Roteiro de aulas - Modelos probabilísticos

Disciplina: *Probabilidade e Estatística*

Professor: André Oliveira

15 de outubro de 2025

Modelos probabilísticos

Os **modelos probabilísticos** exercem papel fundamental na caracterização e análise de fenômenos que envolvem **componentes aleatórios**, possibilitando a descrição probabilística de variáveis aleatórias e estudo do comportamento sob a perspectiva da tendência central e da variabilidade. Entre os modelos **discretos** mais relevantes, destacam-se:

- **Bernoulli**: descreve experimentos com dois resultados possíveis: sucesso ou fracasso.
- **Binomial**: representa o número de sucessos obtidos em várias repetições independentes de um experimento de Bernoulli.
- **Geométrico**: indica o número de tentativas necessárias até a ocorrência do primeiro sucesso.
- **Hipergeométrico**: aplica-se a situações de amostragem sem reposição em populações finitas.
- **Poisson**: modela a frequência de eventos raros em determinados intervalos de tempo ou espaço.

Neste tópico vamos abordar os modelos de *distribuições discretas*: **Binomial**; **Hipergeométrico** e **Poisson.**

Parâmetro

Parâmetro(s) de uma distribuição é a constante que determina (estabelece) completamente uma distribuição de probabilidade. Uma distribuição pode ser caracterizada por uma ou mais constantes.

Modelo Binomial

Um dos principais modelos discretos de probabilidade é o **modelo Binomial**. Quando existe uma **sequência de experimentos independentes** entre si, com variáveis binárias como resposta (sucesso ou fracasso), dada uma determinada probabilidade constante de sucesso, pode-se obter a probabilidade de ocorrência de sucessos através da **distribuição binomial**. A distribuição binomial, que resulta da execução de ensaios independentes. Em muitas situações práticas há o interesse em saber da **presença (ou ausência)** de um atributo. Este modelo pode ser adotado em amostragem **com reposição.**

Os modelos probabilísticos discretos são amplamente aplicados em diversas áreas da informática para representar situações em que os resultados possíveis são contáveis e bem definidos. Tais modelos permitem analisar probabilisticamente o comportamento de sistemas, *softwares* e dispositivos sob condições de incerteza, fornecendo subsídios para avaliação de desempenho, confiabilidade e segurança.

Exemplos

- Cinco servidores são implantados em uma rede, e após 20 dias verifica-se quantos permaneceram operando sem falhas; $X = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$
- Três *softwares* são instalados em diferentes estações de trabalho, e observa-se quantos executam corretamente após a instalação; $X = \{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$
- Dois sistemas de detecção de ameaças são expostos a um novo tipo de *malware*, e observa-se se cada um foi capaz de identificá-lo ou falhou na detecção; $X = \{0,\ 1,\ 2\}$
- Verificar quantos de dois insetos submetidos à uma nova molécula morreram após dois dias de exposição. $X = \{0,\ 1,\ 2\}$

Função de probabilidade $(f.p)$

$P(X = x) = \binom{n}{x}.p^x.(1-p)^{(n-x)},\ para\ x\ \in \{0,\ 1,\ 2, \ldots n\}$, em que n e p são os parâmetros da distribuição binomial. A expressão $\binom{n}{x} = C_{n,p} = \frac{n!}{n!.(n-p)!}$

Tabela 01: Modelo Binomial.

Parâmetros	$n,\ p$
Nomenclatura	$X \sim Binomial(n,\ p)$
Média	$\mu_x = n \cdot p$
Variância	$\sigma_x^2 = n \cdot p \cdot (1-p)$
Desvio-padrão	$\sigma_x = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

Exemplo

Um sistema *antivírus* identifica e bloqueia um tipo específico de *malware* com probabilidade de 80% a cada tentativa de invasão. **Quatro** tentativas de infecção ocorrem de forma **independente**, e, ao final, observa-se quantas foram detectadas e bloqueadas com sucesso pelo *antivírus*. Seja X a variável aleatória que representa o número de **invasões bloqueadas** na amostra.

