## Wyszukiwanie wzorca w tekście (1)

drinż. Marcin Ciura mgc@agh.edu.pl

Wydział Informatyki, Akademia Górniczo-Hutnicza

#### Plan wykładu

- · Zasady wyzwań
- Definicje
- Algorytm naiwny
- Funkcja Z
- · Algorytm Boyera-Moore'a
- · Algorytm Knutha-Morrisa-Pratta
- · Algorytm Karpa-Rabina

Zasady wyzwań

#### Wyzwania

Wyzwanie to taki problem, który się nie mieści na wykładzie, a jest ciekawy

Te osoby, które rozwiążą najwięcej wyzwań, dostaną nagrody

#### Zasady rozwiązywania wyzwań

- 1. Nie muszę chodzić na zajęcia ścieżki algorytmicznej
- 2. Nawet nie muszę studiować informatyki :-)
- 3. Mogę rozmawiać z innymi osobami o tym, jak rozwiązać wyzwanie
- 4. Jeśli rozmowa z jakąś osobą pomoże mi rozwiązać wyzwanie, to napiszę w rozwiązaniu imię i nazwisko tej osoby
- 5. Jeśli rozmowa ze sztuczną inteligencją pomoże mi rozwiązać wyzwanie, to zamieszczę w rozwiązaniu treść tej rozmowy
- Zapiszę rozwiązanie w prywatnym repozytorium na GitHubie i zaproszę użytkownika MarcinCiura do tego repozytorium
- Zgłoszę, że rozwiązałem wyzwanie, do ostatniej niedzieli przed 7. wykładem

# Definicje

#### Definicje

- Alfabet skończony zbiór symboli czyli znaków
- Łańcuch znaków, krócej łańcuch każdy skończony ciąg znaków
- Długość łańcucha liczba znaków w tym łańcuchu. Oznaczam długość łańcucha, otaczając ten łańcuch kreskami pionowymi. Na przykład  $|{\rm Ala\_ma\_kota}|=11$

#### Definicje

- Łańcuch pusty łańcuch o długości zero
- Prefiks łańcucha s każdy łańcuch s[:i], gdzie  $0 \le i \le |s|$
- Sufiks łańcucha s każdy łańcuch s[i:], gdzie  $0 \le i \le |s|$
- Prefiks/sufiks właściwy taki prefiks/sufiks, który nie jest łańcuchem pustym
- Podłańcuch łańcucha s każdy łańcuch s[i:j], gdzie  $0 \le i \le j \le |s|$

#### Wyszukiwanie wzorca w tekście

Dane są dwa łańcuchy: wzorzec i tekst. Nazywam 2 zmienne, które przechowują te 2 łańcuchy, odpowiednio: pat i text

Chcę znaleźć wszystkie wystąpienia wzorca w tekście, czyli wszystkie takie pozycje i w tekście, że podłańcuch tekstu, który zaczyna się na pozycji i, jest równy wzorcowi

Innymi słowy chcę znaleźć wszystkie takie pozycje i, że slices. Equal(text[i:i+len(pat)], pat)

Różne wystąpienia wzorca w tekście mogą się nakładać

Algorytm naiwny

#### Algorytm naiwny

```
Najpierw porównuję ze wzorcem pat wycinek text[0:len(pat)]

Potem porównuję ze wzorcem pat kolejne wycinki text[i:i+len(pat)]
tak długo, dopóki i + len(pat) <= len(text)

Jeśli te 2 wycinki są równe, to podaję, że wzorzec pat występuje w tekście text od pozycji i
```

#### Algorytm naiwny

Kiedy porównuję wycinek s ze wzorcem pat, kolejno porównuję odpowiednie znaki wycinka s i wzorca pat tak długo, aż:

- znajdę 2 różne znaki s[j] != pat[j]
- · lub dojdę do końca wzorca pat

Te 2 przypadki oznaczają odpowednio, że:

- · wycinek s i wzorzec pat są różne
- wycinek s i wzorzec pat są równe

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

dźwiedź

dźwiedź

```
{\tt To\_nied\'zwied\'z\_czy\_mo\dot{z}e\_d\'zwied\'z?\_Chyba\_nie\_d\'zwied\'z.}
```

dźwiedź

dźwiedź

<mark>d</mark>źwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

porównań znaków: 12

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
 dźwiedź
   dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
      dźwiedź
```

22

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
 dźwiedź
  dźwiedź
   dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
      dźwiedź
       dźwiedź
porównań znaków: 14
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź
  dźwiedź
   dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
      dźwiedź
       dźwiedź
porównań znaków: 15
```

### dźwiedź To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź. dźwiedź porównań znaków: 16

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
      dźwiedź
       dźwiedź
porównań znaków: 17
```

porównań znaków: 18

### dźwiedź To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź. dźwiedź dźwiedź

porównań znaków: 19

### dźwiedź To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź. dźwiedź dźwiedź

porównań znaków: 20

### dźwiedź To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź. dźwiedź dźwiedź

porównań znaków: 21

### dźwiedź To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź. dźwiedź dźwiedź

porównań znaków: 22

### dźwiedź To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź. dźwiedź dźwiedź

porównań znaków: 23

# dźwiedź To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź. dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

# To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź. dźwiedź dźwiedź

porównań znaków: 24

dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź

### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź
```

porównań znaków: 25

dźwiedź dźwiedź

### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
```

### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
```

### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
```

### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
```

### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 38
```

40

### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
```

### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 34
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 35
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 36
```

### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
```

### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 39
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 40
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 41
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 42
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 43
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 44
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 45
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 46
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 47
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 48
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 49
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 50
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 51
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 52
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 53
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 54
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 55
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 56
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 57
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 58
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 59
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 60
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 61
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 62
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 63
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 64
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 65
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 66
```

AAAAAAAAAAAAAAAAA

### AAAAAAAAAAAAAAAAA

**B**BBBB

### AAAAAAAAAAAAAAAAA

**B**BBBB

BBBBB

### AAAAAAAAAAAAAAAAA

**B**BBBB

**B**BBBB

BBBBB

### AAAAAAAAAAAAAAAAA

**B**BBBB

**B**BBBB

BBBBB

BBBBB

### AAAAAAAAAAAAAAAAA

```
BBBBB
```

BBBBB

BBBBB

BBBBB

**B**BBBB

### AAAAAAAAAAAAAAAA

#### AAAAAAAAAAAAAAAA

```
BBBBB BBBBB
BBBBB
BBBBB
BBBBB
BBBBB
BBBBB
```

#### AAAAAAAAAAAAAAAA

```
BBBB BBBB BBBBB
BBBB BBBB BBBBB
BBBB BBBBB
BBBB BBBBB
BBBB BBBBB
BBBBB BBBBB
BBBBB BBBBB
```

#### AAAAAAAAAAAAAAAA

#### AAAAAAAAAAAAAAAAA

```
BBBBB BBBBB BBBBB
BBBBB BBBBB BBBBB
BBBBB BBBBB BBBBB
BBBBB BBBBB BBBBB
BBBBB BBBBB
BBBBB BBBBB
BBBBB BBBBB
```

## Wyzwanie 1

Udowodnię, że liczba porównań, które wykonuje algorytm naiwny, nigdy nie jest mniejsza niż |text| - |pat| + 1

AAAAAAAAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAAA

 ${\sf AAAAA}$ 

AAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA

AAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAA

AAAAA

AAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAA

AAAAA

AAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAA

AAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAA

AAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAA

AAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAA

AAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAA

AAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAA

AAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAA

AAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAA

AAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA

AAAAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAA AAAAA

AAAAAAAAAAAAA

AAAAAAAAAAAAAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAAA AAAAA

AAAA AAAAA

## Wyzwanie 2

Udowodnię, że liczba porównań, które wykonuje algorytm naiwny, nigdy nie jest większa niż  $|{\tt pat}| \ (|{\tt text}| - |{\tt pat}| + 1)$ 

```
// Naive wywołuje funkcję `output(i)` dla każdego takiego
// indeksu `i`, że `slices.Equal(text[i:i+len(pat)], pat)`
func Naive(pat, text []byte, output func(int)) {
   for i := 0; i+len(pat) <= len(text); i++ {
      if slices.Equal(text[i:i+len(pat)], pat) {
         output(i)
```

```
Wywołanie funkcji
slices.Equal(text[i:i+len(pat)], pat)
można zastąpić wywołaniem funkcji
hasPrefix(text[i:], pat)
```

```
// hasPrefix zwraca `true`, jeśli
// `slices.Equal(s[:len(pat)], pat)`
func hasPrefix(s, pat []byte) bool {
   for j := 0; j < len(pat); j++ {
      if s[j] != pat[j] {
         return false
   return true
```

```
// Naive wywołuje funkcję `output(i)` dla każdego takiego
// indeksu `i`, że `slices.Equal(text[i:i+len(pat)], pat)`
func Naive(pat, text []byte, output func(int)) {
   for i := 0; i+len(pat) <= len(text); i++ {
      if hasPrefix(text[i:], pat) {
         output(i)
```

## Algorytm naiwny – podsumowanie

#### Algorytm naiwny:

- $\cdot$  korzysta z O(1) dodatkowej pamięci na zmienne  ${f i}$  i  ${f j}$
- $\cdot$  w najlepszym przypadku wykonuje O(|text|) porównań znaków
- $\cdot$  w najgorszym przypadku wykonuje  $O(|\mathsf{text}||\mathsf{pat}|)$  porównań znaków

Jak przyspieszyć algorytm naiwny?

### Jak przyspieszyć algorytm naiwny?

#### Tak można przyspieszyć algorytm naiwny:

- można w rozsądnym czasie utworzyć pewną strukturę danych D na podstawie wzorca pat lub tekstu text
- jeśli odpowiadające sobie znaki wycinka tekstu text[i:] i wzorca pat są różne, to w kolejnym kroku porównać ze wzorcem pat niekoniecznie następny wycinek tekstu text[i+1:], tylko wycinek text[i+k:]
  - czyli przesunąć wzorzec pat o k pozycji
- liczba pozycji k, o które przesuniemy wzorzec, zależy od zawartości struktury danych D

#### Definicja:

Dla danego łańcucha s i pozycji k > 0

 $Z_k(s)$  oznacza długość najdłuższego takiego prefiksu łańcucha s[k:], który jest taki sam, jak pewien prefiks łańcucha s

## Przykład:

```
k 0 1 2 3 4 5 6 7

s i n d i a n i n

Z_k(s) 0 0 1 0 0 2 0
```

```
// lenOfCommonPrefix zwraca długość najdłuższego
// wspólnego prefiksu łańcuchów `s` i `t`
func lenOfCommonPrefix(s, t []byte) int {
   k := 0
   for ; k < min(len(s), len(t)); k++ {</pre>
      if s[k] != t[k] {
         return k
   return k
```

```
// SimpleZFunction zwraca wycinek. `k`-ty element tego
// wycinka jest równy długości najdłuższego takiego prefiksu
// łańcucha `s[k:]`, który jest równy pewnemu prefiksowi
// łańcucha `s`
func SimpleZFunction(s []byte) []int {
   z := make([]int, len(s))
   for k := 1; k < len(s); k++ {
      z[k] = lenOfCommonPrefix(s[k:], s)
   return z
```

```
// Preprocess zwraca wycinek. `k`-ty element tego wycinka
// jest równy długości najdłuższego takiego prefiksu
// łańcucha `s[k:]`, który jest równy pewnemu prefiksowi
// łańcucha `s'
func ZFunction(s []byte) []int {
  z := make([]int, len(s))
   1 := 0
  r := 0
   for k := 1: k < len(s): k++ {
      if k >= r {
        z[k] = lenOfCommonPrefix(s[k:], s)
        if z[k] > 0 {
            r = k + z[k]
      } else if z[k-1] >= r-k {
        z[k] = r - k + lenOfCommonPrefix(s[r:], s[r-k:])
        1 = k
        r = k + z[k]
      } else {
        z[k] = z[k-1]
      // bytes.HasPrefix(s, s[k:k+z[k]])
      // bytes.HasPrefix(s, s[1:r])
   return z
```

```
func ZFunction(s []byte) []int {
   z := make([]int, len(s))
  1 := 0
  r := 0
   for k := 1; k < len(s); k++ {
      if k \ge r
        z[k] = lenghtOfCommonPrefix(s[k:], s)
        if z[k] > 0 {
           1 = k
            r = k + z[k]
      } else if z[k-1] >= r-k {
        z[k] = r - k + lenghtOfCommonPrefix(s[r:], s[r-k:])
        1 = k
        r = k + z[k]
      } else {
        z[k] = z[k-1]
   return z
```

```
func ZFunction(s []byte) []int {
   z := make([]int, len(s))
  1 := 0
  r := 0
   for k := 1; k < len(s); k++ {
     if k \ge r {
        z[k] = lenghtOfCommonPrefix(s[k:], s)
        if z[k] > 0 {
           r = k + z[k]
     } else if z[k-1] >= r-k {
        z[k] = r - k + lenghtOfCommonPrefix(s[r:], s[r-k:])
       1 = k
        r = k + z \lceil k \rceil
     } else {
        z[k] = z[k-1]
   return z
        enapełnienie
```

```
func ZFunction(s []byte) []int {
  z := make([]int, len(s))
  1 := 0
  r := 0
  for k := 1; k < len(s); k++ {
     if k \ge r {
        z[k] = lenghtOfCommonPrefix(s[k:], s)
        if z[k] > 0 {
           r = k + z[k]
     } else if z[k-1] >= r-k {
        z[k] = r - k + lenghtOfCommonPrefix(s[r:], s[r-k:])
       1 = k
        r = k + z \lceil k \rceil
     } else {
        z[k] = z[k-1]
  return z
 niënapełnienie
     0 0
```

```
func ZFunction(s []byte) []int {
  z := make([]int, len(s))
  1 := 0
  r := 0
  for k := 1; k < len(s); k++ {
     if k \ge r {
        z[k] = lenghtOfCommonPrefix(s[k:], s)
        if z[k] > 0 {
           r = k + z[k]
     } else if z[k-1] >= r-k {
        z[k] = r - k + lenghtOfCommonPrefix(s[r:], s[r-k:])
       1 = k
        r = k + z \lceil k \rceil
     } else {
        z[k] = z[k-1]
  return z
        enapełnienie
     0
        0
```

```
func ZFunction(s []byte) []int {
  z := make([]int, len(s))
  1 := 0
  r := 0
  for k := 1; k < len(s); k++ {
     if k \ge r {
        z[k] = lenghtOfCommonPrefix(s[k:], s)
        if z[k] > 0 {
           r = k + z[k]
     } else if z[k-1] >= r-k {
        z[k] = r - k + lenghtOfCommonPrefix(s[r:], s[r-k:])
        1 = k
        r = k + z \lceil k \rceil
     } else {
        z[k] = z[k-1]
  return z
 nienapełnienie
     0
        0
```

```
func ZFunction(s []byte) []int {
  z := make([]int, len(s))
  1 := 0
  r := 0
  for k := 1; k < len(s); k++ {
     if k \ge r {
        z[k] = lenghtOfCommonPrefix(s[k:], s)
        if z[k] > 0 {
          r = k + z[k]
     } else if z[k-1] >= r-k {
        z[k] = r - k + lenghtOfCommonPrefix(s[r:], s[r-k:])
       1 = k
        r = k + z \lceil k \rceil
     } else {
        z[k] = z[k-1]
  return z
 nienapełnienie
        0 1 9 0
     0
```

```
func ZFunction(s []byte) []int {
  z := make([]int, len(s))
  1 := 0
  r := 0
  for k := 1; k < len(s); k++ {
     if k \ge r {
        z[k] = lenghtOfCommonPrefix(s[k:], s)
        if z[k] > 0 {
          r = k + z[k]
     } else if z[k-1] >= r-k {
        z[k] = r - k + lenghtOfCommonPrefix(s[r:], s[r-k:])
       1 = k
        r = k + z \lceil k \rceil
     } else {
        z[k] = z[k-1]
  return z
 nienapełnienie
        01000
     0
```

```
func ZFunction(s []byte) []int {
  z := make([]int, len(s))
  1 := 0
  r := 0
  for k := 1; k < len(s); k++ {
     if k \ge r {
        z[k] = lenghtOfCommonPrefix(s[k:], s)
        if z[k] > 0 {
           r = k + z[k]
     } else if z[k-1] >= r-k {
        z[k] = r - k + lenghtOfCommonPrefix(s[r:], s[r-k:])
        1 = k
        r = k + z \lceil k \rceil
     } else {
        z[k] = z[k-1]
  return z
 n i e n a p e ł n i e n i e
        010000
     0
```

```
func ZFunction(s []byte) []int {
  z := make([]int, len(s))
  1 := 0
  r := 0
  for k := 1; k < len(s); k++ {
     if k \ge r {
       z[k] = lenghtOfCommonPrefix(s[k:], s)
       if z[k] > 0 {
          r = k + z[k]
     } else if z[k-1] >= r-k {
       z[k] = r - k + lenghtOfCommonPrefix(s[r:], s[r-k:])
       1 = k
       r = k + z \lceil k \rceil
     } else {
       z[k] = z[k-1]
  return z
 nienapełnienie
    00100004
```

```
func ZFunction(s []byte) []int {
  z := make([]int, len(s))
  1 := 0
  r := 0
  for k := 1; k < len(s); k++ {
     if k \ge r {
       z[k] = lenghtOfCommonPrefix(s[k:], s)
       if z[k] > 0 {
          r = k + z[k]
     } else if z[k-1] >= r-k {
       z[k] = r - k + lenghtOfCommonPrefix(s[r:], s[r-k:])
       1 = k
       r = k + z \lceil k \rceil
     } else {
       z[k] = z[k-1]
  return z
 k
nienapełnienie
    001000040
```

```
func ZFunction(s []byte) []int {
  z := make([]int, len(s))
  1 := 0
  r := 0
  for k := 1; k < len(s); k++ {
     if k \ge r {
       z[k] = lenghtOfCommonPrefix(s[k:], s)
       if z[k] > 0 {
          r = k + z[k]
     } else if z[k-1] >= r-k {
       z[k] = r - k + lenghtOfCommonPrefix(s[r:], s[r-k:])
       1 = k
       r = k + z \lceil k \rceil
     } else {
       z[k] = z[k-1]
  return z
 nienapełnienie
    0010000400
```

```
func ZFunction(s []byte) []int {
  z := make([]int, len(s))
  1 := 0
  r := 0
  for k := 1; k < len(s); k++ {
     if k \ge r {
       z[k] = lenghtOfCommonPrefix(s[k:], s)
       if z[k] > 0 {
          r = k + z[k]
     } else if z[k-1] >= r-k {
       z[k] = r - k + lenghtOfCommonPrefix(s[r:], s[r-k:])
       r = k + z[k]
     } else {
       z[k] = z[k-1]
  return z
 nienapełnienie
    0010000400
```

```
func ZFunction(s []byte) []int {
   z := make([]int, len(s))
   1 := 0
  r := 0
   for k := 1; k < len(s); k++ {
      if k \ge r {
         z[k] = lenghtOfCommonPrefix(s[k:], s)
        if z[k] > 0 {
            r = k + z[k]
      } else if z[k-1] >= r-k {
         z[k] = r - k + lenghtOfCommonPrefix(s[r:], s[r-k:])
        1 = k
         r = k + z \lceil k \rceil
      } else {
         z[k] = z[k-1]
   return z
 n i e n a p e ł n i e n i e
0 0 1 0 0 0 0 4 0 0 3 0
```

