0$	$\boxed{5}$ 10	$\boxed{10}$ 0 -	$\boxed{5}$ 10	-5 - $\boxed{0}$ +
$u_2 = 0$	0 - $\boxed{5}$	-1 - $\boxed{9}$	$\boxed{5}$ 30	5 - $\boxed{10}$
$u_3 = 0$	5 - $\boxed{10}$	$\boxed{10}$ 15 +	10 - $\boxed{15}$	$\boxed{5}$ 30 -

	$v_1 = 5$	$v_2 = 5$	$v_3 = 5$	$v_4 = 0$
$u_1 = 0$	$\boxed{5}$ 10	5 - $\boxed{10}$	$\boxed{5}$ 10	$\boxed{0}$ 0
$u_2 = 0$	0 - $\boxed{5}$	4 - $\boxed{9}$	$\boxed{5}$ 30	10 - $\boxed{10}$
$u_3 = 5$	0 - $\boxed{10}$	$\boxed{10}$ 15	5 - $\boxed{15}$	$\boxed{5}$ 30

Como todos los costos reducidos son ≥ 0, entonces hemos llegado a la solución óptima.

$$
\begin{aligned}
Z &= 10 \cdot 5 + 10 \cdot 5 + 0 \cdot 0 + 30 \cdot 5 + 15 \cdot 10 + 30 \cdot 5 \\
&= 50 + 50 + 0 + 150 + 150 + 150 \\
&= 550
\end{aligned}
$$

Problema 5

Una empresa desea asignar 5 operaciones (O_i) a 5 máquinas (M_j). Los costos de las posibles asignaciones aparecen en la siguiente tabla.

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
O_1	15	16	15	14	13
O_2	36	35	34	30	29
O_3	26	25	29	22	28
O_4	20	16	25	23	15
O_5	26	28	29	24	25

Con estos datos y aplicando el método húngaro, determinar la mejor asignación posible y el costo resultante.

- **Paso 1:** Restar el menor valor de cada fila a todos los elementos de la fila.

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	
O_1	15	16	15	14	13	13
O_2	36	35	34	30	29	29
O_3	26	25	29	22	28	22
O_4	20	16	25	23	15	15
O_5	26	28	29	24	25	24

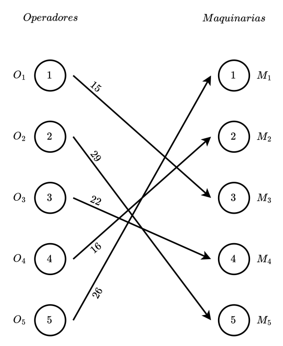
- **Paso 2:** Restar el menor valor de cada columna a todos los elementos de la columna.

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
O_1	2	3	2	1	0
O_2	7	6	5	1	0
O_3	4	3	7	0	6
O_4	5	1	10	8	0
O_5	2	4	5	0	1
	2	1	2	0	0

- **Paso 3:** Elegir los ceros de la matriz, eligiendo desde el más restrictivo (con menos ceros) hasta dejar un solo cero en cada fila y columna.

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
O_1	0	2	0	1	0
O_2	5	5	3	1	0
O_3	2	2	5	0	6
O_4	3	0	8	8	0
O_5	0	3	3	0	1

Solución óptima:



$$
\begin{aligned}
Z &= 15 + 29 + 22 + 16 + 26 \\
&= 108
\end{aligned}
$$