- A variável aleatória X pode assumir $X = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$
- Parâmetros $n = 4$, e $p = 80\% = \dfrac{80}{100} = \dfrac{4}{5}$.
- $X \sim Binomial\left(4,\ \dfrac{4}{5}\right)$

$$P(X = x) = \binom{4}{x}.\left(\frac{4}{5}\right)^{x}.\left(1 - \frac{4}{5}\right)^{(4-0)},\ para\ x\ \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

A partir da $(f.p)$ pode-se predizer probabilisticamente os pontos da variável X.

$$P(X = 0) = \binom{4}{0}.\left(\frac{4}{5}\right)^{0}.\left(1 - \frac{4}{5}\right)^{(4-0)} = \frac{1}{625} = 0,16\%$$

$$P(X = 1) = \binom{4}{1}.\left(\frac{4}{5}\right)^{1}.\left(1 - \frac{4}{5}\right)^{(4-1)} = \frac{16}{625} = 2,56\%$$

$$P(X = 2) = \binom{4}{2}.\left(\frac{4}{5}\right)^{2}.\left(1 - \frac{4}{5}\right)^{(4-2)} = \frac{96}{625} = 15,36\%$$

$$P(X = 3) = \binom{4}{3}.\left(\frac{4}{5}\right)^{3}.\left(1 - \frac{4}{5}\right)^{(4-3)} = \frac{256}{625} = 40,96\%$$

$$P(X = 4) = \binom{4}{4}.\left(\frac{4}{5}\right)^{4}.\left(1 - \frac{4}{5}\right)^{(4-4)} = \frac{256}{625} = 40,96\%$$

Tabela 01: Distribuição de probabilidade para a variável aleatória X

X	0	1	2	3	4	Total
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{625}$	$\frac{16}{625}$	$\frac{96}{625}$	$\frac{256}{625}$	$\frac{256}{625}$	$1,00$

$$\mu_x = n.p = 4 \times \left(\frac{4}{5}\right) = 3,20\ \ bloqueios$$

$$\sigma_x{}^2 = n.p.(1 - p) = 4 \times \left(\frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{1}{5}\right) = 0,64\ \ (bloqueios)^2$$

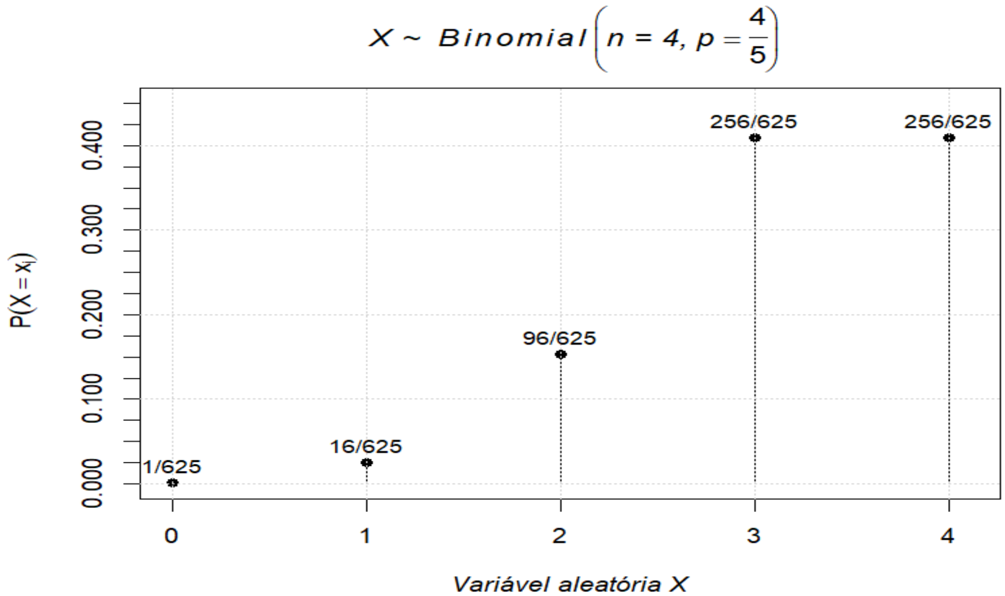


Figura 1: Gráfico da distribuição de probabilidade da variável aleatória X

Comentários sobre a variável aleatória X.