```
func ZFunction(s []byte) []int {
  z := make([]int, len(s))
  1 := 0
  r := 0
  for k := 1; k < len(s); k++ {
     if k \ge r {
       z[k] = lenghtOfCommonPrefix(s[k:], s)
       if z[k] > 0 {
          r = k + z[k]
     } else if z[k-1] >= r-k {
       z[k] = r - k + lenghtOfCommonPrefix(s[r:], s[r-k:])
       1 = k
       r = k + z \lceil k \rceil
     } else {
       z[k] = z[k-1]
  return z
 nienapeł<u>nien</u>ie
    0010000400300
```

Gusfield dowodzi na stronach 9–10, że funkcja **ZFunction** zwraca poprawne wartości  $Z_k(s)$  i że ta funkcja działa w czasie liniowym względem długości łańcucha **s** 

Algorytm Boyera-Moore'a

### Robert S. Boyer



Profesor informatyki, matematyki i filozofii na Uniwersytecie Teksasu w Austin. W latach 1974–1977 wraz z J Strotherem Moore'em opracował szybki algorytm wyszukiwania wzorca w tekście.

#### **J Strother Moore**



Amerykański informatyk. Ma na pierwsze imię "J". Był wspinaczem skałkowym.

## Algorytm Boyera-Moore'a – 3 pomysły

3 pomysły na to, jak przyspieszyć algorytm naiwny:

- 1. Porównywać łańcuchy wspak
- 2. Reguła niezgodności
- 3. Reguła dobrego sufiksu

# Algorytm Boyera-Moore'a – porównywać łańcuchy wspak

Porównuję znaki łańcuchów text[i:i+len(pat)] i pat od końca

```
// backwardHasPrefix zwraca `true`, jeśli
// `slices.Equal(s[:len(pat)], pat)`
func backwardHasPrefix(s, pat []byte) bool {
   for j := len(pat) - 1; j >= 0; j-- {
      if s[j] != pat[j] {
         return false
   return true
```

```
// BackwardNaive wywołuje `output(i)` dla każdego takiego `i`,
// że `slices.Equal(text[i:i+len(pat)], pat)`
func BackwardNaive(pat, text []byte, output func(int)) {
   for i := 0; i+len(pat) <= len(text); i++ {
      if backwardHasPrefix(text[i:], pat) {
        output(i)
      }
   }
}</pre>
```

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.dźwiedź

 $To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.$ 

dźwiedź dźwiedź

```
\label{eq:czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.} $$ dźwiedź $$ dźwiedź $$
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
 dźwiedź
  dźwiedź
   dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
      dźwiedź
       dźwiedź
porównań znaków: 18
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź
  dźwiedź
   dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
      dźwiedź
       dźwiedź
porównań znaków: 19
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź
   dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
      dźwiedź
       dźwiedź
porównań znaków: 20
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
      dźwiedź
       dźwiedź
porównań znaków: 21
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
      dźwiedź
       dźwiedź
porównań znaków: 22
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź
      dźwiedź
       dźwiedź
porównań znaków: 23
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź
       dźwiedź
porównań znaków: 24
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź
       dźwiedź
porównań znaków: 25
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 26
```

## dźwiedź To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź. dźwiedź porównań znaków: 27

## dźwiedź To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź. dźwiedź porównań znaków: 28

# dźwiedź To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź. dźwiedź dźwiedź

## dźwiedź To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź. dźwiedź porównań znaków: 30

## dźwiedź To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź. dźwiedź porównań znaków: 31

## dźwiedź To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź. dźwiedź porównań znaków: 32

# dźwiedź To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź. dźwiedź dźwiedź

porównań znaków: 33

#### dźwiedź To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 34
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 35
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 36
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 37
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 38
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 39
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 40
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 41
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 42
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 43
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 44
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 45
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 46
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 47
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 48
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 49
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 50
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 51
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 52
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 53
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 54
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 55
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 56
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 57
```

dźwiedź dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 58
```

dźwiedź dźwiedź

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 59
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 60
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 61
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 62
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 63
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 64
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 65
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 66
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 67
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 68
```

### Algorytm Boyera-Moore'a – porównywać łańcuchy wspak – przykład

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 69
```

#### Algorytm Boyera-Moore'a – porównywać łańcuchy wspak – przykład

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
     dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
      dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
porównań znaków: 70
```

# Algorytm Boyera-Moore'a – porównywać łańcuchy wspak – przykład

porównań znaków: 70

```
Jeśli znak tekstu jest różny niż znak wzorca, czyli text[i] != pat[j], to przesuwam wzorzec pat w prawo tak, żeby:
```

- ostatnie wystąpienie znaku text[i] we wzorcu pat odpowiadało i-temu znakowi tekstu
- lub jeśli wzorzec pat wcale nie zawiera znaku text[i] przesuwam wzorzec pat w prawo tak, żeby zaczynał się przy i+1-szym znaku tekstu

```
// findLastOccurrences zwraca mape, która:
// + odwzorowuje wszystkie takie znaki, które występują
// w łańcuchu `s` na `k+1`, gdzie `k` to indeks ostatniego
// wystąpienia danego znaku w `s`
// + odwzorowuje wszystkie takie znaki, które nie występują
// w łańcuchu `s`. na 0
func findLastOccurrences(s []byte) map[byte]int {
   lastOccurrences := map[byte]int{}
   for k, c := range s {
      lastOccurrences[c] = k + 1
   }
   return lastOccurrences
```

```
// BoyerMooreHorspoolHasPrefix zwraca pare (R, S). R ma wartość `true`,
// jeśli `slices.Equal(text[:len(pat)], pat)`; S określa, o ile
// pozycji w prawo należy przesunąć wzorzec `pat` w następnej iteracji
// algorytmu Boyera-Moore'a
func boyerMooreHorspoolHasPrefix(
   pat, text []byte, lastOccurrences map[byte]int) (bool, int) {
   for j := len(pat) - 1; j >= 0; j-- {
      if text[i] != pat[i] {
         return false, max(j+1-last0ccurrences[text[j]], 1)
   return true, 1
```

```
// BoyerMooreHorspool wywołuje `output(i)` dla każdego takiego `i`,
// że `slices.Equal(text[i:i+len(pat)], pat)`
func BoyerMooreHorspool(pat, text []byte, output func(int)) {
   lastOccurrences := findLastOccurrences(pat)
   for i := 0; i+len(pat) <= len(text); /**/ {
      found, shift := boyerMooreHorspoolHasPrefix(
         pat, text[i:], lastOccurrences)
      if found {
         output(i)
      i += shift
```

 ${\tt To\_nied\'zwied\'z\_czy\_mo\'ze\_d\'zwied\'z?\_Chyba\_nie\_d\'zwied\'z.}$ 

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 0
```

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.dźwiedź

```
max(7-lastOccurrences['d'], 1) = 1
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 1
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź
dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 2
```

 ${\tt To\_nied} \'{z}wied\'{z}\_{\tt czy\_mo} \'{z}e\_d\'{z}wied\'{z}?\_{\tt Chyba\_nie\_d} \'{z}wied\'{z}.$ 

dźwiedź dźwiedź

d ź w i e \*
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 3

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź
dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 4
```

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 5
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
```

```
max(3-lastOccurrences['n'], 1) = 3
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 6
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
max(7-lastOccurrences['e'], 1) = 2
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 7
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 8
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 9
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 10
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 11
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 12
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 13
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
1
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 14
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
max(7-lastOccurrences[' '], 1) = 7
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 15
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
max(7-lastOccurrences['z'], 1) = 7
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 16
```

```
dźwiedź

To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
max(7-lastOccurrences['e'], 1) = 2
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 17
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 18
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 19
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 20
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 21
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 22
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 23
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
1
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 24
```

```
dźwiedź dźwiedź

To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
max(7-lastOccurrences['?'], 1) = 7
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 25
```

```
dźwiedź dźwiedź

To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
max(7-lastOccurrences[' '], 1) = 7
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 26
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
               dźwiedź
                            dźwiedź
   dźwiedź
                 dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
```

```
max(7-lastOccurrences['w'], 1) = 4
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 27
```

```
dźwiedź dźwiedź

To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwiedź

dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 28
```

```
dźwiedź dźwiedź

To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwiedź

dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 29
```

```
dźwiedź dźwiedź

To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwiedź

dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 30
```

```
dźwiedź dźwiedź

To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwiedź

dźwiedź

dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 31
```

```
dźwiedź dźwiedź

To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwiedź

dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 32
```

```
dźwiedź dźwiedź

To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwiedź

dźwiedź
```

```
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 33
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
          dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
                dźwiedź
                             dźwiedź
   dźwiedź
                  dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
1
dźwie*
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 34
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź

To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwiedź

dźwiedź

dźwiedź
```

```
max(7-lastOccurrences['.'], 1) = 7
d ź w i e *
6 7 3 4 5 0 porównań znaków: 35
```

porównań znaków: 35

### Algorytm Boyera-Moore'a – reguła dobrego sufiksu

Jeśli pewien podłańcuch tekstu text[i+1:i+k+1] i pewien sufiks wzorca pat[j+1:] są równe, a poprzedni znak tekstu jest różny od poprzedniego znaku wzorca, czyli text[i] != pat[j], to przesuwam wzorzec pat w prawo tak, żeby:

- inny podłańcuch wzorca pat[1+1:1+k+1] był równy łańcuchowi text[i+1:i+k+1], a poprzednie znaki tekstu i wzorca były różne: text[i] != pat[1]
- lub pewien prefiks wzorca pat[:1] był równy pewnemu sufiksowi łańcucha text[i+1:i+k+1]
- przy czym prefiks wzorca pat[:1] może być łańcuchem pustym wtedy przesuwam wzorzec pat w prawo tak, żeby zaczynał się przy i+1-szym znaku tekstu

Wybieram ten podpunkt, w którym przesuwam wzorzec o mniej pozycji

### Algorytm Boyera-Moore'a – reguła dobrego sufiksu

```
func simpleFindShiftOfSuffix(s []byte, i int) int {
   for k := 1; k <= i; k++ {
      if s[i-k] != s[i] &&
         slices.Equal(s[i+1:], s[i-k+1:len(s)-k]) {
         return k
   for k := i + 1; k < len(s); k++ {
      if slices.Equal(s[k:], s[:len(s)-k]) {
         return k
   return len(s)
```

xxxxxxx dźwiedź dźwiedź 1

```
xxxxxxź
dźwied<u>ź</u>
dźwied<u>ź</u>
71
```

```
xxxxxdź
dźwie<u>dź</u>
dźwie<u>dź</u>
571
```

```
xxxxedź
dźwi<u>edź</u>
dźwi<u>edź</u>
5571
```

```
xxxiedź
dźw<u>iedź</u>
dźw<u>iedź</u>
55571
```

xxwiedź

 $\text{d} \underline{\textbf{x}} \underline{\textbf{wied}} \underline{\textbf{z}}$ 

dźwiedź

xźwiedź

dźwiedź

d<u>źwiedź</u>

dźwiedź 5555571

OWOCOWO OWOCOWO