O valor esperado da variável aleatória X é μ_x= 3,20 *bloqueios* com variância de ${\sigma_x}^2 = 0,64$ $(bloqueios)^2$

c) Calcule $P(X > 1)$. Resposta: $P(X > 1) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)] = \dfrac{608}{625} = 97,28\%$

d) Calcule $P(X < 3)$. Resposta: $P(X < 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \dfrac{113}{625} = 18,08\%$

Modelo Hipergeométrico

A distribuição hipergeométrica ocorre quando amostramos sem reposição de uma população finita de tamanho T, em que cada elemento possui ou não uma característica de interesse. Digamos que um conjunto contendo T elementos dos quais somente N destes elementos tem uma certa característica de interesse. Assim fica determinado que o complemento $T - N$ não tem a característica de interesse. Considere que dos T elementos é retirada uma amostra, ao acaso, sem reposição de tamanho n com a restrição de $n \leq T$. Define-se a variável aleatória X como sendo o número de elementos da amostra retirada que tem a característica de interesse, neste caso, diremos que a variável aleatória X tem distribuição hipergeométrica com parâmetros T, N e n.

Exemplos de variáveis aleatórias que podem sem modeladas supondo a distribuição hipergeométrica.

- Uma amostragem aleatória **sem reposição** de 5 arquivos foi realizada em um diretório que contém exatamente 4 arquivos infectados e 9 arquivos limpos (sem vírus). Seja Y a variável aleatória que representa o número de arquivos limpos selecionados; **Parâmetros:** $T = 13$; $N = 9$; $n = 5$.

- Uma amostragem aleatória **sem reposição** de 5 roteadores foi realizada em um laboratório contendo exatamente 8 roteadores novos e 12 roteadores usados. Seja X a variável aleatória que representa o número de roteadores novos selecionados; **Parâmetros:** $T = 20;\ N = 8;\ n = 5.$

- Uma amostragem **sem reposição** de 20 usuários foi realizada em uma plataforma que possui exatamente 40 usuários com autenticação de dois fatores ativada e 60 usuários sem autenticação ativada. Seja Z a variável aleatória que representa o número de usuários com autenticação de dois fatores ativada na amostra. **Parâmetros:** $T = 100;\ N = 40;\ n = 20.$

Função de probabilidade $(f.p)$

$$P(X = x) = \frac{\binom{N}{x}\binom{T-N}{n-x}}{\binom{T}{n}},\ x\ inteiro\ tal\ que\ max(0, n-(T-N)) \leq x \leq min(n, N)$$

Tabela 02: Modelo Hipergeométrico

Parâmetros	T, N, n, em que $0 \leq x \leq N$ e $0 \leq n - x \leq T - N$
Nomenclatura	$X \sim$ Hipergeométrico$(T,\ N,\ n)$
Média	$\mu_x = n.\left(\dfrac{N}{T}\right)$
Variância	$\sigma_x^2 = n.\,p.\,(1-p)\,.\left(\dfrac{T-n}{T-1}\right)$, em que $p = \dfrac{N}{T}$
Desvio-padrão	$\sigma_x = \sqrt{n.\,p\,.(1-p)\,.\left(\dfrac{T-n}{T-1}\right)}$

Exemplo

Em um laboratório de redes, realizou-se uma amostragem aleatória **sem reposição** de **cinco** roteadores, escolhidos de um conjunto que contém oito roteadores novos e doze usados. A variável aleatória Y representa o número de roteadores **novos** selecionados na amostra.

- A variável aleatória Y pode assumir $Y = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4, 5\}$
- Parâmetros $n = 5$, e $T = 20,\ N = 8$

A partir da $(f.p)$ pode-se predizer probabilisticamente os pontos da variável Y.

$$P(Y = y) = \frac{\binom{N}{y}.\binom{T-N}{n-y}}{\binom{T}{n}}$$

Tabela 03: Distribuição de probabilidade da variável aleatória Y

Valor de Y	**P(Y = y)**	**Valor decimal aproximado**
$P(Y=0) =$	$\dfrac{\binom{8}{0}\times\binom{12}{5}}{\binom{20}{5}} = \dfrac{792}{15504}$	0,0511
$P(Y=1) =$	$\dfrac{\binom{8}{1}\times\binom{12}{4}}{\binom{20}{5}} = \dfrac{3960}{15504}$	0,2554
$P(Y=2) =$	$\dfrac{\binom{8}{2}\times\binom{12}{3}}{\binom{20}{5}} = \dfrac{6160}{15504}$	0,3973
$P(Y=3) =$	$\dfrac{\binom{8}{3}\times\binom{12}{2}}{\binom{20}{5}} = \dfrac{3696}{15504}$	0,2384
$P(Y=4) =$	$\dfrac{\binom{8}{4}\times\binom{12}{1}}{\binom{20}{5}} = \dfrac{840}{15504}$	0,0542
$P(Y=5) =$	$\dfrac{\binom{8}{5}\times\binom{12}{0}}{\binom{20}{5}} = \dfrac{56}{15504}$	0,0036

$$\mu_y = n.p = 5\times\left(\frac{8}{20}\right) = 2,00 \quad \textit{roteadores novos}$$

$$\sigma_y{}^2 = n.p.(1-p).\left(\frac{T-n}{T-1}\right) = 5\times\left(\frac{8}{20}\right)\times\left(\frac{12}{20}\right)\times\left(\frac{20-5}{20-1}\right) = 0,95 \quad (\textit{roteadores novos})^2$$

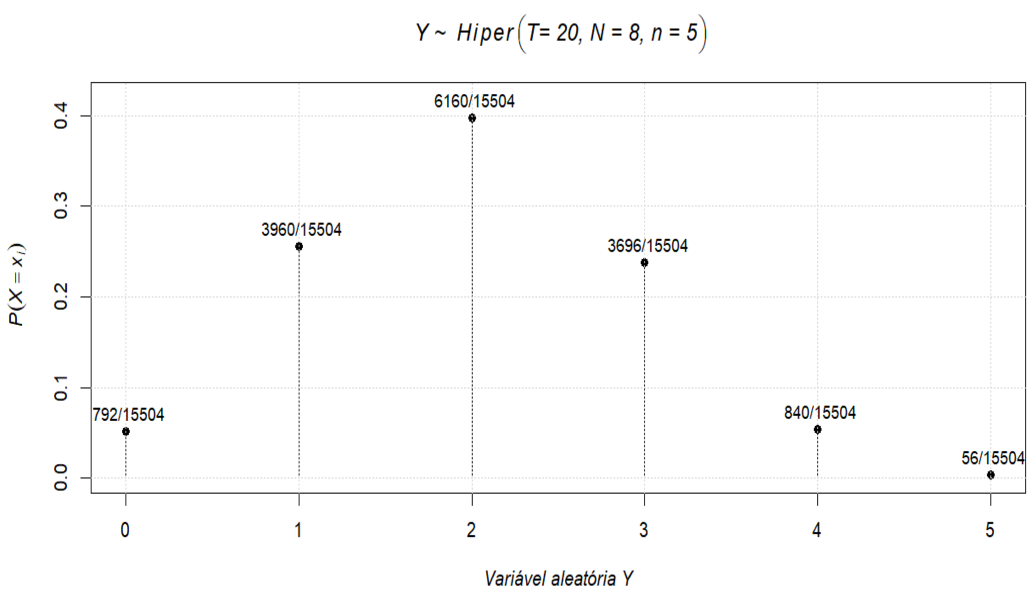


Figura 2: Gráfico da distribuição de probabilidade da variável aleatória Y

Comentários sobre a variável aleatória Y.

O valor esperado da variável aleatória Y é $\mu_y = 2,00$ *roteadores novos* com variância de ${\sigma_y}^2 = 0,95$ $(roteadores\ novos)^2$

c) Calcule $P(Y > 3)$. Resposta: $P(Y > 3) = P(Y = 4) + P(Y = 5) = \dfrac{896}{15504} \approx 5,78\%$

d) Calcule $P(Y < 2)$. Resposta: $P(Y < 2) = P(Y = 0) + P(Y = 1) = \dfrac{4752}{15504} \approx 30,65\%$

Modelo Poisson

Outro modelo discreto de probabilidade é o modelo *Poisson*. Uma variável aleatória X que representa a ocorrência de um certo número de eventos em um **intervalo de tempo**, **numa área**, **num volume**, **num comprimento** ou **espaço fixado**, quando estes eventos ocorrem no intervalo com uma taxa média conhecida, fixa e constante e de forma independente desde a ocorrência do último evento possui distribuição Poisson. É comum encontrarmos problemas em que o número de ocorrência de determinado evento é obtido a partir da distribuição *Poisson* com uma taxa.