```
dźwiedź
5555571
```

```
xxxxxxo
owocowo
owocowo
21
```

dźwiedź 5555571

xxxxxwo
owoco<u>wo</u>
owoco<u>wo</u>
621

dźwiedź 5555571

xxxxowo
owoc<u>owo</u>
owoc<u>owo</u>
4621

dźwiedź 5555571

xxxcowo
owo<u>cowo</u>
owo<u>cowo</u>
44621

dźwiedź 5555571

XXOCOWO

OMOCOMO

OWOCOWO

dźwiedź

5555571

XWOCOWO

OWOCOWO

OMOCOMO

5555571 owocowo 4444621 xxxxx eeeee eeeee 5

dźwiedź

5555571 owocowo 4444621 xxxxe eeeeee eeeeee

dźwiedź

5555571 owocowo 4444621 xxxee eee<u>ee</u> eee<u>ee</u> 345

dźwiedź

dźwiedź

5555571

OWOCOWO

4444621

xxeee

ee<u>eee</u>

ee<u>eee</u>

dźwiedź

5555571

OWOCOWO

4444621

xeeee

e<u>eeee</u>

eeeee

dźwiedź

5555571

OWOCOWO

4444621

eeeee

### Algorytm Boyera-Moore'a – reguła dobrego sufiksu

```
func simpleComputeGoodSuffixes(s []byte) []int {
    r := make([]int, len(s))
    for i := range s {
        r[i] = simpleFindShiftOfSuffix(s, i)
    }
    return r
}
```

#### Wyzwanie 3

Pesymistyczna złożoność czasowa funkcji simpleComputeGoodSuffixes jest większa niż O(|pat|)

Gusfield podaje na stronach 20–21 i 31–33 takie algorytmy wypełniania tablicy dobrych sufiksów, które działają w czasie liniowym względem długości wzorca

Zapiszę co najmniej jeden z tych algorytmów w Go. Będę pamiętać o testach :-)

#### Algorytm Boyera-Moore'a

```
// boyerMooreHasPrefix zwraca parę (R, S). R ma wartość `true`,
// jeśli `slices.Equal(text[:len(pat)], pat)`; S określa,
// o ile pozycji w prawo należy przesunąć wzorzec `pat`
func boyerMooreHasPrefix(text, pat []byte,
   lastOccurrences map[byte]int, goodSuffixes []int) (bool, int) {
   for j := len(pat) - 1; j >= 0; j-- {
      if text[j] != pat[j] {
         return false, max(j+1 - last0ccurrences[text[j]],
            goodSuffixes[i])
   return true, goodSuffixes[0]
```

#### Algorytm Boyera-Moore'a

```
// BoyerMoore wywołuje `output(i)` dla każdego takiego `i`,
// że `slices.Equal(text[i:i+len(pat)], pat)`
func BoyerMoore(pat, text []byte, output func(int)) {
   lastOccurrences := findLastOccurrences(pat)
   goodSuffixes := simpleComputeGoodSuffixes(pat)
   for i := 0; i+len(pat) <= len(text); /**/ {
      found, shift := boyerMooreHasPrefix(text[i:], pat,
         lastOccurrences, goodSuffixes)
      if found {
         output(i)
      i += shift
```

# Algorytm Boyera-Moore'a – przykład

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

dźwie\* dźwiedź 6 7 3 4 5 0 5 5 5 5 5 7 1 porównań znaków:

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.dźwiedź
```

```
7-lastOccurrences['d'] = 1 goodSuffixes[6] = 1
d ź w i e * d ź w i e d ź
6 7 3 4 5 0 5 5 5 5 7 1 porównań znaków: 1
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

dźwiedź dźwiedź

dźwie\* dźwiedź 673450 555571

 ${\tt To\_nied\'zwied\'z\_czy\_mo\'ze\_d\'zwied\'z?\_Chyba\_nie\_d\'zwied\'z.}$ 

dźwiedź dźwiedź

dźwie\* dźwiedź 673450 555571

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

dźwiedź dźwiedź

dźwie\* dźwiedź 673450 555571

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź

dźwie\* dźwiedź 673450 555571

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
```

```
3-lastOccurrences['n'] = 3 goodSuffixes[2] = 5
d ź w i e * d ź w i e d ź
6 7 3 4 5 0 5 5 5 5 7 1 porównań znaków: 6
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
dźwie* dźwiedź
673450 5555571
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
dźwie* dźwiedź
673450 5555571
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
dźwie* dźwiedź
673450 5555571
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

d ź w i e \* d ź w i e d ź 6 7 3 4 5 0 5 5 5 5 5 7 1

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
d ź w i e * d ź w i e d ź
6 7 3 4 5 0 5 5 5 5 5 7 1
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
dźwie* dźwiedź
673450 5555571
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
goodSuffixes[0] = 5
d ź w i e * d ź w i e d ź
6 7 3 4 5 0 5 5 5 5 7 1 porównań znaków: 13
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
7-lastOccurrences[' '] = 7 goodSuffixes[6] = 1
d ź w i e * d ź w i e d ź
6 7 3 4 5 0 5 5 5 5 7 1 porównań znaków: 14
```

dźwiedź

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwie\* dźwiedź 673450 5555571

dźwiedź

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwiedź

dźwie\* dźwiedź 673450 5555571

dźwiedź

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

```
5-lastOccurrences[' '] = 5 goodSuffixes[4] = 5
d ź w i e * d ź w i e d ź
6 7 3 4 5 0 5 5 5 5 5 7 1 porównań znaków: 17
```

dźwiedź

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwie\* dźwiedź 673450 5555571

dźwiedź

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwie\* dźwiedź 673450 5555571

dźwiedź

dźwiedź

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

dźwiedź

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwie\* dźwiedź

673450 5555571

dźwiedź

dźwiedź

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

dźwiedź

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwie\* dźwiedź 673450 5555571

dźwiedź

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwie\* dźwiedź 673450 555571

dźwiedź

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwie\* dźwiedź 673450 5555571

dźwiedź

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

goodSuffixes[0] = 5

dźwie\* dźwiedź

673450 5555571 porówi

dźwiedź dźwiedź

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

```
7-lastOccurrences['y'] = 7 goodSuffixes[6] = 1
d ź w i e * d ź w i e d ź
6 7 3 4 5 0 5 5 5 5 7 1 porównań znaków: 25
```

dźwiedź dźwiedź

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź

```
7-lastOccurrences[' '] = 7 goodSuffixes[6] = 1
d ź w i e * d ź w i e d ź
6 7 3 4 5 0 5 5 5 5 5 7 1 porównań znaków: 26
```

dźwiedź dźwiedź

 ${\tt To\_nied\'zwied\'z\_czy\_mo\'ze\_d\'zwied\'z?\_Chyba\_nie\_d\'zwied\'z.}$ 

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwie\* dźwiedź 673450 5555571

dźwiedź dźwiedź

 ${\tt To\_nied\'zwied\'z\_czy\_mo\'ze\_d\'zwied\'z?\_Chyba\_nie\_d\'zwied\'z.}$ 

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwie\* dźwiedź 673450 5555571

dźwiedź dźwiedź

 ${\tt To\_nied\'zwied\'z\_czy\_mo\'ze\_d\'zwied\'z?\_Chyba\_nie\_d\'zwied\'z.}$ 

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwie\* dźwiedź 673450 5555571

dźwiedź dźwiedź

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwie\* dźwiedź 673450 5555571

dźwiedź dźwiedź

 ${\tt To\_nied\'zwied\'z\_czy\_mo\'ze\_d\'zwied\'z?\_Chyba\_nie\_d\'zwied\'z.}$ 

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwie\* dźwiedź 673450 5555571

dźwiedź dźwiedź

 ${\tt To\_nied\'zwied\'z\_czy\_mo\'ze\_d\'zwied\'z?\_Chyba\_nie\_d\'zwied\'z.}$ 

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

dźwie\* dźwiedź 673450 5555571

dźwiedź dźwiedź

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

goodSuffixes[0] = 5

dźwie\* dźwiedź

6 7 3 4 5 0 5 5 5 5 5 7 1 porównań znaków: 33

## Algorytm Boyera-Moore'a – najgorszy przypadek

Richard Cole udowodnił, że gdy tekst nie zawiera wzorca, algorytm Boyera-Moore'a wykonuje nie więcej niż 3 | text | porównań znaków

Gusfield przedstawia na stronach 39–45 dowód słabszego ograniczenia górnego na liczbę porównań znaków  $4|\mathbf{text}|$ 

## Algorytm Boyera-Moore'a – najgorszy przypadek

Gdy tekst zawiera wzorzec, algorytm Boyera-Moore'a może wykonywać aż O(|text||pat|) porównań znaków, ponieważ zapomina, które znaki już porównywał

Alberto Apostolico i Raffaele Giancarlo ulepszyli ten algorytm tak, żeby zapamiętywał długość sufiksu wzorca równego podłańcuchowi tekstu. Algorytm Apostolico-Giancarlo wykonuje nie więcej niż  $\frac{3}{2}|\text{text}|$  porównań znaków

## Algorytm Boyera-Moore'a – najlepszy przypadek

Jeżeli zachodzą oba poniższe przypadki:

- kiedy porównujemy znaki tekstu ze znakami wzorca, zawsze się okazuje, że te znaki są różne
- reguła niezgodności zawsze przesuwa wzorzec o całą jego długość

to algorytm Boyera-Moore'a wykonuje tylko [|text|/|pat|] porównań znaków

## Algorytm Boyera-Moore'a – podsumowanie

#### Algorytm Boyera-Moore'a:

- wymaga wstępnego przetwarzania wzorca, które da się zrobić w czasie O(|pat|)
- korzysta z O(|pat|) dodatkowej pamięci na mapę last0ccurrences,
   na tablicę goodSuffixes i na kilka zmiennych
- · jeśli tekst nie zawiera wzorca, to wykonuje nie więcej niż 3|text| porównań znaków
- jeśli tekst zawiera wzorzec, to może wykonywać
   O(|text||pat|) porównań znaków
- $\cdot$  w najlepszym przypadku wykonuje O(|text|/|pat|) porównań znaków

Algorytm Knutha-Morrisa-Pratta

## Donald Knuth (10.1.1938–), dek



Amerykański informatyk i matematyk. Emerytowany profesor sztuki programowania na Uniwersytecie Stanforda. Laureat Nagrody Turinga w 1974 roku za wkład w analizę algorytmów, projektowanie języków programowania i serię książek Sztuka programowania. Autor systemu składu tekstu TEX, wielu książek o matematyce i informatyce, książki o Biblii i utworu na organy Fantasia apocalyptica.