São exemplos de dados discretos que podem ser modelados pela distribuição.

- Número de incidentes de segurança (tentativas de invasão) registrados por dia; $X = \{0,\ 1,\ 2,\ 3, \cdots\}$
- Número de mensagens enviadas em um canal de *chat* **por hora**; $X = \{0,\ 1,\ 2,\ 3, \cdots\}$
- Número de requisições recebidas por um servidor *web* **por segundo**; $X = \{0,\ 1,\ 2,\ 3, \cdots\}$
- Número de tentativas de *login* em um sistema **por minuto**; $X = \{0,\ 1,\ 2,\ 3, \cdots\}$
- Número de *downloads* de um aplicativo **por hora**; $X = \{0,\ 1,\ 2,\ 3, \cdots\}$
- Número de cliques em anúncios de um *site* **por minuto**; $X = \{0,\ 1,\ 2,\ 3, \cdots\}$

Função de probabilidade $(f.p)$

$P(X = x) = \dfrac{e^{-\lambda}\ .\ \lambda^x}{x!}$, $para\ x\ \in \{0, 1, 2, ...\}$, e é a constante de Euler ($e \approx 2{,}718$).

Tabela 03: Modelo de *Poisson*

Parâmetro	$\lambda > 0$
Nomenclatura	$X \sim \text{Poisson}(\lambda)$
Média	$\mu_x = \lambda$
Variância	$\sigma_x^2 = \lambda$
Desvio-padrão	$\sigma_x = \sqrt{\lambda}$

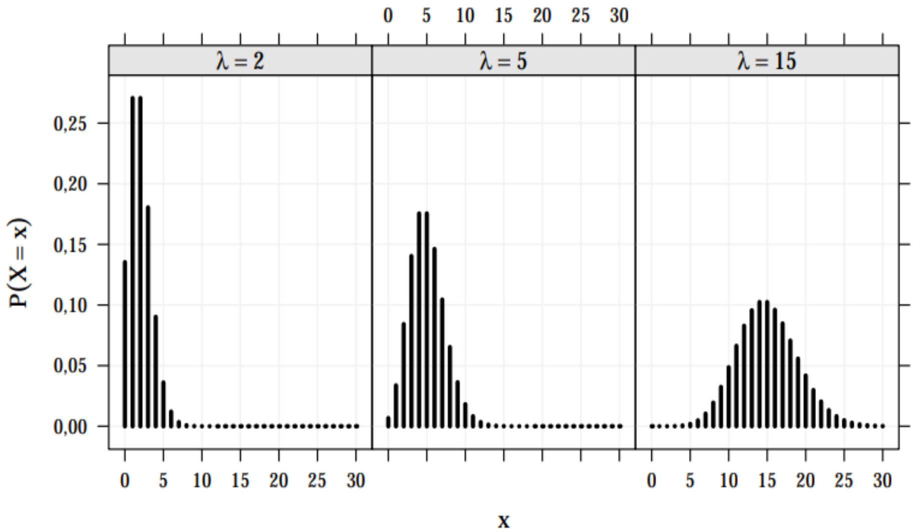


Figura 3: Gráficos das distribuições de probabilidade variando o parâmetro da distribuição de Poisson

Observe que para $\lambda = 15$ a distribuição de Poisson é simétrica.

Exemplo

Suponha que, em uma empresa de tecnologia, o número de incidentes de segurança (tentativas de invasão) registrados por mês seja uma variável aleatória com média de 10 incidentes **por mês**. Seja X a variável aleatória número de incidentes registrados **por mês**. Calcule a probabilidade de ocorrer 5 tentativas de invasão em um dado mês.

- A variável aleatória X pode assumir $X = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4, 5, \cdots\}$
- Parâmetro $\lambda = 10$ tentativas de invasão por mês.