#### James H. Morris (1941–)



Amerykański informatyk. Profesor Uniwersytetu Carnegie-Mellon. Jedna z osób, które wprowadziły <mark>leniwą ewaluację</mark> w językach programowania. Pracował nad komputerem Xerox Alto, pierwszym komputerem z interfejsem graficznym i myszką. W 1970 roku niezależnie od Donalda Knutha odkrył algorytm wyszukiwania wzorca, który zawsze działa w czasie liniowym względem długości tekstu.

#### Vaughan Pratt (12.4.1944–)





Amerykański informatyk i geofizyk, z pochodzenia Australijczyk. Emerytowany profesor Uniwersytetu Stanforda. Doktorant Donalda Knutha. Pracował nad stacjami roboczymi Sun. Opracował logo firmy Sun Microsystems.

## Algorytm KMP – funkcja prefiksowa

#### Definicja:

Dla danego łańcucha s

p[j] to długość najdłuższego takiego właściwego sufiksu łańcucha s[:j+1], który jest pewnym prefiksem łańcucha s

Można łatwo stablicować wartości funkcji prefiksowej na podstawie wyniku funkcji ZFunction

## Algorytm KMP – funkcja prefiksowa

```
// KMPPrefixFunction zwraca wycinek. `j`-ty element tego wycinka
// to wartość funkcji prefiksowej `p[j]`, czyli długość najdłuższego
// takiego właściwego sufiksu łańcucha `s[:j+1]`, który jest pewnym
// prefiksem łańcucha `s`
func KMPPrefixFunction(s []byte) []int {
   z := ZFunction(s)
   p := make(\lceil \rceil int, len(s)+1)
   for j := len(s) - 1; j > 0; j - {
      p[j+z[j]] = z[j]
   return p
```

dźwiedź

z: 0000020

dźwiedź

p: 00000002

OWOCOWO

z: 0010301

dźwiedź

p: 00000<u>002</u>

OWOCOWO

p: 00010003

iiiii

z: 04321

dźwiedź

p: 00000002

OWOCOWO

p: 00010003

iiiii

### **Algorytm KMP**

```
Porównuję kolejne znaki text[i] z pat[j]
W każdej iteracji głównej petli zwiekszam i o 1
    Dopókij > 0itext[i] != pat[j]:
     przesuwam wzorzec pat w prawo o j-p[j] pozycji
     nie zmieniam wartości i
  Jeśli text[i] == pat[j], to:
    nie przesuwam wzorca pat
    zwiększam j o 1
  Jeśli j == len(pat), czyli wzorzec pat został znaleziony:-), to:
     przesuwam wzorzec pat w prawo o len(pat)-p[len(pat)] pozycji
```

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź. dźwiedź

To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.dźwiedź

 ${\tt To\_nied\'zwied\'z\_czy\_mo\'ze\_d\'zwied\'z?\_Chyba\_nie\_d\'zwied\'z.}$ 

<mark>d</mark>źwiedź dźwiedź

 ${\tt To\_nied\'zwied\'z\_czy\_mo\'ze\_d\'zwied\'z?\_Chyba\_nie\_d\'zwied\'z.}$ 

dźwiedź
dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

dźwiedź dźwiedź

dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
d ź w i e d ź
0 0 0 0 0 0 0 2
porównań znaków: 4
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
d ź w i e d ź
0 0 0 0 0 0 0 2
porównań znaków: 5
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź
```

0 0 0 0 0 0 0 2 porównań znaków: 6

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
 dźwiedź
  dźwiedź
  dźwiedź
    dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
dźwiedź
```

d ź w i e d ź 0 0 0 0 0 0 0 2 porównań znaków: 7

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
 dźwiedź
  dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
      dźwiedź
```

419

0 0 0 0 0 0 0 2 porównań znaków: 8

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
 dźwiedź
  dźwiedź
  dźwiedź
    dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
dźwiedź
```

0 0 0 0 0 0 0 2 porównań znaków:

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
 dźwiedź
  dźwiedź
  dźwiedź
    dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
dźwiedź
```

d ź w i e d ź 0 0 0 0 0 0 0 2 porównań znaków: 10

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
 dźwiedź
  dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
      dźwiedź
```

422

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
 dźwiedź
  dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
      dźwiedź
```

d ź w i e d ź 0 0 0 0 0 0 0 2 porównań znaków: 12

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
 dźwiedź
  dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
      dźwiedź
```

424

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
dźwiedź
 dźwiedź
  dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
      dźwiedź
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
 dźwiedź
 dźwiedź
  dźwiedź
   dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
dźwiedź
00000002 j-p[j] = 7-2 = 5
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
           dźwiedź
dźwiedź
 dźwiedź
  dźwiedź
   dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
      dźwiedź
dźwiedź
0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2  j-p[j] = 2-0 = 2
```

0 0 0 0 0 0 0 2 porównań znaków: 14

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
          dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź
  dźwiedź
   dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
dźwiedź
```

428

0 0 0 0 0 0 0 2 porównań znaków: 15

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
          dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź
  dźwiedź
   dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
dźwiedź
```

0 0 0 0 0 0 0 2 porównań znaków: 15

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
          dźwiedź
<mark>d</mark>źwiedź
 dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
      dźwiedź
dźwiedź
```

0 0 0 0 0 0 0 2 porównań znaków: 16

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
          dźwiedź
<mark>d</mark>źwiedź
 dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
      dźwiedź
dźwiedź
```

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
          dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
```

0 0 0 0 0 0 0 2 porównań znaków: 16

dźwiedź

```
dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
          dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź
    dźwiedź
     dźwiedź
```

0 0 0 0 0 0 0 2 porównań znaków: 17

dźwiedź

### dźwiedź

## To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

```
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
```

d ź w i e d ź 0 0 0 0 0 0 0 2

### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
```

d ź w i e d ź
0 0 0 0 0 0 0 2
porównań znaków: 18

### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź
```

```
d ź w i e d ź
0 0 0 0 0 0 0 2
porównań znaków: 18
```

### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
```

d ź w i e d ź 0 0 0 0 0 0 0 2

#### dźwiedź

### To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

```
dźwiedź dźwiedź
```

d ź w i e d ź 0 0 0 0 0 0 0 2

#### dźwiedź

### To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

```
dźwiedź dźwiedź
```

d ź w i e d ź 0 0 0 0 0 0 0 2

#### dźwiedź

### To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
```

d ź w i e d ź 0 0 0 0 0 0 0 2

#### dźwiedź

## To\_niedźwiedź\_czy\_może\_dźwiedź?\_Chyba\_nie\_dźwiedź.

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
```

d ź w i e d ź 0 0 0 0 0 0 0 2

#### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź
        dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
                dźwiedź
dźwiedź
 0000002
```

### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź
        dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
                dźwiedź
dźwiedź
 0000002
```

#### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
                dźwiedź
dźwiedź
```

0 0 0 0 0 0 0 2 porównań znaków: 22

#### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
 0000002
```

#### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
```

0000002

#### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
00000002
```

#### dźwiedź

porównań znaków: 24

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
 0000002
```

448

#### dźwiedź

porównań znaków: 25

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
 0000002
```

449

#### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
 0000002
```

#### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź
dźwiedź
00000002
```

#### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
00000002
```

#### dźwiedź

porównań znaków: 29

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
 0000002
```

453

#### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
 0000002
```

#### dźwiedź

```
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 31
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
                dźwiedź
dźwiedź
 0000002 j-p[j] = 7-2 = 5
porównań znaków: 31
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
 0000002 j-p[j] = 2-0 = 2
porównań znaków: 32
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
        dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
                dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 32
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 33
```

```
dźwiedź
                 dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
        dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 33
```

```
dźwiedź
                 dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
        dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 34
```

```
dźwiedź
                 dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
        dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 34
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
        dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 35
```

```
dźwiedź
                 dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
        dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 35
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
        dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 36
```

```
dźwiedź
                dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
        dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź
                         dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 36
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
        dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 37
```

porównań znaków: 37

```
dźwiedź
                dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź
dźwiedź
 0000002
```

porównań znaków: 38

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź
dźwiedź
 0000002
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
        dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 38
```

```
dźwiedź
                dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 39
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 39
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 40
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 40
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 41
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 41
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 42
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
        dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 42
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
        dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 43
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 43
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 44
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 44
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 45
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 46
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 47
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 48
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 49
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 50
```

```
dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 51
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
               dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2 \qquad i-p[i] = 7-2 = 5
porównań znaków: 51
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźw
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
              dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2 \quad i-p[i] = 2-0 = 2
porównań znaków: 52
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźw
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź d
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
             dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 52
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźw
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź d
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
             dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 53
```