A partir da $(f.p)$ pode-se predizer probabilisticamente os pontos da variável X.

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\ .\ \lambda^{x}}{x!}$$

$$P(X = 5) = \frac{e^{-10}\ .\ 10^{5}}{5!} \approx 3,78\%$$

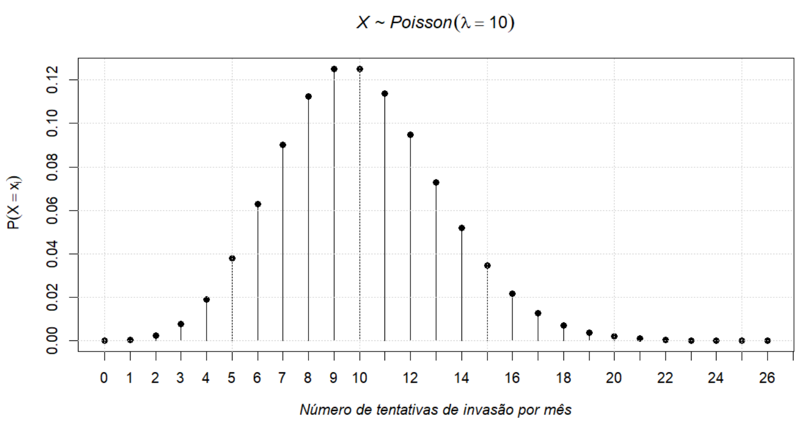


Figura 4: Distribuição de probabilidade do modelo de Poisson com média de 10 tentativas de invasão por dia.

b) Calcule a probabilidade de ocorrer 8 **tentativas** de invasão no período de **15 dias.**

- A média de $\lambda = 10$ por mês.
- Por uma proporção simples conclui-se que $\lambda = 5$ no período de 15 dias.

$$P(X = 8) = \frac{e^{-5}\ .\ 5^{8}}{8!} \approx 6,53\%$$

c) Calcule a probabilidade de ocorrer 2 tentativas de invasão em um dado mês.
$$P(X = 2) = \frac{e^{-10}\ .\ 10^{2}}{2!} \approx 0,227\%$$

d) Calcule a probabilidade de ocorrer **pelo menos** 3 **tentativas de invasão** em um dado mês. Resposta: $P(X \geq 3) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)] \approx 99,72\%$

e) Calcule a probabilidade de ocorrer **menos de** 3 **tentativas de invasão** em um dado mês. Resposta: $P(X < 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) \approx 0,277\%$

Modelo Normal

Uma função é considerada uma função densidade probabilidade (f.d.p) se.

- $f(x) \geq 0$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\ dx = 1$

Neste tópico vamos abordar a **distribuição normal** de probabilidade que é uma das mais conhecidas e uma das mais usadas na ciência. É um modelo para uma variável aleatória contínua e é um modelo simétrico.

Função de probabilidade $(f.d.p)$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}}\ .\ e^{-\frac{1}{2}.\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2}\ ,\ -\infty < x < +\infty$$

Tabela 04: Modelo Normal (modelo simétrico)

Parâmetros	$\mu_x \in \mathbb{R},\ \sigma_x > 0$
Nomenclatura	$X \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$
Média	μ_x
Variância	σ_x^2
Desvio-padrão	σ_x
Transformação	$Z = \dfrac{X - \mu_x}{\sigma_x}$