```
dźwiedź dźwiedź dźwiedź
To_niedźwiedź_czy_może_dźwiedź?_Chyba_nie_dźwiedź.
dźwiedź
       dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźw
dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź d
 dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź dźwiedź
  dźwiedź dźwiedź dźwiedź
   dźwiedź dźwiedź dźwiedź
    dźwiedź dźwiedź dźwiedź
             dźwiedź dźwiedź
dźwiedź
 0000002
porównań znaków: 53
```

porównań znaków: 53

to\_i\_owo\_owocowo

o w o c o w o 0 0 0 1 0 0 0 3 porównań znaków: 0

to\_i\_owo\_owocowo

OWOCOWO

o w o c o w o 0 0 0 1 0 0 0 3

to\_i\_owo\_owocowo

OWOCOWO

OWOCOWO 00010003 porównań znaków: 1

to\_i\_owo\_owocowo

OWOCOWO

OWOCOWO

o w o c o w o 0 0 0 1 0 0 0 3

to\_i\_owo\_owocowo

OWOCOWO

OMOCOMO

o w o c o w o 0 0 0 1 0 0 0 3

to\_i\_owo\_owocowo

OWOCOWO

OWOCOWO

o w o c o w o 0 0 0 1 0 0 0 3 j-p[j] = 1-0 = 1 porównań znaków: 3

to\_i\_owo\_owocowo

OWOCOWO

OWOCOWO

OWOCOWO

o w o c o w o 0 0 0 1 0 0 0 3

### to\_i\_owo\_owocowo

OWOCOWO

OWOCOWO

OWOCOWO

OWOCOWO 00010003 porównań znaków: 4

### to\_i\_owo\_owocowo

OWOCOWO

OWOCOWO

OWOCOWO

OWOCOWO

o w o c o w o 0 0 0 1 0 0 0 3

### to\_i\_owo\_owocowo

OWOCOWO

OWOCOWO

OWOCOWO

OWOCOWO

o w o c o w o 0 0 0 1 0 0 0 3

porównań znaków: 5

506

### to\_i\_owo\_owocowo

OWOCOWO

OWOCOWO

OWOCOWO

OWOCOWO

OWOCOWO

o w o c o w o 0 0 0 1 0 0 0 3

# OWOCOWO OWOCOWO OWOCOWO

to\_i\_owo\_owocowo

0 0 0 1 0 0 0 3 porównań znaków: 6

OWOCOWO

# to\_i\_owo\_owocowo owocowo owocowo owocowo owocowo owocowo owocowo

o w o c o w o 0 0 1 0 0 0 3 porównań znaków: 6

```
to_i_owo_owocowo
cwocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
```

```
o w o c o w o 0 0 0 1 0 0 0 3
```

```
to_i_owo_owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
```

o w o c o w o 0 0 1 0 0 0 3 porównań znaków: 8

```
to_i_owo_owocowo

owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
```

```
o w o c o w o
0 0 1 0 0 0 3
porównań znaków: 9
```

to\_i\_owo\_owocowo

porównań znaków: 10

OWOCOMO

```
owocowo
owocowo

owocowo

o w o c o w o
0 0 0 1 0 0 0 3    j-p[j] = 3-1 = 2
```

```
to_i_owo_owocowo
OWOCOWO
 OWOCOWO
 OWOCOWO
  OWOCOWO
   OWOCOWO
    OWOCOWO
      OWOCOWO
OWOCOWO
00010003 j-p[j] = 1-0 = 1
porównań znaków: 11
```

```
to_i_owo_owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
```

0 0 0 1 0 0 0 3 porównań znaków: 11

OWOCOWO

```
to_i_owo_owocowo

owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
```

0 0 0 1 0 0 0 3 porównań znaków: 12

OWOCOWO

```
to_i_owo_owocowo

owocowo owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
```

0 w o c o w o 0 0 0 1 0 0 0 3 porównań znaków: 12

```
to_i_owo_owocowo

Owocowo Owocowo
Owocowo
Owocowo
Owocowo
Owocowo
Owocowo
```

0 w o c o w o 0 0 0 1 0 0 0 3 porównań znaków: 13

```
to_i_owo_owocowo

Owocowo Owocowo
Owocowo
Owocowo
Owocowo
Owocowo
Owocowo
Owocowo
```

0 w 0 c 0 w 0 0 0 0 1 0 0 0 3

```
to_i_owo_owocowo

Owocowo Owocowo
Owocowo
Owocowo
Owocowo
Owocowo
Owocowo
Owocowo
```

0 w 0 c 0 w 0 0 0 1 0 0 0 3

```
to_i_owo_owocowo

owocowo owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
```

0 0 0 1 0 0 0 3 porównań znaków: 16

OWOCOWO

```
to_i_owo_owocowo

owocowo owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
```

0 w 0 c 0 w 0 0 0 1 0 0 0 3

```
to_i_owo_owocowo

Owocowo Owocowo
Owocowo
Owocowo
Owocowo
Owocowo
Owocowo
```

0 w 0 c 0 w 0 0 0 1 0 0 0 3

```
to_i_owo_owocowo

owocowo owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
owocowo
```

0 w 0 c 0 w 0 0 0 0 1 0 0 0 3

```
OWOCOWO
to_i_owo_owocowo
OWOCOWO OWOCOWO
 OWOCOWO OWOCOWO
  OWOCOWO
   OWOCOWO
    OWOCOWO
    OWOCOWO
       OWOCOWO
OWOCOWO
0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 3 j-p[j] = 7-3 = 4
porównań znaków: 19
```

```
OWOCOWO
to_i_owo_owocowo
OWOCOWO OWOCOWO
OWOCOWO OWOCOWO
 OWOCOWO
             OWO
   OWOCOWO
    OWOCOWO
     OWOCOWO
       OWOCOWO
```

```
0 w 0 c 0 w 0
0 0 1 0 0 0 3
```

### **Algorytm KMP**

```
func KMP(pat, text []byte, output func(int)) {
  // len(pat) > 0
   p := KMPPrefixFunction(pat)
  i := 0
   for i := 0; i < len(text); i++ {</pre>
      for j > 0 && text[i] != pat[j] {
         j = p[j]
      }
      if text[i] == pat[j] {
         j++
      }
      if j == len(pat) {
         output(i - len(pat) + 1)
         <u>j</u> = p[j]
      }
```

### Algorytm KMP – złożoność czasowa

- Funkcja KMPPrefixFunction wykonuje O(|pat|) działań
- Funkcja KMP wykonuje w swojej głównej pętli co najwyżej 2 text porównań znaków. Gusfield dowodzi tego faktu na stronie 26
- · Zatem funkcja KMP wykonuje O(|text| + |pat|) działań

# Algorytm KMP – złożoność pamięciowa

- Funkcja KMPPrefixFunction zwraca tablicę, która zawiera |pat|+1 liczb całkowitych
- Zatem funkcja KMP wymaga O(|pat|) dodatkowej pamięci

### Algorytm KMP – podsumowanie

### Algorytm Knutha-Morrisa-Pratta:

- wymaga wstępnego przetwarzania wzorca, które da się zrobić w czasie O(|pat|)
- korzysta z *O*(|pat|) dodatkowej pamięci na tablicę p i na kilka zmiennych
- $\cdot$  wykonuje w głównej pętli nie więcej niż  $2|{\sf text}|$  porównań znaków
- · wraz ze wstępnym przetwarzaniem działa w czasie  $O(|\mathsf{text}| + |\mathsf{pat}|)$

Algorytm Karpa-Rabina

# Richard Karp (3.1.1935-)



Amerykański informatyk. Laureat Nagrody Turinga w 1985 roku za rozwój teorii problemów NP-zupełnych. Współtwórca m.in. algorytmu Edmondsa-Karpa, który znajduje maksymalny przepływ w sieci, algorytmu Hopcrofta-Karpa, który znajduje maksymalne skojarzenie w grafie dwudzielnym, i algorytmu Karpa-Rabina.

## Michael Rabin (1.9.1931-)



Izraelski matematyk i informatyk. Urodził się we Wrocławiu. Laureat Nagrody Turinga w 1976 roku za wprowadzenie pojęcia niedeterministycznych automatów skończonych. W 1987 roku wraz z Richardem M. Karpem opublikował szybki algorytm, który wyszukuje wzorzec w tekście, korzystając z haszowania.

- Haszuję wzorzec pat
- Haszuję kolejne łańcuchy text[i:i+len(pat)]
- Jeśli wynik haszowania łańcucha text[i:i+len(pat)] jest równy wynikowi haszowania wzorca pat, to porównuję łańcuch text[i:i+len(pat)] ze wzorcem pat. Z powodu kolizji funkcji haszującej łańcuch text[i:i+len(pat)] może być różny od wzorca pat. Ale jeśli te 2 łańcuchy są równe, to podaję, że wzorzec pat występuje w tekście text od pozycji i

Algorytm Karpa-Rabina jest szybki dzięki temu, że potrafi haszować łańcuch text[i+1:i+1+len(pat)] w czasie O(1) na podstawie wyniku haszowania łańcucha text[i:i+len(pat)]

```
// hashByteModN zwraca liczbę całkowitą z przedziału [0, n)
func hashByteModN(b byte, h, n uint64) uint64 {
  // Nie ma przepełnienia, jeśli
  // h<<8 + uint64(b) < 1<<64
  // h<<8 < 1<<64 - uint64(b)
  // h<<8 < 1<<64 - 1<<8 + 1
  // h<<8 <= 1<<64 - 1<<8
  // h<<8>>8 <= 1<<64>>8 - 1<<8>>8
  // h <= 1<<56 - 1
  // h < 1<<56
   return (h<<8 + uint64(b)) % n
```

```
// hashBytesModN zwraca liczbe całkowitą z przedziału [0, n)
func hashBytesModN(bs []byte, n uint64) uint64 {
   h := uint64(0)
   for _, b := range bs {
        // h < n
        h = hashByteModN(b, h, n)
   }
   return h
}</pre>
```

```
// twoToPower8PModN zwraca 2**(8*p) % n
func twoToPower8PModN(p int, n uint64) uint64 {
   r := uint64(1)
   for i := 0; i < p; i++ {
      // r == 1 << (8*i) \% n
      // r == 2**(8*i) \% n
      // Nie ma przepełnienia, jeśli
     // r<<8 < 1<<64
      // r<<8>>8 < 1<<64>>8
     // r < 1<<56
      r = (r << 8) \% n
   return r
```

## Dygresja: operacja % a operacja mod

Wynik operacji <mark>%</mark> ma taki sam znak, jak dzielna:

```
7 % 5 == 2
7 % -5 == 2
-7 % 5 == -2
```

-7 % -5 == -2

Potrzebuję operacji mod, która zawsze zwraca dodatni wynik:

```
7 mod 5 == 2
7 mod -5 == 2
-7 mod 5 == 3
-7 mod -5 == 3
```

```
// unhashByteModN zwraca liczbę całkowitą z przedziału [0, n)
func unhashByteModN(b byte, h, n, power uint64) uint64 {
  // Nie ma przepełnienia, jeśli
  // h - power*uint64(b) > -(1<<64)
  // 0 - power*(1<<8-1) > -(1<<64)
  // power*(1<<8-1) < 1<<64
  // power<<8 - power < 1<<64
  // power<<8 < 1<<64
  // power<<8>>8 < 1<<64>>8
  // power < 1<<56
  r := h - power*uint64(b)
  if int64(r) < 0 {
     r += n * (-r/n + 1)
  return r
```

```
func KarpRabin(pat, text []byte, output func(int)) {
   // len(pat) <= len(text)
   h := hashBytesModN(text[:len(pat)], N)
   ph := hashBytesModN(pat, N)
   power := twoToPower8PModN(len(pat), N)
   for i := 0; ; i++ {
      // h == hashBytesModN(text[i:i+len(pat)], N)
      if h == ph && slices.Equal(pat, text[i:i+len(pat)]) {
         output(i)
      }
      if i+len(pat) >= len(text) {
         break
      }
      h = hashByteModN(text[i+len(pat)], h, N)
      h = unhashByteModN(text[i], h, N, power)
```

## Algorytm Karpa-Rabina – jak dobrać wartość *N*?

- Nie ma przepełnienia, jeśli wyniki funkcji HashByteModN, twoToPower8PModN i unhashByteModN są mniejsze niż 1<<56</li>
- Wyniki funkcji HashByteModN, twoToPower8PModN i unhashByteModN są równe co najwyżej N
- Jak dobrać wartość *N*?

## Algorytm Karpa-Rabina – jak dobrać wartość N?

- Jeśli liczba N jest duża, to prawdopodobieństwo kolizji funkcji haszującej jest niskie
- Kolizje funkcji haszującej spowalniają działanie funkcji KarpRabin
- Gusfield dowodzi na stronach 79–80, że prawdopodobieństwo kolizji funkcji haszującej jest ograniczone z góry, jeśli N jest liczbą pierwszą

# Algorytm Karpa-Rabina – jak dobrać wartość N?

```
// Największa liczba pierwsza mniejsza niż 1<<56
// https://t5k.org/lists/2small/0bit.html
const N uint64 = 1<<56 - 5
```

```
{\tt To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.}
```

$$N = 100 :-)$$
 hash("") = 0

```
To_niedzwiedz_czy_moze_dzwiedz?_Chyba_nie_dzwiedz. N = 100 :-)  hash(""") = 0   hash("d") = (0 << 8 + 100) \% 100 = 0
```

```
To_niedzwiedz_czy_moze_dzwiedz?_Chyba_nie_dzwiedz.
N = 100 :-)
hash("") = 0
hash("d") = (0<<8+100) % 100 = 0
hash("dz") = (0<<8+122) % 100 = 22</pre>
```

```
To_niedzwiedz_czy_moze_dzwiedz?_Chyba_nie_dzwiedz.
```

```
N = 100 :-)
hash("") = 0
hash("d") = (0<<8+100) % 100 = 0
hash("dz") = (0<<8+122) % 100 = 22
hash("dzw") = (22<<8+119) % 100 = 51
```

```
To_niedzwiedz_czy_moze_dzwiedz?_Chyba_nie_dzwiedz.
```

```
N = 100 :-)
hash("") = 0
hash("d") = (0<<8+100) % 100 = 0
hash("dz") = (0<<8+122) % 100 = 22
hash("dzw") = (22<<8+119) % 100 = 51
hash("dzwi") = (51<<8+105) % 100 = 61
```

```
To_niedzwiedz_czy_moze_dzwiedz?_Chyba_nie_dzwiedz.

N = 100 :-)

hash("") = 0

hash("d") = (0<<8+100) % 100 = 0

hash("dz") = (0<<8+122) % 100 = 22

hash("dzw") = (22<<8+119) % 100 = 51

hash("dzwi") = (51<<8+105) % 100 = 61

hash("dzwie") = (61<<8+101) % 100 = 17
```

```
To_niedzwiedz_czy_moze_dzwiedz?_Chyba_nie_dzwiedz.
N = 100 :-)
hash("") = 0
hash("d") = (0 << 8 + 100) \% 100 = 0
hash("dz") = (0 << 8 + 122) \% 100 = 22
hash("dzw") = (22 << 8 + 119) \% 100 = 51
hash("dzwi") = (51 << 8 + 105) \% 100 = 61
hash("dzwie") = (61 << 8 + 101) \% 100 = 17
hash("dzwied") = (17 << 8 + 100) \% 100 = 52
```

```
To_niedzwiedz_czy_moze_dzwiedz?_Chyba_nie_dzwiedz.
N = 100 :-)
hash("") = 0
hash("d") = (0 << 8 + 100) \% 100 = 0
hash("dz") = (0 << 8 + 122) \% 100 = 22
hash("dzw") = (22 << 8 + 119) \% 100 = 51
hash("dzwi") = (51 << 8 + 105) \% 100 = 61
hash("dzwie") = (61 << 8 + 101) \% 100 = 17
hash("dzwied") = (17 << 8 + 100) \% 100 = 52
hash("dzwiedz") = (52 << 8 + 122) \% 100 = 34
```

```
To_niedzwiedz_czy_moze_dzwiedz?_Chyba_nie_dzwiedz.
hash("dzwiedz") = 34
hash("") = 0
```

```
To_niedzwiedz_czy_moze_dzwiedz?_Chyba_nie_dzwiedz.
hash("dzwiedz") = 34
hash("") = 0
hash("T") = (0<<8+84) % 100 = 84</pre>
```

```
To_niedzwiedz_czy_moze_dzwiedz?_Chyba_nie_dzwiedz.
```

```
hash("dzwiedz") = 34
hash("") = 0
hash("T") = (0<<8+84) % 100 = 84
hash("To") = (84<<8+111) % 100 = 15
```

```
To_niedzwiedz_czy_moze_dzwiedz?_Chyba_nie_dzwiedz.
```

```
hash("dzwiedz") = 34
hash("") = 0
hash("T") = (0<<8+84) % 100 = 84
hash("To") = (84<<8+111) % 100 = 15
hash("To_") = (15<<8+32) % 100 = 72
```

```
To_niedzwiedz_czy_moze_dzwiedz?_Chyba_nie_dzwiedz.
```

```
hash("dzwiedz") = 34

hash("") = 0

hash("T") = (0<<8+84) % 100 = 84

hash("To") = (84<<8+111) % 100 = 15

hash("To_") = (15<<8+32) % 100 = 72

hash("To_n") = (72<<8+110) % 100 = 42
```

## To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

```
hash("dzwiedz") = 34
hash("") = 0
hash("T") = (0<<8+84) % 100 = 84
hash("To") = (84<<8+111) % 100 = 15
hash("To_") = (15<<8+32) % 100 = 72
hash("To_n") = (72<<8+110) % 100 = 42
hash("To_ni") = (42<<8+105) % 100 = 57
```

```
To_niedzwiedz_czy_moze_dzwiedz?_Chyba_nie_dzwiedz.
```

```
hash("dzwiedz") = 34
hash("") = 0
hash("T") = (0<<8+84) % 100 = 84
hash("To") = (84<<8+111) % 100 = 15
hash("To_") = (15<<8+32) % 100 = 72
hash("To_n") = (72<<8+110) % 100 = 42
hash("To_ni") = (42<<8+105) % 100 = 57
hash("To_nie") = (57<<8+101) % 100 = 93
```

# To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz. hash("dzwiedz") = 34 hash("") = 0

```
{\tt To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.}
```

```
hash("dzwiedz") = 34
```

hash("To\_nied") = 8

```
To_niedzwiedz_czy_moze_dzwiedz?_Chyba_nie_dzwiedz.
hash("dzwiedz") = 34
hash("To_nied") = 8
power = 256<sup>7</sup> % 100 = 36
```

```
To_niedzwiedz_czy_moze_dzwiedz?_Chyba_nie_dzwiedz.

| 8|
| 34|
```

```
hash("To_niedz") = (8<<8 + 122) % 100 = 70
hash("o_niedz") = (70 - 36*84) mod 100 = 46
```

#### To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

```
46
```

34

```
hash("o_niedzw") = (46<<8 + 119) % 100 = 95
hash("_niedzw") = (95 - 36*111) mod 100 = 99
```

```
To_niedzwiedz_czy_moze_dzwiedz?_Chyba_nie_dzwiedz.
```

```
99|
```

```
hash("_niedzwi") = (99<<8 + 105) % 100 = 49
hash("niedzwi") = (49 - 36*32) mod 100 = 97
```

#### To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

```
97
```

| 34|

```
hash("niedzwie") = (97<<8 + 101) % 100 = 33
hash("iedzwie") = (33 - 36*110) mod 100 = 73
```

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

```
73
```

34

```
hash("iedzwied") = (73<<8 + 100) % 100 = 88
hash("edzwied") = (88 - 36*105) mod 100 = 8
```

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

| 8| | 34|

```
hash("edzwiedz") = (8<<8 + 122) % 100 = 70
hash("dzwiedz") = (70 - 36*101) mod 100 = 34
```

### dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

34

```
hash("dzwiedz_") = (34<<8 + 32) % 100 = 36
hash("zwiedz_") = (36 - 36*100) mod 100 = 36
```

### dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

36

```
hash("zwiedz_c") = (36<<8 + 99) % 100 = 15
hash("wiedz_c") = (15 - 36*122) mod 100 = 23
```

### dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

23 34

hash("wiedz\_cz") = (23<<8 + 122) % 100 = 10 hash("iedz\_cz") = (10 - 36\*119) mod 100 = 26

### dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

26

```
hash("iedz_czy") = (26<<8 + 121) % 100 = 77
hash("edz_czy") = (77 - 36*105) mod 100 = 97
```

### dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

97|

```
hash("edz_czy_") = (97<<8 + 32) % 100 = 64
hash("dz_czy_") = (64 - 36*101) mod 100 = 28
```

### dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

28

```
hash("dz_czy_m") = (28<<8 + 109) % 100 = 77
hash("z_czy_m") = (77 - 36*100) mod 100 = 77
```

### dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

77

| 34|

### dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

| 31|

$$hash("\_czy\_moz") = (31 << 8 + 122) \% 100 = 58$$
  
 $hash("czy\_moz") = (58 - 36*32) mod 100 = 6$ 

### dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

$$hash("czy_moze") = (6 << 8 + 101) \% 100 = 37$$
  
 $hash("zy_moze") = (37 - 36*99) \mod 100 = 73$ 

### dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

73|

### dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

28