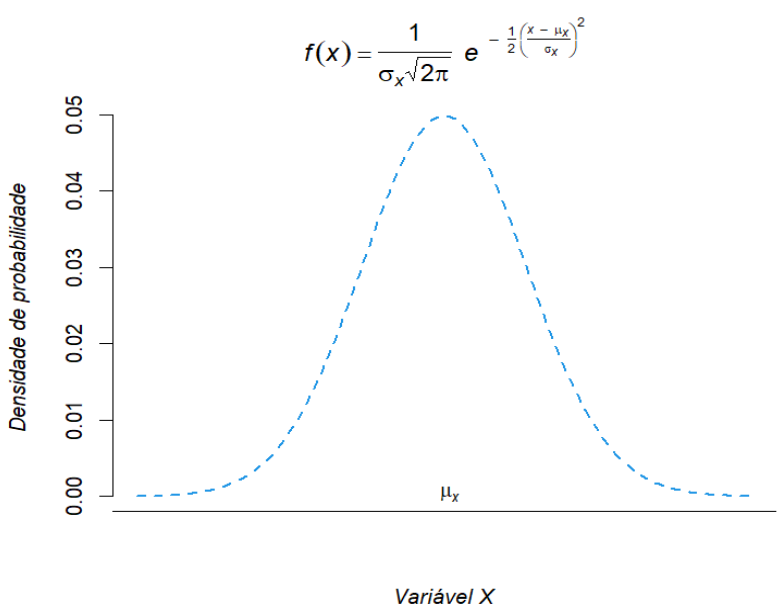


Figura 5: Função densidade de probabilidade do modelo normal.

Nesta distribuição a probabilidade é calculada para um **intervalo** e não para um ponto amostral. Usando a variável Z padronizada $Z = \dfrac{X - \mu_x}{\sigma_x}$ a área pode ser obtida pela tabela da curva **normal** padrão disponibilizada previamente.

Exemplo

O setor de suporte técnico de uma empresa de TI monitora o tempo (em minutos) necessário para resolver chamados de clientes. Após diversas observações e estudos, constatou-se que esse tempo tem uma distribuição normal com média $40min.$ e *desvio-padrão* 8 min. Calcular a probabilidade do tempo para resolver uma chamada superar **54 min.**

Com o pressuposto de que o tempo (X) tem distribuição normal $X \sim N(\mu_x = 40, \sigma_x^2 = 8^2)$. .
A área pintada de laranja no gráfico abaixo é o valor da probabilidade $P(X > 54)$.

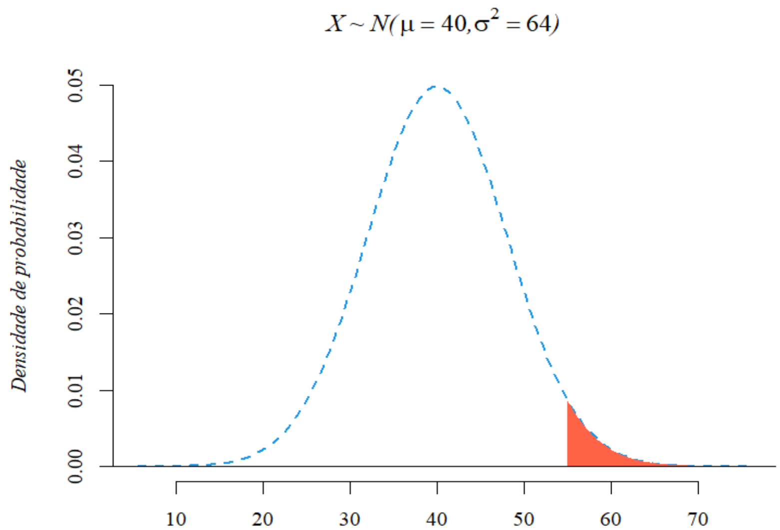
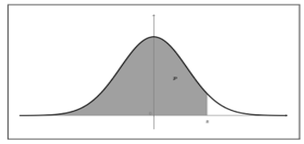


Figura 6: Função densidade de probabilidade do modelo normal.

O Cálculo desta área pode ser obtido usando a padronização abaixo. $Z = \dfrac{X - \mu_x}{\sigma_x} = \dfrac{54 - 40}{8} = 1,75.$

Assim, $P(X > 54) = P(Z > 1,75) = 1 - 0,9599 = 4,01\%.$

Tabela da distribuição acumulada da normal padrão
$p = P(Z \leq z)$



Casa inteira e 1a.decimal	2a. casa decimal 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817

Figura 7: Fragmento da tabela acumulada da normal padronizada (Z)..

Embora a tabela acima forneça a probabilidade de Z ser menor ou igual a 1,75, o que buscamos é . a probabilidade de Z ser maior que 1,75. Assim, $P(Z > 1{,}75) = 1 - 0{,}9599 = 0{,}0401 \approx 4{,}01\%$.