```
hash("y_moze_d") = (28 << 8 + 100) \% 100 = 68
hash("_moze_d") = (68 - 36*121) mod 100 = 12
```

### dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

12

$$hash("\_moze\_dz") = (12<<8 + 122) \% 100 = 94$$
  
 $hash("moze\_dz") = (94 - 36*32) mod 100 = 42$ 

### dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

42

```
hash("moze_dzw") = (42 << 8 + 119) \% 100 = 71
hash("oze_dzw") = (71 - 36*109) mod 100 = 47
```

### dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

```
hash("oze_dzwi") = (47<<8 + 105) % 100 = 37
hash("ze_dzwi") = (37 - 36*111) mod 100 = 41
```

### dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

| 41| | 34|

```
hash("ze_dzwie") = (41<<8 + 101) % 100 = 97
hash("e_dzwie") = (97 - 36*122) mod 100 = 5
```

### dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

```
hash("e_dzwied") = (5<<8 + 100) % 100 = 80
hash("_dzwied") = (80 - 36*101) mod 100 = 44
```

### dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

```
hash("_dzwiedz") = (44<<8 + 122) % 100 = 86
hash("dzwiedz") = (86 - 36*32) mod 100 = 34
```

dzwiedz

dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

| 34|

```
hash("dzwiedz?") = (34<<8 + 63) % 100 = 67
hash("zwiedz?") = (67 - 36*100) mod 100 = 67
```

dzwiedz

dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

| 67|

```
hash("zwiedz?_") = (67<<8 + 32) % 100 = 84
hash("wiedz?_") = (84 - 36*122) mod 100 = 92
```

dzwiedz dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

92 34

 $hash("wiedz?_C") = (92 << 8 + 67) \% 100 = 19$ 

 $hash("iedz?_C") = (19 - 36*119) \mod 100 = 35$ 

dzwiedz

dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

| 35|

34|

```
hash("iedz?_Ch") = (35<<8 + 104) % 100 = 64
hash("edz?_Ch") = (64 - 36*105) mod 100 = 84
```

dzwiedz

dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

84

```
hash("edz?_Chy") = (84<<8 + 121) % 100 = 25
hash("dz?_Chy") = (25 - 36*101) mod 100 = 89
```

dzwiedz

dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

89|

34|

```
hash("dz?\_Chyb") = (89 << 8 + 98) \% 100 = 82
hash("z?\_Chyb") = (82 - 36*100) mod 100 = 82
```

dzwiedz

dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

82

```
hash("z?_Chyba") = (82<<8 + 97) % 100 = 89
hash("?_Chyba") = (89 - 36*122) mod 100 = 97
```

dzwiedz

dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

97

$$hash("?_Chyba_") = (97 << 8 + 32) \% 100 = 64$$
  
 $hash("_Chyba_") = (64 - 36*63) \mod 100 = 96$ 

dzwiedz

dzwiedz

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

96

$$hash("_Chyba_n") = (96 << 8 + 110) \% 100 = 86$$
  
 $hash("Chyba_n") = (86 - 36*32) \mod 100 = 34$ 

```
dzwiedz dzwiedz Chyba n
```

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

34|

```
hash("Chyba_ni") = (34<<8 + 105) \% 100 = 9
hash("hyba_ni") = (9 - 36*67) mod 100 = 97
```

dzwiedz

dzwiedz Chyba n

 ${\tt To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.}$ 

97

```
hash("hyba_nie") = (97<<8 + 101) % 100 = 33
hash("yba_nie") = (33 - 36*104) mod 100 = 89
```

```
dzwiedz dzwiedz Chyba n
```

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

| 89| | 34|

```
hash("yba_nie_") = (89<<8 + 32) % 100 = 16
hash("ba_nie_") = (16 - 36*121) mod 100 = 60
```

dzwiedz

dzwiedz Chyba n

 ${\tt To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.}$ 

60

```
hash("ba_nie_d") = (60 << 8 + 100) \% 100 = 60
hash("a_nie_d") = (60 - 36*98) \mod 100 = 32
```

dzwiedz

dzwiedz Chyba n

 ${\tt To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.}$ 

32

```
hash("a_nie_dz") = (32<<8 + 122) % 100 = 14
hash("_nie_dz") = (14 - 36*97) mod 100 = 22
```

```
dzwiedz
```

### dzwiedz Chyba n

 ${\tt To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.}$ 

22

34|

```
hash("_nie_dzw") = (22<<8 + 119) % 100 = 51
hash("nie_dzw") = (51 - 36*32) mod 100 = 99
```

dzwiedz

dzwiedz Chyba n

 ${\tt To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.}$ 

99

```
hash("nie_dzwi") = (99<<8 + 105) % 100 = 49
hash("ie_dzwi") = (49 - 36*110) mod 100 = 89
```

```
dzwiedz dzwiedz Chyba n
```

 ${\tt To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.}$ 

| 89| | 34|

```
hash("ie_dzwie") = (89<<8 + 101) % 100 = 85
hash("e_dzwie") = (85 - 36*105) mod 100 = 5
```

```
dzwiedz dzwiedz Chyba n
```

To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

| 5| | 34|

```
hash("e_dzwied") = (5<<8 + 100) % 100 = 80
hash("_dzwied") = (80 - 36*101) mod 100 = 44
```

```
dzwiedz dzwiedz Chyba n
```

 ${\tt To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.}$ 

44

34

```
hash("_dzwiedz") = (44<<8 + 122) % 100 = 86
hash("dzwiedz") = (86 - 36*32) mod 100 = 34
```

```
dzwiedz dzwiedz Chyba n dzwiedz
To_niedzwiedz_czy_moze_dzwiedz?_Chyba_nie_dzwiedz.

| 34|
| 34|
```

```
hash("dzwiedz.") = (34<<8 + 46) % 100 = 50
hash("zwiedz.") = (50 - 36*100) mod 100 = 50
```

dzwiedz dzwiedz Chyba n dzwiedz
To\_niedzwiedz\_czy\_moze\_dzwiedz?\_Chyba\_nie\_dzwiedz.

| 50|
| 34|

#### Algorytm Karpa-Rabina – podsumowanie

#### Algorytm Karpa-Rabina:

- korzysta z haszowania
- $\cdot$  wymaga wstępnego przetwarzania, które da się zrobić w O(|pat|) czasu
- korzysta z O(1) pamięci na kilka zmiennych
- wykonuje w głównej pętli O(|text|) operacji, jeśli
   prawdopodobieństwo kolizji funkcji haszującej jest ograniczone z góry
- · wraz ze wstępnym przetwarzaniem działa w czasie O(|text| + |pat|)
- może zostać uogólniony tak, żeby naraz wyszukiwał wiele różnych wzorców, które mają tę samą długość

# Podsumowanie

#### **Podsumowanie**

- · Algorytm naiwny
- Funkcja Z
- · Algorytm Boyera-Moore'a
- · Algorytm Knutha-Morrisa-Pratta
- · Algorytm Karpa-Rabina

### Algorytm naiwny – podsumowanie

#### Algorytm naiwny:

- korzysta z O(1) dodatkowej pamięci na zmienne  $\mathbf{i}$  i  $\mathbf{j}$
- $\cdot$  w najlepszym przypadku wykonuje O(|text|) porównań znaków
- $\cdot$  w najgorszym przypadku wykonuje  $O(|\mathsf{text}||\mathsf{pat}|)$  porównań znaków

### Algorytm Boyera-Moore'a – podsumowanie

#### Algorytm Boyera-Moore'a:

- wymaga wstępnego przetwarzania wzorca, które da się zrobić w czasie O(|pat|)
- korzysta z O(|pat|) dodatkowej pamięci na mapę last0ccurrences,
   na tablicę goodSuffixes i na kilka zmiennych
- · jeśli tekst nie zawiera wzorca, to wykonuje nie więcej niż 3|text| porównań znaków
- jeśli tekst zawiera wzorzec, to może wykonywać
   O(|text||pat|) porównań znaków
- $\cdot$  w najlepszym przypadku wykonuje O(|text|/|pat|) porównań znaków

#### Algorytm KMP – podsumowanie

#### Algorytm Knutha-Morrisa-Pratta:

- wymaga wstępnego przetwarzania wzorca, które da się zrobić w czasie O(|pat|)
- korzysta z *O*(|pat|) dodatkowej pamięci na tablicę p i na kilka zmiennych
- $\cdot$  wykonuje w głównej pętli nie więcej niż  $2|{\sf text}|$  porównań znaków
- · wraz ze wstępnym przetwarzaniem działa w czasie  $O(|\mathsf{text}| + |\mathsf{pat}|)$

#### Algorytm Karpa-Rabina – podsumowanie

#### Algorytm Karpa-Rabina:

- korzysta z haszowania
- $\cdot$  wymaga wstępnego przetwarzania, które da się zrobić w O $(|\mathbf{pat}|)$  czasu
- korzysta z O(1) pamięci na kilka zmiennych
- wykonuje w głównej pętli O(|text|) operacji, jeśli
   prawdopodobieństwo kolizji funkcji haszującej jest ograniczone z góry
- · wraz ze wstępnym przetwarzaniem działa w czasie O(|text| + |pat|)
- może zostać uogólniony tak, żeby naraz wyszukiwał wiele różnych wzorców, które mają tę samą długość

#### Pomysły, uwagi, pytania, sugestie

Proszę wysyłać podpisane pomysły, uwagi, pytania, sugestie na temat wykładów lub laboratoriów na adres mgc@agh.edu.pl

lub wpisywać anonimowe pomysły, uwagi, pytania, sugestie pod adresem <a href="https://tiny.cc/algorytmy-tekstowe">https://tiny.cc/algorytmy-tekstowe</a>

# Do zobaczenia

na następnym wykładzie

Jego tematem będzie znowu wyszukiwanie wzorca w tekście

## Źródła zdjęć

```
https://en.wikipedia.org/wiki/J_Strother_Moore
https://en.wikipedia.org/wiki/J_Strother_Moore
https://www-cs-faculty.stanford.edu/~knuth/
http://www.cs.cmu.edu/~jhm/short%20biography.htm
https://en.wikipedia.org/wiki/Vaughan_Pratt
https://en.wikipedia.org/wiki/Richard_M._Karp
https://en.wikipedia.org/wiki/Michael_O._Rabin
```