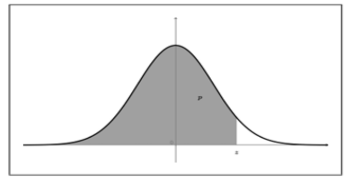
Comentários sobre este exercício

Assumindo que o tempo necessário para resolver chamados de clientes segue uma distribuição normal com média 40 minutos e variância 64 minutos ao quadrado, a probabilidade de que algum cliente tenha um tempo de atendimento superior a 54 minutos é de aproximadamente **4,01%.**

Exemplo de uso da tabela

Calcule o valor de P(Z $>$ 1,25).

Tabela da distribuição acumulada da normal padrão
$p = \mathrm{P}(Z \leq z)$



Casa inteira e 1a.decimal	2a. casa decimal									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441

Figura 8: Fragmento da tabela acumulada da normal padronizada (Z).

Comentários sobre este exercício

Embora a tabela acima forneça a probabilidade de Z ser menor ou igual a 1,25, o que buscamos é a probabilidade de Z ser maior que 1,25. Assim P(Z $>$ 1,25)= 1 - 0,8944 = 0,1056 $\approx$10,56%.

Existem diversas tabelas que podem ser utilizadas para calcular áreas, ou seja, não há apenas um único método ou tabela para obtê-las.

Listas de Exercícios

1) Consulte uma tabela Z e obtenha as probabilidades abaixo.

a) $P(Z > 2,00)$. Resposta: $P(Z > 2,00) \approx$ 2,28%
b) $P(Z < 1,96)$. Resposta: $P(Z > 2,00) \approx$ 97,50%
c) $P(Z < 2,58)$. Resposta: $P(Z > 2,00) \approx$ 99,51%
d) $P(-1,25 < Z < 1,96)$. Resposta: $P(-1,25 < Z < 1,96) \approx$ 86,94%

2) A quantidade (X) de memória RAM utilizada por aplicativos de um servidor durante testes apresentou **distribuição normal**, com média $\mu_x = 120\ MB$ e *desvio-padrão* $\sigma_x = 10\ MB$.

a) Qual é a probabilidade de que a memória RAM utilizada por aplicativos de um servidor seja superior a 115 MB?

- $P(X > 115) = P\left(Z > \frac{115-120}{10}\right) = P(Z > -0,50) \approx 69,15\%$

b) Considerando que, para garantir desempenho adequado, um aplicativo deve consumir entre 112 MB e 140 MB, qual é a probabilidade de um aplicativo atender a essa condição?

- $P(112 < X < 140) = P\left(\frac{112-120}{10} < Z < \frac{140-120}{10}\right) = P(-0,80 < Z < 2,00) \approx 76,54\%$

c) Em um conjunto de 450 aplicativos testados, qual é o número esperado de aplicativos que consome memória dentro do intervalo considerado adequado (112 a 140 MB)?

- Número esperado $= 450 \times 0,7654 \approx 344,00$ *aplicativos*.

Referências

[1] DEVORE, Jay L. *Probabilidade e Estatística para Engenharia e Ciências*. Tradução da 9ª edição norte-americana. São Paulo: Cengage Learning Brasil, 2018.

[2] FERREIRA, D. F. *Estatística Básica*. 2. ed. Lavras: Ed. UFLA, 2009.

[3] FERREIRA, Daniel Furtado. *Fundamentos de Probabilidade*. Lavras: Editora UFLA, 2020.

[4] MAGALHÃES, M. N. *Probabilidade e Variáveis Aleatórias*. 2ª ed. São Paulo: Edusp, 2006.

[5] MAGALHÃES, M. N.; LIMA, A. C. P. *Noções de Probabilidade e Estatística*. 6ª ed. São Paulo: USP, 2006.

[6] MEYER, Paul L. *Probabilidade: Aplicações à Estatística*. Rio de Janeiro: Grupo GEN, 2010.

[7] MORETTIN, Luiz Gonzaga. *Estatística Básica: Probabilidade e Inferência*. São Paulo: Pearson, 2010.

[8] MORETTIN, Pedro A. *Estatística Básica*. Rio de Janeiro: Grupo GEN, 2023.